

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до самостійної роботи та виконання РГР №1
з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки"
"Електричні кола постійного струму"
для студентів спеціальності 141
"Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка"
денної та заочної форм навчання

Методичні вказівки до самостійної роботи та виконання РГР №1 з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки" "Електричні кола постійного струму" для студентів спеціальності 141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" денної та заочної форм навчання /Укл.: В.В. Козлов, О.В. Набокова. - Запоріжжя: ЗНТУ, 2019. - 66 с.

Укладачі: В.В. Козлов, доцент, к.т.н.,
О.В. Набокова, ст. викладач

Рецензент: С.М. Тиховод, доцент, к.т.н.

Відповідальний за випуск: В.В. Козлов, доцент, к.т.н.

Затверджено
на засіданні кафедри ТЗЕ
Протокол №7 від 07.03.19 р.

Затверджено
на засіданні
науково-методичної комісії
електротехнічного факультету
Протокол №8 від 22.03.19 р.

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ	4
1 КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ	5
1.1 Основні поняття і закони електричних кіл	5
1.1.1 Закон Ома для ділянки кола, що містить ЕРС	7
1.1.2 Перший закон Кірхгофа	8
1.1.3 Другий закон Кірхгофа	8
1.1.4 Рівняння енергетичного балансу (рівняння балансу потужностей) в електричних колах постійного струму	10
1.2 Еквівалентні перетворення електричних кіл	11
1.2.1 Послідовне з'єднання елементів	11
1.2.2 Паралельне з'єднання елементів	12
1.2.3 Змішане з'єднання елементів	13
1.2.4 З'єднання резистивних елементів трикутником і зіркою	14
1.3 Аналіз розгалужених електричних кіл постійного струму з одним джерелом енергії	15
1.3.1 Метод безпосереднього застосування закону Ома (метод згортання)	15
1.3.2 Метод пропорційних величин	20
1.4 Аналіз складних електричних кіл постійного струму з декількома джерелами енергії	21
1.4.1 Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа	21
1.4.2 Метод контурних струмів	25
1.4.3 Метод вузлових потенціалів	28
1.4.4 Метод двох вузлів	33
1.4.5 Метод накладення (метод суперпозиції)	34
1.4.6 Метод еквівалентного джерела	36
1.5 Потенційна діаграма	39
2 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ	42
3 ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ	44
4 ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ Й ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ	54
ЛІТЕРАТУРА	66

ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ

Одним з найбільш важливих етапів самостійної роботи студентів при вивченні ТОЕ є виконання розрахунково-графічних робіт, які допомагають засвоєнню матеріалу курсу.

Перш ніж приступити до виконання даної розрахунково-графічної роботи, необхідно твердо засвоїти основні визначення електричних величин, а також поняття й закони, якими встановлюється зв'язок між ними.

Варто повторити необхідні розділи теоретичного курсу за концептом лекцій, даними методичним вказівкам і рекомендованою літературою, і пригадати з курсу математики матричну форму запису системи лінійних алгебраїчних рівнянь і прийоми її розрахунку.

При виконанні й оформленні розрахунково-графічної роботи необхідно дотримуватися наступних основних вимог:

- роботу оформляють на стандартних аркушах паперу формату А4, що скріплені між собою;

- обкладинкою служить титульний аркуш, на якому вказують навчальний заклад і кафедра, номер, назву й варіант розрахунково-графічної роботи, номер групи, прізвище студента й прізвище викладача;

- на першій сторінці вказують номер і назву завдання, викреслюється схема електричного кола заданого варіанта, наводять вихідні параметри й перераховують вимоги з розрахунку. Така сторінка передує кожній задачі розрахунково-графічної роботи;

- кожен етап розрахунку повинен мати свій заголовок, обчислення й алгебраїчні перетворення супроводжують короткими поясненнями, біля остаточного результату проставляють розмірність;

- у тексті розрахунково-графічної роботи не допускається скорочення слів, крім загальноприйнятих скорочень, таких як ЕРС, ККД і т.д.;

- графіки виконують з дотриманням загальноприйнятих інженерних вимог. По осях наносять рівномірні масштабні шкали. Наприкінці шкали вказується позначення змінної і її розмірність. Координатні системи для різних функцій, що побудовані від одної змінної, повинні розташовуватися на одній сторінці й бути сполучені по осях абсцис;

- при розв'язанні задач необхідно використовувати міжнародну систему одиниць;

- допускається застосовувати в розрахунках математичні пакети програм і наводити в роботі графіки, що побудовані на комп'ютері з дотриманням відповідних вимог.

1 КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1.1 Основні поняття і закони електричних кіл

Електричним колом називають сукупність пристроїв, що призначені для генерації, передачі, перетворення й використання електричного струму, електромагнітні процеси в якій можуть бути описані за допомогою таких інтегральних понять, як струм, напруга й електроорушійна сила.

Електричне коло складається із джерел електромагнітної енергії (генераторів), приймачів електричної енергії (навантаження) і проміжних ланок (проводів, апаратів), що зв'язують джерела із приймачами.

Джерелами електромагнітної енергії є пристрої, у яких здійснюється перетворення неелектричних видів енергії (механічної, теплової, світлової, хімічної й ін.) в енергію електромагнітного поля (генератори, термоелементи, фотоелементи, хімічні елементи).

Приймачами електричної енергії є пристрої, у яких здійснюється перетворення електромагнітної енергії в енергію іншого виду: механічну, теплову, хімічну, енергію світлового випромінювання й т.д.

Найбільш абстрактне уявлення про електричний коло дають *схеми заміщення (розрахункові схеми)*. Вони призначені для дослідження електромагнітних процесів й є розрахунковою моделлю відповідного пристрою. Реальні елементи електричного кола замінюють у схемі заміщення у вигляді одного або декількох ідеальних елементів (математичних моделей), у яких ураховують тільки істотні параметри й властивості.

Активними елементами електричного кола називають джерела електричної енергії, що мають здатність віддавати енергію ділянкам електричного кола, підключені до них.

Розрізняють два види ідеальних активних елементів:

- ідеальні джерела напруги;
- ідеальні джерела струму.

Ідеальним джерелом напруги (джерелом ЕРС) називають ідеалізований двополюсний елемент, що відображає спроможність реального об'єкта створювати різницю потенціалів і підтримувати струм у замкнутому електричному колі, причому напруга на його затискачах не залежить від струму, що протікає через нього. Напруга на його затискачах чисельно дорівнює електроорушійній силі.

Ідеальним джерелом струму (джерелом струму) називають ідеалізований двополюсний елемент, що відображає здатність реального

об'єкта створювати різницю потенціалів і підтримувати струм у замкнутому електричному колі, причому струм через нього не залежить від напруги на його затискачах.

Умовні графічні позначення ідеального джерела ЕРС наведене на рис. 1.1, *а*, ідеального джерела струму - на рис. 1.1, *б*. Стрілка в умовній позначці джерела ЕРС спрямована від точки низького потенціалу до точки високого потенціалу (указує напрямок дії ЕРС), стрілка напруги на вихідних затискачах джерела ЕРС завжди спрямована від точки високого потенціалу до точки низького потенціалу. Напрямок подвійної стрілки в умовній позначці джерела струму вказує напрямок протікання струму.

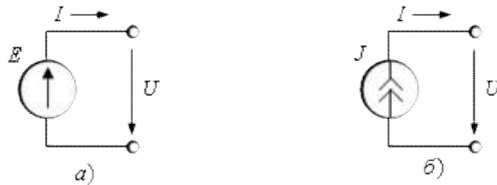


Рисунок 1.1

Ідеальними пасивними двополюсними елементами схем заміщення електричних кіл постійного струму є резистивні елементи.

Їх називають *пасивними*, тому що енергія, яку вони споживають від інших частин кола в будь-який момент часу невід'ємна (тобто додатна або дорівнює нулю).

Резистивний елемент - ідеалізований пасивний двополюсний елемент, у якому електрична енергія необоротно перетворюється в інші види енергії (теплову, механічну, світлову). Енергія електричного або магнітного полів в резистивному елементі не запасається.

Зв'язок між напругою й струмом у резистивному елементі обумовлюється законом Ома:

$$U_R = RI. \quad (1.1)$$

Активні й пасивні елементи є "електричними" складовими схеми. "Геометричними" - вітки й вузли.

Простий вузол (вузол, що можна усунути) - точка електричного кола, у якій з'єднані два елементи.

Вітка складається з одного або декількох елементів електричного кола, які з'єднані простими вузлами. У всіх елементах вітки протікає той самий електричний струм.

Елементи, які входять до складу однієї вітки, з'єднані *послідовно*.

Складний вузол (або просто *вузол*) - точка електричного кола, у якій з'єднані три й більше елементи.

Вітки, що зв'язані з однією парою вузлів, з'єднані *паралельно*.

Зв'язки елементів електричного кола мають топологічні властивостями, тобто вони не змінюються при будь-яких перетвореннях, які виконуються без розриву зв'язків.

Замкнутим контуром (*контуром*) називають сукупність віток, які утворюють шлях, при переміщенні уздовж якого можна повернутися у вихідну точку, не проходячи більш одного разу по кожній вітці й по кожному вузлу.

Незалежним називається контур, що містить хоча б одну вітку, що не входить в інші контури. Для будь якого електричного кола кількість незалежних контурів завжди обмежена.

1.1.1 Закон Ома для ділянки кола, що містить ЕРС

У загальному випадку будь-яка вітка в електричному колі постійного струму може бути представлена у вигляді послідовного з'єднання резистивного елемента й джерела ЕРС.

Закон Ома для ділянки кола дозволяє знайти силу струму в такій вітці за відомою різницею потенціалів на кінцях цієї ділянки й заданих параметрів елементів вітки.

Якщо напрямки ЕРС і струму збігаються (рис. 1.2, а), то:

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E}{R} = \frac{U_{ab} + E}{R}. \quad (1.2)$$

де φ_a, φ_b - потенціали відповідних вузлів (В), E - ЕРС (В), R - опір резистивного елемента (Ом).

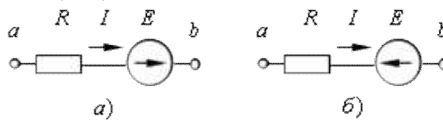


Рисунок 1.2

Якщо напрямки ЕРС і струму збігаються (рис. 1.2, б), то:

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b - E}{R} = \frac{U_{ab} - E}{R}. \quad (1.3)$$

В окремому випадку, при відсутності ЕРС на розглянутій ділянці:

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R} = \frac{U_{ab}}{R}. \quad (1.4)$$

1.1.2 Перший закон Кірхгофа

Перший закон Кірхгофа встановлює зв'язок між струмами віток, які сходяться у вузлах електричного кола.

Перший закон Кірхгофа формулюється в такий спосіб: алгебраїчна сума струмів всіх віток, що з'єднані з будь-яким вузлом електричного кола, дорівнює нулю (звичайно струми, які спрямовані до вузла, ураховують зі знаком "+", а від вузла - зі знаком "-"):

$$\sum_{k=1}^K I_k = 0, \quad (1.5)$$

де K - кількість віток, які з'єднані з вузлом;

або: сума струмів, які витікають із будь-якого вузла електричного кола, дорівнює сумі струмів, які втікають у цей вузол:

$$\sum_{p=1}^P I_p = \sum_{q=1}^Q I_q, \quad (1.6)$$

де $P + Q = K$.

При складанні рівнянь за першим законом Кірхгофа напрямку струмів у вітках електричного кола вибирають довільно. Якщо в процесі визначення струмів один або декілька з них виявляться від'ємними, це буде свідчити про протікання цих струмів у напрямку протилежному до прийнятого спочатку.

Для конкретного вузла, який показано на рис. 1.3:

За першим формулюванням:

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0.$$

За другим формулюванням:

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3.$$

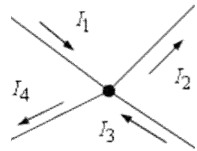


Рисунок 1.3

1.1.3 Другий закон Кірхгофа

Другий закон Кірхгофа встановлює зв'язок між напругами віток, які входять до складу контурів електричного кола.

Другий закон Кірхгофа: у будь-якому контурі алгебраїчна сума напруг у вітках контуру дорівнює нулю

$$\sum_{k=1}^K U_k = 0, \quad (1.7)$$

де K - кількість елементів, які входять до складу контуру.

Для запису другого закону Кірхгофа необхідно довільно задати-ся напрямком обходу контуру.

У рівнянні (1.7) спад напруги на резистивному елементі врахову-ють зі знаком "+", якщо напрямок протікання струму через нього й на-прямок обходу контуру збігаються або зі знаком "-", якщо вони не збі-гаються. Спад напруги на джерелах ЕРС ураховують зі знаком "+", як-що напрямок обходу контуру й напрямок дії ЕРС не збігаються незале-жно від напрямку протікання струму або зі знаком "-", якщо вони збі-гаються (тому що спад напруги на джерелі ЕРС чисельно дорівнює еле-ктрорушійній силі, але має протилежний знак).

На практиці зручніше застосовувати інше формулювання друго-го закону Кірхгофа: у будь-якому контурі алгебраїчна сума ЕРС дорі-внює алгебраїчній сумі спадів напруги на всіх резистивних елементах цього контуру

$$\sum_{p=1}^P U_p = \sum_{q=1}^Q E_q, \quad (1.8)$$

де P , Q - відповідно кількість резистивних елементів і джерел ЕРС, які входять до складу контуру, $P + Q = K$.

При записі рівняння (1.8) спад напруги на резистивних елемен-тах ураховують із такими ж знаками, як й у попередньому випадку. ЕРС ураховують зі знаком "+", якщо напрямок обходу контуру й на-прямок дії ЕРС збігаються незалежно від напрямку протікання струму або зі знаком "-", якщо вони не збігаються.

З урахуванням закону Ома рівняння (1.8) можна представити у вигляді:

$$\sum_{p=1}^P R_p I_p = \sum_{q=1}^Q E_q. \quad (1.9)$$

Наприклад, для контуру (рис. 1.4), якщо прийняти напрямок обходу за годинниковою стрілкою, рів-няння за другим законом Кірхгофа за-пишеться в такий спосіб:

$$E_1 + E_2 - E_3 = I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 + I_4 R_4.$$

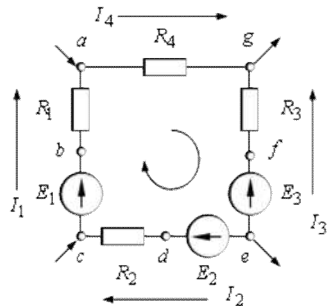


Рисунок 1.4

1.1.4 Рівняння енергетичного балансу (рівняння балансу потужностей) в електричних колах постійного струму

Для будь-якого, скільки завгодно складного електричного кола постійного струму, можна скласти *енергетичний баланс*, що впливає безпосередньо із закону збереження енергії: алгебраїчна сума всіх потужностей, які розвивають джерелами електричної енергії в колі, повинна бути дорівнює сумі потужностей, які навантаження перетворить в інші види енергії.

Рівняння енергетичного балансу має вигляд:

$$\sum_{p=1}^P E_p I_p + \sum_{q=1}^Q U_{Jq} J_q = \sum_{k=1}^K I_k^2 R_k. \quad (1.10)$$

де $\sum_{p=1}^P E_p I_p$ - потужність, що розвивають P джерел ЕРС, $\sum_{q=1}^Q U_{Jq} J_q$ - потужність, що розвивають Q джерел струму; U_{Jq} - напруга на затискачах q -го джерела струму; $\sum_{k=1}^K I_k^2 R_k$ - потужність, що розсіюють K опорів навантаження.

Потужність, що перетвориться в навантаженні $I_k^2 R_k$, може приймати тільки невід'ємні значення, тому що навантаження (резистивні елементи) завжди працюють у режимі споживання електричної енергії. Вирази $E_p I_p$ й $U_{Jq} J_q$ можуть приймати як додатні (джерела працюють у режимі генерації енергії) так і від'ємні значення (джерела працюють у режимі споживання енергії). Залежить це від того, чи спрямований справжній напрямок струму від вузла з меншим потенціалом джерела до вузла з більшим потенціалом (рух зарядів здійснюється за рахунок роботи зовнішніх сил) або, навпаки, від вузла з більшим потенціалом до вузла з меншим потенціалом (рух зарядів здійснюється за рахунок роботи електричного поля).

Наприклад, акумулятор при його зарядці працює в режимі споживання електричної енергії.

У рівнянні (3.9) потужності джерел ЕРС ураховуються зі знаком "+", якщо напрямок струму в них збігається з напрямком ЕРС, а потужності джерел струму, якщо напрямок спаду напруги на джерелі струму є протилежним до напрямку струму.

1.2 Еквівалентні перетворення електричних кіл

В електричних колах розрізняють наступні з'єднання елементів: послідовне, паралельне, змішане, зіркою й трикутником.

У багатьох випадку задача аналізу електричного кола істотно спрощується, якщо замінити його частину більш простим за структурою еквівалентним електричним колом. При цьому струми й напруги в частині кола, що не піддавалася перетворенням, повинні залишатися незмінними, тобто такими, якими вони були до перетворення.

1.2.1 Послідовне з'єднання елементів

Послідовне з'єднання це таке з'єднання елементів електричного кола, у якому кожна пара елементів з'єднана одним простим вузлом.

До будь-яке послідовного з'єднання може належати довільна кількість резистивних елементів і джерел ЕРС (рис. 1.5).

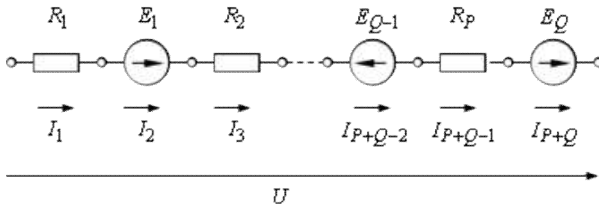


Рисунок 1.5

Будь-яке послідовне з'єднання елементів можна представити послідовним з'єднанням одного резистивного елемента R_{eq} й одного джерела ЕРС E_{eq} .

Еквівалентний опір P послідовно з'єднаних резистивних елементів дорівнює сумі їхніх опорів

$$R_{eq} = \sum_{p=1}^P R_p . \quad (1.11)$$

Еквівалентна ЕРС Q послідовно з'єднаних джерел напруги дорівнює алгебраїчній сумі їх ЕРС:

$$E_{eq} = \sum_{q=1}^Q E_q . \quad (1.12)$$

У рівнянні (1.12) ЕРС, які збігаються за напрямком з ЕРС еквівалентного джерела, ураховують зі знаком "+", а які не збігаються - зі знаком "-".

1.2.2 Паралельне з'єднання елементів

Паралельне з'єднання це таке з'єднання елементів кола, у якому всі вони з'єднані з однією парою вузлів.

До будь-якого паралельного з'єднання може належати довільна кількість резистивних елементів і джерел струму (рис. 1.6).

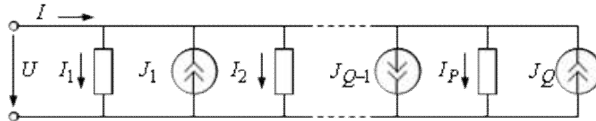


Рисунок 1.6

Будь-яке паралельне з'єднання елементів можна представити паралельним з'єднанням одного резистивного елемента R_{eq} й одного джерела струму J_{eq} .

Еквівалентний опір P паралельно з'єднаних резистивних елементів визначається через суму їх провідностей:

$$R_{eq} = \frac{1}{\sum_{p=1}^P \frac{1}{R_p}} = \frac{1}{\sum_{p=1}^P G_p} = \frac{1}{G_{eq}}, \quad (1.13)$$

де G_{eq} - еквівалентна провідність паралельно з'єднаних резистивних елементів.

Еквівалентний струм Q паралельно з'єднаних джерел струмів дорівнює алгебраїчній сумі їхніх струмів

$$J_{eq} = \sum_{q=1}^Q J_q. \quad (1.14)$$

У рівнянні (1.14) джерела струму, які збігаються за напрямком зі струмом еквівалентного джерела, ураховують зі знаком "+", а які не збігаються - зі знаком "-".

У випадках з'єднань двох і трьох резистивних елементів, що часто зустрічаються, вирази для загального опору R_{eq} мають вигляд:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}. \quad (1.15)$$

1.2.3 Змішане з'єднання елементів

Змішаним з'єднанням називають сполучення послідовних й паралельних з'єднань двополюсних елементів.

Для випадку змішаного з'єднання резистивних елементів можна знайти еквівалентний опір шляхом поетапних еквівалентних перетворень для окремих елементів.

Приклад 1.1. Розглянемо ділянку електричного кола, що складається з резистивних елементів (рис. 1.7). Опори резистивних елементів $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 40 \text{ Ом}$; $R_4 = 25 \text{ Ом}$. Визначити еквівалентний опір кола.

Розв'язання. На схемі (рис. 1.7) зображені три вітки. Перша складається з одного резистивного елемента R_1 ; друга - з резистивних елементів R_2 й R_4 , третю - з резистивного елемента R_3 . Друга й третя вітки з'єднані між собою паралельно, тому що обидві з'єднані з вузлами a й b (але із цього не витікає, що паралельно з'єднано між собою елементи цих віток).

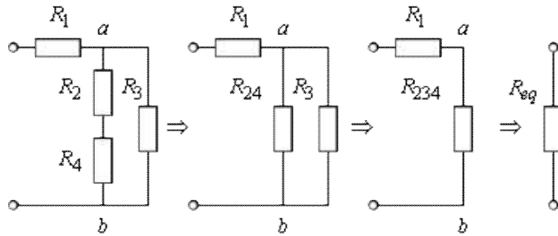


Рисунок 1.7

На першому етапі еквівалентне перетворення можливо тільки для послідовного з'єднання R_2 й R_4 у другій вітці (тому що в колі немає інших з'єднань, які можна визначити як паралельні або послідовні). Використовуючи вираз (1.11), одержимо:

$$R_{24} = R_2 + R_4 = 15 + 25 = 40 \text{ Ом}.$$

Тепер кожна з паралельних віток складається з одного елемента, і вони утворюють між собою паралельне з'єднання, для якого за допомогою виразу (1.15) знайдемо еквівалентний опір:

$$R_{234} = \frac{R_{24} \cdot R_3}{R_{24} + R_3} = \frac{40 \cdot 40}{40 + 40} = 20 \text{ Ом}.$$

У результаті ми одержимо послідовне з'єднання R_1 й R_{234} й, ще раз скориставшись виразом (1.15), знайдемо еквівалентний опір ділянки кола:

$$R_{eq} = R_1 + R_{234} = 10 + 20 = 30 \text{ Ом}.$$

1.2.4 З'єднання резистивних елементів трикутником і зіркою

У складних колах зустрічаються з'єднання, які не можна віднести до послідовних, паралельних або змішаних з'єднань. До них належать з'єднання трипроменевою зіркою й трикутником (рис. 3.8). Взаємне перетворення цих з'єднань часто дозволяє одержати більш прості змішані з'єднання й після цього розв'язати задачу подібно тому, як це було зроблено вище.

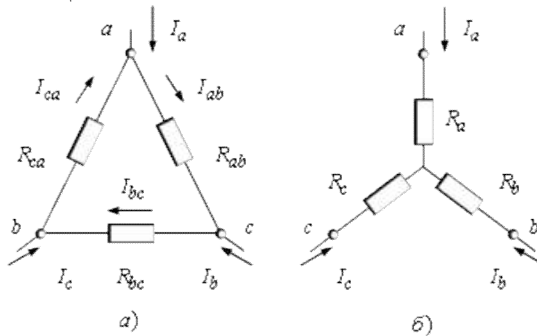


Рисунок 1.8

Під з'єднанням резистивних елементів трикутником, (рис. 1.8, *a*) розуміють таке з'єднання, при якому кінець (x) одного з резистивних елементів з'єднується з початком (b) другого, кінець (y) другого – з початком (c) третього, кінець (z) третього – з початком (a) першого, а отримані точки (a , b , c) підключаються до іншої частини кола. Позначається такий тип з'єднання знаком " Δ ".

Під з'єднанням резистивних елементів зіркою, (рис. 1.8, *б*) розуміють таке з'єднання, при якому кінці (x , y , z) всіх резистивних елементів з'єднується разом у вузлі n , а початки (a , b , c) підключаються до іншої частини кола. Позначається такий тип з'єднання знаком " Y ".

Якщо електричне коло має ділянки, які з'єднані зіркою або трикутником, то розрахунок кола спрощується при еквівалентній заміні з'єднання трикутник з'єднанням зірка (у деяких випадках навпаки доцільніше виконати еквівалентну заміну з'єднання зірка з'єднанням трикутник).

Заміна трикутника резистивних елементів еквівалентною зіркою (і навпаки) повинна бути виконана таким чином, щоб після її закінчення струми I_a , I_b , I_c і напруги U_{ab} , U_{bc} , U_{ca} у незачепленій частині електричного кола залишилися без зміни.

Опори резистивних елементів еквівалентної зірки:

$$\begin{aligned} R_a &= \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}; \\ R_b &= \frac{R_{bc} \cdot R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}, \\ R_c &= \frac{R_{ca} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Опори резистивних елементів еквівалентного трикутника:

$$\begin{aligned} R_{ab} &= R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}, \\ R_{bc} &= R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}, \\ R_{ca} &= R_c + R_a + \frac{R_c \cdot R_a}{R_b}. \end{aligned} \quad (1.17)$$

1.3 Аналіз розгалужених електричних кіл постійного струму з одним джерелом енергії

1.3.1 Метод безпосереднього застосування закону Ома (метод згортання)

Суть *методу безпосереднього застосування закону Ома* полягає в заміні ділянок кола еквівалентними опорами. Це дозволяє звести складне коло до найпростішого, тобто такого, що складається із джерела енергії і резистивного елемента, опір якого дорівнює еквівалентному. Після перетворення кола розрахунок зводиться до ряду арифметичних операцій на підставі закону Ома. Визначивши струм джерела через цей резистивний елемент, виконують зворотне перетворення схеми електричного кола до вихідного, обчислюючи за відомими струмами напруги на ділянках кола й розподіл струмів у паралельних вітках.

Спочатку обчислюють еквівалентні опори резистивних елементів, які з'єднані послідовно, потім еквівалентні опори резистивних елементів, які з'єднані паралельно. Операції повторюються доти, поки не буде визначений еквівалентний опір всього електричного кола.

Метод еквівалентних перетворень доцільно застосовувати для розв'язання задач, у яких електричне коло має не більше трьох контурів.

Приклад 1.2. Розглянемо електричне коло з одним джерелом ЕРС (рис. 1.9, а). Параметри кола: ЕРС джерела $E = 50 \text{ В}$, опори резистивних елементів $R_1 = 26 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $R_3 = 25 \text{ Ом}$; $R_4 = 35 \text{ Ом}$. Визначити струми у всіх вітках кола.

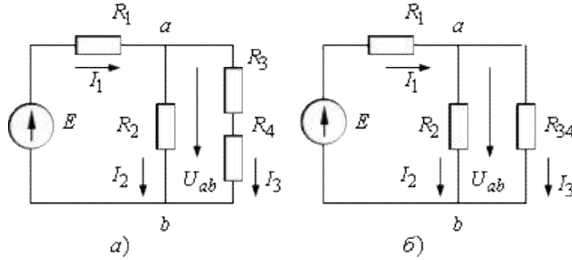


Рисунок 1.9

Розв'язання. Задаємо умовно додатні напрямки струмів, пам'ятаючи, що для послідовного з'єднання сила струму в усіх елементах однакова.

Для послідовно з'єднаних резистивних елементів R_3 й R_4 еквівалентний опір відповідно до (1.11):

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 25 + 35 = 60 \text{ Ом}.$$

Для паралельно з'єднаних резистивних елементів R_2 й R_{34} (рис. 1.9, б) еквівалентний опір відповідно до (1.15):

$$R_{234} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}} = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60} = 24 \text{ Ом}.$$

Для послідовно з'єднаних резистивних елементів R_1 й R_{234} (рис. 1.10, а) еквівалентний опір:

$$R_{eq} = R_1 + R_{234} = 26 + 24 = 50 \text{ Ом}.$$

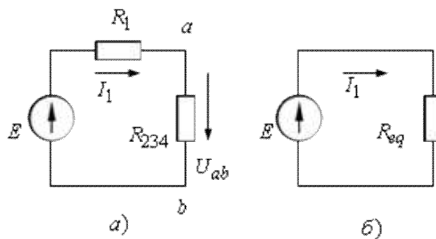


Рисунок 1.10

При цьому утворилось найпростіше електричне коло, що складається із джерела ЕРС і резистивного елемента (рис. 1.10, б). Струм у

цьому колі дорівнює струму в нерозгалуженій частині вихідного кола й визначається за законом Ома:

$$I_1 = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{50}{50} = 1 \text{ A}.$$

Подальший розрахунок виконуємо за законом Ома, ідучи по етапах еквівалентних перетворень у зворотному порядку.

Для еквівалентного кола на рис. 1.10, а:

$$U_{ab} = R_{234} I_1 = 24 \cdot 1 = 24 \text{ В}.$$

Для еквівалентного кола на рис. 1.9, б:

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{24}{40} = 0,6 \text{ A}, \quad I_3 = \frac{U_{ab}}{R_{34}} = \frac{24}{60} = 0,4 \text{ A}.$$

У випадку якщо є тільки дві паралельні вітки для знаходження сили струмів у них зручно скористатися *методом розкиду струмів*, що базується на тім, що струми в паралельних вітках обернено пропорційні опорам цих віток. Тоді струм у кожній з віток пропорційний відношенню опору іншої вітки до сумарного опору обох віток:

$$I_2 = I_1 \frac{R_{34}}{(R_2 + R_{34})} = 1 \cdot \frac{60}{40 + 60} = 0,6 \text{ A},$$

$$I_3 = I_1 \frac{R_2}{(R_2 + R_{34})} = 1 \cdot \frac{40}{40 + 60} = 0,4 \text{ A}.$$

У деяких електричних колах неможливо знайти ділянок з послідовним або паралельним з'єднанням елементів.

Зразком електричного кола такого типу є мостова схема, яка широко використовується в техніці (рис. 1.11). У цьому випадку необхідно попередньо еквівалентно перетворити з'єднання зірка в з'єднання трикутник або навпаки.

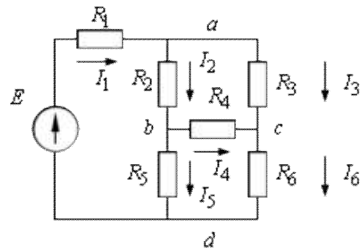


Рисунок 1.11

Приклад 1.3. Розглянемо схему електричного кола (рис. 1.11). Параметри кола: ЕРС джерела $E = 60 \text{ В}$, опори резистивних елементів $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 56 \text{ Ом}$, $R_3 = 28 \text{ Ом}$; $R_4 = 14 \text{ Ом}$, $R_5 = 7 \text{ Ом}$, $R_6 = 6 \text{ Ом}$. Визначити струми у всіх вітках кола.

Розв'язання. У даному електричному колі немає ділянок з послідовним або паралельним з'єднанням резистивних елементів. Але в ній

можна виділити три з'єднання зіркою R_1, R_2, R_3 ; R_2, R_4, R_5 ; R_3, R_4, R_6 і два з'єднання трикутником R_2, R_3, R_4 ; R_4, R_5, R_6 . У результаті перетворення кожного із чотирьох останніх з'єднань мостова схема призводить до змішаного з'єднання. На рис. 3.12, *а* наведено результат перетворення трикутника R_2, R_3, R_4 в еквівалентну зірку, а на рис. 3.12, *б* - зірки R_3, R_4, R_6 в еквівалентний трикутник.

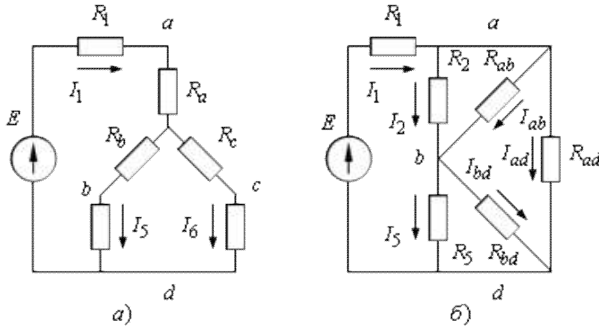


Рисунок 1.12

Для розрахунку зручніше використати перетворення трикутника в зірку.

Відповідно до (1.16) опори еквівалентної зірки:

$$R_a = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{56 \cdot 28}{56 + 28 + 14} = 16 \text{ Ом};$$

$$R_b = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{56 \cdot 14}{56 + 28 + 14} = 8 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{28 \cdot 14}{56 + 28 + 14} = 4 \text{ Ом}.$$

Резистивні елементи R_b, R_5 і R_c, R_6 з'єднані послідовно. Їхні еквівалентні опори:

$$R_{b5} = R_b + R_5 = 8 + 7 = 15 \text{ Ом};$$

$$R_{c6} = R_c + R_6 = 4 + 6 = 10 \text{ Ом}.$$

Резистивні елементи R_{b5} й R_{c6} з'єднані паралельно (рис. 1.13, *а*). Їхній еквівалентний опір:

$$R_{bc56} = \frac{R_{b5} \cdot R_{c6}}{R_{b5} + R_{c6}} = \frac{15 \cdot 10}{15 + 10} = 6 \text{ Ом}.$$

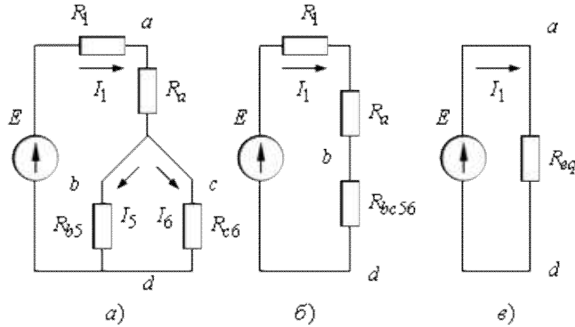


Рисунок 1.13

Резистивні елементи R_1 , R_a , R_{bc56} з'єднані послідовно (рис. 1.13, б). Еквівалентний опір електричного кола:

$$R_{eq} = R_1 + R_a + R_{234} = 8 + 16 + 20 = 30 \text{ Ом}.$$

В електричному колі (рис. 1.13, в) за законом Ома струм:

$$I_1 = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{60}{30} = 2 \text{ А}.$$

Струм в паралельних вітках (рис. 3.13, а):

$$I_5 = I_1 \frac{R_{c6}}{R_{b5} + R_{c6}} = 2 \cdot \frac{10}{15 + 10} = 0,8 \text{ А},$$

$$I_6 = I_1 \frac{R_{b5}}{R_{b5} + R_{c6}} = 2 \cdot \frac{15}{15 + 10} = 1,2 \text{ А}.$$

Для визначення струмів I_2 і I_3 скористаємося законами Кірхгофа.

Складемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру вихідної схеми (рис. 3.11), що складається з резистивних елементів R_4 , R_5 і R_6 :

$$I_4 R_4 + I_6 R_6 - I_5 R_5 = 0.$$

Звідси:

$$I_4 = \frac{I_5 R_5 - I_6 R_6}{R_4} = \frac{0,8 \cdot 7 - 1,2 \cdot 6}{14} = -\frac{80}{7} \approx -0,114 \text{ А}.$$

Знак "-" говорить про те, що фактичний напрямок струму не збігається з обраним.

За першим законом Кірхгофа для вузлів b і c маємо:

$$I_2 = I_4 + I_5 = -0,114 + 0,6 = 0,486 \text{ А};$$

$$I_3 = I_6 - I_4 = 1,2 - (-0,114) = 1,314 \text{ А}.$$

1.3.2 Метод пропорційних величин

Суть *методу пропорційних величин* (його також називають *методом подоби*) полягає в тому, що для найбільш віддаленому від джерела енергії резистивному елементу задається довільне значення струму (напруги). Далі використовуючи закон Ома, обчислюють напруги й струми для всіх елементів схеми. Підсумовуючи значення відповідних величин, визначають параметр джерела енергії. Якщо отримане значення не збігається із заданим, то обчислюють коефіцієнт подоби. Далі помножують на цей коефіцієнт отримані при розрахунку значення струмів і напруг і визначають фактичні значення струмів і напруг в електричному колі.

Метод подоби застосовують для розрахунку електричних кіл зі змішаним з'єднанням резистивних елементів з одним джерелом енергії. Але в сполученні з іншими методами він може бути використаний і для розрахунку більше складних електричних кіл.

Приклад 1.4. Розглянемо електричне коло постійного струму із джерелом ЕРС E (рис. 1.9, а). Параметри кола: ЕРС джерела $E = 50 \text{ В}$, опори резистивних елементів $R_1 = 26 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $R_3 = 25 \text{ Ом}$; $R_4 = 35 \text{ Ом}$. Визначити струми у всіх вітках електричного кола.

Задаємося довільним значенням спаду напруги на резистивному елементі R_4 , що найбільш віддалений від джерела ЕРС $U_4' = 35 \text{ В}$.

За заданим значенням напруги U_4' й відомому опорі R_4 відповідно до закону Ома визначаємо струм

$$I_3' = \frac{U_4'}{R_4} = \frac{35}{35} = 1 \text{ А}.$$

Використовуючи закон Ома, обчислюємо спад напруги на резистивному елементі R_3 та напругу на ділянці ab :

$$U_3' = R_3 I_3' = 25 \cdot 1 = 25 \text{ В};$$

$$U_{ab}' = U_3' + U_4' = 25 + 35 = 60 \text{ В};$$

Далі, використовуючи закони Ома й Кірхгофа, послідовно визначаємо:

$$I_2' = \frac{U_{ab}'}{R_2} = \frac{60}{40} = 1,5 \text{ А};$$

$$I_1' = I_2' + I_3' = 1 + 1,5 = 2,5 \text{ А};$$

$$U_1' = R_1 I_1' = 26 \cdot 2,5 = 65 \text{ В}.$$

Знаходимо сподіване значення ЕРС:

$$E' = U_1' + U_{ab}' = 65 + 60 = 125 \text{ А}.$$

Знайдене значення ЕРС E' відрізняється від заданого значення ЕРС E . Обчислюємо коефіцієнт подоби

$$k = \frac{E}{E'} = \frac{50}{125} = 0,4.$$

Помножимо на коефіцієнт k значення струмів, які отримані при розрахунку, і визначимо фактичні значення струмів:

$$I_1 = k \cdot I_1' = 0,4 \cdot 2,5 = 1 \text{ А};$$

$$I_2 = k \cdot I_2' = 0,4 \cdot 1 = 0,4 \text{ А};$$

$$I_3 = k \cdot I_3' = 0,4 \cdot 1,5 = 0,6 \text{ А}.$$

1.4 Аналіз складних електричних кіл постійного струму з декількома джерелами енергії

Складні електричні кола розраховуються з використанням законів Кірхгофа й розроблених на їхній основі методів, що спрощують розрахунки (контурних струмів, вузлових потенціалів, накладення, еквівалентного генератора).

1.4.1 Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа

Закони Кірхгофа є універсальним засобом аналізу електричних кіл.

Суть *методу безпосереднього застосування законів Кірхгофа* полягає в складанні й наступному розв'язанні системи незалежних рівнянь за законами Кірхгофа, кількість яких повинне збігатися з кількістю невідомих величин. В більшості випадків невідомими величинами є струми в вітках.

Визначаємо для вихідного кола кількість вузлів K , кількість всіх віток N , і кількість віток, у яких містяться джерела струму N_J . Струми в вітках із джерелами струму відомі, тому кількість невідомих струмів дорівнює $N - N_J$. Загальна кількість рівнянь дорівнює кількості невідомих струмів.

Для будь-якого вузла кола можна скласти рівняння за першим законом Кірхгофа, але тільки $(K - 1)$ рівнянь будуть незалежними

(оскільки рівняння для останнього вузла є наслідком всіх попередніх рівнянь). Тому за першим законом Кірхгофа складають $(K - 1)$ рівнянь.

Відсутні $[(N - N_J) - (K - 1)]$ рівняння складають за другим законом Кірхгофа. Складаючи рівняння за другим законом Кірхгофа, вибирають незалежні контури, що охоплюють всі вітки, у яких не містяться джерела струму (складання рівнянь для контурів, до складу яких входять джерела струму призводить до появи додаткових невідомих - напруг на джерелах струму). Контур вважається незалежним, якщо до нього належить хоча б одна вітка, що не належить до інших контурів. Напрямок обходу кожного обраного контуру вибирають довільно.

Попередньо необхідно довільно задати напрямки струмів у всіх вітках кола, крім віток із джерелами струму (струми джерел відомі й напрямки струмів у таких вітках обумовлюються джерелами).

Приклад 1.5. Розглянемо електричне коло постійного струму (рис. 1.14). Параметри джерел енергії $E_1 = 50 \text{ В}$, $E_2 = 30 \text{ В}$, $J = 1 \text{ А}$, опору резистивних елементів $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 25 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$, $R_6 = 35 \text{ Ом}$. Визначити струми у всіх вітках електричного кола.

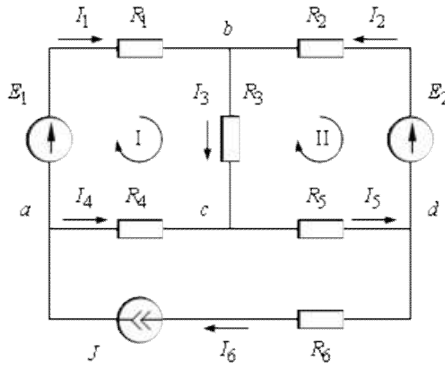


Рисунок 1.14

Розв'язання. Кількість вузлів $K = 3$, кількість віток $N = 6$, кількість віток, у яких є джерела струму $N_J = 1$, кількість невідомих струмів $N - N_J = 6 - 1 = 5$. За першим законом Кірхгофа можна скласти $K - 1 = 4 - 1 = 3$ незалежні рівняння. Відсутні $[(N - N_J) - (K - 1)] = [(6 - 1) - (4 - 1)] = 2$ рівняння можна скласти за другим законом Кірхгофа.

Довільно задаємо напрямки струмів (у вітках, які містять джерела енергії, зручніше вибирати напрямки струмів відповідно до напрямків джерел).

Рівняння за першим законом Кірхгофа складаємо для вузлів a , b і c . Як незалежні контури вибираємо контури, які містять відповідно елементи Рівняння за першим законом Кірхгофа складаємо для вузлів a , b і c . Як незалежні контури вибираємо контури, які містять відповідно елементи E_1 , R_1 , R_3 , R_4 і елементи E_2 , R_5 , R_3 , R_2 . Напрямок обходу для обох контурів вибираємо за годинниковою стрілкою. При запису рівнянь урахуємо, що $I_6 = J$.

$$\begin{cases} J - I_1 - I_4 = 0; \\ I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ I_3 + I_4 - I_5 = 0; \\ I_1 R_1 + I_3 R_3 - I_4 R_4 = E_1; \\ -I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_5 R_5 = -E_2. \end{cases}$$

У результаті розв'язання цієї системи рівнянь визначаємо струми в вітках.

Для розв'язання цієї системи з використанням комп'ютера необхідно подати її в матричній формі.

$$AX = B,$$

де A - квадратна матриця коефіцієнтів при невідомих величинах; X - матриця-стовпець невідомих величин; B - матриця-стовпець вільних членів рівнянь.

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ R_1 & 0 & R_3 & -R_4 & 0 \\ 0 & -R_2 & -R_3 & 0 & -R_5 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -J \\ 0 \\ 0 \\ E_1 \\ -E_2 \end{vmatrix},$$

або

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 10 & 0 & 20 & -25 & 0 \\ 0 & -15 & -20 & 0 & -30 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 50 \\ -30 \end{vmatrix}.$$

Розв'язання цієї системи в матричній формі шукаємо у вигляді:

$$X = A^{-1}B.$$

Тоді струми в вітках електричного кола:

$$X = \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1,535 \\ -0,472 \\ 1,063 \\ -0,535 \\ 0,528 \end{vmatrix}.$$

Тому що додатні напрямки струмів вибиралися довільно, у результаті розрахунку значення деякі струмів виявилися від'ємними. Це означає, що фактичні струми спрямовані у зворотному напрямку.

Перевірку правильності розрахунку виконаємо за допомогою складання рівняння балансу потужностей:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_J J = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2.$$

Для визначення напруги на джерелі струму складемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру, до складу якого належить джерело струму:

$$-U_J + R_4 I_4 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = 0,$$

або

$$U_J = R_4 I_4 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = 25 \cdot (-0,535) + 30 \cdot 0,528 + 35 \cdot 1 = 37,47 \text{ В}$$

Тоді:

$$\begin{aligned} 50 \cdot 1,535 + 30 \cdot (-0,472) + 37,47 \cdot 1 &= 10 \cdot 1,535^2 + 15 \cdot (-0,472)^2 + \\ &+ 20 \cdot 1,063^2 + 25 \cdot (-0,535)^2 + 30 \cdot 0,528^2 + 35 \cdot 1^2 \\ 100 \text{ Вт} &= 100 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Таким чином, баланс потужностей виконується. Аналіз результатів розрахунку показує, що джерело ЕРС E_1 і джерело струму працюють у режимі генерації енергії, а джерело ЕРС E_2 у режимі споживання.

Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа вимагає складання великої кількості рівнянь. Тому для практичних розрахунків розроблені інші методи.

1.4.2 Метод контурних струмів

Метод контурних струмів засновано на допущенні, що в кожному незалежному контурі кола протікає власний струм, який є незалежним від струмів в інших контурах. Контурний струм - це фіктивний струм у контурі, що однаковий для всіх елементів цього контуру. Напрямок контурного струму кожного контуру (і, відповідно, напрямки обходу) вибирають довільно.

Суть *методу контурних струмів* полягає в тім, що фактичні струми, які протікають у вітках кола, замінюють алгебраїчною сумою контурних струмів. При цьому для віток, які належать тільки до одного контуру, сила струму дорівнює алгебраїчному значенню відповідного контурного струму (узятому зі знаком "+", якщо напрямки струму в вітці й контурному струму збігаються або зі знаком "-", якщо вони не збігаються). Для суміжних віток, які належать до складу декількох контурів, сила струму дорівнює алгебраїчній сумі відповідних контурних струмів. Знаки струмів вибираються аналогічно. Вітки, що містять джерела струму, можуть належати тільки до одного незалежного контуру.

Метод контурних струмів доцільно використати для розрахунку складних електричних кіл з великою кількістю вузлів. Він дозволяє виключити рівняння, які складені за першим законом Кірхгофа. Кількість невідомих у цьому методі дорівнює кількості рівнянь, які необхідно було б скласти для кола за другим законом Кірхгофа.

У загальному випадку для складного кола система рівнянь відповідно до методів контурних струмів має вигляд:

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + \dots + R_{1m}I_{mm} + \dots + R_{1n}I_{nn} = E_{11}; \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ R_{m1}I_{11} + R_{m2}I_{22} + \dots + R_{mm}I_{mm} + \dots + R_{mn}I_{nn} = E_{mm}; \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ R_{n1}I_{11} + R_{n2}I_{22} + \dots + R_{nm}I_{mm} + \dots + R_{nn}I_{nn} = E_{nn}, \end{cases} \quad (1.18)$$

де m - змінний номер контурів; $I_{11}, I_{22}, \dots, I_{nn}$ - контурні струми; $R_{11}, R_{22}, \dots, R_{nn}$ - повні (власні) опори контурів, які дорівнюють арифметичній сумі опорів всіх елементів контуру; $R_{km} = R_{mk}$ - взаємні опори контурів, які дорівнюють сумі опорів спільних віток суміжних контурів (тобто віток, які одночасно належать до k -ого й m -ого

контурів). Взаємні опори враховуються зі знаком "+", якщо напрямки відповідних контурних струмів через них збігаються між собою й зі знаком "-", якщо не збігаються; $E_{11}, E_{22}, \dots, E_{nn}$ - контурні ЕРС, які дорівнюють алгебраїчній сумі ЕРС відповідного контуру. При цьому кожне ЕРС контуру враховується зі знаком "+", якщо його напрямок збігається з напрямком контурного струму або зі знаком "-", якщо напрямки не збігаються.

Розв'язавши отриману систему, визначають контурні струми $I_{11}, I_{22}, \dots, I_{nn}$, а потім фактичні струми в вітках.

Приклад 1.6. Розглянемо електричне коло постійного струму (рис. 1.15). Параметри джерел енергії $E_1 = 50 \text{ В}$, $E_2 = 30 \text{ В}$, $J = 1 \text{ А}$, опору резистивних елементів $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 25 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$, $R_6 = 35 \text{ Ом}$. Визначити струми у всіх вітках електричного кола.

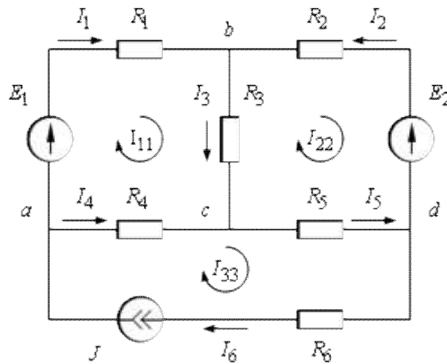


Рисунок 1.15

Розв'язання. Нехай у довільно обраних контурах протікають незалежні контурні струми I_{11}, I_{22}, I_{33} (рис. 1.15). Напрямок цих струмів також виберемо довільно й незалежно одне від іншого (наприклад, за годинниковою стрілкою).

Струм у шостій вітці обумовлює джерело струму $I_6 = J$.

З іншого боку шоста вітка належить до складу тільки третього контуру, причому обраний напрямок струму в вітці збігається з обраним напрямком контурного струму. Тому $I_6 = I_{33}$.

Отже $I_{33} = J$.

Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для першого й другого контуру. У ліву частину рівнянь включаємо спади напруг на резистивних елементах контуру, які створюються струмами, що протікають по них, а в праву частину - ЕРС джерел, що діють у контурі. ЕРС джерела враховуємо зі знаками "+", якщо напрямок його дії збігається з напрямком протікання контурного струму (напрямок обходу контуру). Спади напруги, які створюються власними струмами контуру, завжди враховуємо зі знаками "+", а спади напруги, які створюються в елементах контуру струмами суміжних контурів, враховуємо зі знаками "-", якщо струм суміжного контуру протікає через суміжну вітку у тім же напрямку, що й власний струм контуру.

$$\begin{aligned}(R_1 + R_3 + R_4)I_{11} - R_3I_{22} - I_{33}R_4 &= E_1; \\ (R_2 + R_3 + R_5)I_{22} - R_3I_{11} - I_{33}R_5 &= -E_2.\end{aligned}$$

Перегрупуємо елементи рівняння щодо невідомих контурних струмів і враховуємо, що $I_{33} = J$:

$$\begin{aligned}(R_1 + R_3 + R_4)I_{11} - R_3I_{22} &= E_1 + JR_4; \\ -R_3I_{11} + (R_2 + R_3 + R_5)I_{22} &= -E_2 + JR_5,\end{aligned}$$

або

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} - R_{12}I_{22} = E_{11}; \\ -R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} = E_{22}, \end{cases}$$

де $R_{11} = R_1 + R_3 + R_4 = 10 + 20 + 25 = 55 \text{ Ом}$ - власний опір першого контуру; $R_{11} = R_2 + R_3 + R_5 = 15 + 20 + 30 = 65 \text{ Ом}$ - власний опір другого контуру; $R_{12} = R_{21} = -R_3 = 20 \text{ Ом}$ - взаємний опір першого й другого контурів; $E_{11} = E_1 + R_4J = 50 + 25 \cdot 1 = 75 \text{ В}$ - контурна ЕРС першого контуру; $E_{22} = -E_2 + R_5J = -30 + 30 \cdot 1 = 0 \text{ В}$ - контурна ЕРС другого контуру.

Тоді:

$$\begin{cases} 55I_{11} - 20I_{22} = 85; \\ -20I_{11} + 65I_{22} = 0. \end{cases}$$

Із другого рівняння системи виразимо струм I_{11} :

$$I_{11} = 3,25I_{22}.$$

Підставимо в перше рівняння й одержимо:

$$55 \cdot 3,25 I_{22} - 20 I_{22} = 85 \text{ або } 178,75 I_{22} - 20 I_{22} = 85.$$

Тоді значення контурного струму I_{22} :

$$I_{22} = 0,472 \text{ A},$$

а значення контурного струму I_{11} :

$$I_{11} = 1,535 \text{ A}.$$

Струми у всіх вітках електричного кола:

$$I_{11} = I_{11} = 1,535 \text{ A};$$

$$I_2 = -I_{22} = -0,472 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{11} - I_{22} = 1,535 - 0,472 = 1,063 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{33} - I_{11} = J - I_{11} = 1 - 1,535 = -0,535 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{33} - I_{22} = J - I_{22} = 1 - 0,472 = 0,528 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{33} = J = 1 \text{ A}.$$

Знайдені значення струмів повністю збігаються зі значеннями, які були отримані в прикладі 1.5.

1.4.3 Метод вузлових потенціалів

Суть *методу вузлових потенціалів* (*методу вузлових напруг*) полягає в тім, що струми, які протікають у вітках електричного кола, виражають на підставі закону Ома через потенціали вузлів кола й параметри елементів віток. Якщо потім всі струми віток зв'язати умовами, які відповідають першому закону Кірхгофа, то отримаємо систему рівнянь, у якій невідомими величинами будуть потенціали вузлів. При складанні рівнянь за методом вузлових потенціалів довільно вибирають базисний вузол, потенціал якого вважають рівним нулю. У результаті кількість невідомих потенціалів дорівнює кількості незалежних рівнянь, які складені за першим законом Кірхгофа. Розв'язавши систему щодо невідомих потенціалів, можна визначити струми за складеними раніше рівняннями.

Метод вузлових потенціалів доцільно використовувати для розрахунку складних електричних кіл з невеликою кількістю вузлів. Він дозволяє виключити рівняння, які складені за другим законом Кірхгофа.

У загальному випадку для будь-якого складного кола необхідно

скласти систему рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{cases} +G_{11}\varphi_1 - G_{12}\varphi_2 - \dots - G_{1m}\varphi_m - \dots - G_{1n}\varphi_n = J_{11}; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ -G_{m1}\varphi_1 - G_{m2}\varphi_2 - \dots + G_{mm}\varphi_m - \dots - G_{mn}\varphi_n = J_{mm}; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ -G_{n1}\varphi_1 - G_{n2}\varphi_2 - \dots - G_{nm}\varphi_m - \dots + G_{nn}\varphi_n = J_{nn}, \end{cases} \quad (1.19)$$

де $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ - невідомі вузлові потенціали; m - змінний номер вузла; $G_{11}, G_{22}, \dots, G_{nn}$ - власні провідності вузлів (сумарна провідність віток, які з'єднані з відповідним вузлом); $G_{km} = G_{mk}$ - взаємні провідності вузлів (сумарна провідність віток, які з'єднують вузли k й m); $J_{11}, J_{22}, \dots, J_{nn}$ - вузлові струми, що враховують наявність джерел енергії в вітках, які з'єднані з відповідним вузлом,

$$J_{kk} = \sum_{m=1}^n E_m G_m + \sum_{m=1}^n J_m,$$

де $\sum_{m=1}^n E_m G_m$ - алгебраїчна сума добутків ЕРС віток, які з'єднані з k -им

вузлом на провідність цих віток, при цьому ті з них, які спрямовані до вузла враховуються зі знаком "+", а ті які спрямовані від вузла - зі зна-

ком "-"; $\sum_{m=1}^n J_m$ - алгебраїчна сума струмів джерел струму віток, які

з'єднані з k -им вузлом, при цьому ті з них, які спрямовані до вузла враховуються зі знаком "+", а ті які спрямовані від вузла - зі знаком "-".

Розв'язавши отриману систему, визначають вузлові потенціали $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, а потім фактичні струми в вітках.

Приклад 1.7. Розглянемо електричне коло постійного струму (рис. 1.16). Параметри джерел енергії $E_1 = 50 \text{ В}$, $E_2 = 30 \text{ В}$, $J = 1 \text{ А}$, опори резистивних елементів $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 25 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$, $R_6 = 35 \text{ Ом}$. Визначити струми у всіх вітках електричного кола методом вузлових потенціалів.

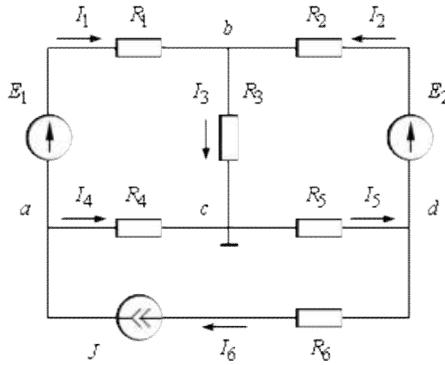


Рисунок 1.16

Розв'язання. Виберемо довільно напрямки струмів у всіх вітках.

Виразимо струми в вітках кола на підставі закону Ома через параметри схеми й невідомі потенціали вузлів:

$$I_1 = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_1}{R_1} = G_1(\varphi_a - \varphi_b + E_1);$$

$$I_2 = \frac{\varphi_d - \varphi_b + E_2}{R_2} = G_2(\varphi_d - \varphi_b + E_2);$$

$$I_3 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_3} = G_3(\varphi_b - \varphi_c);$$

$$I_4 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_4} = G_4(\varphi_a - \varphi_c);$$

$$I_5 = \frac{\varphi_c - \varphi_d}{R_5} = G_5(\varphi_c - \varphi_d).$$

де $G_m = 1/R_m$ - провідність відповідної вітки.

Струм у шостій вітці обумовлюється джерелом струму $I_6 = J$.

Потенціал одного з вузлів можна прийняти за нульову точку відліку для інших потенціалів. Як базовий вузол приймемо вузол c (тобто умовно його заземлимо).

Складемо на підставі першого закону Кірхгофа рівняння для незаземлених вузлів a, b, d :

$$-I_1 - I_4 + I_6 = 0;$$

$$+I_1 + I_2 - I_3 = 0;$$

$$-I_2 + I_5 - I_6 = 0,$$

або з урахуванням записаних раніше співвідношень для струмів:

$$\begin{aligned} & -G_1(\varphi_a - \varphi_b + E_1) - G_4(\varphi_a - \varphi_c) + J = 0; \\ & +G_1(\varphi_a - \varphi_b + E_1) + G_2(\varphi_d - \varphi_b + E_2) - G_3(\varphi_b - \varphi_c) = 0; \\ & -G_2(\varphi_d - \varphi_b + E_2) + G_5(\varphi_c - \varphi_d) - J = 0. \end{aligned}$$

Перегрупуємо елементи рівняння щодо невідомих вузлових потенціалів і врахуємо, що $\varphi_c = 0$:

$$\begin{cases} (G_1 + G_4) \cdot \varphi_a - G_1 \cdot \varphi_b - 0 \cdot \varphi_d = J - G_1 \cdot E_1; \\ -G_1 \cdot \varphi_a + (G_1 + G_2 + G_3) \cdot \varphi_b - G_2 \cdot \varphi_d = G_1 \cdot E_1 + G_2 \cdot E_2; \\ -0 \cdot \varphi_a - G_2 \cdot \varphi_b + (G_2 + G_5) \cdot \varphi_d = -J - G_2 \cdot E_2, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} +G_{11} \cdot \varphi_a - G_{12} \cdot \varphi_b - G_{13} \cdot \varphi_d = J_{11}; \\ -G_{21} \cdot \varphi_a + G_{22} \cdot \varphi_b - G_{23} \cdot \varphi_d = J_{22}; \\ -G_{31} \cdot \varphi_a - G_{32} \cdot \varphi_b + G_{33} \cdot \varphi_d = J_{33}, \end{cases}$$

де $G_{11} = 1/R_1 + 1/R_4 = 1/10 + 1/25 = 0,14 \text{ Сим}$ - власна провідність вузла a ; $G_{22} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 = 1/10 + 1/15 + 1/20 \approx 0,2167 \text{ Сим}$ - власна провідність вузла b ; $G_{33} = 1/R_2 + 1/R_5 = 1/15 + 1/30 = 0,1 \text{ Сим}$ - власна провідність вузла c ; $G_{12} = G_{21} = 1/R_1 = 1/10 = 0,1 \text{ Сим}$ - взаємна провідність вузлів a й b ; $G_{13} = G_{31} = 0 \text{ Сим}$ - взаємна провідність вузлів a й c (тому що внутрішній опір джерела струму нескінченно велика); $G_{23} = G_{32} = 1/R_2 = 1/15 = 0,0667 \text{ Сим}$ - взаємна провідність вузлів b й c ; $J_{11} = J - E_1/R_1 = 1 - 50/10 = -4 \text{ А}$ - вузловий струм вузла a ; $J_{22} = E_1/R_1 + E_2/R_2 = 50/10 + 30/15 = 7 \text{ А}$ - вузловий струм вузла b ; $J_{33} = -J - E_2/R_2 = -1 - 30/15 = -3 \text{ А}$ - вузловий струм вузла c .

$$\begin{cases} 0,14 \cdot \varphi_a - 0,1 \cdot \varphi_b - 0 \cdot \varphi_d = -4; \\ -0,1 \cdot \varphi_a + 0,2167 \cdot \varphi_b - 0,0667 \cdot \varphi_d = 7; \\ -0 \cdot \varphi_a - 0,0667 \cdot \varphi_b + 0,1 \cdot \varphi_d = -3. \end{cases}$$

Отриману систему вирішуємо методом Крамера.

Визначник системи:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,14 & -0,1 & -0 \\ -0,1 & 0,2167 & -0,0667 \\ -0 & -0,0667 & 0,1 \end{vmatrix} = 0,001411 \text{ Сим}^3.$$

Допоміжні визначники:

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} -4 & -0,1 & -0 \\ 7 & 0,2167 & -0,0667 \\ -3 & -0,0667 & 0,1 \end{vmatrix} = -0,01889 \text{ А} \cdot \text{Сим}^2;$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 0,14 & -4 & -0 \\ -0,1 & 7 & -0,0667 \\ -0 & -3 & 0,1 \end{vmatrix} = 0,02999 \text{ А} \cdot \text{Сим}^2;$$

$$\Delta_d = \begin{vmatrix} 0,14 & -0,1 & -4 \\ -0,1 & 0,2167 & 7 \\ -0 & -0,0667 & -3 \end{vmatrix} = -0,02233 \text{ А} \cdot \text{Сим}^2.$$

Обчислюємо вузлові потенціали:

$$\varphi_a = -\frac{0,01889}{0,001411} = -13,39 \text{ В};$$

$$\varphi_b = \frac{0,02999}{0,001411} = 21,25 \text{ В};$$

$$\varphi_d = -\frac{0,02233}{0,001411} = -15,82 \text{ В},$$

а струми у всіх вітках електричного кола:

$$I_1 = \frac{-13,39 - 21,25 + 50}{10} = 1,536 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{-15,82 - 21,25 + 30}{15} = 0,471 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{21,25 - 0}{20} = 1,063 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{-13,39 - 0}{25} = 0,536 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{0 + 15,82}{30} = 0,527 \text{ А};$$

$$I_6 = J = 1 \text{ А}.$$

Знайдені значення струмів менш ніж на 0,25% відрізняються від значень, які були отримані в прикладах 3.5 й 3.6. Наявність похибки пояснюється погрішністю при округленнях.

1.4.4 Метод двох вузлів

Метод вузлових потенціалів є найбільш зручним для кіл, що мають тільки два вузли (наприклад, вузли a й b). Прийнемо як базовий вузол b ($\varphi_b = 0$). Тоді виходячи з методу вузлових потенціалів:

$$U_{ab} = \frac{\sum_{k=1}^n E_k G_k + \sum_{k=1}^n J_k}{\sum_{k=1}^n G_k}, \quad (1.20)$$

де U_{ab} - напруга між вузлами електричного кола; $\sum_{k=1}^n E_k G_k$ - алгебраїчна сума добутків ЕРС віток на їхній провідності, при цьому ті з них,

які спрямовані до вузла a враховуються зі знаком "+", а ті які спрямовані від вузла a зі знаком "-";

$\sum_{k=1}^n J_k$ - алгебраїчна сума струмів джерел струму віток, при цьому ті з них, які спрямовані до вузла a враховуються зі знаком "+", а ті які спрямовані від вузла a зі знаком "-";

$\sum_{k=1}^n G_k$ - сума провідностей всіх віток електричного кола.

Після визначення напруги U_{ab} струм у будь-якій k -ої вітці, що не містить джерела струму, визначають відповідно до закону Ома для ділянки кола:

$$I_k = G_k (\pm E_k - U_{ab}), \quad (1.21)$$

де ЕРС, які спрямовані до вузла a , ураховуються зі знаком "+", а ті які спрямовані від вузла a зі знаком "-".

Приклад 1.8. Розглянемо електричне коло постійного струму (рис. 1.17). Параметри джерел енергії $E_1 = 55 \text{ В}$, $E_2 = 45 \text{ В}$, $J = 1 \text{ А}$, опору резистивних елементів $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 35 \text{ Ом}$, $R_5 = 15 \text{ Ом}$. Визначити струми у всіх вітках електричного кола.

Розв'язання. Провідності віток:

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ Ом};$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ Ом};$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4 + R_5} = \frac{1}{35 + 15} = 0,02 \text{ Ом}.$$

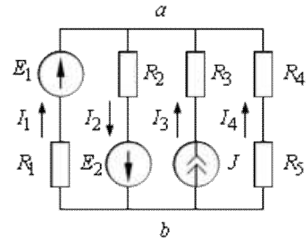


Рисунок 1.17

Напруга між вузлами електричного кола:

$$U_{ab} = \frac{E_1 G_1 - E_2 G_2 + J}{G_1 + G_2 + G_4} = \frac{55 \cdot 0,1 - 45 \cdot 0,05 + 1}{0,1 + 0,05 + 0,02} = 25 \text{ В}.$$

Тоді струми в вітках:

$$I_1 = G_1 (E_1 - U_{ab}) = 0,1 \cdot (55 - 25) = 3 \text{ А};$$

$$I_2 = G_2 (E_2 + U_{ab}) = 0,05 \cdot (45 + 25) = 3,5 \text{ А};$$

$$I_3 = J = 1 \text{ А};$$

$$I_4 = -G_4 U_{ab} = -0,02 \cdot 25 = -0,5 \text{ А}.$$

1.4.5 Метод накладення (метод суперпозиції)

Для лінійних електричних кіл є справедливим принцип суперпозиції, що формулюється в такий спосіб: струм у будь-якій вітці електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі часткових струмів у цій вітці від дії кожного із джерел енергії цього кола окремо.

Метод суперпозиції (метод накладення) безпосередньо витікає з принципу суперпозиції.

При розрахунку електричного кола методом накладення в ній по черзі залишають тільки одне джерело енергії й для кожної такої схеми розраховувати часткові струми у всіх її вітках. Для цього по черзі всі джерела енергії крім одного приймають рівними нулю. При цьому внутрішні опори джерел ураховуються у всіх розрахунках. Джерела ЕРС у схемі замінюють короткозамкненими перемичками, а вітки із джерелами струму розмикають.

Метод накладення можна застосовувати тільки для лінійних електричних кіл. Його доцільно застосовувати, якщо кількість джерел енергії невелика.

Приклад 3.9. Розглянемо електричне коло постійного струму (рис. 1.18). Параметри джерел енергії $E = 75 \text{ В}$, $J = 3 \text{ А}$, опори резистивних елементів $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$. Визначити струми у всіх вітках електричного кола.

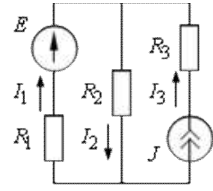


Рисунок 1.18

Розв'язання. Задаємося додатними напрямками струмів (рис. 1.18). По черзі розраховуємо струми у всіх вітках кола від кожного джерела енергії окремо.

Відключимо джерело струму й визначимо часткові струми від джерела ЕРС (рис. 1.19, а) (замість джерела струму залишається розрив у вітці, тому що його внутрішній опір дорівнює нескінченності):

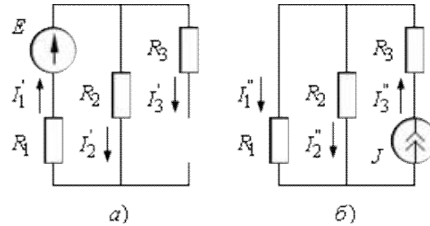


Рисунок 1.19

$$I_1' = I_2' = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{75}{10 + 20} = 2,5 \text{ А};$$

$$I_3' = 0 \text{ А}.$$

Відключимо джерело ЕРС і визначимо часткові струми від джерела струму (рис. 3.19, б) (замість джерела ЕРС залишається короткозамкнена перемичка в галузі, тому що його внутрішній опір дорівнює нулю). У цьому випадку зручно скористатися методом розкиду струмів:

$$I_3'' = J = 3 \text{ А}; \quad I_1'' = J \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 3 \cdot \frac{20}{10 + 20} = 2 \text{ А};$$

$$I_2'' = J \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 3 \cdot \frac{10}{10 + 20} = 1 \text{ А}.$$

Алгебраїчно додаючи відповідні часткові струми, викликані окремими джерелами енергії з урахуванням їх напрямків, одержимо шукані струми:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ А}; \quad I_2 = I_2' + I_2'' = 2,5 + 1 = 3,5 \text{ А};$$

$$I_3 = I_3'' - I_3' = 3 - 0 = 3 \text{ А}.$$

1.4.6 Метод еквівалентного джерела

Застосування *методу еквівалентного джерела* доцільно для визначення струму в якій-небудь одній вітці складного електричного кола, особливо в тих випадках коли потрібно визначити струм для декількох значень параметрів цієї вітки.

У його основі лежить *теорема про еквівалентне джерело*, суть якої полягає в наступному. В електричному колі будь-якої складності завжди можна подумки виділити одну вітку. Стосовно виділеної вітки вся інша частина електричного кола являє собою двополюсник (рис. 1.20, а), що може бути замінений одним еквівалентним реальним джерелом ЕРС (рис. 1.20, б) або одним еквівалентним реальним джерелом струму (рис. 1.20, в).

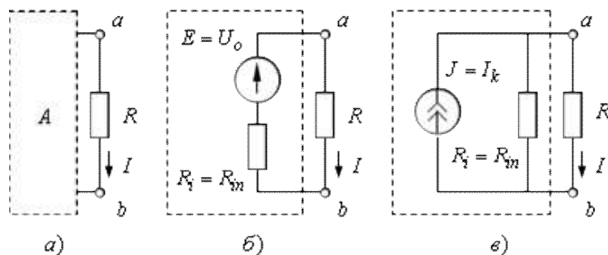


Рисунок 1.20

Відповідно розрізняють два варіанти методу: метод еквівалентного джерела ЕРС і метод еквівалентного джерела струму.

Метод еквівалентного джерела ЕРС. Для знаходження струму в довільній вітці ab , опір якої R , цим методом треба:

- розімкнути вітку ab і розглянути іншу частину електричного кола як двополюсник;
- знайти напругу на затискачах ab двополюсника (напругу холостого ходу U_o);
- визначити вхідний опір R_{in} двополюсника щодо затискачів ab (при цьому джерела ЕРС у схемі замінюють короткозамкненими перемичками, а вітки із джерелами струму розмикають),
- замінити двополюсник еквівалентним реальним джерелом ЕРС у якого ЕРС дорівнює напрузі холостого ходу двополюсника $E = U_o$, а внутрішній опір дорівнює вхідному опору двополюсника $R_i = R_{in}$;
- обчислити струм у вітці ab за законом Ома:

$$I = \frac{U_o}{R_{in} + R} = \frac{E}{R_i + R}. \quad (1.22)$$

Метод еквівалентного джерела струму. Для знаходження струму в довільній вітці, опір якої R , цим методом треба:

- розімкнути вітку ab розглянути іншу частину електричного кола як двополюсник;
- замінити вітку ab короткозамкненою перемичкою й знайти струм двополюсника через цю перемичку (струм короткого замикання I_k);
- визначити вхідний опір R_{in} двополюсника щодо затискачів ab (при цьому джерела ЕРС у схемі замінюють короткозамкненими перемичками, а галузі із джерелами струму розмикають),
- замінити двополюсник еквівалентним реальним джерелом струму в якого сила струму дорівнює струму короткого замикання двополюсника $J = I_k$, а внутрішній опір дорівнює вхідному опору двополюсника $R_i = R_{in}$;
- обчислити струм у вітці ab методом розкиду струму в паралельних вітках:

$$I = I_k \frac{R_{in}}{R_{in} + R} = J \frac{R_i}{R_i + R}. \quad (1.23)$$

Розглянемо застосування цього методу до завдання визначення струму в одній з віток електричного кола, що була розглянута в прикладі 1.7.

Приклад 1.10. Розглянемо електричне коло постійного струму (рис. 1.21, а). Параметри джерел енергії $E_1 = 55 \text{ В}$, $E_2 = 45 \text{ В}$, $J = 1 \text{ А}$, опору резистивних елементів $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 35 \text{ Ом}$, $R_5 = 15 \text{ Ом}$. Визначити струм у вітці з резистивним елементом R_2 .

Розв'язання: Перетворимо вихідне коло, виділивши в ньому R_2 так, як це показано на рис. 1.21, б.

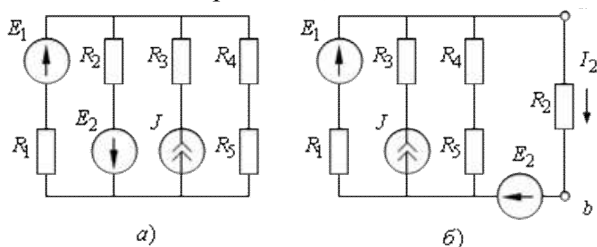


Рисунок 1.21

Вирішуємо задачу методом еквівалентного джерела ЕРС.

Знаходимо напругу між точками a й b у режимі холостого ходу (рис. 1.22, a). Для цього використовуємо метод контурних струмів. Урахуємо, що в другому контурі сила контурного струму обумовлюється джерелом струму $I_{22} = J = 1 \text{ A}$.

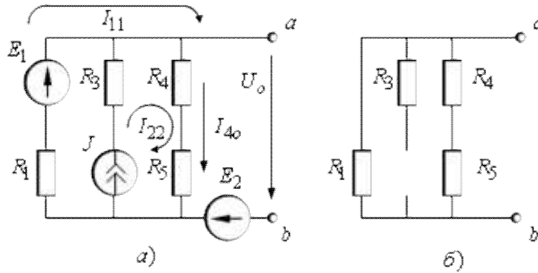


Рисунок 1.22

$$(R_1 + R_4 + R_5)I_{11} + (R_4 + R_5)I_{22} = E_1.$$

$$I_{11} = \frac{E_1 - J(R_4 + R_5)}{R_1 + R_4 + R_5} = \frac{55 - 1(35 + 15)}{10 + 35 + 15} = 0,0833 \text{ A};$$

$$I_{4o} = I_{11} + I_{22} = I_{11} + J = 0,0833 + 1 = 1,0833 \text{ A};$$

$$U_o = E_2 + (R_4 + R_5)I_{4o} = 45 + (35 + 15) \cdot 1,0833 = 99,17 \text{ B}.$$

Визначаємо вхідний опір двополюсника. Попередньо в схемі джерела ЕРС E_1 й E_2 у схемі замінюємо короткозамкненими перемичками, а вітку із джерелом струму J розмикаємо:

$$R_{in} = \frac{R_1(R_4 + R_5)}{R_1 + R_4 + R_5} = \frac{10 \cdot (35 + 15)}{10 + 35 + 15} = 8,333 \text{ Ом}.$$

Струм у шуканій вітці електричного кола:

$$I_2 = \frac{U_o}{R_{in} + R_4} = \frac{99,17}{8,333 + 20} = 3,5 \text{ A}.$$

Вирішуємо задачу методом еквівалентного джерела струму.

Визначаємо струм короткого замикання двополюсника використовуючи метод контурних струмів (рис. 1.23). Урахуємо, що в третьому контурі сила контурного струму обумовлюється джерелом струму $I_{33k} = J = 1 \text{ A}$.

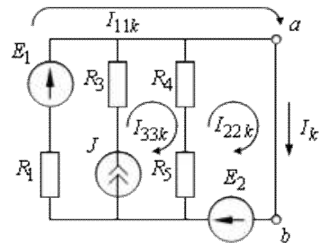


Рисунок 1.23

$$\begin{cases} R_1 I_{11k} = E_1 + E_2 \\ (R_4 + R_5) I_{22k} - (R_4 + R_5) I_{33k} = E_2 \end{cases};$$

$$I_{11k} = \frac{E_1 + E_2}{R_1} = \frac{55 + 45}{10} = 10 \text{ A};$$

$$I_{22k} = \frac{E_2 + (R_4 + R_5) J}{R_4 + R_5} = \frac{45 + (45 + 15) \cdot 1}{45 + 15} = 1,9 \text{ A};$$

$$I_k = I_{11k} + I_{22k} = 10 + 1,9 = 11,9 \text{ A}.$$

Вхідний опір двополюсника визначаємо так само, як у методі еквівалентного джерела ЕРС. Струм у шуканій вітці електричного кола:

$$I_4 = I_k \frac{R_{in}}{R_{in} + R} = 11,9 \cdot \frac{8,333}{8,333 + 20} = 3,5 \text{ A}.$$

Знайдене значення струму I_4 обчислене двома методами збігається з його значенням, що отриманим у результаті розв'язання цієї задачі в прикладі 1.7.

1.5 Потенційна діаграма

Потенційна діаграма являє собою графічне зображення розподілу потенціалів уздовж будь-якого контуру електричного кола, що не містить джерела струму.

Потенційна діаграма відображає потенціали окремих точок електричного контуру щодо деякої фіксованої початкової (базисної) точки, потенціал якої вважають рівним нулю.

При побудові потенційної діаграми по осі абсцис відкладають в обраному масштабі всі опори контуру, у порядку його послідовного обходу. Напрямок обходу вибирається довільно. По осі ординат відкладають потенціали відповідних вузлів. Таким чином, кожній точці розглянутого контуру відповідає точка на потенційній діаграмі.

При правильному розрахунку й побудові потенційної діаграми потенціали початкової й кінцевої точок повинні збігтися (тому що при обході контуру ми повертаємося в початкову точку). При проходженні через резистивний елемент потенціал збільшується на значення спаду напруги на даному резистивному елементі, якщо ми рухаємося проти фактичного напрямку струму або відповідно зменшується на те ж значення, якщо ми рухаємося за фактичним напрямком струму. Одночасно змінюється координата по осі абсцис на значення опору відповідного резистивного елемента. При проходженні через джерело ЕРС потенці-

ал збільшується на значення ЕРС, якщо напрямки обходу й ЕРС збігаються. Якщо напрямки обходу й ЕРС не збігаються, потенціал зменшується на значення ЕРС. З уваги на те що внутрішній опір джерела ЕРС дорівнює нулю, зміни координати по осі абсцис у цьому випадку не відбувається.

Приклад 1.11. Розглянемо електричне коло постійного струму (рис. 1.24). Параметри джерел енергії $E_1 = 50 \text{ В}$, $E_2 = 30 \text{ В}$, $J = 1 \text{ А}$, опори резистивних елементів $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 25 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$, $R_6 = 35 \text{ Ом}$. Побудувати потенційну діаграму для контуру до складу якого входять обидва джерела ЕРС.

Розв'язання. Струми в вітках електричного кола були обчислені в прикладах 1.5-1-7.

Розглянемо контур, що складається з наступних елементів електричного кола: R_4 , E_1 , R_1 , R_2 , E_2 , R_5 . На додаток до нумерації вузлів яка застосовувалась в прикладах 1.5-1.7 тут позначені літерами й прості вузли e й f .

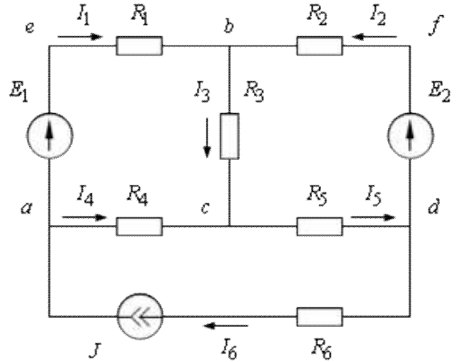


Рисунок 1.24

Як базисну точку вибираємо вузол c (тобто приймаємо що його потенціал дорівнює нулю $\varphi_c = 0 \text{ В}$). Як базисну точку можна було прийняти будь-яку іншу точку контуру. Потенціали інших вузлів обчислюємо послідовно обходячи контур за годинниковою стрілкою:

$$\varphi_c = 0 \text{ В};$$

$$\varphi_a = \varphi_c + R_4 I_4 = 0 + 25 \cdot (-0,536) = -13,4 \text{ В};$$

$$\varphi_e = \varphi_a + E_1 = -13,4 + 50 = 36,6 \text{ В};$$

$$\varphi_b = \varphi_e - R_1 I_1 = 36,626 - 10 \cdot 1,536 = 21,24 \text{ В};$$

$$\varphi_f = \varphi_b + R_2 I_2 = 21,24 + 15 \cdot (-0,471) = 14,18 \text{ В};$$

$$\varphi_d = \varphi_f - E_2 = 14,18 - 30 = -15,82 \text{ В}$$

$$\varphi_c = \varphi_d + I_5 R_5 = -15,82 + 30 \cdot 0,527 = -0,01 \approx 0 \text{ В}$$

Отже, розрахунок потенціалів точок контуру виконано правильно.

Вибираємо масштаб по осі абсцис (R) і осі ординат (φ).

При побудові потенційної діаграми точку нульового потенціалу

"з" поміщаємо в початок координат (рис. 1.25), уздовж осі абсцис відкладаємо опори елементів контуру в порядку їхнього проходження, відповідно до напрямку обходу. Для вибору масштабу по осі абсцис підсумуємо опори резистивних елементів уздовж розглянутого контуру. Позначення точок на діаграмі повинні відповідати позначенням відповідних точок на схемі. По осі ординат відкладаємо потенціали точок контуру щодо базисної точки "с".

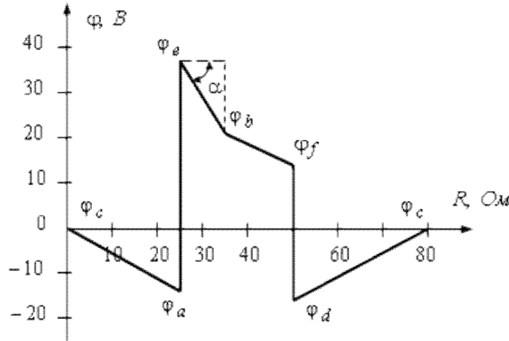


Рисунок 1.25

Потенційна діаграма становить практичний інтерес, тому що дає наочне уявлення про розподіл напруг між окремими точками контуру, дозволяє судити про найвищі потенціали, про точки рівних потенціалів у контурі. Крім того, можуть бути знайдені точки, різниця потенціалів між якими дорівнює заданому значенню.

Використовуючи потенційну діаграму, можна визначити струм на окремих ділянках кола, які належать даному контуру. Наприклад, розглянемо ділянку, що характеризує зміну потенціалу уздовж резистивного елемента R_1 . Один з катетів прямокутного трикутника дорівнює опорі резистивного елемента, а другий спаду напруги на ньому. Тоді тангенс кута нахилу пропорційний силі струму:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m_U}{m_R} \cdot \frac{\varphi_e - \varphi_b}{R_1} = \frac{m_U}{m_R} \cdot I_1 = m_I \cdot I. \quad (1.24)$$

де m_U , m_R , m_I - масштаби відповідно для напруги, опору й струму.

Таким чином, за нахилом ділянки діаграми можна судити про силу струму, що протікає по даній ділянці кола. У випадку послідовного з'єднання сила струму у всіх елементах однакова, тому для всіх резистивних елементів нахил відповідних відрізків ламаної теж повинен бути однаковим.

2 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Скільки всього рівнянь повинна містити система, що складена за першим й другим законам Кірхгофа, для визначення струмів всіх віток електричного кола.
2. При якій умові кількість невідомих струмів співпадає з кількість віток електричного кола.
3. Сформулюйте правило вибору знака ЕРС у законі Ома для ділянки електричного кола.
4. Якому фундаментальному фізичному закону відповідає перший закон Кірхгофа?
5. Сформулюйте перший (другий) закон Кірхгофа.
6. Чому кількість рівнянь, що складають за першим законом Кірхгофа, не може дорівнювати кількості вузлів електричного кола?
7. Як визначається кількість незалежних рівнянь, які можна скласти для електричного кола?
8. Сформулюйте правило вибору знаків у рівняннях, що складають для контурів електричного кола за другим законом Кірхгофа.
9. Сформулюйте правило вибору незалежних контурів електричного кола.
10. Сформулюйте правило вибору знака потужності джерела енергії в балансі потужностей електричного кола.
11. Як зміниться загальний опір послідовний з'єднаних резистивних елементів, які мають однаковий опір, якщо їхню кількість збільшити в 2 рази?
Відповідь: збільшиться в 2 рази.
12. Як зміниться загальний опір паралельний з'єднаних резистивних елементів, які мають однаковий опір, якщо їхню кількість збільшити в 3 рази?
Відповідь: зменшиться в 3 рази.
13. Еквівалентний опір декількох послідовно (паралельно) з'єднаних елементів більше чи менше опору кожного з них?
14. Визначте еквівалентний опір трьох паралельно з'єднаних резистивних елементів, якщо їхні опори $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 20 \text{ Ом}$.

Відповідь: $R_{eq} = 5 \text{ Ом}$.

15. Чи можливо послідовне (паралельне) з'єднання віток електричного кола?
16. В електричному колі резистивні елементи, опори яких $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $R_2 = 15 \text{ Ом}$; $R_3 = 25 \text{ Ом}$, з'єднані послідовно. У колі протікає струм $I = 0,5 \text{ А}$. Чому дорівнює напруга на затискачах цієї ділянки кола?
Відповідь: $U = 30 \text{ В}$.
17. Сформулюйте основний принцип, на якому базується метод контурних струмів.
18. Сформулюйте основний принцип, на якому базується метод вузлових потенціалів.
19. Сформулюйте правило вибору знаків ЕРС джерел у методі двох вузлів.
20. Як в умові приклада 3.9 необхідно змінити значення електрорушійної сили джерела ЕРС щоб сила струму в ньому стала рівною 0?
Відповідь: зменшити на 15 В .
21. Сформулюйте основний принцип, на якому базується метод накладення.
22. Сформулюйте основну теорему, на якій заснований метод еквівалентного джерела.
23. Якщо на потенційній діаграмі ламана, для одної з ділянок електричного кола, паралельна осі абсцис, то чому дорівнює сила струму на цій ділянці?
Відповідь: сила струму дорівнює нулю.

3 ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

Вивчити теоретичний матеріал за рекомендованою літературою, конспектом та методичними вказівками.

Підготувати усні відповіді на питання для самоперевірки.

На підставі узагальненої схеми електричного кола, яка наведена на рис. 3.1, намалювати схему відповідного варіанта, яка повинна містити у собі тільки елементи, що позначені цифрою 1 у табл. 3.1-3.2 (замість елементів, що позначені цифрою 0 потрібно залишити короткозамкнені ділянки).

Номер варіанту для студентів денного відділення задає викладач, для студентів заочного відділення він співпадає з номером, який утворюють дві останні цифри номера залікової книжки.

Параметри електричного кола потрібно обчислити згідно з номером групи

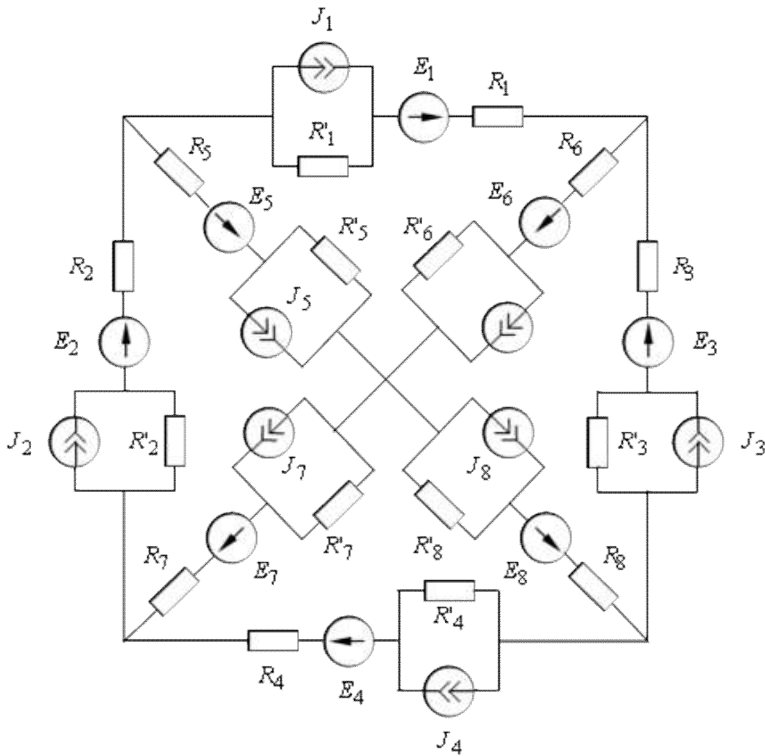


Рисунок 3.1

Параметри електричного кола:

$$R_1 = (10 + q) \text{ Ом}; \quad R'_1 = (15 + m) \text{ Ом}; \quad E_1 = (10 + 2n) \text{ В}; \quad J_1 = 0,5m \text{ А};$$

$$R_2 = (15 + q) \text{ Ом}; \quad R'_2 = (20 + 4m) \text{ Ом}; \quad E_2 = (20 + 2n) \text{ В}; \quad J_2 = 0,4m \text{ А};$$

$$R_3 = (20 + q) \text{ Ом}; \quad R'_3 = (15 + 2m) \text{ Ом}; \quad E_3 = (30 + 2n) \text{ В}; \quad J_3 = 0,3m \text{ А};$$

$$R_4 = (25 + q) \text{ Ом}; \quad R'_4 = (20 + m) \text{ Ом}; \quad E_4 = (15 + 2n) \text{ В}; \quad J_4 = 0,8m \text{ А};$$

$$R_5 = (30 + q) \text{ Ом}; \quad R'_5 = (15 + 3m) \text{ Ом}; \quad E_5 = (25 + 2n) \text{ В}; \quad J_5 = 0,2m \text{ А};$$

$$R_6 = (35 + q) \text{ Ом}; \quad R'_6 = (20 + 2m) \text{ Ом}; \quad E_6 = (15 + 2n) \text{ В}; \quad J_6 = 0,4m \text{ А};$$

$$R_7 = (40 + q) \text{ Ом}; \quad R'_7 = (15 + 4m) \text{ Ом}; \quad E_7 = (30 + 2n) \text{ В}; \quad J_7 = 0,7m \text{ А};$$

$$R_8 = (45 + q) \text{ Ом}; \quad R'_8 = (20 + m) \text{ Ом}; \quad E_8 = (40 + 2n) \text{ В}; \quad J_8 = 0,9m \text{ А};$$

де q - перша цифра номера групи, m - друга цифра номера групи, n - третя цифра номера групи

Для вихідного електричного кола постійного струму потрібно розрахувати струми у всіх вітках електричного кола методом вузлових потенціалів.

Виконати перевірку розрахунку склавши рівняння за першим законом Кірхгофа для будь-яких трьох вузлів електричного кола.

Виконати перевірку розрахунку склавши рівняння балансу потужностей.

У схемі вихідного електричного кола замінити джерела струму джерелами ЕРС. Для схеми після перетворення потрібно:

- скласти рівняння згідно з методом безпосереднього застосування законів Кірхгофа;

- розрахувати струми у всіх вітках електричного кола методом контурних струмів;

- методом еквівалентного генератора розрахувати струм вітки, номер k якої зазначено в табл. 3.2;

- надаючи опору навантаження еквівалентного генератора різні значення побудувати графіки струму $I_k = f(R_k)$ й потужності навантаження $P_k = f(R_k)$.

Результати розрахунків методом вузлових потенціалів і методом контурних струмів звести в таблицю і порівняти між собою.

Побудувати потенційну діаграму для зовнішнього контуру електричного кола після перетворення.

Таблица 3.1

№ схемы	$E_1,$ В	R_1 Ом	$J_1,$ А	$R'_1,$ Ом	$E_2,$ В	R_2 Ом	$J_2,$ А	$R'_2,$ Ом	$E_3,$ В	R_3 Ом	$J_3,$ А	$R'_3,$ Ом	$E_4,$ В	R_4 Ом	$J_4,$ А	$R'_4,$ Ом
1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
3	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
4	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
5	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
7	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
8	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
10	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
11	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
12	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
13	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
14	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
15	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
16	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
17	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
18	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
19	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
20	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
21	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
22	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
23	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
24	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
25	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0

№ схемы	$E_1,$ Б	R_1 ОМ	$J_1,$ А	$R'_1,$ ОМ	$E_2,$ Б	R_2 ОМ	$J_2,$ А	$R'_2,$ ОМ	$E_3,$ Б	R_3 ОМ	$J_3,$ А	$R'_3,$ ОМ	$E_4,$ Б	R_4 ОМ	$J_4,$ А	$R'_4,$ ОМ
26	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
27	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
28	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
29	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
30	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
31	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
32	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
33	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
34	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
35	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
36	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
37	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
38	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
39	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
40	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
41	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
42	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
43	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
44	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
45	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
46	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
47	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
48	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
49	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
50	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1

№ схемы	$E_1,$ Б	R_1 ОМ	$J_1,$ А	$R'_1,$ ОМ	$E_2,$ Б	R_2 ОМ	$J_2,$ А	$R'_2,$ ОМ	$E_3,$ Б	R_3 ОМ	$J_3,$ А	$R'_3,$ ОМ	$E_4,$ Б	R_4 ОМ	$J_4,$ А	$R'_4,$ ОМ
51	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
52	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
53	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
54	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
55	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
56	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
57	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
58	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
59	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
60	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
61	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
62	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
63	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
64	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
65	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
66	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
67	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
68	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
69	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
70	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
71	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
72	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
73	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
74	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
75	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

№ схемы	$E_1,$ Б	R_1 ОМ	$J_1,$ А	$R'_1,$ ОМ	$E_2,$ Б	R_2 ОМ	$J_2,$ А	$R'_2,$ ОМ	$E_3,$ Б	R_3 ОМ	$J_3,$ А	$R'_3,$ ОМ	$E_4,$ Б	R_4 ОМ	$J_4,$ А	$R'_4,$ ОМ
76	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
77	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
78	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
79	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
80	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
81	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
82	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
83	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
84	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
85	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
86	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
87	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
88	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
89	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
90	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
91	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
92	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
93	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
94	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
95	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
96	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
97	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
98	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
99	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
00	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0

Таблица 3.2

№ схемы	$E_5,$ В	$R_5,$ Ом	$J_5,$ А	$R'_5,$ Ом	$E_6,$ В	$R_6,$ Ом	$J_6,$ А	$R'_6,$ Ом	$E_7,$ В	$R_7,$ Ом	$J_7,$ А	$R'_7,$ Ом	$E_8,$ В	$R_8,$ Ом	$J_8,$ А	$R'_8,$ Ом	№ ветви
1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	2
2	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1
3	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	2
4	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	2
5	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	2
6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	2
7	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	2
8	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	2
9	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	3
10	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	3
11	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	3
13	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	3
14	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	3
15	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3
16	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	3
17	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	4
18	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	4
19	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	4
20	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
21	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	4
22	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	4
23	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	4
24	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4
25	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	5

№ схемы	$E_5,$ В	$R_5,$ Ом	$J_5,$ А	$R'_5,$ Ом	$E_6,$ В	$R_6,$ Ом	$J_6,$ А	$R'_6,$ Ом	$E_7,$ В	$R_7,$ Ом	$J_7,$ А	$R'_7,$ Ом	$E_8,$ В	$R_8,$ Ом	$J_8,$ А	$R'_8,$ Ом	№ ветви
26	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	5
27	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	5
28	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	5
29	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1
30	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	5
31	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	5
32	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	5
33	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	6
34	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	6
35	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	6
36	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	6
37	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	6
38	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1
39	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	6
40	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	6
41	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	7
42	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	7
43	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	7
44	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	7
45	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	7
46	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	7
47	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1
48	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	7
49	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	8
50	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	8

№ схемы	$E_5,$ В	$R_5,$ Ом	$J_5,$ А	$R'_5,$ Ом	$E_6,$ В	$R_6,$ Ом	$J_6,$ А	$R'_6,$ Ом	$E_7,$ В	$R_7,$ Ом	$J_7,$ А	$R'_7,$ Ом	$E_8,$ В	$R_8,$ Ом	$J_8,$ А	$R'_8,$ Ом	№ ветви
51	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	8
52	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	8
53	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	8
54	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	8
55	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	8
56	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
57	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	2
58	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
59	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	2
60	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	2
61	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	2
62	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	2
63	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2
64	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	2
65	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	3
66	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	3
67	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1
68	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	3
69	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	3
70	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	3
71	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	3
72	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	3
73	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	4
74	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	4
75	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	4

№ схемы	E_5 , В	R_5 , Ом	J_5 , А	R'_5 , Ом	E_6 , В	R_6 , Ом	J_6 , А	R'_6 , Ом	E_7 , В	R_7 , Ом	J_7 , А	R'_7 , Ом	E_8 , В	R_8 , Ом	J_8 , А	R'_8 , Ом	№ ветви
76	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
77	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	4
78	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	4
79	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	4
80	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	4
81	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	5
82	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	5
83	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	5
84	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	5
85	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1
86	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	5
87	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	5
88	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	5
89	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	6
90	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	6
91	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	6
92	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	6
93	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	6
94	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1
95	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	6
96	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	6
97	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	7
98	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	7
99	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	7
00	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	7

4 ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ Й ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Міністерство освіти та науки України
Запорізький національний технічний університет

Кафедра теоретичної та
загальної електротехніки

Розрахунково-графічна робота №1
Електричні кола постійного струму

Варіант №00

Виконав

ст. гр. Е-112 Бережна А.М.

Прийняв

доцент Козлов В.В.

м. Запоріжжя, 2010 р.

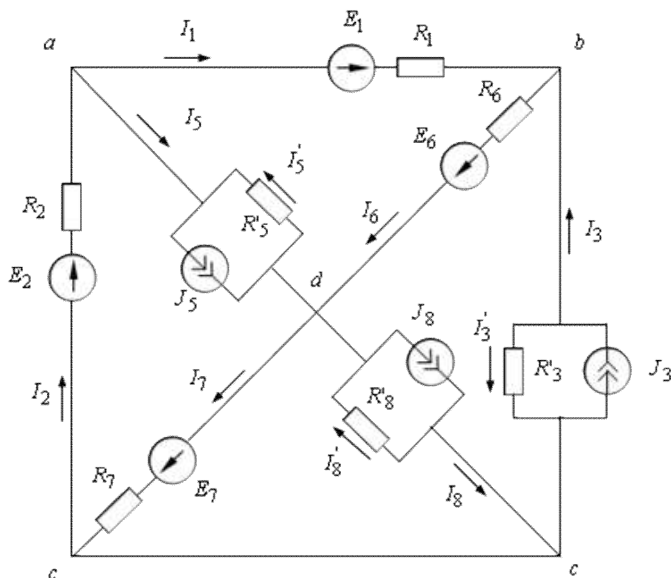


Рисунок 4.1 - Вихідна схема електричного кола
Вихідні параметри електричного кола

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 10 + q = 10 + 1 = 11 \text{ Ом}; & E_1 &= 10 + 2n = 10 + 2 \cdot 2 = 14 \text{ В}; \\
 R_2 &= 15 + q = 15 + 1 = 16 \text{ Ом}; & E_2 &= 20 + 2n = 20 + 2 \cdot 2 = 24 \text{ В}; \\
 R'_3 &= 15 + 2m = 15 + 2 \cdot 1 = 17 \text{ Ом}; & J_3 &= 0,3m = 0,3 \cdot 1 = 0,3 \text{ А}; \\
 R'_5 &= 15 + 3m = 15 + 3 \cdot 1 = 18 \text{ Ом}; & J_5 &= 0,2m = 0,2 \cdot 1 = 0,2 \text{ А}; \\
 R_6 &= 35 + q = 35 + 1 = 36 \text{ Ом}; & E_6 &= 15 + 2n = 15 + 2 \cdot 2 = 19 \text{ В}; \\
 R_7 &= 40 + q = 40 + 1 = 41 \text{ Ом}; & E_7 &= 30 + 2n = 30 + 2 \cdot 2 = 34 \text{ В}; \\
 R'_8 &= 20 + m = 20 + 1 = 21 \text{ Ом}; & J_8 &= 0,9m = 0,9 \cdot 1 = 0,9 \text{ А}.
 \end{aligned}$$

Розрахуємо струми у вітках методом вузлових потенціалів.

На схемі електричного кола виконаємо розмітку і вкажемо умовні додатні напрямки струмів у вітках.

Як базовий вузол приймаємо вузол d . Для незалежних вузлів складемо систему рівнянь щодо невідомих вузлових потенціалів:

$$\begin{cases} G_{aa}\varphi_a - G_{ab}\varphi_b - G_{ac}\varphi_c = J_{aa}; \\ -G_{ba}\varphi_a + G_{bb}\varphi_b - G_{bc}\varphi_c = J_{bb}; \\ -G_{ca}\varphi_a - G_{cb}\varphi_b + G_{cc}\varphi_c = J_{cc}. \end{cases}$$

Визначаємо власні провідності вузлів

$$G_{aa} = \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_5} = \frac{1}{11} + \frac{1}{16} + \frac{1}{18} = 0,2090 \text{ Сим};$$

$$G_{bb} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R'_3} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{11} + \frac{1}{17} + \frac{1}{36} = 0,1775 \text{ Сим};$$

$$G_{cc} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_3} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R'_8} = \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{41} + \frac{1}{21} = 0,1933 \text{ Сим}.$$

Визначаємо взаємні провідності вузлів

$$G_{ab} = G_{ba} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{11} = 0,0909 \text{ Сим};$$

$$G_{bc} = G_{cb} = \frac{1}{R'_3} = \frac{1}{17} = 0,0588 \text{ Сим};$$

$$G_{ca} = G_{ac} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{16} = 0,0625 \text{ Сим};$$

Визначаємо вузлові струми

$$J_{aa} = -\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - J_5 = -\frac{14}{11} + \frac{24}{16} - 0,2 = 0,0273 \text{ А};$$

$$J_{bb} = \frac{E_1}{R_1} + J_3 - \frac{E_6}{R_6} = \frac{14}{11} + 0,3 - \frac{19}{36} = 1,0449 \text{ А};$$

$$J_{cc} = -\frac{E_2}{R_2} - J_3 + \frac{E_7}{R_7} + J_8 = -\frac{24}{16} - 0,3 + \frac{34}{41} + 0,9 = -0,0707 \text{ А}.$$

Підставимо коефіцієнти при невідомі й вільні члени в систему рівнянь

$$\begin{cases} 0,2090\varphi_a - 0,0909\varphi_b - 0,0625\varphi_c = 0,0273; \\ -0,0909\varphi_a + 0,1775\varphi_b - 0,0588\varphi_c = 1,0449; \\ -0,0625\varphi_a - 0,0588\varphi_b + 0,1933\varphi_c = -0,0707. \end{cases}$$

Розв'яжемо її щодо вузлових потенціалів у матричній формі за допомогою математичного забезпечення MathCAD

$$\begin{cases} \varphi_a = 6,270 \text{ В}; \\ \varphi_b = 10,729 \text{ В}; \\ \varphi_c = 4,925 \text{ В}. \end{cases}$$

Обчислимо струми в вітках використовуючи закон Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_1}{R_1} = \frac{6,270 - 10,729 + 14}{11} = 0,867 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_c - \varphi_a + E_2}{R_2} = \frac{4,925 - 6,270 + 24}{16} = 1,416 \text{ A};$$

$$I'_3 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_3} = \frac{10,729 - 4,925}{17} = 0,341 \text{ A};$$

$$I_3 = J_3 - I'_3 = 0,3 - 0,341 = -0,041 \text{ A};$$

$$I'_5 = \frac{\varphi_d - \varphi_a}{R_5} = \frac{0,0 - 6,270}{18} = -0,348 \text{ A};$$

$$I_5 = J_5 - I'_5 = 0,2 + 0,348 = 0,548 \text{ A};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_b - \varphi_d + E_6}{R_6} = \frac{10,729 - 0,0 + 19}{36} = 0,826 \text{ A};$$

$$I_7 = \frac{\varphi_d - \varphi_c + E_7}{R_7} = \frac{0,0 - 4,925 + 34}{41} = 0,709 \text{ A};$$

$$I'_8 = \frac{\varphi_c - \varphi_d}{R_8} = \frac{4,925 - 0,0}{21} = 0,235 \text{ A};$$

$$I_8 = J_8 - I'_8 = 0,9 - 0,235 = 0,665 \text{ A}.$$

Виконаємо перевірку розрахунку склавши рівняння за першим законом Кірхгофа для трьох вузлів електричного кола

Узел *a*:

$$\begin{aligned} -I_1 + I_2 - J_5 + I'_5 &= 0; \\ -0,867 + 1,416 - 0,2 - 0,348 &= 0,001 \approx 0; \end{aligned}$$

Узел *b*:

$$\begin{aligned} I_1 - I'_3 + J_3 - I_6 &= 0; \\ 0,867 - 0,341 + 0,3 - 0,826 &= 0; \end{aligned}$$

Узел *c*:

$$\begin{aligned} -I_2 + I'_3 - J_3 + I_7 - I'_8 + J_8 &= 0; \\ -1,416 + 0,341 - 0,3 + 0,709 - 0,235 + 0,9 &= -0,001 \approx 0. \end{aligned}$$

Виконаємо перевірку розрахунку склавши рівняння балансу по-

тужностей:

- потужність джерел:

$$\begin{aligned} P_{\text{дж}} &= E_1 I_1 + E_2 I_2 + J_3 I'_3 R'_3 + J_5 I'_5 R'_5 + E_6 I_6 + E_7 I_7 + J_8 I'_8 R'_8 = \\ &= 14 \cdot 0,867 + 24 \cdot 1,416 + 0,3 \cdot 0,341 \cdot 17 - 0,2 \cdot 0,348 \cdot 18 + \\ &+ 19 \cdot 0,826 + 34 \cdot 0,709 + 0,9 \cdot 0,225 \cdot 21 = 90,85 \text{ Вт}; \end{aligned}$$

- потужність джерел:

$$\begin{aligned} P_{\text{сп}} &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3'^2 R'_3 + I_5'^2 R'_5 + I_6^2 R_6 + I_7^2 R_7 + I_8'^2 R'_8 = \\ &= 0,867^2 \cdot 11 + 1,416^2 \cdot 16 + 0,341^2 \cdot 17 + 0,348^2 \cdot 18 + \\ &+ 0,826^2 \cdot 36 + 0,709^2 \cdot 41 + 0,225^2 \cdot 21 = 90,84 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

- баланс потужностей:

$$P_{\text{дж}} = P_{\text{сп}};$$

$$90,85 \approx 90,84 \text{ Вт}.$$

У схемі вихідного електричного кола виконуємо заміну джерел струму джерелами ЕРС.

$$E'_3 = J_3 R'_3 = 0,3 \cdot 17 = 5,1 \text{ В};$$

$$E'_5 = J_5 R'_5 = 0,2 \cdot 18 = 3,6 \text{ В};$$

$$E'_8 = J_8 R'_8 = 0,9 \cdot 21 = 18,9 \text{ В}.$$

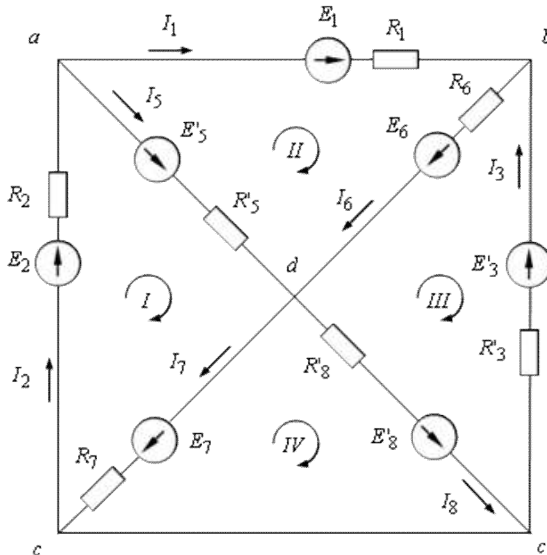


Рисунок 4.2 - Перетворена схема заміщення

Складаємо рівняння згідно з методом безпосереднього застосування законів Кірхгофа (3 рівняння за першим законом Кірхгофа і ще 4 рівняння за другим законом Кірхгофа).

Напрямки обходу незалежних контурів обираємо за годинниковою стрілкою

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_5 = 0; \\ -I_1 - I_3 + I_6 = 0; \\ I_2 + I_3 - I_7 - I_8 = 0; \\ R_2 I_2 + R'_5 I_5 + R_7 I_7 = E_2 + E'_5 + E_7; \\ R_1 I_1 - R'_5 I_5 + R_6 I_6 = E_1 - E'_5 + E_6; \\ -R'_3 I_3 - R_6 I_6 - R'_8 I_8 = -E'_3 - E_6 - E'_8; \\ -R_7 I_7 + R'_8 I_8 = -E_7 + E'_8. \end{cases}$$

Складаємо рівняння згідно з методом контурних струмів. Обираємо напрямки контурних струмів у незалежних контурах за годинниковою стрілкою. Нумерація контурних струмів співпадає з нумерацією незалежних контурів у методі безпосереднього застосування законів Кірхгофа.

$$\begin{cases} (R_2 + R'_5 + R_7)I_{11} - R'_5 I_{22} - 0 \cdot I_{33} - R_7 I_{44} = E_2 + E'_5 + E_7; \\ -R'_5 I_{11} + (R_1 + R'_5 + R_6)I_{22} - R_6 I_{33} - 0 \cdot I_{44} = E_1 - E'_5 + E_6; \\ -0 \cdot I_{11} - R_6 I_{22} + (R'_3 + R_6 + R'_8)I_{33} - R'_8 I_{44} = -E'_3 - E_6 - E'_8; \\ -R_7 I_{11} - 0 \cdot I_{22} - R'_8 I_{33} + (R_7 + R'_8)I_{44} = -E_7 + E'_8. \end{cases}$$

Підставивши числові значення параметрів електричного кола

$$\begin{cases} (16 + 18 + 41)I_{11} - 18I_{22} - 0I_{33} - 41I_{44} = 24 + 3,6 + 34; \\ -18I_{11} + (11 + 18 + 36)I_{22} - 36I_{33} - 0I_{44} = 14 - 3,6 + 19; \\ -0I_{11} - 36I_{22} + (17 + 36 + 21)I_{33} - 21I_{44} = -5,1 - 19 - 18,9; \\ -41I_{11} - 0I_{22} - 21I_{33} + (41 + 21)I_{44} = -34 + 18,9, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} 75I_{11} - 18I_{22} - 0I_{33} - 41I_{44} = 61,6; \\ -18I_{11} + 65I_{22} - 36I_{33} - 0I_{44} = 29,4; \\ -0I_{11} - 36I_{22} + 74I_{33} - 21I_{44} = -43,0; \\ -41I_{11} - 0I_{22} - 21I_{33} + 62I_{44} = -15,1. \end{cases}$$

Розв'яжемо її щодо контурних струмів у матричній формі за допомогою математичного забезпечення MathCAD

$$\begin{cases} I_{11} = 1,416 \text{ A}; \\ I_{22} = 0,867 \text{ A}; \\ I_{33} = 0,041 \text{ A}; \\ I_{44} = 0,707 \text{ A}; \end{cases}$$

Обчислимо струми в вітках електричного кола

$$I_1 = I_{22} = 0,867 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{11} = 1,416 \text{ A};$$

$$I_3 = -I_{33} = -0,041 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{11} - I_{22} = 1,416 - 0,867 = 0,549 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{22} - I_{33} = 0,867 - 0,041 = 0,826 \text{ A};$$

$$I_7 = I_{11} - I_{44} = 1,416 - 0,707 = 0,709 \text{ A};$$

$$I_8 = I_{44} - I_{33} = 0,707 - 0,041 = 0,666 \text{ A}.$$

Результати розрахунків методом вузлових потенціалів і методом контурних струмів зводимо в таблицю і порівнюємо між собою

Таблиця 4.1

Струм	$I_1, \text{ A}$	$I_2, \text{ A}$	$I_3, \text{ A}$	$I_5, \text{ A}$	$I_6, \text{ A}$	$I_7, \text{ A}$	$I_8, \text{ A}$
Метод вузлових потенціалів	0,867	1,416	-0,041	0,548	0,826	0,709	0,665
Метод контурних струмів	0,867	1,416	-0,041	0,549	0,826	0,709	0,666

Порівняння результатів показує, що значення струмів, що розраховані двома методами, відрізняються не більше ніж на 0,2%.

У відповідності з завданням потрібно обчислити струм у вітці №7 методом еквівалентного генератора.

Розрахуємо напругу холостого ходу еквівалентного генератора. Для цього подумки вилучаємо вітку, в якій потрібно визначити струм. Напруга холостого ходу дорівнює різниці потенціалів вузлів a і b .

Розрахунок виконуємо методом вузлових потенціалів. На відміну від розрахунку, який був виконаний раніше, власна провідність вузла c змінилася за рахунок вилучення $G_7 = 1/R_7$ і дорівнює

$$G_{cc} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_8} = \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{21} = 0,1689 \text{ Сим.}$$

Одночасно змінилося значення відповідного вузлового струму

$$J_{cc} = -\frac{E_2}{R_2} - J_3 + J_8 = -\frac{24}{16} - 0,3 + 0,9 = -0,9 \text{ A.}$$

Усі інші коефіцієнти системи рівнянь залишилися незмінними

$$\begin{cases} 0,2090\varphi_a - 0,0909\varphi_b - 0,0625\varphi_c = 0,0273; \\ -0,0909\varphi_a + 0,1775\varphi_b - 0,0588\varphi_c = 1,0449; \\ -0,0625\varphi_a - 0,0588\varphi_b + 0,1689\varphi_c = -0,9. \end{cases}$$

Розв'яжемо її щодо вузлових потенціалів у матричній формі за допомогою математичного забезпечення MathCAD

$$\begin{cases} \varphi_a = 2,086 \text{ B}; \\ \varphi_b = 6,155 \text{ B}; \\ \varphi_c = -2,414 \text{ B}. \end{cases}$$

Напруга холостого ходу (ЕРС еквівалентного генератора)

$$U_o = E_{eq} = \varphi_d - \varphi_c = 0 - (-2,414) = 2,414 \text{ B}.$$

Вилучимо зі схеми джерела енергії й щодо затискачів cd знайдемо вхідний опір кола, що дорівнює внутрішньому опору еквівалентного генератора

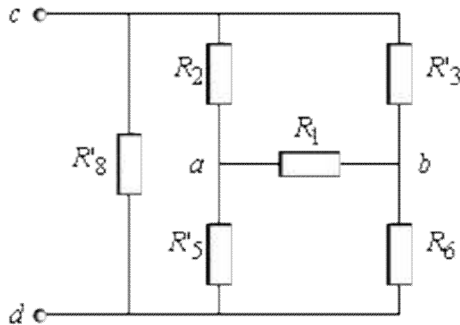


Рисунок 4.3 - Схема електричного кола без джерел енергії

Для обчислення вхідного опору кола доцільно попередньо виконати перетворення трикутника опорів R_1, R_2, R_3 (рис. 4.3) у зірку опорів R_a, R_b, R_c (рис.4.4).

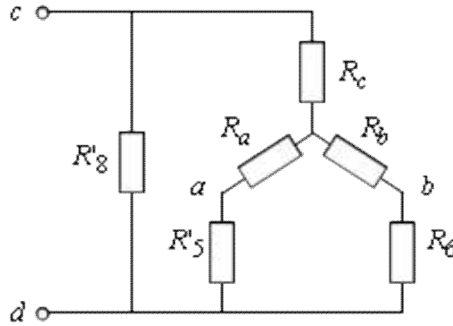


Рисунок 4.4 - Схема електричного кола без джерел енергії після перетворення трикутника опорів у зірку опорів

$$R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R'_3} = \frac{11 \cdot 16}{11 + 16 + 17} = 4,0 \text{ Ом};$$

$$R_b = \frac{R_1 R'_3}{R_1 + R_2 + R'_3} = \frac{11 \cdot 17}{11 + 16 + 17} = 4,25 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_2 R'_3}{R_1 + R_2 + R'_3} = \frac{16 \cdot 17}{11 + 16 + 17} = 6,18 \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} R_{cd} &= R_c + \frac{(R_a + R'_5)(R_b + R_6)}{R_a + R'_5 + R_b + R_6} = \\ &= 6,18 + \frac{(4 + 18)(4,25 + 36)}{4 + 18 + 4,25 + 36} = 20,40 \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$R_{in} = \frac{R_8 R_{cd}}{R_8 + R_{cd}} = \frac{21 \cdot 20,40}{21 + 20,40} = 10,35 \text{ Ом}.$$

Схема еквівалентного генератора до якого підмикнено навантаження представлено на рис. 4.5.

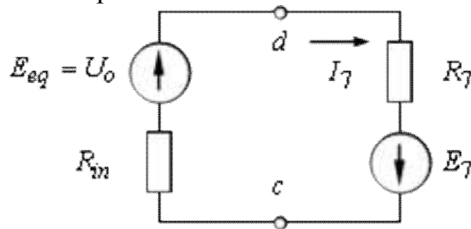


Рисунок 4.5 - Схема еквівалентного генератора з навантаженням

Обчислимо шуканий струм у сьомій вітці

$$I_7 = \frac{E_{eq} + E_7}{R_{in} + R_7} = \frac{2,414 + 34}{10,35 + 41} = 0,709 \text{ A}.$$

Порівнявши результати розрахунку з результатами, які отримані іншими методами, бачимо що вони повністю збігаються.

Надаючи опору навантаження еквівалентного генератора різні значення побудуємо графіки залежностей струму та потужності навантаження еквівалентного генератора від опору навантаження використовуючи співвідношення

$$I_7(R) = \frac{E_{eq} + E_7}{R_{in} + R} = \frac{2,414 + 34}{10,35 + R};$$

$$P_7(R) = \left(\frac{E_{eq} + E_7}{R_{in} + R} \right)^2 R = \left(\frac{2,414 + 34}{10,35 + R} \right)^2 R.$$

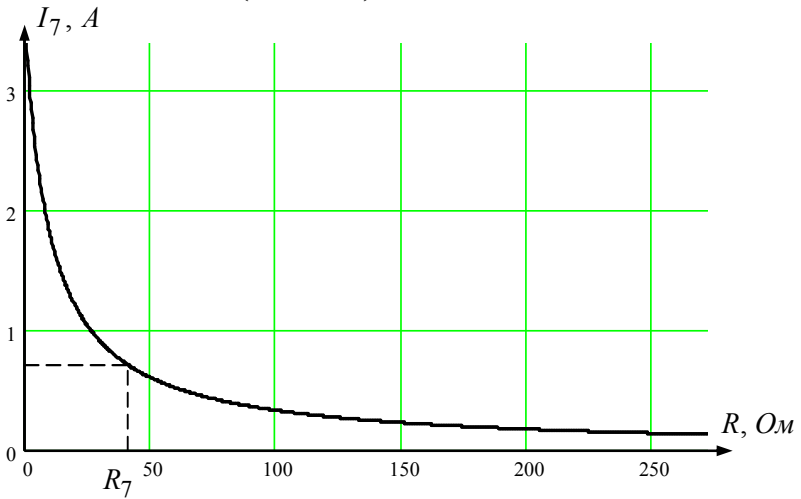


Рисунок 4.6 - Графік залежності струму навантаження еквівалентного генератора від опору навантаження

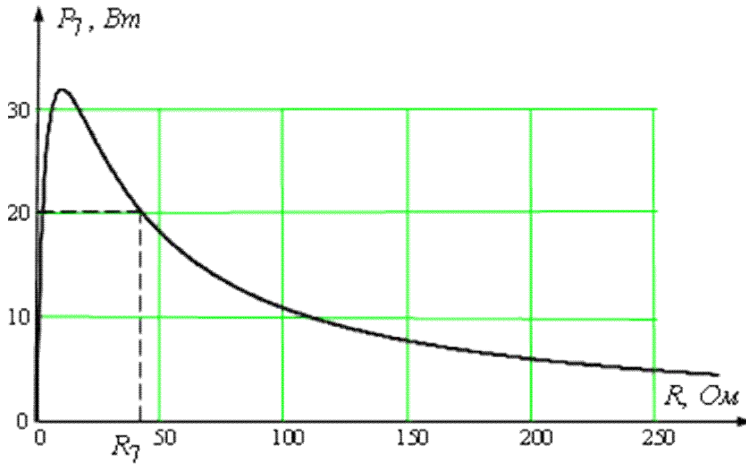


Рисунок 4.7 - Графік залежності потужності навантаження еквівалентного генератора від опору навантаження

Розрахуємо та побудуємо потенційну діаграму для зовнішнього контуру електричного кола після перетворення. На відміну від попередніх розрахунків вважаємо що потенціал вузла a дорівнює нулю $\varphi_a = 0 \text{ В}$. На рис. 4.8 представлено розрахунковий контур (на ньому додатково позначені прості вузли). Напрямок обходу контуру за годинною стрілкою.

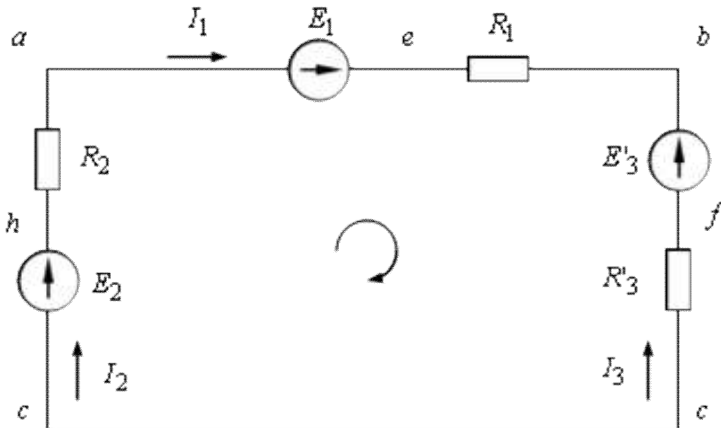


Рисунок 4.8 - Розрахунковий контур для розрахунку та побудови потенційної діаграми

$$\varphi_a = 0 \text{ B};$$

$$\varphi_e = \varphi_a + E_1 = 0 + 14 = 14 \text{ B};$$

$$\varphi_b = \varphi_e - R_1 I_1 = 14 - 11 \cdot 0,867 = 4,463 \text{ B};$$

$$\varphi_f = \varphi_b - E'_3 = 4,463 - 5,1 = -0,637 \text{ B};$$

$$\varphi_c = \varphi_f + R'_3 I_3 = -0,637 + 17 \cdot (-0,041) = -1,334 \text{ B};$$

$$\varphi_h = \varphi_c + E_2 = -1,334 + 24 = 22,666 \text{ B};$$

$$\varphi_a = \varphi_h - R_2 \cdot I_2 = 22,666 - 16 \cdot 1,416 = 0,01 \approx 0 \text{ B}.$$

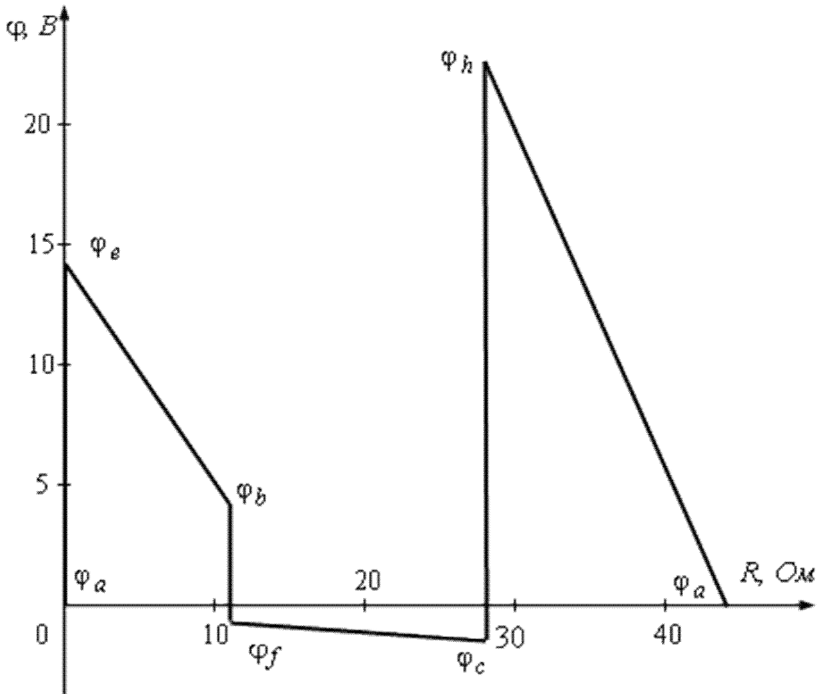


Рисунок 4.9 - Потенційна діаграма

ЛІТЕРАТУРА

1. Качан Ю.Г. Лінійна електротехніка (теоретичні основи).
2. Паначевский Б.І., Свергун Ю.Ф. Загальна електротехніка: Теорія і практикум.
3. Мілих В.І. Електротехніка та електромеханіка.
4. Козлов В.В., Набокова О.В. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл.
5. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи.
6. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.
7. Зевеке Г.В. и др. Основы теории цепей.
7. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории электрических цепей.