

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Національний університет «Запорізька політехніка»**

**ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**  
**ДО ВИКОНАННЯ РГР ТА КР.**  
**РОЗДІЛИ: «НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ», «ВИЗНАЧЕНИЙ**  
**ІНТЕГРАЛ», «ПОДВІЙНИЙ ІНТЕГРАЛ», «ПОТРІЙНИЙ**  
**ІНТЕГРАЛ», «КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ», «ПОВЕРХНЕВІ**  
**ІНТЕГРАЛИ», «ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПОЛЯ».**

**Для студентів усіх форм навчання.**

Індивідуальні завдання з вищої математики до виконання РГР та КР.  
Розділи: «Невизначений інтеграл», «Визначений інтеграл», «Подвійний інтеграл», «Потрійний інтеграл», «Криволінійні інтеграли», «Поверхневі інтеграли», «Елементи теорії поля». Для студентів усіх форм навчання. / Укл. : І. М. Килимник, В. М. Онуфрієнко, Т. І. Слюсарова. – Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2025. – 61 с.

Укладачі: Килимник І.М., к. т. н., доцент  
Онуфрієнко В.М., д. ф.-м. н., професор  
Слюсарова Т.І., асистент

Рецензент: Левицька Т.І., к. ф.-м. н., доцент

Відповідальний за випуск: Килимник І.М., к. т. н., доцент

Затверджено на засіданні  
кафедри «Математика»  
НУ «Запорізька політехніка»  
Протокол № 1 від 28.08.2025 р.

Рекомендовано НМК  
Машинобудівного факультету  
НУ «Запорізька політехніка»  
Протокол № 2 від 30.09.2025 р.

**ЗМІСТ**

	Правила оформлення та виконання РГР та КР	4
1.	Невизначений інтеграл	5
2.	Визначений інтеграл	16
3.	Подвійний інтеграл	23
4.	Потрійний інтеграл	38
5.	Криволінійні інтеграли	44
6.	Поверхневі інтеграли	50
7.	Елементи теорії поля	54
	Література	61

## ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ ТА ВИКОНАННЯ РГР ТА КР

1. Студент повинен виконувати РГР (КР) в окремому зошиті.

2. На обкладинці зошита посередині треба записати:

- тему РГР (КР),
- прізвище, ім'я, по батькові повністю;
- номер академічної групи;
- номер варіанта (*варіанти вказує викладач*).

3. У РГР (КР) повинні бути розв'язані всі завдання, вказані викладачем. Розв'язання завдань необхідно записувати в порядку номерів завдань, зберігаючи їх послідовність. Умова задачі в завданні переписується повністю. Розв'язування кожного завдання повинно бути повністю наведено.

4. РГР (КР) подається викладачеві на перевірку і захищається студентом на консультаціях.

5. РГР (КР), що виконана не за своїм варіантом, не зараховується.

*Зауваження.* У випадку дистанційної форми навчання студент завантажує виконану РГР (КР) у відповідне завдання курсу «Вища математика» на загальноуніверситетській платформі MOODLE.

## 1. НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

**Завдання 1.1.** Знайти інтеграл безпосереднім інтегруванням

1.	a)	$\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$	б)	$\int \sin(2 - 3x) dx$
2.	a)	$\int \frac{2x^2 - 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx$	б)	$\int \sin(5 - 3x) dx$
3.	a)	$\int \frac{3\sqrt{x} + 4x^2 - 5}{2x^2} dx$	б)	$\int \cos(3 + 2x) dx$
4.	a)	$\int \frac{2\sqrt{x} - x^2 + 3}{\sqrt[3]{x}} dx$	б)	$\int \cos(5 - 2x) dx$
5.	a)	$\int \frac{\sqrt[4]{x} - 2x + 5}{x^2} dx$	б)	$\int \sin(8x - 3) dx$
6.	a)	$\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}} dx$	б)	$\int \sin(3 - 4x) dx$
7.	a)	$\int \left( \sqrt[3]{x} - \frac{2\sqrt[4]{x}}{x} + 3 \right) dx$	б)	$\int \cos(3x + 5) dx$
8.	a)	$\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx$	б)	$\int \cos(4x - 1) dx$
9.	a)	$\int \frac{3x^2 - \sqrt[5]{x} + 2}{x} dx$	б)	$\int \sin(3x + 4) dx$
10.	a)	$\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{x^2} dx$	б)	$\int \cos(2x + 5) dx$
11.	a)	$\int \frac{\sqrt[6]{x^5} + 5x^2 + 3}{x} dx$	б)	$\int \cos(4x - 7) dx$
12.	a)	$\int \left( x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 1 \right) dx$	б)	$\int \sin(2 - 5x) dx$

13.	a)	$\int (x^2 - \frac{6\sqrt{x}}{x} - 3)dx$	б)	$\int \cos(2 - 7x)dx$
14.	a)	$\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2x^5 + 3}{x} dx$	б)	$\int \sin(8x+3)dx$
15.	a)	$\int \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4 \right) dx$	б)	$\int \cos(1 - 6x)dx$
16.	a)	$\int \frac{\sqrt{x^3} - 3x^4 + 2}{x} dx$	б)	$\int \sin(13x+1)dx$
17.	a)	$\int \left( 2x^3 - 3\sqrt{x^5} + \frac{4}{x} \right) dx$	б)	$\int \cos(4 - 9x)dx$
18.	a)	$\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^3} + 5}{x^2} dx$	б)	$\int \sin(11x + 4)dx$
19.	a)	$\int \frac{3x^2 - \sqrt{x^3} + 7}{x} dx$	б)	$\int \cos(10x + 5)dx$
20.	a)	$\int \frac{3x^4 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2} dx$	б)	$\int \sin(3 - 11x)dx$
21.	a)	$\int \left( \sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{x^3} + 4 \right) dx$	б)	$\int \cos(5x - 1)dx$
22.	a)	$\int \frac{\sqrt{x} - 2x^3 + 6}{x} dx$	б)	$\int \cos(2 - 17x)dx$
23.	a)	$\int \frac{\sqrt[5]{x} - 2x^3 + 4}{x^2} dx$	б)	$\int \sin\left(\frac{3}{2}x + 1\right)dx$
24.	a)	$\int \left( \sqrt{x} - \frac{3x}{\sqrt{x^3}} + 2 \right) dx$	б)	$\int \cos(1 - 0,5x)dx$
25.	a)	$\int \left( \sqrt[5]{x} - \frac{4}{x^5} + 2 \right) dx$	б)	$\int \sin(3x+1)dx$

26.	a)	$\int \frac{\sqrt[7]{x^6} - 2x^2 + 3}{x} dx$	б)	$\int \cos(0,5 + 2x) dx$
27.	a)	$\int \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{x} - \frac{2}{x^3} + 1 \right) dx$	б)	$\int \cos(18 - 4x) dx$
28.	a)	$\int \left( \frac{2x^2}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x} + 6 \right) dx$	б)	$\int \sin\left(\frac{x}{2} + 5\right) dx$
29.	a)	$\int \left( \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x} - \frac{7}{x^3} + 5 \right) dx$	б)	$\int \cos(9x - 1) dx$
30.	a)	$\int \left( \frac{5x^2}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^2} + 2 \right) dx$	б)	$\int \cos(7x - 1) dx$

**Завдання 1.2.** Знайти невизначений інтеграл і перевірити правильність відповіді

1.	$\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^5 x}}{\cos^2 x} dx$	2.	$\int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{arctg}^6 x}}{1 + x^2} dx$
3.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}}$	4.	$\int \frac{\cos x}{\sin^7 x} dx$
5.	$\int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$	6.	$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \operatorname{ctg}^4 x}$
7.	$\int \sqrt{\cos x} \cdot \sin x dx$	8.	$\int \frac{\sqrt[3]{\arccos^2 x}}{\sqrt{1 - x^2}} dx$
9.	$\int \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx$	10.	$\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$
11.	$\int \frac{dx}{(1 + x^2) \cdot \operatorname{arctg}^3 x}$	12.	$\int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{tg}^2 x}}{\cos^2 x} dx$

13.	$\int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt[3]{\cos x}}$	14.	$\int \frac{\operatorname{tg}^7 x}{\cos^2 x} \, dx$
15.	$\int \frac{\operatorname{arctg}^7 x}{1+x^2} \, dx$	16.	$\int \frac{\cos x}{\sin^4 x} \, dx$
17.	$\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^3 x}}{1+x^2} \, dx$	18.	$\int \frac{\operatorname{ctg}^7 x}{\sin^2 x} \, dx$
19.	$\int \frac{\sqrt{\operatorname{ctg}^5 x}}{\sin^2 x} \, dx$	20.	$\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^4 x}} \, dx$
21.	$\int \sin^5 x \cdot \cos x \, dx$	22.	$\int \frac{dx}{(1+x^2) \cdot \sqrt{\operatorname{arctg} x}}$
23.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\operatorname{tg}^2 x}}$	24.	$\int \sqrt{\cos^3 x} \cdot \sin x \, dx$
25.	$\int \frac{\operatorname{arcsin}^3 x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$	26.	$\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^3 x}}{\cos^2 x} \, dx$
27.	$\int \frac{\sin x}{\cos^4 x} \, dx$	28.	$\int \frac{\operatorname{arctg}^8 x}{1+x^2} \, dx$
29.	$\int \frac{\operatorname{arccos}^2 x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$	30.	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \cdot \operatorname{arcsin} x}$

**Завдання 1.3.** Знайти інтеграл

1.	$\int \frac{x+1}{2x^2+3x-4} \, dx$	2.	$\int \frac{7x-1}{\sqrt{2-3x-x^2}} \, dx$
3.	$\int \frac{x+6}{3x^2+x+1} \, dx$	4.	$\int \frac{3x-7}{\sqrt{x^2-5x+1}} \, dx$
5.	$\int \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-x+5}} \, dx$	6.	$\int \frac{2x-1}{3x^2-2+6x} \, dx$

7.	$\int \frac{3x}{2x^2 + x + 5} dx$	8.	$\int \frac{3x+5}{\sqrt{x^2 + x + 2}} dx$
9.	$\int \frac{2x+5}{3x^2 + 9x - 4} dx$	10.	$\int \frac{3x-4}{\sqrt{2x^2 - 6x + 1}} dx$
11.	$\int \frac{4x+7}{\sqrt{x^2 + 5x - 4}} dx$	12.	$\int \frac{3x-2}{5x^2 - 3x + 2} dx$
13.	$\int \frac{x+14}{\sqrt{2x^2 - 6x + 8}} dx$	14.	$\int \frac{x+4}{2x^2 - 7x + 1} dx$
15.	$\int \frac{x-9}{\sqrt{4+2x-x^2}} dx$	16.	$\int \frac{2x+3}{2x^2 - x + 6} dx$
17.	$\int \frac{x-6}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$	18.	$\int \frac{3x+4}{2+3x-x^2} dx$
19.	$\int \frac{x-8}{\sqrt{4x^2 + x - 5}} dx$	20.	$\int \frac{2x-1}{2x^2 - 6x + 8} dx$
21.	$\int \frac{2x-13}{\sqrt{3x^2 - 3x - 16}} dx$	22.	$\int \frac{x-3}{\sqrt{2x^2 - 4x - 1}} dx$
23.	$\int \frac{x-1}{\sqrt{3x^2 - x - 5}} dx$	24.	$\int \frac{3x+1}{\sqrt{1-4x-x^2}} dx$
25.	$\int \frac{4x-1}{4x^2 - 4x + 5} dx$	26.	$\int \frac{x+1}{2x^2 + x + 1} dx$
27.	$\int \frac{x+1}{3x^2 - 2x - 3} dx$	28.	$\int \frac{4x+8}{4x^2 + 6x - 13} dx$
29.	$\int \frac{5x+1}{x^2 - 4x + 1} dx$	30.	$\int \frac{x+5}{\sqrt{3-6x-x^2}} dx$

**Завдання 1.4.** Знайти інтеграли, застосувавши формулу інтегрування частинами

1.	а)	$\int (2x-1) \cdot e^{3x+2} dx$	б)	$\int \arctg 3x dx$
----	----	---------------------------------	----	---------------------

2.	a)	$\int (2x+1) \cdot \sin(3x-2) dx$	б)	$\int \ln(2x-1) dx$
3.	a)	$\int (3x-1) \cdot \cos(2x+1) dx$	б)	$\int \arcsin 2x dx$
4.	a)	$\int (2x+3) \cdot e^{3x-1} dx$	б)	$\int \ln(3x+4) dx$
5.	a)	$\int (3x+1) \cdot \cos(5x-2) dx$	б)	$\int \operatorname{arctg} 2x dx$
6.	a)	$\int (2x+3) \cdot \sin(4x-1) dx$	б)	$\int \arcsin 3x dx$
7.	a)	$\int (1-2x) \cdot e^{4x+5} dx$	б)	$\int \ln(2x+3) dx$
8.	a)	$\int (3-4x) \cdot \sin(3x+5) dx$	б)	$\int \operatorname{arctg} 2x dx$
9.	a)	$\int (4x+1) \cdot \cos(4x-3) dx$	б)	$\int \arccos 2x dx$
10.	a)	$\int (2x-5) \cdot e^{3x+4} dx$	б)	$\int \operatorname{arctg} 5x dx$
11.	a)	$\int (3x-5) \cdot \sin(2x+4) dx$	б)	$\int \ln(3x-7) dx$
12.	a)	$\int (7-2x) \cdot \cos(3x-1) dx$	б)	$\int x \cdot \operatorname{arctg} 2x dx$
13.	a)	$\int (1-4x) \cdot e^{5x+2} dx$	б)	$\int \arcsin 5x dx$
14.	a)	$\int (3-2x) \cdot \sin(7x+4) dx$	б)	$\int x \cdot \ln(2x+1) dx$
15.	a)	$\int (5x+3) \cdot e^{4x-5} dx$	б)	$\int \arccos 4x dx$
16.	a)	$\int (3x+2) \cdot e^{2x-1} dx$	б)	$\int \operatorname{arctg} 3x dx$
17.	a)	$\int (3x-2) \cdot \sin(2x+1) dx$	б)	$\int \ln(5x+7) dx$
18.	a)	$\int (2x+1) \cdot \cos(3x-5) dx$	б)	$\int \arcsin 7x dx$
19.	a)	$\int (3x-1) \cdot e^{2x+3} dx$	б)	$\int \operatorname{arctg} 4x dx$
20.	a)	$\int (5x-2) \cdot \cos(3x+1) dx$	б)	$\int \ln(x^2+1) dx$
21.	a)	$\int (4x-1) \cdot \sin(2x+3) dx$	б)	$\int \arccos 6x dx$

22.	a)	$\int (4x+5) \cdot e^{1-2x} dx$	б)	$\int \operatorname{arccctg} 5x dx$
23.	a)	$\int (5-3x) \cdot \sin(4x-3) dx$	б)	$\int x \cdot \ln(x^2+1) dx$
24.	a)	$\int (3-4x) \cdot \cos(4x+1) dx$	б)	$\int \arcsin 9x dx$
25.	a)	$\int (3x+4) \cdot e^{5-2x} dx$	б)	$\int \operatorname{arctg} 7x dx$
26.	a)	$\int (5-3x) \cdot \sin(7x+2) dx$	б)	$\int \ln(5x-2) dx$
27.	a)	$\int (2-3x) \cdot \cos(8x+5) dx$	б)	$\int \arccos 10x dx$
28.	a)	$\int (7x+6) \cdot e^{3-4x} dx$	б)	$\int \operatorname{arccctg} 6x dx$
29.	a)	$\int (3-7x) \cdot \sin(2x+8) dx$	б)	$\int \ln(7x+3) dx$
30.	a)	$\int (4x-5) \cdot \cos(5x+3) dx$	б)	$\int \operatorname{arctg} 11x dx$

**Завдання 1.5.** Знайти інтеграл від дробово-раціональної функції

1.	$\int \frac{x^3+1}{x^3-x^2} dx$	2.	$\int \frac{3x^2-17x+2}{(x-1) \cdot (x^2+5x+6)} dx$
3.	$\int \frac{3x^2+1}{(x-1) \cdot (x^2-1)} dx$	4.	$\int \frac{x+2}{x^3-x^2} dx$
5.	$\int \frac{4x^2-17x}{(x-2) \cdot (x^2-2x-3)} dx$	6.	$\int \frac{3x+13}{(x-1) \cdot (x^2+2x+5)} dx$
7.	$\int \frac{x^2-6x+8}{x^3+8} dx$	8.	$\int \frac{2x^2+1}{x^3-2x^2+x} dx$
9.	$\int \frac{3x^2+2}{x \cdot (x+1)^2} dx$	10.	$\int \frac{7x-2}{(x-1) \cdot (x^2+4)} dx$
11.	$\int \frac{4x^2-2}{x^4-x^2} dx$	12.	$\int \frac{4x}{(x^2-1) \cdot (x+1)} dx$
13.	$\int \frac{x+2}{x^3-2x^2+x} dx$	14.	$\int \frac{x^2-3x+2}{x^3+2x^2+x} dx$

15.	$\int \frac{x^3 - 3}{(x-1) \cdot (x^2 - 1)} dx$	16.	$\int \frac{2x^2 + 4x + 20}{(x+1) \cdot (x^2 - 4x + 13)} dx$
17.	$\int \frac{5x}{x^4 + 3x^2 - 4} dx$	18.	$\int \frac{6 - 9x}{x^3 + 8} dx$
19.	$\int \frac{3 - 9x}{x^3 - 1} dx$	20.	$\int \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 - 1} dx$
21.	$\int \frac{x^2 + 1}{(x-1)^2 \cdot (x+3)} dx$	22.	$\int \frac{x^2 + x + 5}{x \cdot (x+3) \cdot (x+2)} dx$
23.	$\int \frac{x^3 + 4x - 3}{x^4 + 4x^2} dx$	24.	$\int \frac{x^3 - 2x + 5}{x^4 - 1} dx$
25.	$\int \frac{x}{(x^2 + 1) \cdot (x-1)} dx$	26.	$\int \frac{4x + 2}{x^4 + 4x^2} dx$
27.	$\int \frac{x^3 + x^2 - x - 3}{x^4 - x^2} dx$	28.	$\int \frac{x^3 + 2}{x^3 + x^2 - 2x} dx$
29.	$\int \frac{x^2}{x^4 + 5x^2 + 4} dx$	30.	$\int \frac{2x^5 - 2x^3 - x^2}{1 - x^4} dx$

**Завдання 1.6.** Знайти інтеграл від тригонометричної функції

1.	a)	$\int \frac{dx}{5 + 2 \sin x + 3 \cos x}$	б)	$\int \sin^2 3x \cdot \cos^4 3x dx$
2.	a)	$\int \frac{dx}{5 + 4 \sin x + \cos x}$	б)	$\int \sin 3x \cdot \cos 5x dx$
3.	a)	$\int \frac{dx}{10 \sin x + 5 \cos x}$	б)	$\int \sqrt[5]{\sin^4 x} \cdot \cos^3 x dx$
4.	a)	$\int \frac{dx}{3 + 2 \cos x - \sin x}$	б)	$\int \sin 7x \cdot \sin 11x dx$
5.	a)	$\int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}$	б)	$\int \sin^5 x \cdot \cos^4 x dx$

6.	a)	$\int \frac{dx}{5 \cos x + 3}$	б)	$\int \cos 5x \cdot \cos 7x dx$
7.	a)	$\int \frac{dx}{2 \sin x + 3 \cos x + 3}$	б)	$\int \sin^4 2x \cdot \cos^2 2x dx$
8.	a)	$\int \frac{dx}{5 + 3 \cos x - 5 \sin x}$	б)	$\int \sin 4x \cdot \cos 12x dx$
9.	a)	$\int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}$	б)	$\int \sin^3 x \cdot \sqrt[3]{\cos^2 x} dx$
10.	a)	$\int \frac{dx}{4 \sin x + 5}$	б)	$\int \sin 6x \cdot \sin 8x dx$
11.	a)	$\int \frac{dx}{3 \sin x - 4 \cos x}$	б)	$\int \sqrt[3]{\sin^2 x} \cdot \cos^3 x dx$
12.	a)	$\int \frac{dx}{4 \cos x - 8}$	б)	$\int \cos 4x \cdot \cos 8x dx$
13.	a)	$\int \frac{dx}{7 \sin x - 3 \cos x}$	б)	$\int \sin^2 2x \cdot \cos^4 2x dx$
14.	a)	$\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 1}$	б)	$\int \cos^4 5x dx$
15.	a)	$\int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x}$	б)	$\int \sin^4 2x dx$
16.	a)	$\int \frac{dx}{\sin x + 3 \cos x + 5}$	б)	$\int \sin 5x \cdot \sin 13x dx$
17.	a)	$\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5}$	б)	$\int \sin 5x \cdot \cos 13x dx$
18.	a)	$\int \frac{dx}{2 \sin x + \cos x + 3}$	б)	$\int \cos 5x \cdot \cos 13x dx$
19.	a)	$\int \frac{dx}{4 \sin x - 3 \cos x}$	б)	$\int \sqrt[7]{\sin^4 x} \cdot \cos^3 x dx$
20.	a)	$\int \frac{dx}{3 \sin x - \cos x}$	б)	$\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$

21.	a)	$\int \frac{dx}{\sin x - 3 \cos x - 1}$	б)	$\int \sin^4 5x \cdot \cos^2 5x dx$
22.	a)	$\int \frac{dx}{2 \sin x - 3 \cos x - 3}$	б)	$\int \sin^3 x \cdot \cos^6 x dx$
23.	a)	$\int \frac{dx}{3 \sin x - 4 \cos x - 4}$	б)	$\int \sin 7x \cdot \sin 13x dx$
24.	a)	$\int \frac{dx}{3 \sin x - 2 \cos x}$	б)	$\int \sin 7x \cdot \cos 13x dx$
25.	a)	$\int \frac{dx}{2 \sin x - 5 \cos x - 5}$	б)	$\int \cos 7x \cdot \cos 13x dx$
26.	a)	$\int \frac{dx}{5 \sin x - 2 \cos x - 2}$	б)	$\int \sin^2 6x \cdot \cos^2 6x dx$
27.	a)	$\int \frac{dx}{4 \sin x - 5 \cos x + 3}$	б)	$\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x dx$
28.	a)	$\int \frac{dx}{6 \sin x + 5 \cos x + 3}$	б)	$\int \sqrt[6]{\sin^7 x} \cdot \cos^3 x dx$
29.	a)	$\int \frac{dx}{\sin x - 7 \cos x - 5}$	б)	$\int \sin^2 5x \cdot \cos^4 5x dx$
30.	a)	$\int \frac{dx}{2 \sin x - 7 \cos x - 7}$	б)	$\int \sin^3 x \cdot \sqrt[7]{\cos^9 x} dx$

**Завдання 1.7.** Знайти інтеграл від ірраціональної функції

1.	$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} + 1} dx$	2.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})}$
3.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x}}$	4.	$\int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx$
5.	$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}$	6.	$\int \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx$

7.	$\int \frac{\sqrt[6]{x-1}}{\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{x-1}} dx$	8.	$\int \frac{\sqrt{x+3}}{1 + \sqrt[3]{x+3}} dx$
9.	$\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[6]{x}} dx$	10.	$\int \frac{\sqrt[6]{x+3}}{\sqrt[3]{x+3} - \sqrt{x+3}} dx$
11.	$\int \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt[3]{x+1}) \cdot \sqrt{x}} dx$	12.	$\int \frac{\sqrt{x}}{3x + \sqrt[3]{x^2}} dx$
13.	$\int \frac{\sqrt{x}}{x - 4\sqrt[3]{x^2}} dx$	14.	$\int \frac{\sqrt[6]{3x+1} + 1}{\sqrt{3x+1} + \sqrt[3]{3x+1}} dx$
15.	$\int \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt[4]{x}} dx$	16.	$\int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x-1}} dx$
17.	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2} - \sqrt{2x+1}}$	18.	$\int \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}}{x \cdot (1 + \sqrt[3]{x})} dx$
19.	$\int \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt[3]{x^2}} dx$	20.	$\int \frac{\sqrt{x}}{3x + \sqrt[3]{x^2}} dx$
21.	$\int \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x \cdot (1 + \sqrt[6]{x})} dx$	22.	$\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[4]{x}} dx$
23.	$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} + 1} dx$	24.	$\int \frac{\sqrt[3]{x}}{x \cdot (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})} dx$
25.	$\int \frac{1+x}{x + \sqrt{x}} dx$	26.	$\int \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$
27.	$\int \frac{x^2}{\sqrt{x+2}} dx$	28.	$\int \frac{\sqrt{x+4}}{x} dx$
29.	$\int \frac{1 - \sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}} dx$	30.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$

## 2. ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

**Завдання 2.1.** Знайти визначений інтеграл

1.	$\int_0^{\sqrt{\pi/4}} \frac{x dx}{\cos^2(x^2)}$	2.	$\int_2^3 \frac{\ln(x-1)}{x-1} dx$
3.	$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x \cdot \sin^3 x dx$	4.	$\int_{-1}^0 x \cdot e^{-x^2} dx$
5.	$\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$	6.	$\int_{-1/2}^{1/2} \frac{\arccos 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$
7.	$\int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2 - 9}$	8.	$\int_0^{\sqrt{\pi}} x \cdot \sin x^2 dx$
9.	$\int_1^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$	10.	$\int_{\pi/3}^{\pi} \sin x \cdot \cos x dx$
11.	$\int_{-1/3}^{-2/3} \frac{dx}{e^{3x}}$	12.	$\int_0^{\pi/2} e^{-\cos x} \cdot \sin x dx$
13.	$\int_0^1 \frac{x^2 dx}{1+x^3}$	14.	$\int_1^2 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
15.	$\int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$	16.	$\int_1^5 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$
17.	$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{4x^2+16}$	18.	$\int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin x} \cdot \cos x dx$
19.	$\int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$	20.	$\int_0^1 x^2 \cdot e^{-x^3/3} dx$
21.	$\int_0^{\pi/9} \frac{dx}{\cos^2 3x}$	22.	$\int_{1/2}^1 \frac{\arcsin(1-x)}{\sqrt{1-(1-x)^2}} dx$

23.	$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} \cdot \operatorname{arctg} x dx$	24.	$\int_0^1 \frac{\arcsin \frac{x}{2}}{\sqrt{4-x^2}} dx$
25.	$\int_1^2 \frac{\sqrt{\ln 3x} dx}{x}$	26.	$\int_0^4 x \cdot \sqrt[3]{x^2+9} dx$
27.	$\int_{-1}^0 x^2 \cdot \sqrt[4]{1-2x^3} dx$	28.	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{\sin^2 x}$
29.	$\int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{2x^2+1}}$	30.	$\int_{\pi/12}^{\pi/6} \frac{\operatorname{ctg} 3x}{\sin^2 3x} dx$

**Завдання 2.2.** Знайти невластні інтеграли I-го роду

1.	$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{16x^4+1}$	2.	$\int_1^{\infty} \frac{16x dx}{16x^4-1}$
3.	$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4+1}}$	4.	$\int_1^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt{16x^4-1}}$
5.	$\int_0^{\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$	6.	$\int_{2/\pi}^{\infty} \frac{1}{x^2} \cdot \sin \frac{1}{x} dx$
7.	$\int_{-\infty}^0 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$	8.	$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}$
9.	$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}^2 x dx}{1+x^2}$	10.	$\int_1^{\infty} \frac{2x dx}{3+x^4}$
11.	$\int_4^{\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+1}} dx$	12.	$\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$
13.	$\int_{-1}^{\infty} \frac{(x+2) dx}{x^2+4x+5}$	14.	$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx$
15.	$\int_{1/2}^{\infty} \frac{16 dx}{4x^2+4x+5}$	16.	$\int_0^{\infty} \frac{3}{x^2+4} dx$

17.	$\int_1^{\infty} \frac{4 dx}{x \cdot (1 + \ln^2 x)}$	18.	$\int_0^{\infty} x \cdot 2^{-x^2} dx$
19.	$\int_{-\infty}^{-1} \frac{7 dx}{\ln 5 \cdot (x^2 - 4)}$	20.	$\int_{1/3}^{\infty} \frac{dx}{(1 + 9x^2) \arctg^2 3x}$
21.	$\int_2^{\infty} \frac{dx}{(4 + x^2) \cdot \sqrt{\arctg \frac{x}{2}}}$	22.	$\int_0^{\infty} e^{-3x} dx$
23.	$\int_0^{\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$	24.	$\int_{e^2}^{\infty} \frac{dx}{x \cdot (\ln x - 1)^2}$
25.	$\int_1^{\infty} \frac{dx}{6x^2 - 5x + 1}$	26.	$\int_1^{\infty} \frac{dx}{9x^2 - 9x + 2}$
27.	$\int_3^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$	28.	$\int_0^{\infty} \frac{e^x dx}{e^{2x} + 3}$
29.	$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}$	30.	$\int_0^{\infty} \frac{(x+2) dx}{\sqrt[3]{(x^2 + 4x + 1)^2}}$

**Завдання 2.3.** Знайти невласні інтеграли II-го роду

1.	$\int_0^{\frac{3}{4}} \frac{dx}{\sqrt[3]{3-4x}}$	2.	$\int_2^4 \frac{1,5x dx}{\sqrt[4]{x^2 - 4}}$
3.	$\int_2^3 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$	4.	$\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}$
5.	$\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-4x}}$	6.	$\int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}$
7.	$\int_{1/2}^1 \frac{\ln 2 dx}{(1-x) \cdot \ln^2(1-x)}$	8.	$\int_1^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{31 \cdot (x^3 - 1)}}$

9.	$\int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x}{\sqrt[6]{(1-\sin 3x)^5}} dx$	10.	$\int_0^4 \frac{10x}{\sqrt[4]{(16-x^2)^3}} dx$
11.	$\int_0^{1/2} \frac{dx}{(2x-1)^2}$	12.	$\int_{-1/3}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}$
13.	$\int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}$	14.	$\int_0^{\pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$
15.	$\int_1^3 \frac{dx}{3-x}$	16.	$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[5]{4x-x^2-4}}$
17.	$\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt[7]{\cos^2 x}} dx$	18.	$\int_{-3/4}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}$
19.	$\int_0^{1/3} \frac{dx}{9x^2-9x+2}$	20.	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2-4x+3}$
21.	$\int_0^{\pi/2} \frac{3\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$	22.	$\int_0^3 \frac{\sqrt[3]{9} x dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}$
23.	$\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}$	24.	$\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{64-x^6}}$
25.	$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}$	26.	$\int_0^{\pi/2} \frac{3\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$
27.	$\int_0^1 \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^4}}$	28.	$\int_3^4 \frac{dx}{3-x}$
29.	$\int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$	30.	$\int_0^1 \frac{x dx}{1-x^4}$

**Завдання 2.4.** Обчислити площу фігури, обмежену лініями

1.	$y = x^2, y = 3 - 2x$	2.	$y = \sqrt{x}, y = x^3$
3.	$x = y^2 - 1, x = 9 - y^2$	4.	$xy = -1, x = 1, x = 2, y = 0$

5.	$y^2 = 9x, y = 3x$	6.	$y = \sin x, y = \cos x, x = 0, x = \frac{\pi}{4}$
7.	$y = 8 - x^2, y = 4$	8.	$y = x^2 - 2x, y = 0, x = 4$
9.	$xy = 6, x + y = 7$	10.	$y = 4 - x^2, y = x + 2$
11.	$y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{3}x$	12.	$y = x^2 + 2x + 2, y = 2x + 3$
13.	$y = \sqrt{x+2}, y = 0,5x + 1$	14.	$xy = 7, x + y = 8$
15.	$y = x^2 - 6x + 9, y = 5 - x$	16.	$y = 4x - x^2, y = 4 - x$
17.	$y = x^2 + 2x + 2, y = 6 - x^2$	18.	$x + y = 7, y = x^2 - 8x + 7$
19.	$xy = 4, y = 3x + 1, x = 2$	20.	$y = x^2, y = \frac{1}{x}, x = 3$
21.	$y \leq x + 1, y = \cos x, y \geq 0$	22.	$y = \sqrt[3]{x}, xy = 1, x = 8$
23.	$y = \sqrt{3-x}, y = \sqrt{x+5}, y = 0$	24.	$y = e^x + 1, y = 3 - e^x, x = 1$
25.	$y = \sqrt{x+4}, x - 3y + 4 = 0$	26.	$xy = 5, y = 4x + 1, x = 2$
27.	$y = x^2, y = 4x - x^2$	28.	$y^2 = 4x, x^2 = 4y$
29.	$y = 2^x, y = 2x - x^2, x = 0, x = 2$	30.	$y = \sqrt{x+1}, y = \sqrt{7-x}, y = 0$

**Завдання 2.5.** Знайти довжину дуги лінії

1.	$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \pi$	2.	$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
3.	$\begin{cases} x = 2 \cos^2 t \\ y = 2 \sin^2 t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$	4.	$\begin{cases} x = t^2 \\ y = 1 - t \end{cases}, 0 \leq t \leq 1$
5.	$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$	6.	$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

7.	$\begin{cases} x = 3\cos^3 t, & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}$	8.	$\begin{cases} x = 3\cos^2 t, & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \\ y = 3\sin^2 t \end{cases}$
9.	$\begin{cases} x = t^2, & 0 \leq t \leq 2 \\ y = 2t \end{cases}$	10.	$\begin{cases} x = 3\cos t, & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \\ y = 3\sin t \end{cases}$
11.	$\begin{cases} x = 2(t - \sin t), & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$	12.	$\begin{cases} x = 2\cos^3 t, & \frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ y = 2\sin^3 t \end{cases}$
13.	$\begin{cases} x = 2\cos^2 t, & \frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ y = 2\sin^2 t \end{cases}$	14.	$\begin{cases} x = t^2, & 0 \leq t \leq 1 \\ y = t + 1 \end{cases}$
15.	$\begin{cases} x = 2\cos t, & \frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ y = 2\sin t \end{cases}$	16.	$\begin{cases} x = t^2, & 0 \leq t \leq 2 \\ y = 2t + 1 \end{cases}$
17.	$\begin{cases} x = 3(t - \sin t), & \frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$	18.	$\begin{cases} x = 3\cos^3 t, & \frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}$
19.	$\begin{cases} x = 3\cos^2 t, & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ y = 3\sin^2 t \end{cases}$	20.	$\begin{cases} x = 3\cos t, & \frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ y = 3\sin t \end{cases}$
21.	$\begin{cases} x = 4(t - \sin t), & 0 \leq t \leq \pi \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$	22.	$\begin{cases} x = 4\cos^3 t, & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ y = 4\sin^3 t \end{cases}$
23.	$\begin{cases} x = 4\cos^2 t, & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ y = 4\sin^2 t \end{cases}$	24.	$\begin{cases} x = t^2, & 0 \leq t \leq 1 \\ y = 2 - t \end{cases}$
25.	$\begin{cases} x = 4\cos t, & 0 \leq t \leq \pi \\ y = 4\sin t \end{cases}$	26.	$\begin{cases} x = 5(t - \sin t), & \pi \leq t \leq 2\pi \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}$
27.	$\begin{cases} x = 6\cos^3 t, & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3} \\ y = 6\sin^3 t \end{cases}$	28.	$\begin{cases} x = 5\cos^2 t, & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \\ y = 5\sin^2 t \end{cases}$
29.	$\begin{cases} x = t^2, & 0 \leq t \leq 1 \\ y = 2t + 2 \end{cases}$	30.	$\begin{cases} x = 4(t - \sin t), & \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{2\pi}{3} \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$

**Завдання 2.6** Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням плоскої фігури навколо вказаної осі

1.	$\begin{cases} y = x^3 \\ x = 2 \\ y = 0 \end{cases}, (OX)$	2.	$\begin{cases} y^2 = \frac{4x}{3} \\ x = 3 \end{cases}, (OX)$
3.	$\begin{cases} y = e^x, y = 0 \\ x = 0, x = 1 \end{cases}, (OX)$	4.	$\begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = 8x \end{cases}, (OY)$
5.	$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}, (OY)$	6.	$\begin{cases} y^2 = 4x \\ x^2 = 4y \end{cases}, (OX)$
7.	$\begin{cases} xy = 4, y = 0 \\ x = 1, x = 4 \end{cases}, (OX)$	8.	$\begin{cases} y = \sin x, y = 0 \\ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}, (OX)$
9.	$\begin{cases} y^2 = (x-1)^3 \\ x = 2 \end{cases}, (OX)$	10.	$\begin{cases} \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1 \\ x = 3 \end{cases}, (OX)$
11.	$\begin{cases} y = 2^x, y = 2 \\ x = 0 \end{cases}, (OX)$	12.	$\begin{cases} y^2 = x \\ x^2 = y \end{cases}, (OX)$
13.	$\begin{cases} x = 3 \cos^2 t \\ y = 4 \sin^2 t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}, (OX)$	14.	$\begin{cases} x = 6(t - \sin t) \\ y = 6(1 - \cos t) \\ 0 \leq t \leq \pi \end{cases}, (OX)$
15.	$\begin{cases} y = \operatorname{tg} x, y = 0 \\ x = \frac{\pi}{4} \end{cases}, (OX)$	16.	$\begin{cases} y^3 = x^2 \\ y = 1 \end{cases}, (OX)$
17.	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, (OY)$	18.	$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2} \\ x = 0, y = 0 \end{cases}, (OX)$
19.	$\begin{cases} y^2 = 4 - x \\ x = 0 \end{cases}, (OY)$	20.	$\begin{cases} y = 2 - \frac{x^2}{2} \\ x + y = 2 \end{cases}, (OY)$

21.	$\begin{cases} y = x - x^2 \\ y = 0 \end{cases}, (OX)$	22.	$\begin{cases} 2y = x^2 \\ 2x + 2y - 3 = 0 \end{cases}, (OX)$
23.	$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}, (OX)$	24.	$\begin{cases} y = x^3 \\ y = 8, x = 0 \end{cases}, (OY)$
25.	$\begin{cases} y^2 = (x + 4)^3 \\ x = 0 \end{cases}, (OX)$	26.	$\begin{cases} y = -x^2 + 8 \\ y = x^2 \end{cases}, (OX)$
27.	$\begin{cases} xy = 4 \\ 2x + y - 6 = 0 \end{cases}, (OX)$	28.	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1, (OX)$
29.	$\begin{cases} x = 5 \cos^3 t \\ y = 5 \sin^3 t \end{cases}, (OX)$	30.	$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}, (OX)$

### 3. ПОДВІЙНИЙ ІНТЕГРАЛ

**Завдання 3.1.** Обчислити подвійний інтеграл по прямокутній області інтегрування  $D$

1.	$\iint_D (2x + y) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2)$
2.	$\iint_D (x + 1)y dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1)$
3.	$\iint_D \frac{x+1}{1+y^2} dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1)$
4.	$\iint_D (x - 2y) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2)$
5.	$\iint_D (x^2 + 2y) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2)$
6.	$\iint_D e^{2x+y} dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2)$
7.	$\iint_D (2x + y^2) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3)$

8.	$\iint_D \frac{x^2}{1+y^2} dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 1)$
9.	$\iint_D (x + y^3) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2)$
10.	$\iint_D (3x^2 - 2y) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2)$
11.	$\iint_D (x + 3y) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1)$
12.	$\iint_D e^{x+2y} dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1)$
13.	$\iint_D (x + 2y) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1)$
14.	$\iint_D (x + 1)y^2 dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3)$
15.	$\iint_D (4x + y) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2)$
16.	$\iint_D \frac{x}{y} dx dy$	$D: (1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1)$
17.	$\iint_D e^{2x-y} dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2)$
18.	$\iint_D (\sqrt{x} - y) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 1)$
19.	$\iint_D \frac{x}{2y+1} dx dy$	$D: (1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1)$
20.	$\iint_D (3x - y) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1)$
21.	$\iint_D e^{x-2y} dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2)$
22.	$\iint_D (x + 4xy) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1)$
23.	$\iint_D (x + \sqrt{y}) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 4)$

24.	$\iint_D \frac{y}{2x+1} dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2)$
25.	$\iint_D (\sqrt{x} + \sqrt{xy}) dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 4)$
26.	$\iint_D e^{3x+y} dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2)$
27.	$\iint_D \sin(x+y) dx dy$	$D: \left(0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\right)$
28.	$\iint_D \cos(x+y) dx dy$	$D: \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \pi\right)$
29.	$\iint_D \frac{y}{1+x^2} dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2)$
30.	$\iint_D \frac{y^2}{x+1} dx dy$	$D: (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3)$

**Завдання 3.2.** Подати подвійний інтеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  у вигляді повторного інтеграла по області  $D$ , обмеженої вказаними лініями

1.	$D: \begin{cases} y = \sqrt{4-x^2} \\ y = \sqrt{3x}, x \geq 0 \end{cases}$	2.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9, y \leq 0 \\ 3x - 2y - 6 \leq 0 \end{cases}$
3.	$D: \begin{cases} x = \sqrt{8-y^2} \\ y = x, y \geq 0 \end{cases}$	4.	$D: \begin{cases} y = \ln x \\ x \geq 0, 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$
5.	$D: \begin{cases} x^2 = 2 - y \\ x + y = 0 \end{cases}$	6.	$D: \begin{cases} y = \sqrt{2-x^2} \\ y \geq x^2 \end{cases}$
7.	$D: \begin{cases} y = x^2 - 2 \\ x = y \end{cases}$	8.	$D: \begin{cases} y = 2x, y = x \\ y = 1, y = 3 \end{cases}$

9.	$D: \begin{cases} x^2 = 2y, x \leq 1 \\ y^2 = 2x \end{cases}$	10.	$D: \begin{cases} y = \sqrt{9 - x^2} \\ y \geq x, x \geq 0 \end{cases}$
11.	$D: \begin{cases} y^2 = 2 - x \\ x = y \end{cases}$	12.	$D: \begin{cases} x = \sqrt{2 - y^2} \\ x = y^2, y \geq 0 \end{cases}$
13.	$D: \begin{cases} x + 2y - 12 = 0 \\ y^2 = 4x, y \geq 0 \end{cases}$	14.	$D: \begin{cases} x = y, x = 1 \\ y = 2x \end{cases}$
15.	$D: \begin{cases} y = -\sqrt{2 - x^2} \\ y \geq x, y = 0 \end{cases}$	16.	$D: \begin{cases} y = \sqrt{6 - x^2} \\ x = \sqrt{y}, y \geq 0 \end{cases}$
17.	$D: \begin{cases} y^2 = 2 + x \\ y = -x \end{cases}$	8.	$D: \begin{cases} y = \sqrt{4 - x^2} \\ y = 4, 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$
19.	$D: \begin{cases} xy = 1 \\ x = y, x = 2 \end{cases}$	20.	$D: \begin{cases} x = \sqrt{2 - y^2} \\ x^2 = -y, y \leq 0 \end{cases}$
21.	$D: \begin{cases} y^2 = 6 - x \\ y = x, y \geq 0 \end{cases}$	22.	$D: \begin{cases} y^2 = 4x, y = 2 \\ y^2 = x \end{cases}$
23.	$D: \begin{cases} y = 4 - x^2 \\ x^2 = y \end{cases}$	24.	$D: \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 4, y \geq 0 \end{cases}$
25.	$D: \begin{cases} y = -\sqrt{4 - x^2} \\ y - 2 = x^2, 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$	26.	$D: \begin{cases} y = x^2, x = 2 \\ 4y = x^2 \end{cases}$
27.	$D: \begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ y = x^2, y \geq 0 \end{cases}$	28.	$D: \begin{cases} 3x - y - 3 = 0 \\ 4 - y = (x - 1)^2 \end{cases}$
29.	$D: \begin{cases} y = \sqrt{4 - x^2}, y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 6 \end{cases}$	30.	$D: \begin{cases} x = -\sqrt{4 - y^2} \\ 4 - x = y^2 \end{cases}$

**Завдання 3.3.** Змінити порядок інтегрування у повторному інтегралі

1.	$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^3+1} f(x, y) dy$	2.	$\int_0^{1,5} dy \int_{2y^2}^{y+3} f(x, y) dx$
3.	$\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$	4.	$\int_0^1 dy \int_{2y^2}^{3-y} f(x, y) dx$
5.	$\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{x^2+1} f(x, y) dy$	6.	$\int_0^{\sqrt{2}} dy \int_{\frac{y^2}{2}}^{\sqrt{3-y^2}} f(x, y) dx$
7.	$\int_0^2 dy \int_{y^2}^{y^2+4} f(x, y) dx$	8.	$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$
9.	$\int_0^1 dy \int_y^{e^y} f(x, y) dx$	10.	$\int_0^3 dx \int_{x^2-x}^{2x} f(x, y) dy$
11.	$\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y) dx$	12.	$\int_0^1 dx \int_{x^2}^{2x} f(x, y) dy$
13.	$\int_0^{\sqrt{3}} dy \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{2-y^2} f(x, y) dx$	14.	$\int_{-2}^1 dx \int_x^{2-x^2} f(x, y) dy$
15.	$\int_0^4 dx \int_{\sqrt{x}}^4 f(x, y) dy$	16.	$\int_1^e dy \int_{\ln y}^y f(x, y) dx$
17.	$\int_1^2 dx \int_{3-x}^{2x} f(x, y) dy$	18.	$\int_0^1 dy \int_y^{1+\sqrt{y}} f(x, y) dx$
19.	$\int_0^1 dx \int_{x^3}^{2-x^2} f(x, y) dy$	20.	$\int_0^2 dy \int_{y^2-4}^{2-y} f(x, y) dx$

21.	$\int_0^1 dx \int_{2x}^{3-x} f(x, y) dy$	22.	$\int_0^3 dx \int_{x^2-2x}^x f(x, y) dy$
23.	$\int_{-2}^1 dx \int_{x-1}^{1-x^2} f(x, y) dy$	24.	$\int_0^3 dy \int_{y^2-2y}^y f(x, y) dx$
25.	$\int_0^4 dx \int_{2\sqrt{x}}^{8-x} f(x, y) dy$	26.	$\int_{-1}^3 dy \int_{y^2}^{2y+3} f(x, y) dx$
27.	$\int_0^3 dy \int_{-\sqrt{9-y^2}}^{3-y} f(x, y) dx$	28.	$\int_{-1}^0 dx \int_{(x+1)^2}^{x+1} f(x, y) dy$
29.	$\int_{-2}^1 dy \int_{y^2-1}^{1-y} f(x, y) dx$	30.	$\int_0^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{3-x} f(x, y) dy$

**Завдання 3.4.** Знайти подвійний інтеграл по області  $D$

1.	$\iint_D (x^2 + y) dx dy$	$D: y = x^2, x = y^2$
2.	$\iint_D x y^2 dx dy$	$D: y = x^2, y = 2x$
3.	$\iint_D (x + y) dx dy$	$D: x = y^2, x = y$
4.	$\iint_D x^2 y dx dy$	$D: y = 2 - x, y = x, x \geq 0$
5.	$\iint_D (x^3 - 2y) dx dy$	$D: y = x^2 - 1, x \geq 0, y \leq 0$
6.	$\iint_D (y - x) dx dy$	$D: y = x, y = x^2$
7.	$\iint_D x \cdot (1 + y) dx dy$	$D: y^2 = x, 5y = x$
8.	$\iint_D (x + y) dx dy$	$D: y = x^2 - 1, y = -x^2 + 1$

9.	$\iint_D x \cdot (y-1) dx dy$	$D: y = 5x, y = x, x = 3$
10.	$\iint_D (x-2) \cdot y dx dy$	$D: y = \frac{1}{2}x, y = 0, x = 2$
11.	$\iint_D (x-y^2) dx dy$	$D: y = x^2, y = 1$
12.	$\iint_D x^2 y dx dy$	$D: y = 2x^3, y = 0; x = 1$
13.	$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$	$D: x = y^2, x = 1$
14.	$\iint_D xy dx dy$	$D: y = -x^3, y = 0, x \leq 2$
15.	$\iint_D (x+y) dx dy$	$D: y = x^3, y = 0, x = 2$
16.	$\iint_D x \cdot (2x+y) dx dy$	$D: y = 1-x^2, y \geq 0$
17.	$\iint_D y \cdot (1-x) dx dy$	$D: y^3 = x, y = x, x \geq 0$
18.	$\iint_D x \cdot y^3 dx dy$	$D: y^2 = 1-x, x \geq 0, y \geq 0$
19.	$\iint_D x \cdot (y+5) dx dy$	$D: y = x+5, x+y+5=0, x \leq 0$
20.	$\iint_D (x-y) dx dy$	$D: y = x^2 - 1, y = 3$
21.	$\iint_D (x+1) \cdot y^2 dx dy$	$D: y = 3x^2, y = 3$
22.	$\iint_D x \cdot y^2 dx dy$	$D: y = x, y = 0; x = 1$
23.	$\iint_D (x^3 + y) dx dy$	$D: x+y=1, x+y=2, x \leq 1, x \geq 0$
24.	$\iint_D x \cdot y^3 dx dy$	$D: y = x^3, y \geq 0, y = 4x$

25.	$\iint_D (x^3 + 3y) dx dy$	$D: x + y = 1, y = x^2 - 1, x \geq 0$
26.	$\iint_D xy dx dy$	$D: y = \sqrt{x}, y \geq 0, x + y = 2$
27.	$\iint_D \frac{y^2}{x^2} dx dy$	$D: y = x, xy = 1, y = 2$
28.	$\iint_D y \cdot (1 + x^2) dx dy$	$D: y = x^3, y \leq 4x$
29.	$\iint_D y^2(1 + 2x) dx dy$	$D: x = 1 - y^2, x = 0$
30.	$\iint_D xe^y dx dy$	$D: y = \ln x, y = 0; x = 2$

**Завдання 3.5.** Перейшовши до полярних координат, обчислити подвійний інтеграл

1.	$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$	$D: x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 2$
2.	$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$	$D: x^2 + y^2 \leq 4x$
3.	$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}$	$D: x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$
4.	$\iint_D e^{x^2 + y^2} dx dy$	$D: y = \sqrt{4 - x^2}, x \geq 0$
5.	$\iint_D \sqrt{1 + x^2 + y^2} dx dy$	$D: x^2 + y^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0$
6.	$\iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 4}$	$D: y = \sqrt{4 - x^2}, y = 0, y \geq \sqrt{3} \cdot x$
7.	$\iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = e^2 \\ x^2 + y^2 = e^4 \end{cases}$

8.	$\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{9-x^2-y^2}}$	$D: x^2 + y^2 \leq 4$
9.	$\iint_D (x^2 + y^2) dxdy$	$D: x^2 + y^2 \leq 2x$
10.	$\iint_D \sqrt{1+4x^2+4y^2} dxdy$	$D: x^2 + y^2 \leq 2$
11.	$\iint_D \left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) dxdy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = \pi^2 \\ y \geq x, \quad y \geq 0 \end{cases}$
12.	$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dxdy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 = 2y \end{cases}$
13.	$\iint_D \frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dxdy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{9} \\ x^2 + y^2 = \pi^2 \end{cases}$
14.	$\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 4 \\ y \leq \sqrt{3} \cdot x, \quad y \geq 0 \end{cases}$
15.	$\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{cases}$
16.	$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2 - 9} dxdy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$
17.	$\iint_D e^{x^2+y^2} dxdy$	$D: x^2 + y^2 = 1, y \geq 0$
18.	$\iint_D \frac{dxdy}{x^2 + y^2 + 4}$	$D: y = \sqrt{4-x^2}, \quad x \geq 0, y \geq \sqrt{3} \cdot x$
19.	$\iint_D \frac{2x}{x^2 + y^2} dxdy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y \leq \sqrt{3} \cdot x, \quad y \geq 0 \end{cases}$

20.	$\iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} \, dx dy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$
21.	$\iint_D \frac{\cos \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx dy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{4} \\ x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{9} \end{cases}$
22.	$\iint_D \sin(x^2 + y^2) \, dx dy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16 \\ y \geq -x, y \leq 0 \end{cases}$
23.	$\iint_D \frac{dx dy}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}}$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y \geq -x, x \geq 0 \end{cases}$
24.	$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2 - 9} \, dx dy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$
25.	$\iint_D dx dy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y \leq \sqrt{3} \cdot x, y \geq x \end{cases}$
26.	$\iint_D \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \, dx dy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4 \\ y \leq \sqrt{3} \cdot x, x = \sqrt{3} \cdot y \end{cases}$
27.	$\iint_D e^{-x^2 - y^2} \, dx dy$	$D: \begin{cases} y = \sqrt{1 - x^2} \\ y = 0, y \leq x \end{cases}$
28.	$\iint_D \cos(x^2 + y^2) \, dx dy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16 \\ y \leq x, y \geq -x \end{cases}$
29.	$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2} \cdot \cos^2 \sqrt{x^2 + y^2}}$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y \leq x, x \geq 0 \end{cases}$
30.	$\iint_D \frac{y}{x^2 + y^2} \, dx dy$	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y \leq x, y \geq 0 \end{cases}$

**Завдання 3.6.** Знайти об'єм тіла  $V$ , обмеженого поверхнями

1.	$V: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4y \\ z = 6 - x^2 \\ z = 0 \end{cases}$	2.	$V: \begin{cases} z = -x^2 - y^2 + 4 \\ x^2 + y^2 = 2x \\ z = 0 \end{cases}$
3.	$V: \begin{cases} y = 5\sqrt{x}, y = \frac{5}{3}x \\ z = x^2 + y^2 \\ z = 0 \end{cases}$	4.	$V: \begin{cases} z = 4x, z = 0 \\ x = \sqrt{3y} \\ x + y = 6 \end{cases}$
5.	$V: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 4y \\ z \geq 0 \end{cases}$	6.	$V: \begin{cases} z = 2\sqrt{x} \\ y^2 = 4x \\ x = 1, z = 0 \end{cases}$
7.	$V: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + y^2 \geq 2x \\ z \geq 0 \end{cases}$	8.	$V: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = y \\ z \geq 0 \end{cases}$
9.	$V: \begin{cases} x = \sqrt{y}, x = 2\sqrt{y} \\ z + y = 4 \\ x \geq 0, z = 0 \end{cases}$	10.	$V: \begin{cases} z = 9 - y^2, z = 0 \\ 3x - 4y - 12 = 0 \\ x = 0, y = 0 \end{cases}$
11.	$V: \begin{cases} z = 4 - y^2 \\ y = x^2 \\ z = 0 \end{cases}$	12.	$V: \begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ y = x^2, y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$
13.	$V: \begin{cases} x^2 + y^2 = 2x \\ z = x + 2y \\ z = 0 \end{cases}$	14.	$V: \begin{cases} z = 2y \\ x^2 + y^2 = 9 \\ z \geq 0 \end{cases}$

15.	$V: \begin{cases} x+z=2 \\ y=2\sqrt{x}, y=\frac{1}{4}x^2 \\ z \geq 0 \end{cases}$	16.	$V: \begin{cases} x^2+y^2=4y \\ z^2=4-y \\ z \geq 0 \end{cases}$
17.	$V: \begin{cases} z=y^2, z=0 \\ 2x+3y=6 \\ x=0 \end{cases}$	18.	$V: \begin{cases} x^2+z^2=2x \\ y^2=x \\ z \geq 0 \end{cases}$
19.	$V: \begin{cases} x=1-z^2 \\ x=y^2 \\ z=0 \end{cases}$	20.	$V: \begin{cases} z=4-x^2 \\ x^2+y^2=4 \\ z=0 \end{cases}$
21.	$V: \begin{cases} z=y^2+1 \\ x+y=1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}$	22.	$V: \begin{cases} z=3x^2, z=0 \\ 2x-y=0 \\ x+y=9 \end{cases}$
23.	$V: \begin{cases} z=x^2+3y^2 \\ x+y=1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}$	24.	$V: \begin{cases} 2-z=x^2+y^2 \\ x^2+y^2=1 \\ z=0 \end{cases}$
25.	$V: \begin{cases} 1-z^2=y \\ y=2x, x=y \\ z=0 \end{cases}$	26.	$V: \begin{cases} x+y+2z=2 \\ x=\sqrt{y}, y=0 \\ z=0 \end{cases}$
27.	$V: \begin{cases} z=x^2+y^2 \\ x+y=2, y=x \\ x=0, z=0 \end{cases}$	28.	$V: \begin{cases} z=\sqrt{x^2+y^2} \\ x^2+y^2=4x \\ z=0 \end{cases}$
29.	$V: \begin{cases} z=3y \\ x+y=8 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$	30.	$V: \begin{cases} z+y=1 \\ y=x^2 \\ z=0 \end{cases}$

**Завдання 3.7.** Обчислити площу поверхні I, відсіченою поверхнею II

1.	$\begin{cases} I: x + y + z = 4 \\ II: x = 0, x = 2, y = 0, y = 2 \end{cases}$	2.	$\begin{cases} I: x^2 + z^2 = 1 \\ II: x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$
3.	$\begin{cases} I: x + 2y + 3z = 12 \\ II: x^2 + y^2 = 2y \end{cases}$	4.	$\begin{cases} I: x + 2y + z - 12 = 0 \\ II: x^2 + y^2 = 2x \end{cases}$
5.	$\begin{cases} I: x^2 + z^2 = 4 \\ II: x + y = 2, x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$	6.	$\begin{cases} I: z = x \\ II: x^2 + y^2 = 16, z = 0 \end{cases}$
7.	$\begin{cases} I: x + 2y + 3z = 6 \\ II: x = 0, x = 4, y = 0, y = 1 \end{cases}$	8.	$\begin{cases} I: x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ II: x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$
9.	$\begin{cases} I: x + 2y + z = 4 \\ II: x = 2y^2, z = 0 \end{cases}$	10.	$\begin{cases} I: z = 2x \\ II: x^2 + y^2 = 4, z = 0 \end{cases}$
11.	$\begin{cases} I: x^2 = y^2 + z^2 \\ II: y^2 + z^2 = 2z \end{cases}$	12.	$\begin{cases} I: x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ II: x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$
13.	$\begin{cases} I: x^2 = 2z \\ II: x = 2y, y = 2x, x = 2\sqrt{2} \end{cases}$	14.	$\begin{cases} I: x + 2y + z = 3 \\ II: y = x^2 \end{cases}$
15.	$\begin{cases} I: z^2 = 4x \\ II: y^2 = 4x, x = 1 \end{cases}$	16.	$\begin{cases} I: x^2 + y^2 = 25 - z \\ II: x^2 + y^2 = 9, z = 0 \end{cases}$
17.	$\begin{cases} I: x^2 + z^2 = 4 \\ II: y = z, z = y = 0 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} I: z = 2y \\ II: x^2 + y^2 = 1, z = 0 \end{cases}$
19.	$\begin{cases} I: y^2 = x^2 + z^2 \\ II: x^2 + z^2 = 2z \end{cases}$	20.	$\begin{cases} I: x = 1 - y^2 - z^2 \\ II: y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$
21.	$\begin{cases} I: z^2 = x \\ II: y^2 = x, x = 2 \end{cases}$	22.	$\begin{cases} I: x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ II: x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$
23.	$\begin{cases} I: z = 1 - x^2 - y^2 \\ II: x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$	24.	$\begin{cases} I: 2y = x^2 + y^2 \\ II: x^2 + z^2 = 1 \end{cases}$

25.	$\begin{cases} I: z = y \\ II: x^2 + y^2 = 9, z = 0 \end{cases}$	26.	$\begin{cases} I: x^2 + y^2 = 2y \\ II: x^2 + y^2 = 4 - z, z = 0 \end{cases}$
27.	$\begin{cases} I: x + z = 9 \\ II: y^2 = x, y^2 = 4x, z = 0 \end{cases}$	28.	$\begin{cases} I: x^2 + y^2 = 4 \\ II: \begin{cases} z = 0, y = 0, x + y = 2, \\ x - y = 2 \end{cases} \end{cases}$
29.	$\begin{cases} I: 2x + y + 3z = 6 \\ II: x = 0, x = 1, y = 0, y = 4 \end{cases}$	30.	$\begin{cases} I: x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ II: x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

**Завдання 3.8.** Обчислити масу неоднорідної пластини  $D$ , обмеженої заданими лініями, якщо поверхнева густина в кожній її точці  $\gamma = \gamma(x, y)$

1.	$D: \begin{cases} x = 2y; y = 2x \\ xy = 2 (x \geq 0) \end{cases}$ $\gamma(x, y) = x^2 + y$	2.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 = 2y \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$
3.	$D: \begin{cases} xy = 4, x = 2 \\ y = 2x \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \frac{x^2}{y^2}$	4.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x^2 + y^2 = -2x \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$
5.	$D: \begin{cases} y^2 = 2x \\ x + y = 1,5 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = x^2 + y^2$	6.	$D: \begin{cases} 2x + y = 3 \\ y = x^2 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = x^2$
7.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + xy^2}}$	8.	$D: \begin{cases} xy = 1, y = x \\ x = 2 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \frac{x^2}{y^2}$

9.	$D: \begin{cases} x = y, x = \frac{y}{2} \\ x + y = 5 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = 3x$	10.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 = 2x \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$
11.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = x \\ x^2 + y^2 = 2x \end{cases}$ $\gamma(x, y) = 3\sqrt{x^2 + y^2}$	12.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y \geq 0, x \geq 0 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = e^{x^2 + y^2}$
13.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, y \geq 0 \\ x^2 + y^2 = 4, x \geq 0 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \frac{x + y}{x^2 + y^2}$	14.	$D: \begin{cases} y = \frac{2}{x}, x = 2y \\ y = 2 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \frac{y^2}{x^2}$
15.	$D: \begin{cases} x = 2y^2, y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = y^2$	16.	$D: \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x = 3y, y = x \end{cases}$ $\gamma(x, y) = y + 1$
17.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 2y \\ x^2 + y^2 = 4y \end{cases}$ $\gamma(x, y) = 11\sqrt{x^2 + y^2}$	18.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 = 4x \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$
19.	$D: \begin{cases} 2y = \sqrt{x}, x + y = 5 \\ y \geq 0, x \geq 0 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = y^2$	20.	$D: \begin{cases} x = y^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = y - 2$
21	$D: \begin{cases} y = x, y = x\sqrt{3} \\ x = 0, x = 2 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$	22.	$D: \begin{cases} y = 2x^2, y = 2x^2 + 1 \\ x = -1, x = 1 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = x^2$

23.	$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 2, y \geq 0 \\ x^2 + y^2 = 4, x \geq 0 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$	24.	$D: \begin{cases} y = \sqrt{2 - x^2} \\ y = x^2 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = 2y$
25.	$D: \begin{cases} x = y^2, x = y^2 + 3 \\ y = -2, y = 2 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = y^2$	26.	$D: \begin{cases} y = x, x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = 2x^2 + y^2$
27.	$D: \begin{cases} y = x^2 - 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = 2x + 8$	28.	$D: \begin{cases} y^2 = 1 - x \\ x = 0 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = 2 - x - y$
29.	$D: \begin{cases} y = 2x^2 \\ 4x + y = 6 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = x^2$	30.	$D: \begin{cases} y = x^2 + 4x \\ y = x + 4 \end{cases}$ $\gamma(x, y) = x$

#### 4. ПОТРІЙНИЙ ІНТЕГРАЛ

**Завдання 4.1.** Обчислити потрійний інтеграл по області  $V$ , обмеженої вказаними поверхнями

1.	$\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz$ $V: \begin{cases} 2 \leq x \leq 3 \\ -1 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 4 \end{cases}$	2.	$\iiint_V x^2 y z dx dy dz$ $V: \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ 1 \leq z \leq 2 \end{cases}$
3.	$\iiint_V (x + y + 4z^2) dx dy dz$ $V: \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ -1 \leq z \leq 1 \end{cases}$	4.	$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ $V: \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ -1 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{cases}$

5.	$\iiint_V x^2 y^2 z \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ -2 \leq z \leq 5 \end{cases}$	6.	$\iiint_V (x + y + z) \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 1 \leq z \leq 2 \end{cases}$
7.	$\iiint_V (2x - y^2 - z) \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ -1 \leq z \leq 0 \end{cases}$	8.	$\iiint_V 2xy^2z \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ -2 \leq y \leq 0 \\ 1 \leq z \leq 2 \end{cases}$
9.	$\iiint_V 5xyz^2 \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ 2 \leq y \leq 3 \\ 1 \leq z \leq 2 \end{cases}$	10.	$\iiint_V (x^2 + y^2 - z) \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 3 \\ -1 \leq z \leq 2 \end{cases}$
11.	$\iiint_V (x + 2yz) \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} -2 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{cases}$	12.	$\iiint_V (x + yz^2) \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ -1 \leq z \leq 3 \end{cases}$
13.	$\iiint_V (xy + 3z) \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 1 \leq z \leq 2 \end{cases}$	14.	$\iiint_V (xy - z^2) \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 3 \end{cases}$
15.	$\iiint_V (x^3 + yz) \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 1 \end{cases}$	16.	$\iiint_V (x^3 + y^2 - z) \, dx dy dz$ $V: \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 1 \end{cases}$

17.	$\iiint_V (2x^2 + y - z^3) dx dy dz$ $V : \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ -2 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 1 \end{cases}$	18.	$\iiint_V x^2 y z^2 dx dy dz$ $V : \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 1 \leq y \leq 2 \\ -1 \leq z \leq 0 \end{cases}$
19.	$\iiint_V (x + y - z) dx dy dz$ $V : \begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ 1 \leq y \leq 3 \\ -1 \leq z \leq 5 \end{cases}$	20.	$\iiint_V (x + 2y + 3z^2) dx dy dz$ $V : \begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 3 \end{cases}$
21.	$\iiint_V (3x^2 + 2y + z) dx dy dz$ $V : \begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ -1 \leq z \leq 3 \end{cases}$	22.	$\iiint_V (x - y) dx dy dz$ $V : \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}$
23.	$\iiint_V x^3 y z dx dy dz$ $V : \begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ 1 \leq y \leq 3 \\ 0 \leq z \leq 1 \end{cases}$	24.	$\iiint_V x y^2 z dx dy dz$ $V : \begin{cases} -2 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}$
25.	$\iiint_V x y z^2 dx dy dz$ $V : \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 4 \end{cases}$	26.	$\iiint_V x y z dx dy dz$ $V : \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 4 \end{cases}$
27.	$\iiint_V (x + y - z^2) dx dy dz$ $V : \begin{cases} -2 \leq x \leq 0 \\ 1 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 5 \end{cases}$	28.	$\iiint_V (x + y^2 + z^2) dx dy dz$ $V : \begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 2 \leq z \leq 3 \end{cases}$

29.	$\iiint_V (x + y^2 - 2z) dx dy dz$ $V: \begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ -2 \leq y \leq 3 \\ 0 \leq z \leq 1 \end{cases}$	30.	$\iiint_V (x - y - z) dx dy dz$ $V: \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ -2 \leq z \leq 1 \end{cases}$
-----	--	-----	---

**Завдання 4.2.** Обчислити об'єм  $V$  тіла, обмеженого заданими поверхнями, за допомогою потрійного інтеграла, використовуючи циліндричні координати

1.	а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2y \\ z = 0, z = 1 - x^2 \end{cases}$	б) $\begin{cases} z = \sqrt{20 - x^2 - y^2} \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$
2.	а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4y \\ z = 0, z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$	б) $\begin{cases} z = 7,5\sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 8,5 - x^2 - y^2 \end{cases}$
3.	а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8x \\ z = 0, z = 64 - x^2 - y^2 \end{cases}$	б) $\begin{cases} z = \sqrt{8 - x^2 - y^2} \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$
4.	а) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x = 0 \\ z = 0, z = 4 - y^2 \end{cases}$	б) $\begin{cases} z = \sqrt{64 - x^2 - y^2} \\ x^2 + y^2 = 60, z = 0, \\ \text{(в середині циліндра)} \end{cases}$
5.	а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 6x \\ z = 0, z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$	б) $\begin{cases} z = \sqrt{2 - x^2 - y^2} \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$
6.	а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 6y \\ z = 36 - x^2 - y^2, z \geq 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} z = 3\sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 10 - x^2 - y^2 \end{cases}$

7.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4y \\ z = 0, z = 9 - x^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{18 - x^2 - y^2} \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$
8.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2y \\ z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{100 - x^2 - y^2} \\ x^2 + y^2 = 51, z = 0 \end{cases}$ (в середині циліндра)
9.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2y = 0 \\ z = 4 - x^2 - y^2, z = 0 \end{cases}$ (в середині циліндра)	б)	$\begin{cases} z = 2\sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 3 - x^2 - y^2 \end{cases}$
10.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4x \\ z = 0, z = 4 - y^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{16 - x^2 - y^2} \\ 6z = x^2 + y^2 \end{cases}$
11.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10x \\ z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} \\ z = \sqrt{(x^2 + y^2)}/3 \end{cases}$
12.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 8y \\ z = 64 - x^2 - y^2, z = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{81 - x^2 - y^2} \\ x^2 + y^2 = 45, z = 0 \end{cases}$ (в середині циліндра)
13.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6x \\ z = 0, z = 9 - y^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} \\ 3z = x^2 + y^2 \end{cases}$
14.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6y \\ z = 0, z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = 6\sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 16 - x^2 - y^2 \end{cases}$
15.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6x, z = 0 \\ z = 36 - x^2 - y^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{32 - x^2 - y^2} \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$

16.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2y \\ z = 4 - x^2 - y^2, z = 0 \end{cases}$ (в середині циліндра)	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{64 - x^2 - y^2} \\ x^2 + y^2 = 39, z = 0 \end{cases}$ (в середині циліндра)
17.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4x \\ z = 0, z = 12 - y^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{32 - x^2 - y^2} \\ 4z = x^2 + y^2 \end{cases}$
18.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 8x \\ z = 0, z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = 1,5\sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 2,5 - x^2 - y^2 \end{cases}$
19.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4x \\ z = 0, z = 16 - x^2 - y^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{45 - x^2 - y^2} \\ z = \sqrt{0,8(x^2 + y^2)} \end{cases}$
20.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4y \\ z = 0, z = 4 - x^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{49 - x^2 - y^2} \\ x^2 + y^2 = 33, z = 0 \end{cases}$ (в середині циліндра)
21.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2x \\ z = 0, z = 4 - x^2 - y^2 \end{cases}$ (в середині циліндра)	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{25 - x^2 - y^2} \\ x^2 + y^2 = 21, z = 0 \end{cases}$ (в середині циліндра)
22.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4y, z = 0 \\ z = 16 - x^2 - y^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = 9\sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 22 - x^2 - y^2 \end{cases}$
23.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 \\ z = 0, z = 1 - y^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{8 - x^2 - y^2} \\ z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{7}} \end{cases}$

24.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 12x \\ z = 0, z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{9 - x^2 - y^2} \\ x^2 + y^2 = 5, z = 0 \end{cases}$ (в середині циліндра)
25.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 \\ z = 4 - x^2 - y^2, z = 0 \end{cases}$ (в середині циліндра)	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{90 - x^2 - y^2} \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$
26.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4y \\ z = 0, z = 6 - x^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = 12\sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 28 - x^2 - y^2 \end{cases}$
27.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10y \\ z = 0, z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$ (в середині циліндра)	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{9 - x^2 - y^2} \\ z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{8}} \end{cases}$
28.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4x \\ z = 0, z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{36 - x^2 - y^2} \\ 9z = x^2 + y^2 \end{cases}$
29.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2x \\ z = 0, z = 1 - y^2 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = \sqrt{64 - x^2 - y^2} \\ 12z = x^2 + y^2 \end{cases}$
30.	a)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 8y \\ z = 0, z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$	б)	$\begin{cases} z = 4,5\sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 5,5 - x^2 - y^2 \end{cases}$

## 5. КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

**Завдання 5.1.** Обчислити криволінійний інтеграл  $\int_L f(x, y) dl$ , де

$L$  – відрізок прямої від точки  $A_1(x_1; y_1)$  до точки  $A_2(x_2; y_2)$

1.	$f(x, y) = x + 7y$	$A_1(-2; 5)$	$A_2(-3; 7)$
----	--------------------	--------------	--------------

2.	$f(x, y) = 3x + 5y$	$A_1(3;4)$	$A_2(5;2)$
3.	$f(x, y) = -2x + 5y$	$A_1(-3;2)$	$A_2(0;5)$
4.	$f(x, y) = 5x + 2y$	$A_1(-2;7)$	$A_2(3;-3)$
5.	$f(x, y) = -4x + y$	$A_1(3;1)$	$A_2(2;3)$
6.	$f(x, y) = x + 4y$	$A_1(4;0)$	$A_2(2;-4)$
7.	$f(x, y) = 2x + 3y$	$A_1(5;-7)$	$A_2(2;-1)$
8.	$f(x, y) = -5x + 2y$	$A_1(3;5)$	$A_2(7;1)$
9.	$f(x, y) = x + 3y$	$A_1(2;5)$	$A_2(0;3)$
10.	$f(x, y) = 2x - 4y$	$A_1(7;-2)$	$A_2(5;-3)$
11.	$f(x, y) = 5x + y$	$A_1(2;5)$	$A_2(4;3)$
12.	$f(x, y) = 3x + 5y$	$A_1(2;-1)$	$A_2(3;-2)$
13.	$f(x, y) = 7x + 6y$	$A_1(6;5)$	$A_2(3;6)$
14.	$f(x, y) = 6x + 2y$	$A_1(3;5)$	$A_2(5;3)$
15.	$f(x, y) = 2x - 5y$	$A_1(3;-7)$	$A_2(2;-6)$
16.	$f(x, y) = 2x - y$	$A_1(1;2)$	$A_2(3;-1)$
17.	$f(x, y) = x + y$	$A_1(3;1)$	$A_2(-2;2)$
18.	$f(x, y) = -x - 2y$	$A_1(1;-3)$	$A_2(4;-5)$
19.	$f(x, y) = 3x - y$	$A_1(2;-1)$	$A_2(1;-3)$
20.	$f(x, y) = 5x + y$	$A_1(-4;2)$	$A_2(-3;1)$
21.	$f(x, y) = -2x + 3y$	$A_1(3;-1)$	$A_2(4;1)$
22.	$f(x, y) = -x + 5y$	$A_1(5;2)$	$A_2(1;4)$
23.	$f(x, y) = 3x + 2y$	$A_1(4;-1)$	$A_2(2;3)$
24.	$f(x, y) = -2x + 3y$	$A_1(3;2)$	$A_2(5;1)$

25.	$f(x, y) = x + 3y$	$A_1(1; -3)$	$A_2(3; -2)$
26.	$f(x, y) = x - 3y$	$A_1(3; 2)$	$A_2(-1; 4)$
27.	$f(x, y) = 7x - 2y$	$A_1(3; -5)$	$A_2(2; -3)$
28.	$f(x, y) = -3x + 2y$	$A_1(2; -4)$	$A_2(3; -5)$
29.	$f(x, y) = -5x + 3y$	$A_1(-2; 5)$	$A_2(-3; 2)$
30.	$f(x, y) = -2x + y$	$A_1(1; -5)$	$A_2(2; -4)$

**Завдання 5.2.** Обчислити  $\int_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy$  по заданій лінії  $L$

1.	$\int_L (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$	$L: y = x^2$ від точки $A(-1; 1)$ до точки $B(1; 1)$
2.	$\int_L (x^2 + y^2)dx + 2xydy$	$L: y = x^3$ від точки $O(0; 0)$ до точки $A(1; 1)$
3.	$\int_L (x^2 + y)dy$	$L: y = 2 - x^2$ від точки $A(-\sqrt{2}; 0)$ до точки $B(0; 2)$
4.	$\int_L (x - 2xy^2)dx$	$L: x = 1 - y^2$ від точки $A(1; 0)$ до точки $B(-3; 2)$
5.	$\int_L x^2 y dx + (y - xy^2)dy$	$L: y = -x^2 + 1$ від точки $A(0; 1)$ до точки $B(2; -3)$
6.	$\int_L xy dx + (y - x)dy$	$L: y = x^3$ від точки $O(0; 0)$ до точки $A(-1; -1)$
7.	$\int_L (1 - xy)dx + (xy + 1)dy$	$L: y = -x^3$ від точки $A(1; -1)$ до точки $B(-1; 1)$
8.	$\int_L xy dx + (y - x^2)dy$	$L: y^2 = x$ від точки $O(0; 0)$ до точки $A(4; 2)$

9.	$\int_L (xy - 1)dx + x^2 y dy$	$L: y^2 = 4 - 4x$ від точки $A(1;0)$ до точки $B(0; 2)$
10.	$\int_L x^2 y dx + (y^2 - x)dy$	$L: y = x^2$ від точки $O(0;0)$ до точки $A(-1; 1)$
11.	$\int_L (xy - y^2)dx + xdy$	$L: y = x^2 + 2$ від точки $A(0;2)$ до точки $B(1; 3)$
12.	$\int_L \frac{y^2 + 1}{y} dx + \frac{x}{y} dy$	$L$ : відрізок прямої від точки $A(1; 2)$ до точки $B(3; 4)$
13.	$\int_L (xy - x)dx + \frac{1}{2}x^2 dy$	$L: y^2 = 4x$ від точки $O(0;0)$ до точки $A(1; 2)$
14.	$\int_L \frac{y}{x} dx + x dy$	$L: y = \ln x$ від точки $A(1;0)$ до точки $B(e; 1)$
15.	$\int_L xy dx - y^2 dy$	$L: y^2 = 2x$ від точки $A(2;2)$ до точки $B(0,5; -1)$
16.	$\int_L 2xy dx - x^2 dy$	$L: y = 0,25x^2$ від точки $O(0;0)$ до точки $A(2; 1)$
17.	$\int_L (xy - y^2)dx + xdy$	$L: y = 2x^2$ від точки $O(0;0)$ до точки $A(1; 2)$
18.	$\int_L 2xy dx + x^2 dy$	$L: y = 2x^3$ від точки $A(1;2)$ до точки $B(-1; -2)$
19.	$\int_L \left(x - \frac{1}{y}\right) dy$	$L: y = 3x^2$ від точки $A(1;3)$ до точки $B(-1; 3)$
20.	$\int_L (3x^2 y + 1)dx + (x^3 + 2)dy$	$L: 4y^2 = x$ від точки $O(0;0)$ до точки $A(4; 1)$
21.	$\int_L (xy - x)dx + \frac{x^2}{y} dy$	$L: y = 2\sqrt{x}$ від точки $O(0;0)$ до точки $A(1;2)$

22.	$\int_L (x^2 - y^2) dx$	$L: y = 3x^2$ від точки $A(-1; 3)$ до точки $B(1; 3)$
23.	$\int_L x dy$	$L: y = \sin x$ від точки $A(\pi; 0)$ до точки $O(0; 0)$
24.	$\int_L (x^2 - 2xy) dx + (x - 2y)^2 dy$	$L$ : відрізок прямої від точки $A(2; 0)$ до точки $B(3; 1)$
25.	$\int_L (xy - y^2) dx + x dy$	$L: x = y^2 + 2$ від точки $A(3; 1)$ до точки $B(2; 0)$
26.	$\int_L (3x^2 + y^2) dx + (x - 2y^2) dy$	$L$ : відрізок прямої від точки $A(1; 3)$ до точки $B(-1; 5)$
27.	$\int_L 2xy dx - x^2 dy$	$L: x = 2y^2$ від точки $O(0; 0)$ до точки $A(2; 1)$
28.	$\int_L \frac{x}{y} dx - \frac{y-x}{x} dy$	$L: x + 1 = y^2$ від точки $A(3; 2)$ до точки $B(8; -3)$
29.	$\int_L x dy - y dx$	$L: y = x^2$ від точки $O(0; 0)$ до точки $A(2; 4)$
30.	$\int_L (xy - x) dx + \frac{x^2}{2} dy$	$L: y = 4x^2$ від точки $O(0; 0)$ до точки $A(1; 4)$

**Завдання 5.3.** Впевнитись, що заданий вираз  $du$  є повним диференціалом деякої функції та знайти цю функцію за допомогою криволінійного інтегралу

1.	$du = (2x - 3y^2 + 1) dx + (2 - 6xy) dy$
2.	$du = (2x^3 - 21x^2y + 2y) dx + (3 + 2x - 7x^3) dy$
3.	$du = (3x^2 - 2xy + y) dx + (x - x^2 - 3y^2 - 4y) dy$
4.	$du = (3x^2 - 2xy + y^2) dx + (2xy - x^2 - 3y^2) dy$

5.	$du = (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - x^2)dy$
6.	$du = (3x^2 - 2xy + y^2)dx + (2xy - x^2 - 3y^2)dy$
7.	$du = (12x^2y + 2x)dx + (4x^3 - 2y)dy$
8.	$du = (2xy - x^2)dx + (x^2 - y^3)dy$
9.	$du = (6xy + 5)dx + (3x^2 + 5y)dy$
10.	$du = (10xy^2 + 12x^3 + 6)dx + (10x^2y - 5y)dy$
11.	$du = (x^3 - xy^2)dx + (y^3 - x^2y)dy$
12.	$du = (x^4 + 4xy^3)dx + (6x^2y^2 - 5y^4)dy$
13.	$du = (2xy - 5y^3)dx + (x^2 - 15xy^2 + 6y)dy$
14.	$du = (3x^2 - 2xy + y^2)dx + (-x^2 + 2xy - 3y^2)dy$
15.	$du = (6xy^2 + 4x^3)dx + (6x^2y + 3y^2)dy$
16.	$du = (10x + 6xy)dx + 3x^2dy$
17.	$du = (8y^2 + 8xy^2)dx + (16xy + 8x^2y)dy$
18.	$du = (-3y^5 + 3x^2y)dx + (-15xy^4 + x^3)dy$
19.	$du = (6y^3 - 4x + 2xy)dx + (18xy^2 + x^2 - 3y^2)dy$
20.	$du = (-8xy^5 + 2y^7)dx + (-20x^2y^4 + 14y^6x)dy$
21.	$du = (21x^2y^2 + 2xy - 2)dx + (14x^3y + x^2 + 2y)dy$
22.	$du = (3y^3 + 10xy)dx + (9xy^2 + 5x^2)dy$
23.	$du = (-5x^4y^3 + 2y^4)dx + (-3x^5y^2 + 8xy^3)dy$
24.	$du = (2y^5 + 3y^2)dx + (10xy^4 + 6xy)dy$

25.	$du = (6x^2y^5 + 2xy^2)dx + (10x^3y^4 + 2x^2y)dy$
26.	$du = (8x^3y - 5x^4y^2 + 6)dx + (2x^4 - 2x^5y)dy$
27.	$du = (y^4 - 6xy + 9x^2)dx + (4xy^3 - 3x^2 - 1)dy$
28.	$du = (6y^7 - 2xy^5 + 3y^4)dx + (42xy^6 - 5x^2y^4 + 12xy^3)dy$
29.	$du = (6y^2 - 4x + 6xy)dx + (12xy + 3x^2 - 3y^2)dy$
30.	$du = (y^2 - 6xy)dx + (2xy - 3x^2 - 3y^2)dy$

## 6. ПОВЕРХНЕВІ ІНТЕГРАЛИ

**Завдання 6.1.** Обчислити поверхневий інтеграл першого роду по поверхні  $S$ , де  $S$  – частина площини  $P$  в першому октанті

1.	$\iint_S (2x + 3y + 2z)dS$	$P: x + 3y + z = 3$
2.	$\iint_S (2 + y - 7x + 9z)dS$	$P: 2x - y - 2z = -2$
3.	$\iint_S (6x + y + 4z)dS$	$P: 3x + 3y + z = 3$
4.	$\iint_S (x + 2y + 3z)dS$	$P: x + y + z = 2$
5.	$\iint_S (3x - 2y + 6z)dS$	$P: 2x + y + 2z = 2$
6.	$\iint_S (2x + 5y - z)dS$	$P: x + 2y + z = 2$
7.	$\iint_S (5x - 8y - z)dS$	$P: 2x - 3y + z = 6$
8.	$\iint_S (3y - x - z)dS$	$P: x - y + z = 2$
9.	$\iint_S (3y - 2x - 2z)dS$	$P: 2x - y - 2z = -2$

10.	$\iint_S (2x - 3y + z) dS$	$P: x + 2y + z = 2$
11.	$\iint_S (5x + y - z) dS$	$P: x + 2y + 2z = 2$
12.	$\iint_S (3x + 2y + 2z) dS$	$P: 3x + 2y + 2z = 6$
13.	$\iint_S (2x + 3y - z) dS$	$P: 2x + y + z = 2$
14.	$\iint_S (9x + 2y + z) dS$	$P: 2x + y + z = 4$
15.	$\iint_S (5x + 8y + 8z) dS$	$P: x + 4y + 2z = 8$
16.	$\iint_S (4y - x + 4z) dS$	$P: x - 2y + 2z = 2$
17.	$\iint_S (7x + y + 2z) dS$	$P: 3x - 2y + 2z = 6$
18.	$\iint_S (2x + 3y + z) dS$	$P: 2x + 3y + z = 6$
19.	$\iint_S (4x - y + z) dS$	$P: x - y + z = 2$
20.	$\iint_S (6x - y + 8z) dS$	$P: x + y + 2z = 2$
21.	$\iint_S (4x - 4y - z) dS$	$P: x + 2y + 2z = 4$
22.	$\iint_S (2x + 5y + z) dS$	$P: x + y + 2z = 2$
23.	$\iint_S (4x - y + 4z) dS$	$P: 2x + 2y + z = 4$
24.	$\iint_S (5x + 2y + 2z) dS$	$P: x + 2y + z = 2$
25.	$\iint_S (2x + 5y + 10z) dS$	$P: 2x + y + 3z = 6$
26.	$\iint_S (2x + 15y + z) dS$	$P: x + 2y + 2z = 2$

27.	$\iint_S (3x + 10y - z) dS$	$P: x + 3y + 2z = 6$
28.	$\iint_S (2x + 3y + z) dS$	$P: 2x + 2y + z = 2$
29.	$\iint_S (5x - y + 5z) dS$	$P: 3x + 2y + z = 6$
30.	$\iint_S (x + 3y + 2z) dS$	$P: 2x + y + 2z = 2$

**Завдання 6.2.** Обчислити поверхневий інтеграл другого роду через нижню сторону поверхні  $\sigma$ , яка обмежена координатними площинами

1.	$\iint_{\sigma} (x^2 - y) dydz$	$\sigma: 2x - 3y + z = 1$
2.	$\iint_{\sigma} (y^2 + xz) dydz$	$\sigma: x + 2y - z = 1$
3.	$\iint_{\sigma} (xy + z) dydz$	$\sigma: x + 3y + 2z = 1$
4.	$\iint_{\sigma} (z - 2x + y) dydz$	$\sigma: 2x + y - 3z = 1$
5.	$\iint_{\sigma} (z - 3xy) dydz$	$\sigma: x - 3y + z = 1$
6.	$\iint_{\sigma} (xz + y^2) dydz$	$\sigma: x + y + 3z = 1$
7.	$\iint_{\sigma} (z^2 + y) dydz$	$\sigma: y - x + 2z = 1$
8.	$\iint_{\sigma} (y^2 - z^2) dydz$	$\sigma: 2y - x + z = 1$
9.	$\iint_{\sigma} (x^2 + xz) dydz$	$\sigma: z - y - x = 1$
10.	$\iint_{\sigma} (xz + 4y) dydz$	$\sigma: -2x - y + 2z = 1$

11.	$\iint_{\sigma} (y^2 - x) dx dz$	$\sigma: 3x - y + 2z = 1$
12.	$\iint_{\sigma} (y^2 + x^2) dx dz$	$\sigma: 2x - 3y + 2z = 1$
13.	$\iint_{\sigma} (yz + x^2) dx dz$	$\sigma: 3y - 2x + z = 1$
14.	$\iint_{\sigma} (x - 2y + z) dx dz$	$\sigma: -2x - 3y + 2z = 1$
15.	$\iint_{\sigma} (x - 3yz) dx dz$	$\sigma: -x - 3y + z = 1$
16.	$\iint_{\sigma} (z - xy) dx dz$	$\sigma: 2x - y + 3z = 1$
17.	$\iint_{\sigma} (x^2 - y) dx dz$	$\sigma: x + y - 2z = 1$
18.	$\iint_{\sigma} (x^2 - y^2) dx dz$	$\sigma: 2x + 2y + 3z = 1$
19.	$\iint_{\sigma} (z^2 + x) dx dz$	$\sigma: x - 3y - 3z = 1$
20.	$\iint_{\sigma} (yz + x) dx dz$	$\sigma: 2x - 2y + 3z = 1$
21.	$\iint_{\sigma} (xy + 2z) dx dy$	$\sigma: x - y + 3z = 1$
22.	$\iint_{\sigma} (2y + 2xz) dx dy$	$\sigma: -3x + 2y - 3z = 1$
23.	$\iint_{\sigma} (2xy - 1) dx dy$	$\sigma: -3x + y + 2z = 1$
24.	$\iint_{\sigma} (x - y + z) dx dy$	$\sigma: 2x - 3y - z = 1$
25.	$\iint_{\sigma} (y + 3xz) dx dy$	$\sigma: x + 3y + 4z = 1$
26.	$\iint_{\sigma} (2yz - x) dx dy$	$\sigma: x + y + 2z = 1$
27.	$\iint_{\sigma} (x + yz) dx dy$	$\sigma: 2x - 3y + z = 1$

28.	$\iint_{\sigma} (2y + x - z) dx dy$	$\sigma: -x + 2y + 3z = 1$
29.	$\iint_{\sigma} (x + 3y - 1) dx dy$	$\sigma: x + 4y - z = 1$
30.	$\iint_{\sigma} (2y - 3z) dx dz$	$\sigma: y - 4x + 2z = 1$

## 7. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПОЛЯ

**Завдання 7.1** Знайти похідну функції  $u = u(x, y, z)$  у напрямі вектору  $\overrightarrow{M_1 M_2}$  в точці  $M_1$  та  $\overrightarrow{grad} u(M_1)$ .

1.	$u = x^2 y + y^2 z + z^2 x$	$M_1(1; -1; 2)$	$M_2(3; 4; -1)$
2.	$u = 5x y^3 z^2$	$M_1(2; 1; -1)$	$M_2(4; -3; 0)$
3.	$u = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$	$M_1(-1; 2; 1)$	$M_2(3; 1; -1)$
4.	$u = z e^{x^2 + y^2 + z^2}$	$M_1(2; 1; -1)$	$M_2(3; -4; 2)$
5.	$u = \ln(xy + yz + xz)$	$M_1(-2; 3; -1)$	$M_2(2; 1; -3)$
6.	$u = \sqrt{1 + x^2 + y^2 + z^2}$	$M_1(1; 1; 1)$	$M_2(3; 2; 1)$
7.	$u = x^2 y + xz^2 - 2$	$M_1(1; 1; -1)$	$M_2(2; -1; 3)$
8.	$u = x e^y + y e^x - z^2$	$M_1(3; 0; 2)$	$M_2(4; 1; 3)$
9.	$u = 3x y^2 + z^2 - x y z$	$M_1(1; 1; 2)$	$M_2(3; -1; 4)$
10.	$u = 5x^2 y z - x y^2 z + y z^2$	$M_1(1; 1; 1)$	$M_2(2; -3; 2)$
11.	$u = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$	$M_1(1; 2; 2)$	$M_2(-3; 2; -1)$
12.	$u = y^2 z - 2x y z + z^2$	$M_1(3; 1; -1)$	$M_2(-2; 1; 4)$
13.	$u = x^2 + y^2 + z^2 - 2x y z$	$M_1(1; -1; 2)$	$M_2(5; -1; 4)$
14.	$u = \ln(1 + x + y^2 + z^2)$	$M_1(1; 1; 1)$	$M_2(3; -5; 1)$

15.	$u = x^2 + 2y^2 - 4z^2 - 5$	$M_1(1; 2; 1)$	$M_2(-3; -2; 6)$
16.	$u = \ln(x^3 + y^3 + z + 1)$	$M_1(1; 3; 0)$	$M_2(-4; 1; 3)$
17.	$u = x^2 - 2yz + e^z$	$M_1(-2; -3; 0)$	$M_2(2; 3; 4)$
18.	$u = x^y - 3xyz$	$M_1(2; 2; -4)$	$M_2(1; 0; -3)$
19.	$u = 3x^2yz^3 + yz$	$M_1(-2; -3; 1)$	$M_2(3; -2; 0)$
20.	$u = e^{xy+z^2}$	$M_1(-3; 0; 2)$	$M_2(2; 4; -3)$
21.	$u = x^{yz} + xy^2$	$M_1(3; 1; 4)$	$M_2(1; -1; -1)$
22.	$u = (x^2 + y^2 + z^2)^3$	$M_1(1; 2; -1)$	$M_2(0; -1; 3)$
23.	$u = (x - y)^z + yz^2$	$M_1(5; 1; 1)$	$M_2(3; 7; -2)$
24.	$u = x^2y + y^2z - 3z$	$M_1(0; -2; -1)$	$M_2(2; -5; 0)$
25.	$u = \frac{10}{x^2 + y^2 + z^2 + 1}$	$M_1(-1; 2; -2)$	$M_2(2; 0; 1)$
26.	$u = \ln(1 + x^2 - y^2 + z^2)$	$M_1(1; 1; 1)$	$M_2(5; -4; 8)$
27.	$u = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x}$	$M_1(-1; 1; 1)$	$M_2(2; 3; 4)$
28.	$u = x^3 + xy^2 - 6xyz$	$M_1(1; 3; -5)$	$M_2(4; 2; -2)$
29.	$u = \frac{y}{x} - \frac{z}{y} - \frac{x}{z}$	$M_1(2; 2; 2)$	$M_2(-3; 4; 1)$
30.	$u = e^{x-yz} + xy^2$	$M_1(1; 0; 3)$	$M_2(2; -4; 5)$

**Завдання 7.2.** Знайти  $\overrightarrow{rot} \vec{a}(M_0)$ ,  $|\overrightarrow{rot} \vec{a}(M_0)|$ ,  $div \vec{a}(M_0)$  для векторного поля  $\vec{a}(M) = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$

1.	$\vec{a} = x^2\vec{i} - xy^2\vec{j} + z^2\vec{k}$	$M_0(0; 1; -2)$
2.	$\vec{a} = xy\vec{i} + (yz + xz)\vec{j} + xz\vec{k}$	$M_0(2; 0; 3)$
3.	$\vec{a} = xy^2\vec{i} + yz^2\vec{j} - x^2\vec{k}$	$M_0(1; -2; 0)$

4.	$\bar{a} = xz\bar{i} + z\bar{j} + yz\bar{k}$	$M_0(3; 0; 1)$
5.	$\bar{a} = yz\bar{i} - z^2\bar{j} + xyz\bar{k}$	$M_0(2; 1; -1)$
6.	$\bar{a} = xy\bar{i} + xy\bar{j} - x\bar{k}$	$M_0(-1; 0; 3)$
7.	$\bar{a} = y^2\bar{i} - xy\bar{j} + z^2\bar{k}$	$M_0(-2; 1; 1)$
8.	$\bar{a} = xz\bar{i} - xyz\bar{j} + x^2z\bar{k}$	$M_0(0; 1; 1)$
9.	$\bar{a} = xy\bar{i} - y^2z\bar{j} - xz\bar{k}$	$M_0(0; -2; 1)$
10.	$\bar{a} = xz\bar{i} - y\bar{j} - zy\bar{k}$	$M_0(0; 1; 2)$
11.	$\bar{a} = y^2\bar{i} - xy^2\bar{j} + z^2\bar{k}$	$M_0(-1; 2; 1)$
12.	$\bar{a} = xy\bar{i} - xy^2\bar{j} + z^2\bar{k}$	$M_0(1; -1; 1)$
13.	$\bar{a} = (x+y)\bar{i} + yz\bar{j} + xz\bar{k}$	$M_0(2; 1; 0)$
14.	$\bar{a} = xy\bar{i} - (y+z)\bar{j} + xz\bar{k}$	$M_0(4; 0; 1)$
15.	$\bar{a} = x\bar{i} - zy\bar{j} + x^2z\bar{k}$	$M_0(-3; 0; 2)$
16.	$\bar{a} = (x+y^2)\bar{i} + yz\bar{j} - x^2\bar{k}$	$M_0(1; 0; 4)$
17.	$\bar{a} = xz\bar{i} - y\bar{j} + yz\bar{k}$	$M_0(0; -1; 4)$
18.	$\bar{a} = xy\bar{i} - x\bar{j} + yz\bar{k}$	$M_0(2; 2; 2)$
19.	$\bar{a} = (x+y)\bar{i} + xyz\bar{j} - x\bar{k}$	$M_0(4; 1; -3)$
20.	$\bar{a} = (x-y)\bar{i} + yz\bar{j} - y\bar{k}$	$M_0(-4; 1; 0)$
21.	$\bar{a} = (y-z)\bar{i} - z^2\bar{j} + xyz\bar{k}$	$M_0(3; 0; 1)$
22.	$\bar{a} = yz\bar{i} - z^2\bar{j} + (x+y)z\bar{k}$	$M_0(1; 3; 0)$
23.	$\bar{a} = z^2\bar{i} - xz\bar{j} + z^2\bar{k}$	$M_0(1; -2; 1)$
24.	$\bar{a} = xy\bar{i} + (x-z)\bar{j} + (y-x)\bar{k}$	$M_0(0; 0; 1)$
25.	$\bar{a} = xz\bar{i} + (x-y)\bar{j} + x^2z\bar{k}$	$M_0(1; 1; -2)$
26.	$\bar{a} = (x-z)\bar{i} + xy\bar{j} + y^2z\bar{k}$	$M_0(2; 2; 1)$

27.	$\vec{a} = (x-z)\vec{i} + xyz\vec{j} + x\vec{k}$	$M_0(-2; 2; 1)$
28.	$\vec{a} = (y-z)\vec{i} + y\vec{j} - z^2\vec{k}$	$M_0(-1; 2; 1)$
29.	$\vec{a} = (x-y)\vec{i} - x\vec{j} + xz\vec{k}$	$M_0(0; 2; -2)$
30.	$\vec{a} = (x-z)\vec{i} - y\vec{j} + xy\vec{k}$	$M_0(1; -1; 0)$

**Завдання 7.3.** Обчислити потік векторного поля  $\vec{a}(M)$  через зовнішню поверхню піраміди, створену площиною  $P$  та координатними площинами,: а) за означенням; б) за формулою Остроградського-Гаусса

1.	$\vec{a} = 3x\vec{i} + (y+z)\vec{j} + (x-z)\vec{k}$	$(P): x+3y+z=3$
2.	$\vec{a} = (3x-1)\vec{i} + (y-x+z)\vec{j} + 4z\vec{k}$	$(P): 2x-y-2z=2$
3.	$\vec{a} = x\vec{i} + (x+z)\vec{j} + (y+z)\vec{k}$	$(P): 3x+3y+z=3$
4.	$\vec{a} = (x+z)\vec{i} + (z-x)\vec{j} + (x+2y+z)\vec{k}$	$(P): x+y+z=2$
5.	$\vec{a} = (2x+y)\vec{i} + (x+2z)\vec{j} + (2y-z)\vec{k}$	$(P): 2x+y+2z=2$
6.	$\vec{a} = (x+z)\vec{i} + 2y\vec{j} + (x+y-z)\vec{k}$	$(P): x+2y+z=2$
7.	$\vec{a} = (3x-y)\vec{i} + (2y+z)\vec{j} + (2z-x)\vec{k}$	$(P): 2x-3y+z=6$
8.	$\vec{a} = (2y+z)\vec{i} + (x-y)\vec{j} - 2z\vec{k}$	$(P): x-y+z=2$
9.	$\vec{a} = (x+y)\vec{i} + 3y\vec{j} + (y-z)\vec{k}$	$(P): 2x-y-2z=-2$
10.	$\vec{a} = (x+y-z)\vec{i} - 2y\vec{j} + (x+2z)\vec{k}$	$(P): x+2y+z=2$
11.	$\vec{a} = (y-z)\vec{i} + (2x+y)\vec{j} + z\vec{k}$	$(P): 2x+y+z=2$
12.	$\vec{a} = x\vec{i} + (y-2z)\vec{j} + (2x-y+2z)\vec{k}$	$(P): x+2y+2z=2$
13.	$\vec{a} = (x+2z)\vec{i} + (y-3z)\vec{j} + z\vec{k}$	$(P): 3x+2y+2z=6$
14.	$\vec{a} = 4x\vec{i} + (x-y-z)\vec{j} + (3y+2z)\vec{k}$	$(P): 2x+y+z=4$
15.	$\vec{a} = (2z-x)\vec{i} + (x+2y)\vec{j} + 3z\vec{k}$	$(P): x+4y+2z=8$

16.	$\bar{a} = 4z\bar{i} + (x - 3y - z)\bar{j} + (3y + z)\bar{k}$	$(P): x - 2y + 2z = 2$
17.	$\bar{a} = (x + y)\bar{i} + (y + z)\bar{j} + 2(x + z)\bar{k}$	$(P): 3x - 2y + 2z = 6$
18.	$\bar{a} = (x + y + z)\bar{i} + 2z\bar{j} + (y - 7z)\bar{k}$	$(P): 2x + 3y + z = 6$
19.	$\bar{a} = (2x - z)\bar{i} + (y - x)\bar{j} + (x + 2z)\bar{k}$	$(P): x - y + z = 2$
20.	$\bar{a} = (2y - z)\bar{i} + (x + y)\bar{j} + x\bar{k}$	$(P): x + 2y + 2z = 4$
21.	$\bar{a} = (2z - x)\bar{i} + (x - y)\bar{j} + (3x + z)\bar{k}$	$(P): x + y + 2z = 2$
22.	$\bar{a} = (x + z)\bar{i} + (x + 3y)\bar{j} + y\bar{k}$	$(P): x + y + 2z = 2$
23.	$\bar{a} = (x + z)\bar{i} + z\bar{j} + (2x - y)\bar{k}$	$(P): 2x + 2y + z = 4$
24.	$\bar{a} = (3x + y)\bar{i} + (x + z)\bar{j} + y\bar{k}$	$(P): x + 2y + z = 2$
25.	$\bar{a} = (y + z)\bar{i} + (2x - z)\bar{j} + (y + 3z)\bar{k}$	$(P): 2x + y + 3z = 6$
26.	$\bar{a} = (y + z)\bar{i} + (x + 6y)\bar{j} + y\bar{k}$	$(P): x + 2y + 2z = 2$
27.	$\bar{a} = (2y - z)\bar{i} + (x + 2y)\bar{j} + y\bar{k}$	$(P): x + 3y + 2z = 6$
28.	$\bar{a} = (y + z)\bar{i} + x\bar{j} + (y - 2z)\bar{k}$	$(P): 2x + 2y + z = 2$
29.	$\bar{a} = (x + z)\bar{i} + z\bar{j} + (2x - y)\bar{k}$	$(P): 3x + 2y + z = 6$
30.	$\bar{a} = z\bar{i} + (x + y)\bar{j} + y\bar{k}$	$(P): 2x + y + 2z = 2$

**Завдання 7.4.** Обчислити циркуляцію векторного поля  $\vec{a}(M)$  по контуру трикутника, який з'являється внаслідок перетину площини  $P$  з координатними площинами: а) за означенням; б) за формулою Стокса

1.	$\bar{a} = z\bar{i} + (x + y)\bar{j} + y\bar{k}$	$(P): 2x + y + 2z = 2$
2.	$\bar{a} = (x + z)\bar{i} + z\bar{j} + (2x - y)\bar{k}$	$(P): 3x + 2y + z = 6$
3.	$\bar{a} = (y + z)\bar{i} + x\bar{j} + (y - 2z)\bar{k}$	$(P): 2x + 2y + z = 2$
4.	$\bar{a} = (2y - z)\bar{i} + (x + 2y)\bar{j} + y\bar{k}$	$(P): x + 3y + 2z = 6$

5.	$\bar{a} = (y+z)\bar{i} + (x+6y)\bar{j} + y\bar{k}$	$(P): x+2y+2z=2$
6.	$\bar{a} = (y+z)\bar{i} + (2x-z)\bar{j} + (y+3z)\bar{k}$	$(P): 2x+y+3z=6$
7.	$\bar{a} = (3x+y)\bar{i} + (x+z)\bar{j} + 2y\bar{k}$	$(P): x+2y+z=2$
8.	$\bar{a} = (x+z)\bar{i} + z\bar{j} + (2x-y)\bar{k}$	$(P): 2x+2y+z=4$
9.	$\bar{a} = (x+z)\bar{i} + (x+3y)\bar{j} + y\bar{k}$	$(P): x+y+2z=2$
10.	$\bar{a} = (2y-z)\bar{i} + (x+y)\bar{j} + x\bar{k}$	$(P): x+2y+2z=4$
11.	$\bar{a} = (2z-x)\bar{i} + (x-y)\bar{j} + (3x+z)\bar{k}$	$(P): x+y+2z=2$
12.	$\bar{a} = (2x-z)\bar{i} + (y-x)\bar{j} + (x+2z)\bar{k}$	$(P): x-y+z=2$
13.	$\bar{a} = (x+y+z)\bar{i} + 2z\bar{j} + (y-7z)\bar{k}$	$(P): 2x+3y+z=6$
14.	$\bar{a} = (x+y)\bar{i} + (y+z)\bar{j} + 2(x+z)\bar{k}$	$(P): 3x-2y+2z=6$
15.	$\bar{a} = 4z\bar{i} + (x-y-z)\bar{j} + (3y+z)\bar{k}$	$(P): x-2y+2z=2$
16.	$\bar{a} = (2z-x)\bar{i} + (x+2y)\bar{j} + 3z\bar{k}$	$(P): x+4y+2z=8$
17.	$\bar{a} = 4x\bar{i} + (x-y-z)\bar{j} + (3y+2z)\bar{k}$	$(P): 2x+y+z=4$
18.	$\bar{a} = (x+2z)\bar{i} + (y-3z)\bar{j} + z\bar{k}$	$(P): 3x+2y+2z=6$
19.	$\bar{a} = x\bar{i} + (y-2z)\bar{j} + (2x-y+2z)\bar{k}$	$(P): x+2y+2z=2$
20.	$\bar{a} = (y-z)\bar{i} + (2x+y)\bar{j} + z\bar{k}$	$(P): 2x+y+z=2$
21.	$\bar{a} = (x+y-z)\bar{i} - 2y\bar{j} + (x+2z)\bar{k}$	$(P): x+2y+z=2$
22.	$\bar{a} = (x+y)\bar{i} + 3y\bar{j} + (y-z)\bar{k}$	$(P): 2x-y-2z=-2$
23.	$\bar{a} = (2y+z)\bar{i} + (x-y)\bar{j} - 2z\bar{k}$	$(P): x-y+z=2$
24.	$\bar{a} = (3x-y)\bar{i} + (2y+z)\bar{j} + (2z-x)\bar{k}$	$(P): 2x-3y+z=6$

25.	$\bar{a} = (x+z)\bar{i} + 2y\bar{j} + (x+y-z)\bar{k}$	(P): $x + 2y + z = 2$
26.	$\bar{a} = (y+2z)\bar{i} + (x+2z)\bar{j} + (x-2y)\bar{k}$	(P): $2x + y + 2z = 2$
27.	$\bar{a} = (x+z)\bar{i} + (z-x)\bar{j} + (x+2y+z)\bar{k}$	(P): $x + y + z = 2$
28.	$\bar{a} = x\bar{i} + (x+z)\bar{j} + (y+z)\bar{k}$	(P): $3x + 3y + z = 3$
29.	$\bar{a} = (3x-1)\bar{i} + (y-x+z)\bar{j} + 4z\bar{k}$	(P): $2x - y - 2z = -2$
30.	$\bar{a} = 3x\bar{i} + (y+z)\bar{j} + (x-z)\bar{k}$	(P): $x + 3y + z = 3$

## ЛІТЕРАТУРА

1. Вища математика [Текст]: Збірник задач: Навч. посібник для студентів технічних і технологічних спеціальностей вищих навч. закладів / В. П. Дубовик, І. І. Юрик, І. П. Вовкодав, В. І. Дев'ятко; За ред. : В. П. Дубовика, І. І. Юрика. – К. : А.С.К., 2001. – 478 с. : іл. – (Університетська бібліотека). – ISBN 966-539-321-9 : 16.80.
2. Вища математика: підручник. У 2 кн. Кн. 2 / Г. Л. Кулініч, Є. Ю. Таран, В. М. Бурим та ін.; за ред. Г. Л. Кулініча. – К. : Либідь, 2003. – 368 с. – ISBN 966-06-0228-6.
3. Герасимчук В. С., Васильченко Г. С., Кравцов В. І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах, Т.3. – К. : Книги України ЛТД, 2009. – 400 с.
4. Грималюк В. П., Кухарчук М. М., Ясінський В. В. Вища математика. Навчальний посібник, Ч. 2. – К. : Віпол, 2004. – 400 с.
5. Дубовик В. П. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – 4-те вид. – К. : Ігнатекс-Україна, 2013. – 648 с.
6. Килимник І. М. Практикум з інтегрування функції однієї змінної: Навчальний посібник / І. М. Килимник, Т. Г. Полякова. – Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2020. – 306 с.
7. Корнілович Є Ю., Петрусенко В. П., Трофименко В. І. Вища математика. Модуль 7. Кратні, криволінійні інтеграли та елементи теорії поля: Навч. посібник. – К. : Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 148 с.
8. Кузьма О. В., Яцюк В. Т. Кратні, криволінійні, поверхневі інтеграли. Основи теорії поля – навч. – метод. посібник. – К : НТУУ «КПІ», 2016. – 113 с.
9. Овчинников П. П. Вища математика: підручник. У 2 ч. Ч. 1 / П. П. Овчинников, Ф. П. Яремчук, В. М. Михайленко. – К. : Техніка, 2003. – 600 с. – ISBN: 966-575-055-0.
10. Пак В. В., Носенко Ю. Л. Вища математика : Підручник . – Д. : «Видавництво Сталкер», 2003. – 496 с.