

УДК 517.9

Онуфрієнко В.М.¹, Антоненко Н.М.², Фасоляк А.В.³

¹ д-р фіз.-мат. наук, проф. НУ «Запорізька політехніка»

² канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

³ канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

ФРАКТАЛЬНИЙ ПРИПОВЕХНЕВИЙ ШАР: УЗАГАЛЬНЕННЯ КЛАСИЧНОГО ПРОСТОГО І ПОДВІЙНОГО ШАРІВ ТИПУ ГЕЛЬМГОЛЬЦЯ, ГУЇ-ЧЕПМЕНА ТА ШТЕРНА

Подвійний шар на контакті між імплантатом та рідинами організму складається з шару електронів (якщо неелектролітична фаза є металом або електронним провідником), шару адсорбованих іонів та дифузного подвійного шару з іонною атмосферою, де іони зі знаком, протилежним до поверхні електрода, присутні в надлишку порівняно з об'ємом [1].

Для кількісного опису розглядаємо фізико-геометричну модель фрактального шару і поширюємо результати дослідження на три класичні моделі (Гельмгольца, Гуї-Чепмена та Штерна), які описують фундаментальну поведінку іонів біля поверхні шару. Класичним підходом ігноруються ключові фактори, якими є іон-іонні кореляції, стеричні ефекти,

перекриття іонів, що і призводить до невідповідностей результатів розрахунків з експериментальними даними.

Введенням диферінтегралів в опис фрактальних множин ураховуємо наявність в точках шару неінтегровної густини кластерів з зарядами (струмами), імпедансу та ємності фрактально конфігурованого компакту з наявною локалізацією поля у тонкому шарі поверхні, що характеризується глибиною проникнення і законом розподілу струмів (деформацій).

Диферінтеграл $d^\alpha x = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{dx}{(t-x)^{1-\alpha}}$ та його зв'язок з дробовою

похідною $d^\alpha L(x) = {}_a D_{x_i}^\alpha L(x) d^\alpha x$, де дробова похідна ${}_a D_{x_i}^\alpha L(x)$, використовується далі у формі Рімана-Ліувілья [2].

Відомі поняття з класичної теорії потенціалу для простого $\varphi(r) = \int_S G(r, r') \sigma(r') dS'$ та подвійного $\varphi(r) = \int_S \frac{\partial G(r, r')}{\partial n'} \eta(r') dS'$ шарів (де $G(r, r')$ - функція Гріна, $\sigma(r')$ - густина заряду, $\eta(r')$ - дипольна густина, S - гладка поверхня) після вводу фрактальної конфігурації зарядів і 2^α - полів зводимо до розгляду характеристики потенціалу у вигляді

$$\varphi(r, \alpha) = \int_{S_{fr}} D_r^\alpha G(r, r') D_{r'}^\beta \rho_{fr}(r') dS_{fr}, \quad (1)$$

що при значеннях $\alpha = 0; \beta = 0$ перетворюється в формулу потенціала для простого шару; при $\alpha = 1; \beta = 0$ - описує подвійний шар, а для інших значень скейлінгового показника – формулу стоко-джерельного потенціалу (за рахунок стоко-джерельної функції Гріна $D_r^\alpha G(r, r')$).

Розглядається альтернативна строга задача про заходження характеристик потенціалу з рівняння Пуассона

$$\frac{d}{dx} D_x^\alpha (\varphi) = - \frac{D_x^\alpha \rho_{fr}(x)}{\varepsilon \varepsilon_0}. \quad (2)$$

Зазначеним підходом структурно адаптовано компактний шар іонів, що використовувався у моделі Гельмгольца, до дифузного шару моделі Гуї-Чепмена, що простягається в об'єм середовища. Таким чином ураховується факт про скінченний (а не точковий) фрактальний характер розмірів частинок, як у моделі Штерна.

Розрахунковим експериментом на рівнянні типу (2) підтверджено значний вплив фрактального розподілу частинок на характеристичні відстані, потенціал, розподіл щільності зарядів, диферінтегральну ємність розглядуваного шару.

Фракталізація подвійного шару, що супроводжується застосуванням апарату дробового інтегрування зі степеневою залежністю фізичних параметрів (частоти, проникності, провідності, напруження, деформації) від величини скейлінгу α , демонструє також можливість прогнозування перебігу аномального скін-ефекту в умовах координатної зміни скейлінгового показника $\alpha(x)$, що значно розширює використання розвиненої теорії для проєктування імпедансів пристроїв мікроелектроніки і механіки, що функціонують на основі або всупереч скін-ефекту, має величезний вплив на аналіз та моделювання електричних взаємодій імплантатів з біосистемою.

Можливе узагальнення підходу для послідовних, паралельних, та послідовно-паралельних комбінацій доменних областей для покриття складної границі області визначення поля.

Результати моделювання для фрактальних меж областей збігаються з відомими даними [3].

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Gongadze E., Petersen S., Beck U., van Rienen U. Classical models of the interface between an electrode and an electrolyte. *Comsol Conference* (Milano, October 2009). URL: <https://www.comsol.com/paper/classical-models-of-the-interface-between-an-electrode-and-an-electrolyte-6594> (дата звернення: 13.04.2026).
2. Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I. Fractional Integrals and Derivatives: Theory and Applications. Yverdon : Gordon and Breach Science Publisher, 1993. 1016 p.
3. Онуфрієнко В. М. Електромагнітні приповерхневі властивості фрактально структурованих металів. *Вісник ДНУ*. 2008. Т. 16, № 2/1. С. 150–157.