

РАСЧЕТ НОРМАЛЬНЫХ ДОПУСКОВ С УЧЕТОМ ОТКЛОНЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Шило Г.Н., Коваленко Д.А., Гапоненко Н.П.

Разработан метод назначения номинальных допусков при нормальном законе распределения параметров элементов и заданных внешних воздействиях.

Допусковое проектирование является одним из важнейших этапов проектирования радиоэлектронной аппаратуры. В процессе этого проектирования определяются номинальные значения допустимых отклонений основных параметров элементов, которые обеспечиваются и контролируются в процессе производства. При проектировании учитываются изменения, происходящие в физической структуре материалов под воздействием внешних факторов и старения, вследствие чего формируются эксплуатационные отклонения, определяющие граничные эксплуатационные значения выходной функции [1].

Допусковое проектирование включает задачу анализа, при котором определяют отклонения выходной функции, и задачу синтеза, в которой устанавливают допуски на параметры элементов устройства [2-4]. Для синтеза допусков с высокой точностью применяются геометрические подходы, позволяющие проводить назначение интервальных допусков и допусков при нормальном законе распределения параметров элементов [5,6]. В этих методах отклонения параметров элементов определяются по положению точек касания допусковых областей и гиперповерхностей границ области работоспособности, используются итерационные алгоритмы расчета допусков, позволяющие учесть нелинейность выходных функций.

Влияние внешних воздействий учитывалось при назначении интервальных и нормальных допусков для действительных коэффициентов внешних воздействий [7-9]. К сожалению, предложенные методы не позволяли учесть отклонения коэффициентов внешних воздействий, что существенно ограничивало область их применения. В первую очередь это относится к аппаратуре с резисторными элементами, которые в большинстве случаев имеют нулевое математическое ожидание коэффициентов внешних воздействий [10]. Аналогичная ситуация возникает при учете старения практически всех элементов [10,11].

Целью работы является разработка методов расчета номинальных допусков для заданных эксплуатационных ограничений выходной функции при нормальном законе распределения коэффициентов внешних воздействий и основных параметров элементов. Для решения этой задачи необходимо:

– определить особенности формирования допусковых областей при нормальном законе распределения коэффициентов внешних воздействий;

– разработать алгоритмы назначения номинальных допусков с учетом заданных отклонений выходных характеристик и особенностей изменения параметров в процессе эксплуатации при нормальном законе их распределения.

Особенности формирования допусковых областей при внешних воздействиях

Зависимость параметров элементов от внешних факторов чаще всего является нелинейной функцией. При проектировании устройства используется линеаризация этой зависимости, и изменение параметров элементов представляется соотношением:

$$x = x_r(1 + d),$$

где x , x_r – значение параметра при действии внешнего фактора и его номинальное значение;

$d = c \cdot z$ – относительное отклонение значения параметра элемента;

c – коэффициент внешних воздействий;

z – ширина интервала изменения значения внешнего воздействия.

В случае если заданы действительные значения коэффициентов внешних воздействий, то их влияние на параметры эллипсоидной допусковой области при нормальном законе распределения выражается зависимостью [12]:

$$m = m_r(1 + d), \quad \sigma = \sigma_r(1 + d), \quad (1)$$

где m , σ , m_r и σ_r – математическое ожидание и среднеквадратичное отклонения параметра элемента при воздействии внешнего фактора и нормальных условиях окружающей среды.

Выражение (1) может использоваться при интервальном оценивании коэффициентов внешних воздействий с помощью интервала:

$$c = [\underline{c}; \bar{c}],$$

где $\underline{c}$ и $\bar{c}$ – нижняя и верхняя границы интервала изменения коэффициента внешних воздействий.

Для нормального закона распределения коэффициентов внешних воздействий функция распределения параметров элементов, измененная под влиянием внешних факторов, будет соответствовать нормальному закону. Это вытекает из свойств нормально распределенных величин [13]. Тогда под воздействием внешних факторов образуется эллипсоидная допусковая область, распределение параметров в которой характеризуется математическим ожиданием и дисперсией:

$$m = m_r(1 + m_c z); \quad D = D_r + D_r D_c z^2 + D_r z^2 m_c^2 + D_c z^2 m_r^2, \quad (2)$$

где D и D_r – дисперсия параметра элемента при внешних воздействиях и нормальных условиях окружающей среды;

m_c и D_c – математическое ожидание и дисперсия коэффициента внешнего воздействия.

Формирование допусковых областей при различных законах распределения коэффициентов внешних воздействий показано на рис.1, где Ω_r - допусковая область при отсутствии внешних воздействий. Области $\underline{\Omega}_b$ и $\overline{\Omega}_b$ формируются при нижнем и верхнем граничных значениях коэффициентов внешних воздействий. Их параметры определяются с помощью соотношений (1). Область Ω_z учитывает нормальный закон распределения коэффициентов внешних воздействий. Параметры этой области определяются с помощью соотношения (2). Гиперповерхности $\underline{y}_r$, $\underline{y}_b$, $\underline{y}_z$, $\overline{y}_r$, $\overline{y}_b$ и $\overline{y}_z$ соответствуют нижнему и верхнему номинальному значениям выходной функции, интервальным коэффициентам внешних воздействий и нормальному закону распределения коэффициентов внешних воздействий.

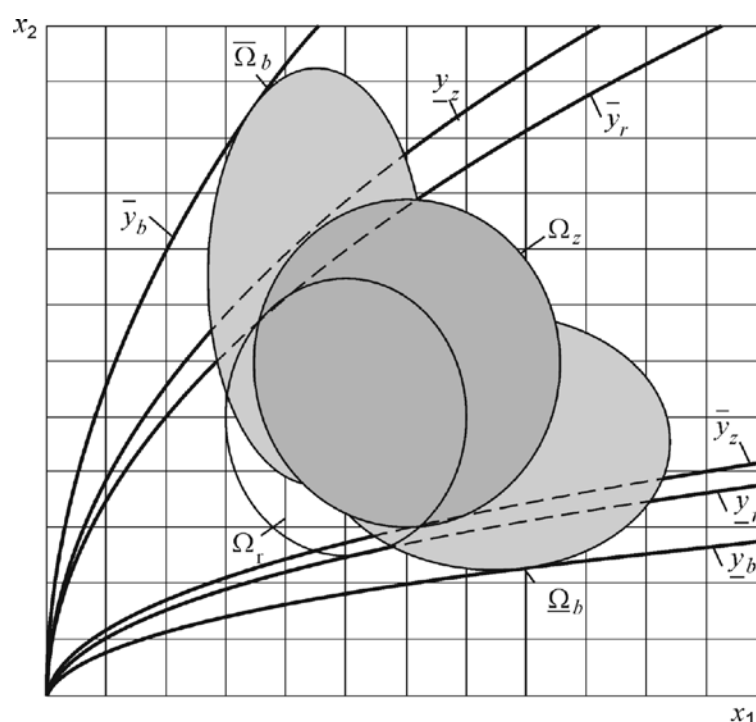


Рис.1 Формирование допусковых областей при различных законах распределения коэффициентов внешних воздействий

Как видно из рис.1, изменение параметров при нормальном законе распределения коэффициентов внешних воздействий приводит к уменьшению отклонений выходной функции по сравнению с отклонениями, полученными для интервальных коэффициентов. Кроме того, образованная суммарная область может не перекрывать допусковую область, формируемую при отсутствии внешних воздействий.

Формирование допусковых областей при нормальном законе распределения коэффициентов внешних воздействий и параметров элементов показано на рис. 2, где области Ω_m и Ω_p образованы при нижнем z_m и верхнем z_p диапазонах внешних воздействий. Гиперповерхности $\overline{y}_p$, $\underline{y}_p$, $\overline{y}_m$ и $\underline{y}_m$ ограничивают допусковую область при верхнем и

нижнем диапазоне внешних воздействий. Гиперповерхности $\underline{y}_e$ и $\bar{y}_e$ определяют нижнее и верхнее граничные эксплуатационные значения выходной функции при внешних воздействиях.

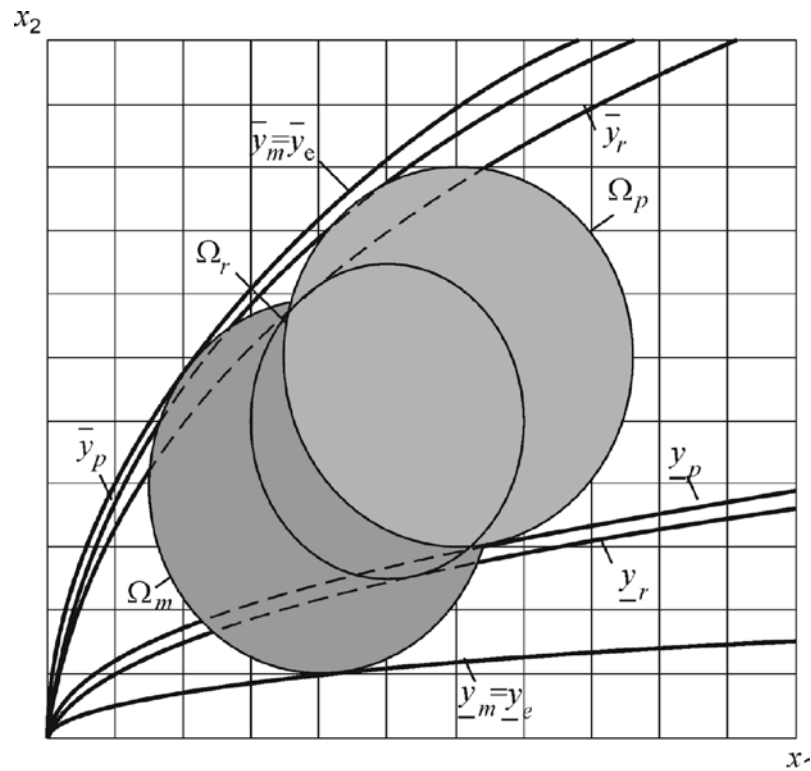


Рис.2 Формирование допусковых областей при внешних воздействиях

Рис.2 отображает возможность формирования обеих границ области работоспособности одним из граничных значений внешнего воздействия. В общем случае формирование этих границ может проводиться различными диапазонами изменения внешних факторов. Потому для определения внешних воздействий, при которых достигаются граничные эксплуатационные значения выходной функции, используют следующие соотношения:

$$\underline{z} = \begin{cases} z_m, \text{если } y(\underline{X}_m) < y(\underline{X}_p) \\ z_p, \text{иначе} \end{cases} \quad \bar{z} = \begin{cases} z_m, \text{если } y(\bar{X}_m) > y(\bar{X}_p) \\ z_p, \text{иначе} \end{cases} \quad (3)$$

где $\underline{X}_m$, $\bar{X}_m$, $\underline{X}_p$ и $\bar{X}_p$ – координаты точек касания допусковых областей при нижнем и верхнем диапазонах внешних воздействий и гиперповерхностей, соответствующих граничным эксплуатационным значениям выходной функции. Для определения координат точек касания используется выражение (2) и алгоритм анализа допусков [6].

Если необходимо учесть действие нескольких внешних факторов, используются рекуррентные соотношения для выражений (2), которые учитывают свойства дисперсии и математического ожидания суммы и произведения случайных величин [13]:

$$\underline{m}_{ib} = \underline{m}_{i-1}(1 + \underline{m}_{ci} \underline{z}_i); \quad \underline{D}_{ib} = \underline{D}_{i-1} + \underline{D}_{i-1} \underline{D}_{ci} \underline{z}_i^2 + \underline{D}_{i-1} \underline{z}_i^2 \underline{m}_{ci}^2 + \underline{D}_{ci} \underline{z}_i^2 \underline{m}_{i-1}^2;$$

(4)

$$\overline{m}_{ib} = \overline{m}_{i-1}(1 + \overline{m}_{ci} \overline{z}_i); \quad \overline{D}_{ib} = \overline{D}_{i-1} + \overline{D}_{i-1} \overline{D}_{ci} \overline{z}_i^2 + \overline{D}_{i-1} \overline{z}_i^2 \overline{m}_{ci}^2 + \overline{D}_{ci} \overline{z}_i^2 \overline{m}_{i-1}^2,$$

где $\overline{m}_{ib}$, $\overline{D}_{ib}$, $\overline{m}_{ib}$ и $\overline{D}_{ib}$ - математические ожидания и дисперсии параметров областей, для которых формируются нижнее и верхнее граничные значения выходной функции, при воздействии i -го внешнего фактора;

$\overline{m}_{ci}$, $\overline{D}_{ci}$, $\overline{m}_{ci}$ и $\overline{D}_{ci}$ - математические ожидания и дисперсии коэффициентов внешних воздействий, соответствующие диапазонам внешних воздействий $\underline{z}_i$ и $\overline{z}_i$.

Выражение (4) позволяет определить параметры допусковых областей, для которых достигаются граничные значения выходной функции при нормальном законе распределения коэффициентов внешних воздействий, и может использоваться в алгоритмах назначения допусков.

Назначение допусков при нормальном законе распределения коэффициентов внешних воздействий

Исходными данными для назначения допусков являются: отклонения выходной характеристики, номинальные параметры элементов, коэффициенты внешних воздействий и их отклонения для нижнего и верхнего диапазонов внешних факторов. Отклонения выходной функции могут быть заданы для одной из ее границ или шириной интервала ее изменений. Поскольку исходные данные не позволяют прямо определить положение точек касания допусковых областей и границ области работоспособности при граничных внешних воздействиях, используется итерационный алгоритм, основанный на отображении номинальной допусковой области в область работоспособности.

В качестве начального приближения выбирается допусковая область, соответствующая номинальным параметра элементов и граничным эксплуатационным значениям выходной функции. Далее принимается, что эта область сформирована с учетом внешних воздействий. Затем полученная область преобразуется в номинальную допусковую область с помощью соотношений (4), записанных для одновременного действия всех внешних факторов. Эти преобразования позволяют определить начальное граничное значение выходной функции при отсутствии внешних воздействий и первое приближение номинальных отклонений параметров. Предусматривается уточнение положение границ номинальной области работоспособности методом отображений. Таким образом, алгоритм назначения допусков при заданных отклонениях коэффициентов внешних воздействий и верхнем отклонении выходной функции $\overline{y}_e$ принимает вид:

Шаг 1. Определяются значения внешних воздействий $\bar{z}$, при которых достигаются граничные значения выходной функции. Принимается, что отклонения основных параметров отсутствуют. Используются выражения (2)-(4).

Шаг 2. Проверяется возможность реализации алгоритма:

$$\bar{y}_0 < \bar{y}_e,$$

где $\bar{y}_0$ – отклонение выходной функции, полученное при воздействии внешних факторов и отсутствии номинальных отклонений параметров элементов.

Шаг 3. Назначаются отклонения параметров элементов при заданных ограничениях выходной функции. Используется метод касательных [6].

Шаг 4. Параметры допусковой области пересчитываются в номинальные параметры. Используется соотношение (4). Определяется граничное значение выходной функции $\bar{y}_r^{(k)}$ для данной области методом касательных.

Шаг 5. Назначаются номинальные допуски методом касательных для номинального граничного значения выходной функции $\bar{y}_r^{(k)}$.

Шаг 6. Определяются значения выходной функции $\bar{y}_d^{(k)}$ для области, параметры которых формируются при совместном действии всех внешних факторов. Используется выражение (4).

Шаг 7. Проверяется условие завершения алгоритма:

$$|\bar{y}_d^{(k)} - \bar{y}_e| / \bar{y}_e \leq \varepsilon$$

где ε – точность вычислений.

При выполнении условия работа алгоритма завершается.

Шаг 8. Корректируется номинальное граничное значение выходной функции:

$$\bar{y}_r^{(k)} = \bar{y}_r^{(k-1)} - (\bar{y}_d^{(k)} - \bar{y}_e) / \bar{d}_y^{(k)}$$

где $\bar{d}_y^{(k)} = \bar{y}_d^{(k)} / \bar{y}_r^{(k-1)}$.

Шаг 9. Переход к шагу 5.

Для заданной нижней эксплуатационной границе области работоспособности алгоритм имеет аналогичный вид. Если задана ширина изменения значения выходной функции w_{ye} , условие завершения алгоритма преобразуется:

$$|w_{yd}^{(k)} - w_{ye}| / w_{ye} \leq \varepsilon,$$

где $w_{yd}^{(k)} = \bar{y}_d^{(k)} - \underline{y}_d^{(k)}$ – ширина изменения значений выходной функции.

Пересчет значений выходной функции при заданной ширине значений выходной функции осуществляется с помощью соотношения:

$$w_{yr}^{(k)} = w_{yr}^{(k-1)} - (w_{yd}^{(k)} - w_{ye}) / d_{wy}^{(k)},$$

где $w_{yr}^{(k-1)}$ – ширина отклонения выходной функции, для которой назначают номинальные отклонения;

$$d_{wy}^{(k)} = w_{yd}^{(k)} / w_{yr}^{(k-1)}.$$

Возможность реализации алгоритма определяется условием:

$$w_{y0} < w_{ye},$$

где w_{y0} – ширина отклонения выходной функции, полученного при воздействии внешних воздействий и отсутствии номинальных отклонений параметров элементов.

Приведенные алгоритмы позволяют назначать номинальные допусковые отклонения при односторонних и двухсторонних ограничениях на выходную функцию при известных коэффициентах внешних воздействий. Учитываются отклонения коэффициентов внешних воздействий, распределенных по нормальному закону.

Применение метода

Разработанные алгоритмы использовались для расчета допусков на параметры активного фильтра нижних частот [14], схема которого приведена на рис. 3. Коэффициент затухания фильтра вычислялся с помощью соотношения:

$$a(\omega) = R_1 / R_3 \cdot ((1 - b_2 \cdot \omega^2)^2 + b_1^2 \omega^2)^{1/2},$$

где $b_1 = C_1 C_2 R_2 R_3$; $b_2 = C_2 R_2 (1 + R_3 / R_1 + R_3 / R_2)$;

$\omega = 2\pi f$ – угловая частота;

C_i, R_i – параметры элементов фильтра.

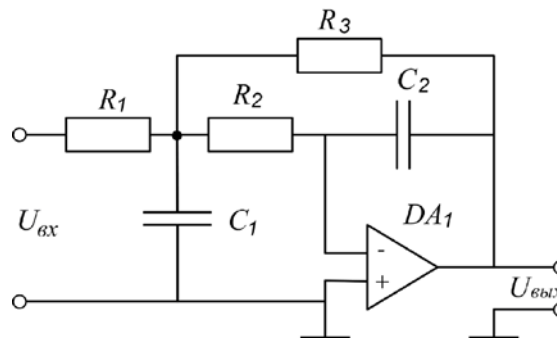


Рис.3 Фильтр нижних частот

Номинальные параметры элементов фильтра были приведены к нормированным значениям $m_{R0} = m_{R2} = 4$, $m_{R1} = 2$, $m_{C1} = 0.173$, $m_{C2} = 0.519$. Расчет проводился при угловой частоте $\omega = 1$. Точность вычислений составляла 0,0001. Обеспечилась ширина отклонения выходной функции 5%. Верхнее допустимое значение температуры задавалось 70°C, а нижнее – (-60°C). Значения температурных коэффициентов сопротивления резисторов составляли $\pm 50 \cdot 10^{-6}$ 1/K для верхнего и $\pm 150 \cdot 10^{-6}$ 1/K для нижнего диапазона температур. Температурные коэффициенты емкости имели значения $-(-150 \pm 40) \cdot 10^{-6}$ 1/K во всем

диапазоне температур. Учитывалось изменение значения параметров $\pm 1\%$ на протяжении срока наработки на отказ 10 000 часов. Расчет проводился для нормальных коэффициентов внешних воздействий. Результаты расчетов представлены в таблице.

Назначение номинальных допусков с учетом внешних воздействий

Внешние воздействия	Отклонения параметров элементов, %				
	R ₁	R ₂	R ₃	C ₁	C ₂
отсутствие внешних воздействий	1.47	2.97	2.92	10.86	1.31
старение	1.27	2.55	2.52	9.39	1.13
температура	0.91	1.84	1.82	6.81	0.81
Температура и старение	0.52	1.05	1.04	3.90	0.46
Температура и старение (стандартизированные допуски)	0.5	1.0	1.0	5.0	0.25

Как видно из таблицы, учет внешних факторов приводит к ужесточению требований к отклонениям параметров элементов. Старение приводит к уменьшению допусков на 14%, а температура – на 38%. Наибольшее уменьшение соответствует совместному воздействию температуры и старения – 64%.

Выводы

Исследование свойств допусковых областей при внешних воздействиях показало, что учет нормального закона распределения коэффициентов внешних воздействий позволяет значительно уменьшить размеры допусковых областей. Сформированные таким образом допусковые области для нижних и верхних диапазонов внешних воздействий формируют соответствующие границы области работоспособности. Возможны варианты, когда одна из допусковых областей одновременно формирует обе границы.

Учет этих свойств позволил разработать алгоритмы назначения номинальных допусков, в которых учитывается влияние нескольких внешних факторов. Используется итерационный алгоритм с отображением номинальных допусковых областей в область внешних воздействий. Допусковая область может ограничиваться одной из границ выходной функции или шириной ее отклонений. Алгоритм учитывает нелинейные свойства выходных функций и обеспечивает высокую точность расчетов.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Кофанов Ю. Н. Теоретические основы конструирования и надежности радиоэлектронных средств – М.: Радио и связь, 1991.
2. Михайлов А. В., Савин К. С. Точность радиоэлектронных устройств – М.: Машиностроение, 1976.
3. Львович Я. Е., Фролов В. Н. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности РЭА: Учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1986.
4. Kolev L.V. Interval methods for circuit analysis. – Singapore; New Jersey; London; Hong Kong: World Scie., 1993.
5. Шило Г. Н. Геометрические методы назначения допусков // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 2. – С. 118-126.
6. Шило Г. Н., Воропай А. Ю., Гапоненко Н. П. Расчет и назначение допусков методом касательных // Известия вузов “Радиоэлектроника”. – 2006. – № 2. – С. 43-52.
7. Крищук В. М., Шило Г. М., Намлинський А. О., Гапоненко М. П. Вибір елементів при компенсації зовнішніх впливів // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2004. – №2. – с.36-41.
8. Намлинський А. О. Інтервальні коефіцієнти зовнішніх впливів в задачах вибору елементів // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2007. – №1. – С. 26-34.
9. Шило Г. М., Коваленко Д. А., Гапоненко М. П. Призначення нормальних допусків методом відображень // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2008. – №1. – С. 37-41.
10. Гендин Г. С. Все о резисторах. Справочное издание – М.: Горячая линия – Телеком, 1999.
11. Справочник по электрическим конденсаторам / М. Н. Дьяконов, В. И. Карабанов, В. И. Пресняков и др.; Под ред. И. И. Четвертакова и В. Ф. Смирнова. – М.: Радио и связь, 1983.
12. Шило Г. М. Коваленко Д. А. Особливості компенсації зовнішніх впливів при призначенні нормальних допусків // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2007. – №1. – С. 44-47.
13. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988.
14. Знаменский А. Е., Теплюк И. Н. Активные RC-фильтры. – М.: Связь, 1970.