

УДК 517.3+531.1

Сніжко Н.В.¹, Сижко В.С.²

¹ канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

² студ. гр. ІФ-515сп НУ «Запорізька політехніка»

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ ГРАДІЄНТА ТЕМПЕРАТУРИ

Елементи векторного аналізу (поняття градієнта, дивергенції, ротора) широко застосовуються в задачах теплофізики, а саме для опису полів швидкостей, температур, сил у матеріальних середовищах.

Розглянемо задачу, в якій необхідно знайти функцію залежності температури стержня від x – відстані до того торця стержня, який має температуру T_1 , якщо довжина стержня з теплоізолюваною бічною поверхнею дорівнює l , а коефіцієнт теплопровідності матеріалу, з якого виготовлений стержень, змінюється з температурою T за законом $\chi = \frac{\alpha}{T}$, де α – деяка стала.

Нехай торці стержня підтримуються при температурах T_1 і T_2 відповідно (рис. 1).

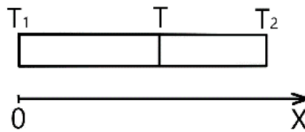


Рисунок 1 – Стержень довжиною l з теплоізолюваною бічною поверхнею.

За законом Фур'є кількість тепла, що переноситься в одиницю часу через переріз, розміщений нормально до напрямку найшвидшої зміни температури, прямо пропорційна градієнту температури, тому скористаємося наступною формулою [2]:

$$q = -\chi S \operatorname{grad} T. \quad (1)$$

Виконаємо перетворення, необхідні для подальшого розв'язання задачі:

$$q = -\frac{\alpha}{T} \frac{dT}{dx} S. \quad (2)$$

Відокремлюємо змінні, інтегруємо одержаний вираз і отримуємо:

$$\int_0^x q dx = -\alpha S \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T}. \quad (3)$$

Звідси випливає:

$$qx = -\alpha S \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (4)$$

Тоді шукана залежність $T(x)$ набуває наступного вигляду:

$$T = T_1 e^{\frac{qx}{\alpha S}}. \quad (5)$$

Таким чином, за допомогою означення градієнта скалярної функції [1] ми отримали залежність температури стержня від відстані до його кінця.

На цьому прикладі було розкрито специфіку розв'язання задач теплофізики з використанням елементів векторного аналізу. У різних областях фізики використовується поняття градієнта різних фізичних полів. Крім наведеного вище прикладу, за допомогою градієнта описується напруженість гравітаційного поля (прискорення вільного падіння) у класичній теорії гравітації, консервативна сила в класичній механіці, а також багато інших фізичних явищ.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Анпілогов Д.І., Сніжко Н.В. Диференціальне числення : навч. посібник. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2021. 308 с.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики : у 3 т. 2-ге вид., випр. Київ : Техніка, 2006.