

СЕКЦІЯ «МАТЕМАТИКА»

УДК 517.9

Онуфрієнко В.М.¹, Килимник І.М.², Слюсарова Т.І.³, Зіненко І.І.³

¹ д-р фіз.-мат. наук, проф. НУ «Запорізька політехніка»

² канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

³ асист. НУ «Запорізька політехніка»

ПРИПОВЕРХНЕВИЙ АНОМАЛЬНИЙ ФРАКТАЛЬНИЙ СКІН-ЕФЕКТ В МЕТАМАТЕРІАЛЬНОМУ ШАРІ

Теорія фрактального шару [1] на межі розділу двох середовищ базується на визначенні дробового диференціала $d^\alpha x = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{dx}{(t-x)^{1-\alpha}}$, його зв'язку з дробовою похідною $d^\alpha L(x) = {}_a D_{x_i}^\alpha L(x) d^\alpha x$, де дробова похідна ${}_a D_{x_i}^\alpha L(x)$ використовується у формі Рімана-Ліувілля [2].

Моделі аномального скін-ефекту, що базуються на дифузійних уявленнях про перебіг явищ у металах, для широкого діапазону частот були розроблені і експериментально перевірені дослідниками [3]. Високочастотні експерименти часто демонструють зниження ефективності математичної моделі суцільного середовища у порівнянні з теоретичними передбаченнями, навіть на низьких частотах, де шорсткість поверхні речовини не повинна бути проблемою.

Матеріалознавці зацікавлені методами підвищення експлуатаційних характеристик метаматеріалів шляхом реалізації структур, що мають суттєво нелінійні та аномальні деформаційні властивості і застосовні для одержання адаптивної реакції на зовнішній вплив. До таких матеріалів відносяться речовини з від'ємним коефіцієнтом Пуассона в кристалах та відомих і штучно конструйованих композиційних матеріалах.

Така ситуація збуджує інтерес дослідників до опису скін-ефекту за схемою дифузійної моделі для фрактально структурованого шару в квазідвовимірних системах, де окремі шари атомів лаштуються у двовимірних сітках. Прикладом такого метаматеріалу можуть бути кристали зі структурою кагоме, коли окремі шари розміщені по вузлах трикутно-гексагональної сітки, що теоретично пов'язане з утворенням електронної з діраковськими конусами структури, що є аналогічною графену.

Для кількісного опису явища нормального та аномального скін-шару в об'ємному метаматеріалі розглядаємо фізико-геометричну модель фрактального шару і поширюємо результати дослідження на фрактально конфігуровані графенові плівки.

З цією метою вводимо диферінтеграли в опис фрактальних множин та зв'язок між похідними дробового порядку одиничної функції та дельта-функції. Таким чином враховуємо наявність в точках компакту неінтегрованої густини кластерів з зарядами (струмами), імпедансу та ємності фрактально конфігурованого компакту з наявним скін-шаром (локалізацією поля у тонкому шарі поверхні), що характеризується глибиною проникнення і законом розподілу струмів (деформацій).

Для моделювання поля у фрактально структурованому метаматеріалі спираємось на висновки теорії, що базується на рівняннях Максвелла (Бернуллі) у дробових диферінтегралах з відомими наближеннями, що дають можливість моделювати розв'язки хвильового рівняння в α -характеристиках.

Ідею Б. Піппарда про те, що в умовах скін-ефекту основну роль в утворенні екранувального поверхневого струму відіграють електрони, що рухаються під малими кутами до поверхні, та класичне означення глибини скін-шару обчислюємо глибину фрактального скін-шару.

Результати проведеного чисельного експерименту на основі нашої теоретичної моделі свідчать про сильну залежність товщини скін-шару від величини скейлінгового показника, яким характеризується ступінь фракталізації структури метаматеріалу. Зміна товщини скін-шару зі значеннями скейлінгу від $\alpha = 0$ (у моделі суцільної неструктурованої речовини) до $\alpha = 1$ співвідносимо з фізичним ущільненням точок до зерен.

Чисельним варіюванням скейлінгового показника у межах від 1 до 2 теоретично виявлено збільшення/зменшення товщини скін-шару (фізично це може пов'язуватись структуризацією зерен в ланцюжки (фрактальні домени)).

Степенева залежність фізичних параметрів (частоти, проникності, провідності, напруження, деформації) від величини скейлінгу α демонструє також можливість прогнозування перебігу аномального скін-ефекту в умовах координатної зміни скейлінгового показника $\alpha(y)$, що значно розширює використання розвиненої теорії для проектування імпедансів пристроїв мікроелектроніки і механіки, що функціонують на основі або всупереч скін-ефекту.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Онуфрієнко В. М. Електромагнітні приповерхневі властивості фрактально структурованих металів / В. М. Онуфрієнко // Вісник ДНУ. – 2008. – Т. 16. – № 2/1. – С. 150–157.
2. Samko S. G. Integrals and fractional order derivatives and some of their applications / S. G. Samko, A. A. Kilbas, O. I. Marichev // Science and technology. – 1987. – 457 p.

3. Hayt W. H. Engineering Electromagnetics / W. H. Hayt. – 5th ed. – McGraw-Hill College, 1989. – 496 p.