

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до лабораторної роботи №3.  
**ВИВЧЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄМНИХ  
РЕЗОНАТОРІВ**

з дисципліни

“Технічна електродинаміка, поширення радіо хвиль, антени”  
для студентів спеціальності

G5 (172) Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та  
радіотехніка,  
всіх форм навчання

Методичні вказівки для лабораторної роботи №3 «Вивчення резонансних властивостей об'ємних резонаторів» з дисципліни «Технічна електродинаміка, поширення радіо хвиль, антени» для студентів спеціальності G5 (172) Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка та всіх форм навчання / Укл. Л.М. Логачова – Запоріжжя: НУ ЗП, 2025. - 18 с.

Укладачі:

Л.М. Логачова, ст. викладач

Рецензент:

С.С. Самойлик, доцент, к.ф.-м.н.

Відповідальний за випуск: Л.М. Логачова, ст. викладач

**Затверджено**  
на засіданні кафедри  
радіотехніки та телекомунікацій  
Протокол № 2  
від “28” серпня 2025 р.

**Затверджено**  
на засіданні НМК ФІБЕК  
Протокол № 2  
від “23” вересня 2025 р.

**ЗМІСТ**

	С.
Лабораторна робота № 3 Вивчення резонансних властивостей об'ємних резонаторів.....	4
1 Загальні положення.....	4
2 Прохідний об'ємний резонатор. ....	8
3 Опис лабораторної установки.....	13
4 Розрахункове завдання.....	14
5 Експериментальна частина.....	15
6 Зміст звіту.....	16
7 Контрольні запитання.....	17
Перелік джерел посилань.....	18

## Лабораторна робота № 3

### Вивчення резонансних властивостей об'ємних резонаторів

**Мета роботи:** вивчити резонансні властивості прохідного об'ємного резонатора.

#### 1 Загальні положення

У діапазоні надвисоких частот важко створити коливальні контури з зосереджених елементів з високою добротністю. Тому коливальні системи будують з елементів з розподіленими параметрами (відривків двопровідної, коаксіальної, смужкової лінії, металевих хвилеводів та інше). З рівнянь Максвела випливає, що в ізольованому від зовнішнього простору об'ємі, що заповнений середовищем без втрат, може існувати, як у звичайному контурі без втрат, незгасаючий коливальний процес. Такі системи отримали назву об'ємних резонаторів. Наприклад, резонатором буде об'єм, обмежений з усіх боків металевою поверхнею (коротко замкнений відрізок коаксіальної лінії або металевий хвилеводу).

Головною перевагою об'ємних резонаторів у порівнянні з контурами із зосереджених елементів є відсутність втрат на випромінювання завдяки повному екрануванню поля стінками резонатора і відсутності втрат у діелектрику, так як принципове введення діелектриків у резонатор не є необхідним. Теплові втрати у металевій оболонці резонатора також значно менше, ніж у провідниках звичайних контурів із зосередженими елементами, завдяки великій внутрішній поверхні, по якій протікають надвисокочастотні струми.

На відміну від звичайних контурів, об'ємні резонатори резонують не на одній частоті, а на нескінченній кількості дискретних частот. Причому кожній резонансній частоті відповідає визначена структура поля у резонаторі. Нижчим коливанням називають таке, якому при заданих розмірах резонатора відповідає мінімальна резонансна частота. Якщо резонансні частоти двох або декількох видів коливань рівні між собою, то такі види коливань називають виродженими.

Основні параметри, які характеризують об'ємні резонатори, такі: резонансна довжина хвилі  $\lambda_{\text{рез}}$  (або резонансна частота  $f_{\text{рез}}$ ), добротність  $Q$  та активна провідність  $G$ .

У загальному випадку резонансну довжину хвилі та структуру поля у об'ємному резонаторі знаходять з вирішення хвильового рівняння при граничних умовах, які визначаються формою та геометричними розмірами резонатора. Вирішення подібної задачі істотно спрощується, якщо резонатор створений з відрізка лінії передачі з відомою структурою електромагнітного поля.

Добротність об'ємного резонатору визначається за формулою

$$Q = 2\pi \frac{W_{cp}}{\Delta W}, \quad (1.1)$$

де  $W_{cp}$  - середнє за період значення запасеної у резонаторі енергії;

$\Delta W$  - зміна енергії, збереженої у резонаторі за період.

У загальному випадку зміна енергії, або втрати у резонаторі знаходять за формулою

$$\Delta W = \Delta W_{\text{мет}} + \Delta W_{\text{д}} + \Delta W_{\Sigma}, \quad (1.2)$$

де  $\Delta W_{\text{мет}}$ , - енергія втрат за період коливань відповідно у оболонці резонатора;

$\Delta W_{\text{д}}$  - енергія втрат у середовищі, яке заповнює резонатор;

$\Delta W_{\Sigma}$  - енергія, яку віддає резонатор у зовнішні пристрої.

Повну добротність можна показати у вигляді

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{\text{мет}}} + \frac{1}{Q_{\text{д}}} + \frac{1}{Q_{\Sigma}}, \quad (1.3)$$

де

$$Q_{\text{мет}} = 2\pi \frac{W_{cp}}{\Delta W_{\text{мет}}},$$

$$Q_{\text{д}} = 2\pi \frac{W_{cp}}{\Delta W_{\text{д}}},$$

$$Q_{\Sigma} = 2\pi \frac{W_{cp}}{\Delta W_{\Sigma}}.$$

Повну добротність  $Q$  називають навантаженою добротністю резонатора,  $Q_{\Sigma}$  зовнішня добротність.

Повна добротність

$$Q = \frac{Q_{мет} Q_o Q_{\Sigma}}{Q_{мет} Q_o + Q_{мет} Q_{\Sigma} + Q_o Q_{\Sigma}}. \quad (1.4)$$

У техніці НВЧ широко застосовуються об'ємні резонатори у вигляді короткозамкнених відрізків регулярних ліній передач довжиною  $L$ , з обох сторін, які замикаються коротко за допомогою ідеально провідних металевих пластин, перпендикулярних до повздовжньої лінії. При збудженні коливачь у такому резонаторі вздовж його вісі встановлюється стояча хвиля, в якій у відповідності з граничними умовами на торцевих обмежуючих пластинах знаходяться вузли поперечної складової напруженості електричного поля. Довжина об'ємного резонатора дорівнює цілому числу півхвиль колювання, яке поширюється по регулярній лінії передачі

$$L = p \frac{\lambda}{2}, \quad p=1, 2, 3, \quad (1.5)$$

де  $\lambda$  - довжина хвилі у лінії передачі.

Підставимо у (1.5) вираз довжини хвилі  $\lambda$

$$\lambda = \frac{\lambda_{рез}}{\sqrt{1 - \left( \frac{\lambda_{рез}}{\lambda_{кр}} \right)^2}},$$

де  $\lambda_{кр}$  - критична довжина хвилі, яка залежить від параметрів лінії передачі та типу хвилі що поширюється.

Резонансну довжину хвилі резонатору визначимо з наступного виразу

$$\lambda_{рез} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{p}{2L}\right)^2 + \frac{1}{\lambda_{кр}^2}}}, \quad (1.6)$$

де  $p$  – кількість півхвиль стоячої хвилі, яка встановлюється вздовж вісі резонатора.

Класифікація коливань у таких об'ємних резонаторах виконується у відповідності до типу хвиль, стояча хвиля якого утворюється у резонаторі. Щоб розрізнити коливання з різною кількістю півхвиль, які укладаються вздовж повздовжньої вісі резонатора, запроваджують додатковий індекс  $p$ , який дорівнює числу півхвиль у стоячій хвилі, яка виникає у резонаторі. Оскільки у передавальних лініях можуть поширюватися хвилі ТЕМ,  $E_{mn}$ ,  $H_{mn}$ , то у розглянутих резонаторах існують коливання видів  $ТЕМ_p$ ,  $E_{mnp}$ ,  $H_{mnp}$ . Неважко показати, що виходячи з граничних умов для коливань  $ТЕМ_p$  та  $H_{mnp}$  індекс  $p \geq 1$ , а для  $E_{mnp}$   $p \geq 0$ .

У літературі [1,2] зображені конструкції деяких об'ємних резонаторів, які найбільш часто зустрічаються на практиці, а саме – коаксіального, прямокутного, квазістаціонарного, а також наведені формули для розрахунків резонансних частот подібних резонаторів та структури електричного й магнітного полів для основних типів коливань.

## 2 Прохідний об'ємний резонатор

Основним елементом, за допомогою якого будується багато типів хвильоводних смушкових фільтрів, є об'ємний резонатор, утворений двома плоскими неоднорідностями, розташованими на відстані  $L$  одна від одної (рис. 2.1).

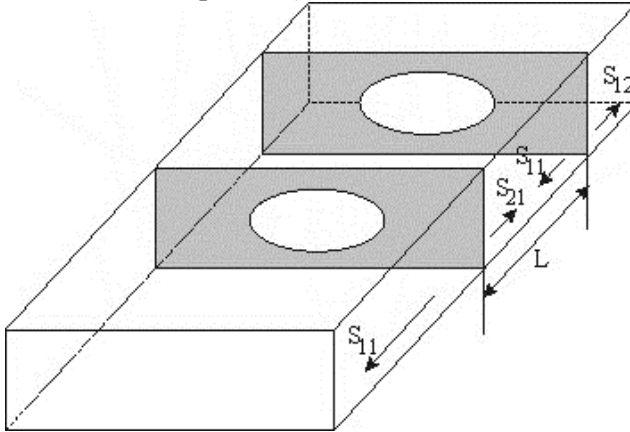


Рисунок 2.1 – Геометрія задачі

Такими неоднорідностями можуть бути індуктивні або ємкісні діафрагми, реактивні штирі і т.д.

Навантажена добротність такого прохідного резонатору визначається за формулою (1.3), яку при  $Q \gg 1$  можна записати

$$Q = \frac{f_{рез}}{2\Delta f_{0,5P}}, \quad (2.1)$$

де  $2\Delta f_{0,5P}$  – відхилення, при якому потужність, яка надходить в узгоджене навантаження, ввімкнене на виході резонатору, у 2 рази менше, ніж потужність, яка надходить у навантаження на резонансній частоті.

Визначимо частотну характеристику резонатора, тобто залежність потужності, яка надходить в узгоджене навантаження, ввімкнене на виході резонатора, від частоти. Кожну з плоских

неоднорідностей, що стоять на виході та вході резонатора (рис. 2.1), можна охарактеризувати за допомогою матриці розсіювання

$$\|S\| = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{vmatrix}. \quad (2.2)$$

де  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  – коефіцієнти відбиття від кожної неоднорідності;  
 $S_{12}$ ,  $S_{21}$  – коефіцієнти передачі.

У випадку, коли на виході резонатора стоять однакові неоднорідності, нехтуючи втратами у самих неоднорідностях, можна записати

$$|S_{21}|^2 = 1 - |S_{11}|^2. \quad (2.3)$$

Нехай на вхід резонатора надходить падаюча хвиля з амплітудою  $E_{\text{пад}}$ . Частина енергії падаючої хвилі відбивається від першої неоднорідності, а друга проходить у резонатор

$$E_{1_{\text{відб}}} = S_{11} E_{\text{пад}},$$

$$E_{1_{\text{залом}}} = S_{21} E_{\text{пад}}.$$

Хвиля  $E_{1_{\text{залом}}}$ , яка пройшла у резонатор, поширюючись по ньому, доходить до другої неоднорідності, отримавши фазовий зсув  $\beta L$ , частково відбивається від неї та, ще раз проходячи резонатор, повертається до першої неоднорідності з фазовим зсувом  $2\beta L$ , частково проходить повз неї та створює другу відбиту хвилю на вході резонатора

$$E_{2_{\text{відб}}} = K_{\text{пад}} S_{21}^2 S_{11} e^{-j2\beta L}.$$

Проводячи аналогічні міркування для хвиль всередині резонатора, можна показати, що на вході резонатора буде нескінченна кількість відбитих хвиль, а на виході – тих що пройшли.

Підсумовуючи всі відбиті хвилі, отримаємо

$$E_{\text{вiдб}} = E_{1_{\text{вiдб}}} + E_{2_{\text{вiдб}}} + \dots = E_{\text{над}} \left[ S_{11} + S_{21}^2 S_{11} e^{-j2\beta L} \sum_{n=0}^{\infty} (S_{11}^2 e^{-j2\beta L})^n \right]. \quad (2.4)$$

Аналогічно сумарне поле на виході резонатора

$$E_{\text{зalom}} = E_{1_{\text{зalom}}} + E_{2_{\text{зalom}}} + \dots = E_{\text{над}} \left[ S_{21}^2 e^{-j2\beta L} \sum_{n=0}^{\infty} (S_{11}^2 e^{-j2\beta L})^n \right]. \quad (2.5)$$

При  $|S_{11}| < 1$  ряди (2.4) та (2.5) – збіжні геометричні прогресії, які піддаються аналітичному підсумовуванню. Виконуючи сумування нескінченних рядів, отримуємо вираз для результуючого коефіцієнта відбиття на вході  $\Gamma$  і для коефіцієнта передачі резонатора  $T$  [3]

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma} &= \frac{\dot{E}_{\text{вiдб}}}{\dot{E}_{\text{над}}} = \dot{S}_{11} + \frac{\dot{S}_{11} \dot{S}_{21}^2 e^{-j2\beta L}}{1 - \dot{S}_{11}^2 e^{-j2\beta L}}, \\ \dot{T} &= \frac{\dot{E}_{\text{зalom}}}{\dot{E}_{\text{над}}} = \frac{\dot{S}_{21}^2 e^{-j2\beta L}}{1 - \dot{S}_{11}^2 e^{-j2\beta L}}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Підставивши (2.3) у (2.6), отримаємо

$$|\dot{T}|^2 = \frac{\left(1 - |\dot{S}_{11}|^2\right)^2}{\left|1 - |\dot{S}_{11}|^2 e^{-j2(\beta L - \varphi_0)}\right|^2}, \quad (2.7)$$

де

$$\dot{S}_{11} = |\dot{S}_{11}| e^{-j\varphi_0}. \quad (2.8)$$

З (2.7) випливає, що вся енергія падаючої хвилі надходить на вихід резонатора, тобто  $|\dot{T}|^2 = 1$ , коли

$$2\beta L - \varphi = 2p\pi, \quad (2.9)$$

де  $p = 0, 1, 2, \dots$

Підставляючи у (2.9)  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ , знайдемо резонансну довжину резонатора, тобто довжину, при якій  $|\dot{T}|^2 = 1$

$$L = p \frac{\lambda}{2} + \frac{\varphi_0}{2\pi} \lambda, \quad (2.10)$$

де  $\lambda$  - довжина хвилі у лінії передачі.

Тільки на частоті, на якій виконується умова (2.9) (резонансна частота резонатора  $f_{\text{рез}}$ ),  $|\dot{T}|^2 = 1$ , а при відхиленні від цієї частоти амплітуда хвилі, що пройшла, зменшується тим інтенсивніше, чим вище добротність резонатора. На рис. 2.2 зображена частотна характеристика коефіцієнта передачі  $|\dot{T}|^2$  резонатора.

З умови, що на межі полоси  $\frac{2\Delta f_{0.5p}}{f_0} = \frac{1}{Q}$  та  $|\dot{T}|^2 = 0.5$ , можна визначити навантажену добротність прохідного резонатора

$$Q = \frac{|\dot{S}_{11}|}{1 - |\dot{S}_{11}|^2} \cdot \frac{\beta_0 L}{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}, \quad (2.11)$$

та квадрат модуля коефіцієнта передачі

$$|\dot{T}|^2 = \frac{1}{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2}. \quad (2.12)$$

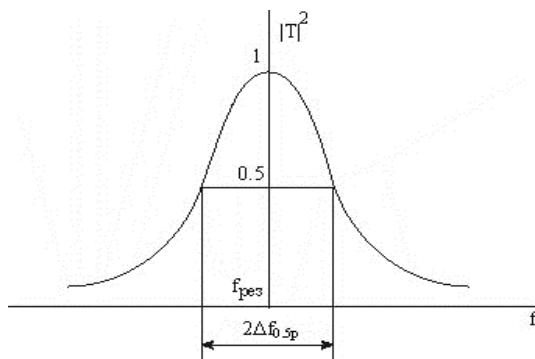
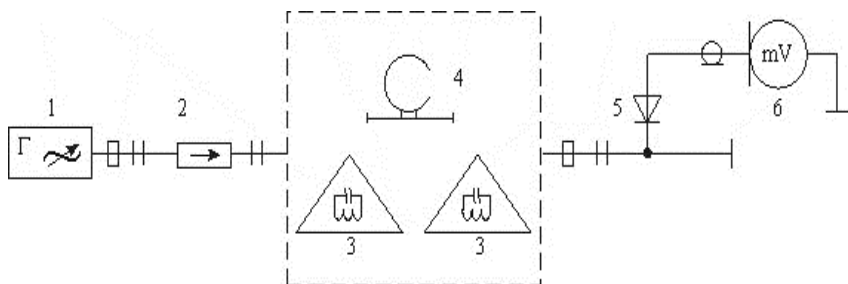


Рисунок 2.2 – Частотна характеристика коефіцієнта передачі резонатора

### 3 Опис лабораторної установки

На рис. 3.1 зображена структурна схема вимірювальної установки.



1 – генератор НВЧ; 2 – розв'язувальний феритовий вентиль; 3 – діафрагми; 4 – об'ємний резонатор; 5 – кристалічний детектор; 6 – мілівольтметр.

Рисунок 3.1 – Структурна схема вимірювальної установки

#### 4 Розрахункове завдання

За заданими геометричними розмірами хвилеводу з хвилею  $H_{10}$ , що у ньому поширюється, та резонансною частотою  $f_0$  визначити навантажену добротність та полосу пропускання прохідного резонатора для наступних значень

$$|\dot{S}_{11}| = 0.5 + 0.02N, N = 1, 2, 3, \dots, 25.$$

## 5 Експериментальна частина

5.1 Зібрати установку, схема якої зображена на рис. 3.1.

5.2 Підключити прохідний резонатор з симетричними діафрагмами у лінію передачі.

5.3 Змінюючи частоту генератора, домогтися резонансу. Зняти частотну характеристику резонатора.

5.4 Виконати те ж саме для прохідного резонатора з іншими діафрагмами.

5.5 Визначити методом заміни або за допомогою вимірювальної лінії параметр  $|\dot{S}_{11}|$  у різних видів діафрагм. За вимірними значеннями  $|\dot{S}_{11}|$  визначити добротність резонатора.

## **6 Зміст звіту**

6.1 Результати теоретичних розрахунків та експериментальних досліджень.

6.2 Висновки про виконану роботу, пояснення причин розбіжностей між експериментом та теорією.

## 7 Контрольні запитання

- 7.1 Що таке резонатор НВЧ – коливач?
- 7.2 Що таке добротність резонатора?
- 7.3 Чому дорівнює навантажена добротність резонатора?
- 7.4 З якої умови визначається резонансна довжина резонатора?
- 7.5 Які параметри є основними для резонатора?
- 7.6 Чим зумовлюється існування визначеного типу коливач у резонаторі?
- 7.7 Як вимірюється навантажена добротність резонатора?
- 7.8 Еквівалентна схема прохідного резонатора, ввімкненого у лінію передачі послідовно.
- 7.9 Зв'язок зовнішньої та навантаженої добротностей резонатора.
- 7.10 Що таке квазістаціонарні резонатори?
- 7.11 Які коливач у резонаторі називаються виродженими?
- 7.12 Який тип коливач у прямокутному резонаторі називається найнижчим при  $b < a < L$  ?

### Перелік джерел посилань

1. Пілінський В.В., Попович. П.В. Технічна електродинаміка. Конспект лекцій. К.: Національний Технічний Університет України “КПІ”, 2006. 224с.
2. Новосядлий С. П., Мандзюк В. І. Техніка і електроніка НВЧ. навч. посіб. Івано-Франківськ: ДВНЗ "ПНУ ім. Василя Стефаника", 2013. 523 с.
3. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. навч. посіб. К.: Книги України ЛТД, 2010. 470 с.