

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

КАФЕДРА СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ
МАТЕМАТИКИ

Пояснювальна записка

до дипломного проєкту (роботи)

магістра

(ступінь вищої освіти)

на тему Дослідження впливу шуму на рекурентні діаграми часових рядів

Виконала: студент(ка) 2 курсу, групи КНТ-811м

Спеціальності 124- Системний аналіз
(код і найменування спеціальності)

Освітня програма (спеціалізація)
«Інтелектуальні технології та прийняття рішень
в складних системах»

Дівоча І.О.

(прізвище та ініціали)

Керівник Бакурова А.В.

(прізвище та ініціали)

Рецензент Лозовська Л.І.

(прізвище та ініціали)

2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»
(повне найменування закладу вищої освіти)

Кафедра _____ Системного аналізу та обчислювальної математики

Ступінь вищої освіти _____ магістр _____

Спеціальність _____ 124 – Системний аналіз _____
(код і найменування)

Освітня програма
(спеціалізація) «Інтелектуальні технології та прийняття рішень в складних
системах» _____

(назва освітньої програми (спеціалізації))

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри _____

Г.В.Корніч _____

« _____ » _____ 20 ____ року

З А В Д А Н Н Я
НА ДИПЛОМНИЙ ПРОЄКТ (РОБОТУ) СТУДЕНТА(КИ)

Дівочої Ірини Олександрівни _____

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема проєкту (роботи) Дослідження впливу шуму на рекурентні діаграми часових рядів

керівник проєкту (роботи) Бакурова Анна Володимирівна д-р екон. наук, проф.

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом закладу вищої освіти від « 28 » листопада 2022 року № 407

2. Строк подання студентом проєкту (роботи) « 19 » грудня 2022 року

3. Вихідні дані до проєкту (роботи) Програмне забезпечення для побудови рекурентних діаграм та їх кількісного аналізу та 16 проаналізованих джерел

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) В першому розділі наводиться визначення часових рядів та їх класифікація, а також огляд методів аналізу коротких часових рядів. В другому розділі розглянуто методологічні основи рекурентного аналізу, а саме метод побудови та кількісної оцінки рекурентних діаграм. В третьому розділі наведено застосування методу рекурентного аналізу. Розроблено програмне забезпечення для побудови діаграм, проведено аналіз впливу випадкового шуму, наведено приклад аналізу часових рядів енергоспоживання методом рекурентних діаграм.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

6. Консультанти розділів проєкту (роботи)

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	прийняв виконане завдання
1	Бакурова А.В., д-р екон. наук, проф.		
2	Бакурова А.В., д-р екон. наук, проф.		
3	Бакурова А.В., д-р екон. наук, проф.		
Нормоконтроль	Ширококоряд Д.В., к.ф.-м.н., ст. викл.		

7. Дата видачі завдання «02» вересня 2022 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проекту (роботи)	Строк виконання етапів проекту (роботи)	Примітка
1	Сформулювати мету на основні завдання дипломної роботи	02.09.2022 – 09.09.2022	
2	Опрацювати роботи авторів за темою дослідження	12.09.2022 – 30.09.2022	
3	Розглянути методологію аналізу коротких часових рядів	03.10.2022 – 31.10.2022	
4	Розробка необхідного програмного забезпечення	01.11.2022 – 11.11.2022	
5	Розрахунки та аналіз даних	12.11.2022 – 17.11.2022	
6	Оформлення пояснювальної записки	18.11.2022 – 13.12.2022	
7	Попередній захист дипломної роботи та отримання рецензій	13.12.2022 – 18.12.2022	
8	Захист дипломної роботи	19.12.2022	

Студент(ка)

(підпис)

Дівоча І.О.

(прізвище та ініціали)

Керівник проекту (роботи)

(підпис)

Бакурова А.В.

(прізвище та ініціали)

РЕФЕРАТ

ПЗ: 68 с; 5 рис; 3 табл; 17 джерел; 1 додаток

Об'єкт дослідження - короткі часові ряди

Предмет дослідження - метод рекурентних діаграм

Мета дипломної роботи - дослідження впливу випадкового зовнішнього шуму на рекурентні діаграми регулярних і хаотичних часових рядів.

В дипломній роботі розглянуто методологію побудови рекурентних діаграм та їх кількісного аналізу; розроблено програмне забезпечення для побудови рекурентних діаграм часових рядів та їх кількісної оцінки; досліджено вплив зовнішнього шуму на рекурентні діаграми часових рядів; продемонстровано застосування методу рекурентних діаграм до аналізу добового енергоспоживання електрометалургійного підприємства.

Ключові слова: ЧАСОВИЙ РЯД, РЕКУРЕНТНА ДІАГРАМА, ВИПАДКОВИЙ ШУМ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

\vec{x} – вектор у фазовому просторі

$R_{i,j}$ – двійкова матриця рекурентності

RR – міра рекурентності

DET – міра детермінізму

L_{max} – максимальна довжина діагональних ліній

DIV – дивергенція

$ENTR$ – міра ентропії

LAM – міра завмирання

TT – середня довжина вертикальних ліній

R_{rand} – випадкове число в діапазоні від 0 до 1

ЗМІСТ

Завдання	2
Реферат	4
Перелік умовних позначень, символів, одиниць, скорочень і термінів	5
Вступ.....	7
1 Особливості аналізу коротких часових рядів.....	10
1.1 Визначення часових рядів та їх класифікація	10
1.2 Огляд методів аналізу коротких часових рядів	10
2 Методологічні основи рекурентного аналізу	13
2.1 Метод рекурентних діаграм	13
2.2 Кількісні оцінки рекурентних діаграм.....	15
3 Застосування методу рекурентного аналізу	19
3.1 Розробка програмного забезпечення для аналізу	19
3.2 Аналіз впливу випадкового шуму	21
3.3 Приклад аналізу часових рядів енергоспоживання методом рекурентних діаграм	24
Висновки	35
Перелік посилань	36
Додаток А Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часових рядів добового енергоспоживання електromеталургійного підприємства	39

ВСТУП

В різних сферах людського життя часто зустрічаються динамічні процеси, більшість з яких є складними. До них відносяться інформаційні, медичні, біологічні, фізичні, хімічні, технічні, соціальні процеси та інші. Дослідження складних систем як природніх, так і штучних, показали, що в їх основі лежать нелінійні процеси, ретельне вивчення яких необхідно для розуміння та моделювання складних систем. Складні динамічні системи характеризуються нерегулярною динамікою поведінки, проявами якої є, як випадкові, так і детерміновані хаотичні процеси. На практиці такі системи представляються часовими рядами – дискретними послідовностями випадкових величин, впорядкованих за часом, які характеризують стан об'єкта спостереження. Дослідження характеру динаміки часового ряду, отриманого в результаті вимірювань або спостереження за параметрами досліджуваної системи, необхідні для оцінки передбачуваності станів системи та подальшого вивчення механізмів її функціонування.

Отримані з досліджуваної системи дані часто демонструють її, загалом, нестационарну і складну поведінку. Крім того, ці системи часто спостерігаються за допомогою дуже малої кількості вимірювань, що надають короткі ряди даних. Лінійних підходів до аналізу часових рядів часто недостатньо для дослідження такого роду даних, а більшість методів нелінійного аналізу потребує або досить довгих, або стаціонарних рядів даних.

Порівняно новим методом дослідження складності динаміки систем є чисельний рекурентний аналіз. Це один з небагатьох нелінійних методів, який дає можливість проводити чисельну оцінку характеристик процесів, представлених короткими часовими рядами. Рекурентний аналіз базується на такій властивості динамічних систем як рекурентність, тобто повторюваність станів. Повторюваність є фундаментальною властивістю динамічних систем,

яку можна використовувати для характеристики поведінки системи у фазовому просторі. Перевага даного методу полягає в тому, що він надає можливість досліджувати багатовимірну траєкторію фазового простору за допомогою двовимірного представлення його рекурентності та, отже, наочно зобразити динамічну картину загалом. Використання рекурентних діаграм для аналізу часових рядів дозволяє не тільки візуалізувати, але й кількісно оцінити структури, що приховані в даних. Рекурентні діаграми дозволяють судити про характер процесів, що протікають у системі, наявність та вплив шуму, дрейфу, наявність станів повторення та завмирання системи, наявність екстремальних подій, прихованої періодичності та циклічності. Метод привернув ще більше уваги після запровадження підходів кількісної оцінки рекурентних діаграм та вивчення їх взаємозв'язків з фундаментальними властивостями динамічних систем.

Об'єктом даного дослідження є короткі часові ряди.

Предмет дослідження складає метод рекурентних діаграм коротких часових рядів.

Метою даної наукової роботи є дослідження впливу випадкового зовнішнього шуму на рекурентні діаграми регулярних і хаотичних часових рядів.

Для досягнення мети треба виконати наступні завдання:

- розглянути методологію побудови рекурентних діаграм та їх кількісного аналізу;
- розробити програмне забезпечення для побудови рекурентних діаграм часових рядів та їх кількісної оцінки;
- дослідити вплив зовнішнього шуму на рекурентні діаграми часових рядів;
- застосувати метод рекурентних діаграм до аналізу добового енергоспоживання електromеталургійного підприємства.

Наукова новизна дипломної роботи полягає в застосуванні методу рекурентних діаграм до аналізу енергоспоживання та розробці відповідного програмного забезпечення.

Практичним значенням виконаної роботи є підтвердження на реальних даних корисність застосування методу рекурентного аналізу до оцінювання споживання електроенергії, а також ефективнішого моделювання цього процесу, що призведе до підвищення точності прогнозу його майбутньої динаміки.

1 ОСОБЛИВОСТІ АНАЛІЗУ КОРОТКИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ

1.1 Визначення часових рядів та їх класифікація

Часовий ряд – це послідовність хронологічно впорядкованих (за часом) значень, які характеризують стан об'єкта спостереження. Складовими ряду спостережень є числові значення показника, які називають рівнями ряду.

Динамічним рядом називають послідовність спостережень, отриманих у рівновіддалені моменти часу. Динамічні ряди, характер яких не змінюється з часом, мають назву стаціонарних. Стаціонарність часового ряду пов'язана з вимогою того, що він має стале середнє значення, і його рівні коливаються навколо цього середнього зі сталою дисперсією. Якщо ж ці показники змінюватимуться з часом, то ряд називатиметься нестаціонарним.

Часові ряди поділяють на випадкові, хаотичні та регулярні. У випадкових рядах ніякої залежності між значеннями немає. Детерміновані процеси, що виглядають як випадкові, називають детермінованим хаосом. Повністю передбачувані процеси представляються регулярними часовими рядами.

1.2 Огляд методів аналізу коротких часових рядів

За останні десятиліття був розроблений великий набір як лінійних, так і нелінійних методів дослідження часових рядів. Оскільки більшість природних біологічних та екологічних процесів є нелінійними [1–3], нелінійні методи оцінки передбачуваності та виявлення механізмів, що лежать у основі таких явищ, виявляються більш ефективними в порівнянні з лінійними [2, 4]. При цьому, однак, немає такого універсального методу, який підходить би для всіх випадків.

Одним із суттєвих недоліків багатьох методів нелінійного аналізу при оцінці часових рядів, отриманих в ході спостережень за природними процесами, є залежність цих методів від довжини досліджуваного часового ряду. Наприклад, нелінійні методи оцінки горизонту передбачуваності [1] і обчислення експоненти Ляпунова [2] дають прийнятні результати при довжині часових рядів не менше ніж у тисячу значень, отриманих в результаті комп'ютерного моделювання [5–7]. У випадку коротших часових рядів (у кілька сотень значень або менше) ці методи дають недостовірні результати. Дослідження природних процесів, особливо динаміки біологічних популяцій, часто проводиться на підставі часових рядів, отриманих в ході польових спостережень, тривалість яких у багатьох випадках складає всього лише порядку ста точок (див., наприклад, роботи [8, 9]). Ці фактори вимагають розроблення нових методів нелінійного аналізу даних.

У статті, опублікованій у 1987 році, Екман, Кампхорст і Рюель [10] представили нову графічну процедуру для візуалізації закономірностей повторення в даних, яку вони назвали рекурентною діаграмою. Таким чином був прокладений шлях до запровадження сучасного інструменту нелінійного аналізу даних, що дозволив подолати труднощі у дослідженні нестационарних і досить коротких часових рядів.

Серед переваг розробленого методу можна виділити його очевидну простоту реалізації та інтерпретації, а також меншу кількість попередніх вимог до даних. Однак, рекурентні діаграми були лише інструментом візуального та якісного характеру, тобто користувачу доводилося самостійно виявляти й інтерпретувати виявлені закономірності та структури, в наслідок чого результати не завжди були переконливими.

Щоб подолати цей недолік методу, на початку 1990-х Збілут і Веббер спробували кількісно визначити структури рекурентних діаграм [11, 12]. Вони запропонували міри, засновані на щільності рекурентних точок та діагональних ліній. Таким чином, стало можливим узагальнення отримуваної інформації за допомогою кількісного аналізу рекурентних діаграм. Ця

методика представляє великий інтерес, оскільки дозволяє застосовувати переваги рекурентних діаграм і отримувати набагато об'єктивнішу інформацію.

2 МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ РЕКУРЕНТНОГО АНАЛІЗУ

2.1 Метод рекурентних діаграм

В основі методу рекурентного аналізу лежить фундаментальне властивість детермінованих коливальних процесів – повторюваність станів, або рекурентність. Рекурентність передбачає зближення достатньо довгого фрагмента фазової траєкторії з більш раннім фрагментом тієї ж траєкторії. У випадку періодичних коливань тісне зближення означає повний збіг і відбувається періодично. У ході нерегулярних, аперіодичних детермінованих коливань зближення фрагментів фазової траєкторії відбувається нерегулярно. Наявність рекурентності є суттєвою відмінністю детермінованих коливальних процесів у порівнянні з випадковими коливаннями.

Розглянемо детальніше методологію рекурентного аналізу посилаючись на роботу Марвана та інших [13].

Нелінійний аналіз даних базується на вивченні траєкторій фазового простору. Елементи фазового простору представляють можливі стани досліджуваної системи. Припустимо, що стан такої системи у фіксований час t можна задати d компонентами. Ці параметри утворюють вектор у d -вимірному фазовому просторі системи:

$$\vec{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_d(t))^T \quad (2.1)$$

Отже, вектор $\vec{x}(t)$ визначає траєкторію у фазовому просторі.

Рекурентна діаграма відображає траєкторію $\vec{x}_i \in R^d$ у d -вимірному фазовому просторі на двовимірну двійкову квадратну матрицю розміром $N \times N$:

$$R_{i,j}(\varepsilon) = \theta(\varepsilon - \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|), \quad i, j = 1, \dots, N, \quad (2.2)$$

де N – кількість станів \vec{x}_i , ε – порогова відстань,

$\theta(\cdot)$ – функція Гевісайда ($\theta(x) = 0$, якщо $x < 0$, і $\theta(x) = 1$ в протилежному випадку),

$\|\cdot\|$ – норма.

Тобто рекурентність \vec{x}_i та \vec{x}_j визначається як близькість стану \vec{x}_i до стану \vec{x}_j . При побудові рекурентних діаграм переважно використовується норма L_∞ через її простоту та швидкість в обчисленні.

Рекурентну діаграму отримують шляхом побудови рекурентної матриці (2.2) та використання різних кольорів для її двійкових значень (зазвичай чорний для $R_{i,j} = 1$ та білий для $R_{i,j} = 0$), при цьому обидві координатні осі є часовими. Оскільки, за означенням, $R_{i,j} = 1$ при $i = j$, то рекурентна діаграма завжди містить чорну головну діагональну лінію – лінію ідентичності. Більше того, з означення випливає, що рекурентна діаграма є симетричною відносно головної діагоналі, адже $R_{i,j} = R_{j,i}$ для будь-яких $i, j = \overline{1, N}$.

Основним призначенням рекурентних діаграм є візуальний аналіз траєкторій у багатовимірних фазових просторах, що дає уявлення про еволюцію цих траєкторій з часом. Рекурентна діаграма представляється характерними великомасштабними та дрібномасштабними структурами, які зумовлені динамічним станом системи.

Великомасштабні структури зображають топологію діаграми, що дає загальне уявлення про характер досліджуваного процесу. Характерними топологіями рекурентних діаграм є:

- а) однорідна, що є типовою для стаціонарних і автономних систем;
- б) періодична, що відповідає осцилюючим системам;
- в) дрейф відповідає системам з параметрами, що поволі змінюються;
- г) контрастні області або смуги відповідають системам з різкими змінами в динаміці.

Текстуру рекурентної діаграми формують дрібномасштабні структури, а саме:

- а) діагональні лінії, що відображають подібну локальну еволюцію різних ділянок траєкторії;
- б) горизонтальні та вертикальні лінії відображають стан, що деякий час не змінюється або змінюється дуже мало;
- в) самотні, окремо розташовані рекурентні точки, однак, не містять інформації саме про стан системи.

2.2 Кількісні оцінки рекурентних діаграм

Кількісний аналіз дозволяє обчислювати міри складності структур рекурентних діаграм, що базуються на щільності рекурентних точок, діагональних, вертикальних та горизонтальних лініях.

Міра рекурентності (recurrence rate) відображає щільність рекурентних точок:

$$RR = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N RR_{i,j} \quad (2.3)$$

Наступна міра базується на діагональних лініях довжини l , а саме:

$$P(l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1})(1 - R_{i+l,j+l}) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k} \quad (2.4)$$

Відношення кількості рекурентних точок, що є складовими діагональних ліній (мінімальної довжини l_{min}), до загальної кількості

рекурентних точок називається мірою детермінізму (determinism), або передбачуваністю системи:

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N lP(l)}{\sum_{l=1}^N lP(l)} \quad (2.5)$$

Процеси зі стохастичною або хаотичною поведінкою породжують дуже короткі діагоналі або взагалі не породжують їх, тоді як детерміністичні процеси породжують довгі діагоналі і малу кількість окремих, ізольованих рекурентних точок. Тобто зі зменшенням стохастичного впливу значення міри детермінізму буде збільшуватись.

Довжина діагональної лінії відображає період, протягом якого різні сегменти траєкторії проходять достатньо близько один до одного в різний час. Тому такі лінії пов'язані з дивергенцією сегментів траєкторії.

Середня довжина діагональних ліній відображає середній час, протягом якого два сегменти траєкторії проходять близько один до одного, і може розглядатися як середній час передбачуваності:

$$L = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N lP(l)}{\sum_{l=l_{min}}^N P(l)} \quad (2.6)$$

Отже, наступними кількісними мірами рекурентних діаграм є максимальна довжина діагональних ліній та дивергенція (divergence):

$$L_{max} = \max\{l_i\}_{i=1}^{N_l}, \quad DIV = \frac{1}{L_{max}}, \quad (2.7)$$

де N_l – це загальна кількість діагональних ліній.

Чим швидше розходяться відрізки траєкторії, тим коротшими є діагональні лінії, і тим вищою є міра DIV . Значення, обернене до максимальної

довжини діагональних ліній, також можна інтерпретувати як величину, безпосередньо пов'язану з максимальним додатним показником Ляпунова, якщо він існує для даної системи [14].

Міра ентропії (entropy) співвідноситься з ентропією Шеннона ймовірності $p(l) = P(l)/N_l$ знайти у рекурентній діаграмі діагональну лінію довжини l :

$$ENTR = - \sum_{l=l_{min}}^N p(l) \ln p(l) \quad (2.8)$$

Ця міра відображає складність рекурентної діаграми відносно діагональних ліній. Тобто, наприклад, для некорельованого шуму значення $ENTR$ є досить малим, що свідчить про його низьку складність.

Наступна міра була визначена як співвідношення між DET та RR , а саме:

$$RATIO = N^2 \frac{\sum_{l=l_{min}}^N lP(l)}{(\sum_{l=1}^N lP(l))^2} \quad (2.9)$$

Таке відношення можна використовувати для розпізнавання фазових переходів у випадках, коли міра RR зменшується, а міра DET залишається постійною.

Далі розглянемо міру, що базується на вертикальних лініях довжини v , а саме:

$$P(v) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i,j})(1 - R_{i,j+v}) \prod_{k=0}^{v-1} R_{i,j+k} \quad (2.10)$$

Міра завмирання (laminarity) визначається відношенням кількості рекурентних точок, що утворюють вертикальні лінії (мінімальної довжини v_{min}), до загальної кількості рекурентних точок:

$$LAM = \frac{\sum_{v=v_{min}}^N vP(v)}{\sum_{v=1}^N vP(v)} \quad (2.11)$$

Ця величина характеризує наявність станів завмирання системи, тобто коли рух системи по фазовій траєкторії зупиняється або просувається дуже повільно.

Середня довжина вертикальних ліній, що називається мірою часу затримки (trapping time), відображає середній час, протягом якого система буде перебувати в певному стані, або як довго цей стан буде незмінним:

$$TT = \frac{\sum_{v=v_{min}}^N vP(v)}{\sum_{v=v_{min}}^N P(v)} \quad (2.12)$$

3 ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ РЕКУРЕНТНОГО АНАЛІЗУ

3.1 Розробка програмного забезпечення для аналізу

Дані, отримані в результаті спостережень за реальними природними, біологічними, фізичними, хімічними, соціальними та іншими процесами, зазвичай містять випадковий шум. З метою дослідження впливу шуму на рекурентні діаграми часових рядів використаємо логістичне відображення (3.1), що широко використовується при вирішенні задач математичної екології (див., наприклад, роботу [15]). Це рівняння може описувати як динаміку зміни чисельності популяції з часом, так і деякі інші явища у природі та суспільстві. Його часто наводять як приклад того, як із дуже простих нелінійних рівнянь може виникати складна, хаотична поведінка.

$$x_{t+1} = rx_t(1 - x_t), \quad (3.1)$$

де величина x_t змінюється від 0 до 1 і відображає відношення значення популяції у час t до максимально можливого, а x_0 позначає початкову чисельність; r – це параметр, що характеризує швидкість зростання популяції і приймає значення від 0 до 4.

При інших значеннях x_t та r логістичне рівняння даватиме негативні значення чисельності популяції, що описуватиме нереальну ситуацію. Задаючи різні значення параметра r в рівнянні (3.1), можна отримати якісно різні типи поведінки змінної. Тобто зміна модельного параметра r в діапазоні 3,1 – 3,9 призводить до зміни характеру динаміки часового ряду x_t , а саме до переходу від стаціонарного ряду до регулярних коливань і далі до хаотичних коливань.

Далі досліджуватимемо вплив шуму для різних значень параметра r .

З метою отримання зашумлених рядів до часового ряду, отриманому за формулою (3.1), додаватимемо випадкові значення, отримані з допомогою генератора випадкових чисел:

$$x_{t+1} \rightarrow x_{t+1} + aR_{rand}, \quad (3.2)$$

де R_{rand} – це випадкове число в діапазоні від 0 до 1; a – коефіцієнт, що відповідає рівню шуму у відсотках.

Отже, застосуємо розглянуту вище методологію рекурентного аналізу для побудови рекурентних діаграм заданих часових рядів в середовищі MATLAB. Код відповідної програми наведено нижче.

```
clear all; clc;
N = 150; % довжина часового ряду
r = 3.6; % швидкість зростання
a = 0.15; % рівень шуму
e = 0.05; % епсилон
x(1) = 0.5; % початкове значення
for t = 1:(N-1)
    x(t+1) = r*x(t)*(1-x(t))+a*rand;
end
S = zeros(N, N);
for i = 1:N
    S(:,i) = abs(repmat(x(i),N,1)-x(:));
end
t = 1:N;
imagesc(t, t, S < e)
axis square
colormap([1 1 1;0 0 0])
```

На рис. 3.1 зображені рекурентні діаграми для випадкового процесу, отриманого за допомогою генератора випадкових чисел (а),

регулярних процесів (б) і (в) при $r = 3,25$ та $r = 3,55$ відповідно, а також хаотичного процесу (г) при $r = 3,6$. Довжина часових рядів дорівнює 150, що відповідає довжині рядів, що були отримані в ході польових спостережень (їх довжина в середньому становить приблизно 100 точок [8, 9]). Значення $\varepsilon = 0,05$ на всіх рекурентних діаграмах.

3.2 Аналіз впливу випадкового шуму

Оскільки різні типи поведінки системи мають різні розподіли точок на рекурентній діаграмі, то за характером розподілу цих точок можна зробити висновок про характер досліджуваної динаміки. З рис. 3.1а видно, що випадковому процесу відповідає невпорядкований розподіл точок рекурентної діаграми – діагональні, горизонтальні і вертикальні лінії відсутні або рідкі і мають малу довжину. Для строго регулярних процесів з рис. 3.1б та 3.1в характерні діагональні лінії, паралельні основній діагоналі рекурентної діаграми – лінії ідентичності. Хаотичні процеси (рис. 3.1г) характеризуються наявністю діагональних ліній, розміщених нерегулярно.

Незважаючи на, здавалося б, очевидні відмінності в характері розподілу точок на рекурентних діаграмах для часових рядів з різною динамікою, оцінка динаміки реальних часових рядів, що були отримані в результаті спостережень, часто є складною задачею. З одного боку, це пов'язано з тим, що правила вибору параметрів (розмірність простору, розмір ε -околу) при побудові рекурентних діаграм мають рекомендаційний характер і змінюються в залежності від задачі. З іншого боку, ряди, отримані в ході експериментів і польових спостережень, часто сильно зашумлені, тобто містять випадковий шум. У цьому випадку рекурентні діаграми демонструють змішаний характер, а їх інтерпретація в значній мірі суб'єктивна.

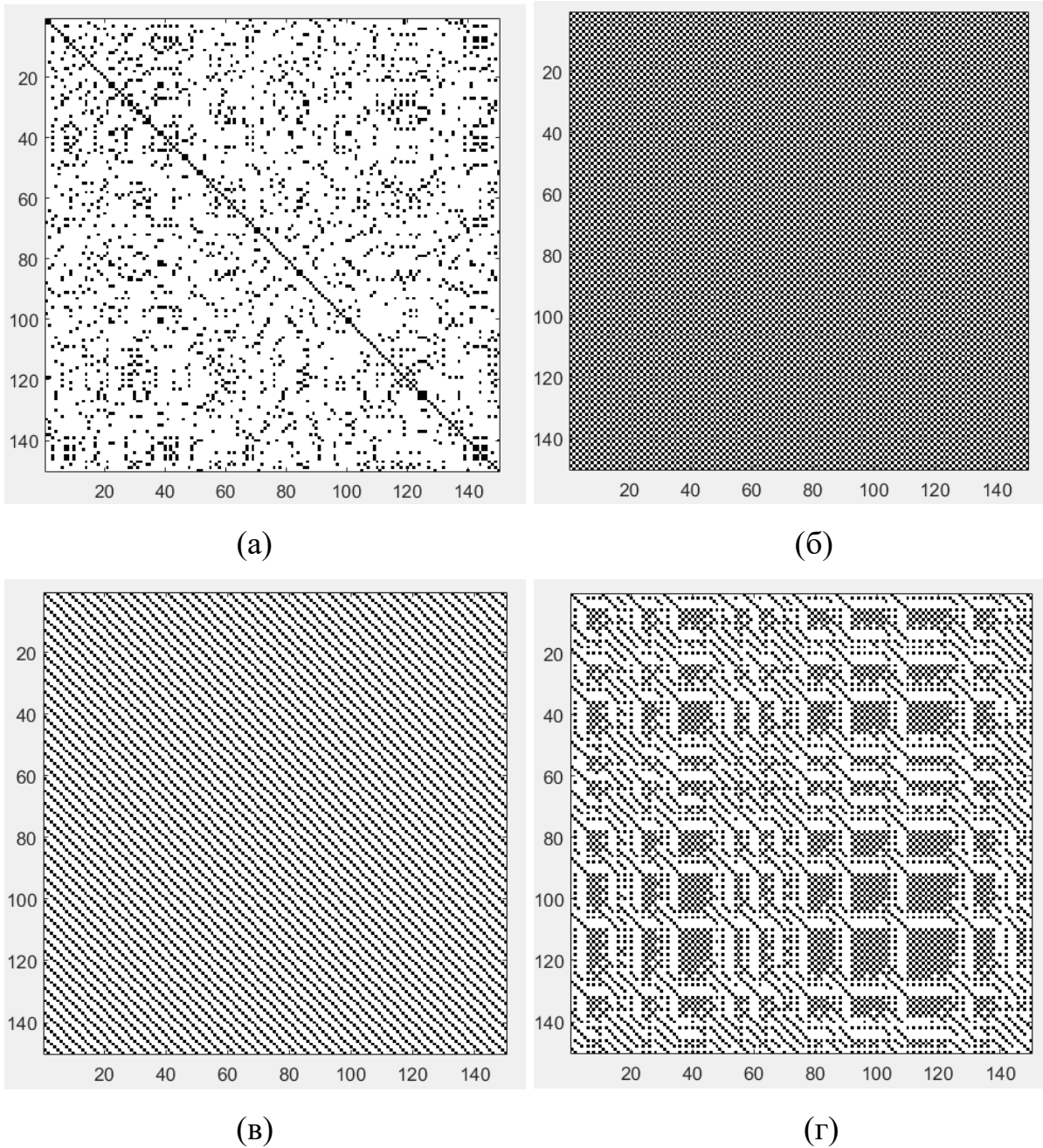


Рисунок 3.1 – Рекурентні діаграми для випадкового процесу, отриманого за допомогою генератора випадкових чисел (а), регулярних процесів (б) і (в) та хаотичного процесу (г).

Отже, при дослідженні динаміки часових рядів методом рекурентних діаграм необхідно визначити ряд параметрів. Як зазначено вище, встановлених правил вибору параметрів при побудові рекурентних діаграм немає, але важливо, щоб аналіз та порівняння рекурентних властивостей часових рядів відбувався за однакових або близьких параметрах. У цьому

дослідженні довжина всіх часових рядів дорівнює 150, а значення $\varepsilon = 0,05$ на всіх рекурентних діаграмах. Параметр r приймемо рівним 3,25 та 3,55 (при цьому відбувались регулярні коливання), а також 3,6 (при цьому динаміка коливань має хаотичний характер).

Для порівняння впливу рівню шуму на рекурентні властивості часових рядів на рис. 3.2 зображені рекурентні діаграми для зашумлених регулярних часових рядів, а також для зашумленого хаотичного часового ряду. Рівень шуму тут становить 10% (а-в) та 15% (г-е). Видно, що збільшення рівня шуму може призводити до зближення рекурентних властивостей регулярних і хаотичних процесів, що виражається у схожості розподілу точок на відповідних рекурентних діаграмах.

В результаті з зображених на рис.3.2 рекурентних діаграм можна зробити висновок, що зі збільшенням рівня шуму відмінності між регулярними і хаотичними процесами нівелюються. Тобто високий рівень зовнішнього шуму робить рекурентні діаграми, що відповідають випадковим, регулярним і хаотичним процесам, якісно схожими між собою (див. рис. 3.1 та 3.2).

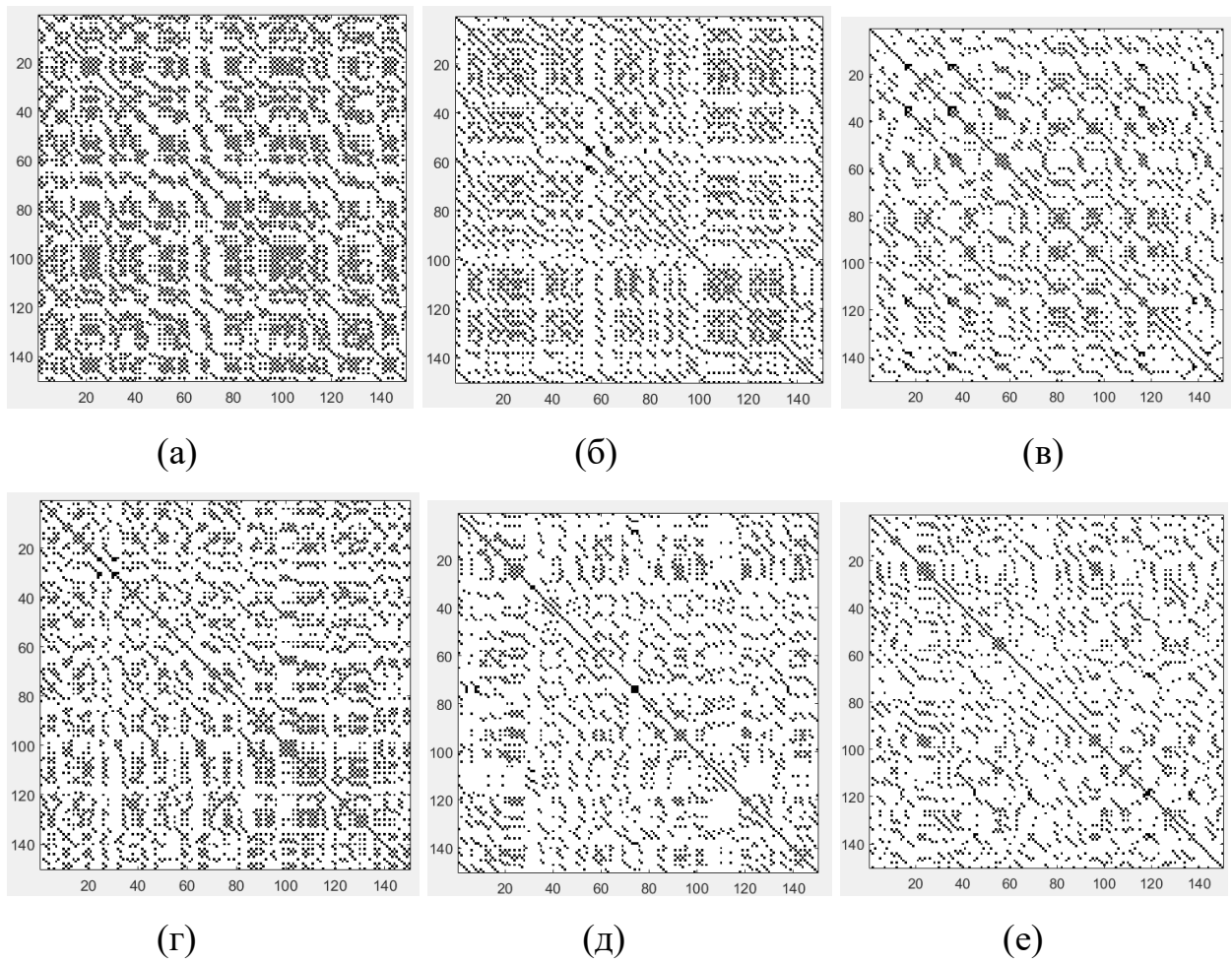


Рисунок 3.2 – Рекурентні діаграми для зашумлених регулярних часових рядів при $r = 3,25$ (перша колонка) і при $r = 3,55$ (друга колонка), а також для зашумленого хаотичного ряду при $r = 3,6$ (третя колонка).

Рівень шуму тут становить 10% (а-в) та 15% (г-е).

3.3 Приклад аналізу часових рядів енергоспоживання методом рекурентних діаграм

Дослідження проводилося на основі спостережень за складною динамічною системою погодинного споживання електроенергії ПрАТ «Дніпроспецсталь» за вересень 2019 року, що представляються набором з тридцяти часових рядів. Необхідні для дослідження дані було отримано з роботи [16] та наведено на рис. 3.3.

В процесі дослідження було застосовано розглянуту вище методологію рекурентного аналізу для побудови рекурентних діаграм заданих часових рядів в середовищі табличного процесора MS Excel, а також за допомогою пакету прикладних програм MATLAB. За допомогою розробленого програмного забезпечення була проведена кількісна оцінка кожної з отриманих рекурентних діаграм. В результаті було проаналізовано процес енергоспоживання на металургічному підприємстві та оцінена динаміка його кількісних показників [17].

Зведені дані результатів роботи наведені у додатку А, що містить рекурентні діаграми та матриці для набору з тридцяти часових рядів погодинного споживання електроенергії ПрАТ «Дніпрспецсталь» за вересень 2019 року.

Година	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Дата	Споживання електроенергії, кВт*год																							
01.09.19	40533	32197	27088	33161	38378	43930	51070	35578	34719	29514	41919	50095	50576	44209	49871	41151	50918	46607	56725	46554	35971	39975	47375	34337
02.09.19	41899	34808	38430	56413	38847	37927	50210	32564	46503	51403	45439	40216	48646	59158	41317	46380	38368	36024	46746	61446	38798	56757	37123	40162
03.09.19	37604	34493	52061	47202	41650	38326	36879	40655	40309	35620	36184	37642	42017	43014	39316	45815	45064	36955	36962	47216	44630	35350	40014	34251
04.09.19	42028	47384	36973	38956	46767	41685	38375	30075	36446	41773	29871	43808	39603	50266	44834	37182	45453	47022	33821	41992	37856	34891	24407	30624
05.09.19	28128	42208	36434	31874	31890	34916	46818	28274	36021	36710	46272	34397	34671	45350	42387	48085	51113	37114	48817	46241	39759	39918	45828	39022
06.09.19	38687	34454	28903	29557	36023	33051	29453	40413	40219	42257	45381	36200	35197	44804	61931	37413	31033	44996	45074	48965	40490	43610	43023	50917
07.09.19	48966	33917	41462	49061	47157	45502	37767	43219	33593	42100	44327	34761	38120	42293	53118	29485	49737	47555	47140	43723	41261	54799	49016	38495
08.09.19	35442	36637	52698	50065	43410	33904	44673	33764	41174	41887	45061	33644	43107	45348	42978	34572	39600	42046	45156	48032	32966	45469	49088	35717
09.09.19	35775	43852	39486	49328	35471	40413	54924	34930	33249	28384	36314	46594	43552	46483	44420	33872	46618	49378	54521	32197	48493	40852	53898	30824
10.09.19	40799	54754	48802	47579	51074	44219	35594	43707	41037	29578	31807	39268	27226	44303	41442	42480	46167	37811	39695	33929	54004	49102	35729	36586
11.09.19	48615	48831	47027	42712	29736	48867	50441	40011	40325	41656	36210	44671	57189	52673	48644	36571	55517	49696	47052	41625	44329	50814	51367	35480
12.09.19	33875	50904	54006	50178	41715	41177	38077	37772	40973	30588	38017	47833	39704	45926	33265	31048	38246	37120	38324	39639	47224	42198	34979	35750
13.09.19	43565	44913	47443	40586	46946	31304	40647	33600	35815	31548	41197	41060	29775	39553	35370	26381	31265	34836	35423	26280	34831	36721	51681	24051
14.09.19	40720	40142	51186	45977	37457	30068	39647	35191	47325	32649	33099	36191	27723	38128	44727	39760	31218	33486	30978	35629	42009	35033	33012	33806
15.09.19	45072	47077	42755	40449	29752	37946	45500	38151	37141	31579	38474	47622	52789	47268	30196	28736	38947	39594	38380	37626	26801	33136	33448	27282
16.09.19	39343	47185	36881	37783	26175	37906	46904	35312	38489	39067	38171	46112	32877	36917	40370	27551	38915	27177	54644	43592	41131	29835	22646	19112
17.09.19	42395	36226	34165	21712	22042	24529	28340	25480	25999	29141	29152	27217	31828	27159	28023	21909	24455	29672	30987	29384	23081	22296	35373	23696
18.09.19	29184	24463	22384	32417	32459	31944	23551	24915	36347	38787	34021	36252	45311	58944	43186	38154	54860	53369	57038	49149	49644	39011	44031	28533
19.09.19	36740	25636	35101	30406	32833	34004	37815	26118	31722	37293	28411	36763	35257	39767	41856	26243	26136	33857	46783	32754	27107	38927	57366	35072
20.09.19	44311	40622	36973	51808	43071	43518	31698	35494	32553	34301	29758	27789	41593	42690	47802	36261	31073	34760	44934	53055	42848	38146	42119	43721
21.09.19	47904	33874	37182	35857	41262	36696	36976	37119	46663	48747	36704	51019	46798	43365	36027	37579	35671	43468	25024	30134	28161	34502	35622	33705
22.09.19	42169	54948	48749	43640	47692	40939	53355	42242	37513	40922	51636	49132	48549	36856	39050	36290	34020	32845	34434	45766	43696	32037	33899	36778
23.09.19	40089	44288	37923	39229	40943	49024	37286	31117	44130	39060	41940	29043	43816	54560	39199	26524	29908	40927	41472	38056	39576	38248	50983	36823
24.09.19	53105	44685	53868	44110	46509	46066	46710	28473	35647	28932	38742	42021	38575	42390	41164	29146	30628	32092	33270	28079	27538	34793	35041	24550
25.09.19	33059	36984	37590	38559	42916	40916	40109	32666	48017	49161	39218	43762	48522	50575	41024	38918	42662	37314	41284	27755	36990	50534	30117	23105
26.09.19	26615	39475	47077	42490	39121	38497	37117	30165	22728	31582	39913	37031	43358	32450	40356	35304	41204	32539	37261	39050	34087	39996	22813	22103
27.09.19	23962	27868	32952	37159	39526	38988	32462	25500	26058	33087	31370	25630	22441	23625	27634	31072	24653	27945	29479	28990	25352	31827	30042	20695
28.09.19	25546	27923	31700	26170	24854	30345	43836	30847	42550	45362	49088	38426	42329	41131	44710	38363	34310	47336	49253	51869	44667	33844	46926	33808
29.09.19	47447	45416	32085	49266	49162	48304	42720	48610	44400	55653	48223	46599	48842	36852	52606	40948	44291	37887	52081	53963	40124	43645	46213	33801
30.09.19	43917	42535	47170	54646	42711	41713	44945	43561	50440	44833	47401	47691	58979	50449	46324	41378	40316	55472	55007	36821	38167	41279	39185	35002

Рисунок 3.3 – Дані про погодинне споживання електроенергії ПрАТ «Дніпроспецсталь» за вересень 2019 року

Для ілюстрації результатів побудови рекурентних діаграм розглянемо, наприклад, часовий ряд погодинного енергоспоживання за 24 вересня. Рекурентність траєкторії у фазовому просторі виражається матрицею (2.2). Отже, для досліджуваного ряду приймається $N = 23$, $\varepsilon = 10000$. Отримані в середовищі MS Excel та за допомогою пакету MATLAB рекурентні діаграми наведені на рис. 3.4.

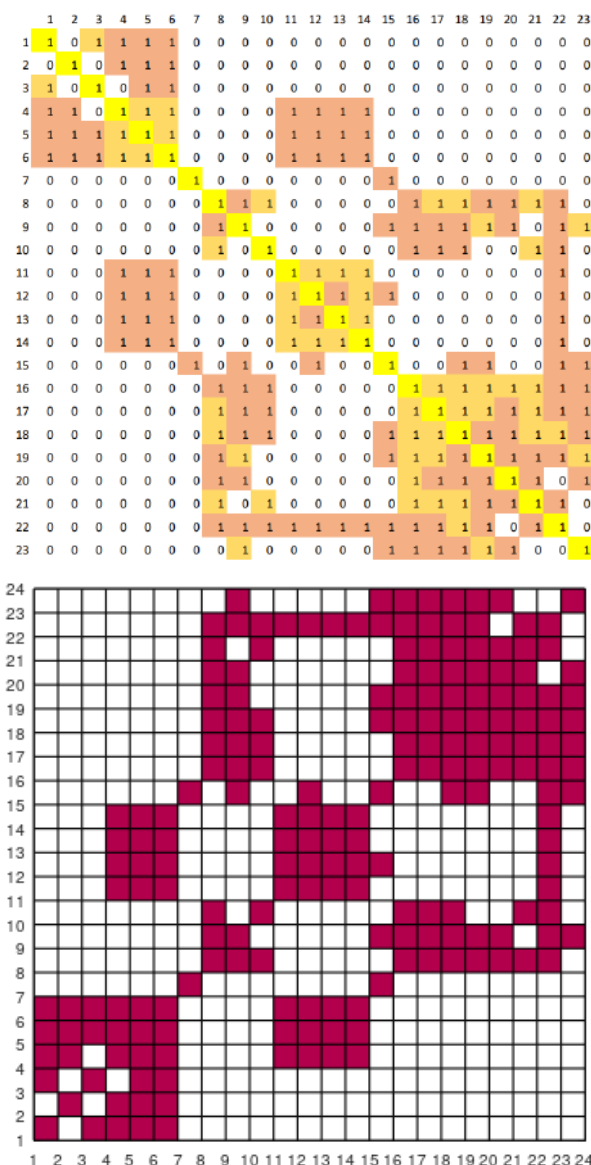


Рисунок 3.4 – Рекурентні діаграми побудовані в Excel та MATLAB відповідно

Отримані в процесі аналізу часових рядів рекурентні діаграми мають у своїй основі геометричну структуру, що виявляється зручним для візуальної оцінки отриманих результатів. Топологія рекурентної діаграми з рисунку 3 дозволяє розрізнити контрастні області, тобто система має різкі зміни у своїй динаміці.

Для детальнішого дослідження отриманих рекурентних діаграм було розроблено програмне забезпечення в пакеті MATLAB, що надає можливість аналізу кількісних показників утворених структур рекурентних діаграм для

заданих часових рядів. Для розрахунку кількісних мір приймаються значення $l_{min} = v_{min} = 2$. Код програми наведено нижче.

```

clear all; clc;

% Нижче задаються необхідні значення часового ряду
XX = [];
N = length(XX) - 1;
% Побудова графіку часового ряду
ticks = 1:1:24;
subplot(1,2,1)
plot(ticks,XX)
axis square;
title('Часовий ряд')
xticks(ticks)
grid on
% Побудова фазової траєкторії
j = 1;
for i = 1:N
    X(j,1) = XX(i);
    X(j,2) = XX(i + 1);
    j = j + 1;
end
subplot(1,2,2)
plot(X(:,1),X(:,2))
axis square;
title('Фазова траєкторія')
grid on
% Побудова рекурентної діаграми
N1 = length(X(:,1));
e = 10000; % Епсилон

```

```

for i = 1:N1
    for j = 1:N1
        D1(i,j)=sqrt((X(i,1)-X(j,1))^2+(X(i,2)-X(j,2))^2);
        if D1(i,j) < e
            D2(i,j) = 1;
        else
            D2(i,j) = 0;
        end;
    end;
end;

NewCol = zeros(23,1); NewRow = zeros(1,24); DD = [D2 NewCol; NewRow];

figure
pcolor(DD); map = [1 1 1; 0.7 0 0.3]; colormap(map); axis square;
title('Рекурентна матриця')
xticks(ticks)
yticks(ticks)

figure
pcolor(D1); shading flat; colormap(pink); axis square;
title('Рекурентна діаграма')
xticks(ticks)
yticks(ticks)

% Кількісний аналіз рекурентної діаграми
NN = N1 ^ 2; % загальна кількість елементів матриці
linelength = 2; % задана мінімальна довжина діагональної структури
[Diagonals, id] = spdiags(D2); % діагоналі матриці
nRec = sum(sum(D2)); % кількість одиниць в матриці
RR = nRec/NN % Міра рекурентності
nDiagonals = length(id);
thresholdedDiagonals = [];
for i = 1:nDiagonals

```

```

d = [0; Diagonals(:, i); 0];
dchange = diff(d);
dlength = find(dchange == -1) - find(dchange == 1);
dlength = dlength(dlength >= linelength);
thresholdedDiagonals = [thresholdedDiagonals; dlength];
end
DET = sum(thresholdedDiagonals) / nRec % Міра детермінізму
DiagsWithoutMain = thresholdedDiagonals(thresholdedDiagonals~=N1);
L = mean(DiagsWithoutMain) % середня довжина діагональних структур
maxline = max(DiagsWithoutMain); % максимальна довжина діагональних
структур
DIV = 1 / maxline % Дівергенція
DiagonalsNumber = length(DiagsWithoutMain); % кількість діагональних
структур
p = [];
for i = linelength:DiagonalsNumber
    P = find(DiagsWithoutMain == i);
    p = [p; P/DiagonalsNumber];
end
ENTR = -sum(p .* log(p)) % Міра ентропії
RATIO = NN * (sum(DiagsWithoutMain)/(sum(DiagsWithoutMain))^2)
thresholdedVerticals = [];
for j = 1:N1
    v = [0; D2(:, j); 0];
    vchange = diff(v);
    vlength = find(vchange == -1) - find(vchange == 1);
    vlength = vlength(vlength >= linelength);
    thresholdedVerticals = [thresholdedVerticals; vlength];
end

```

$LAM = \text{sum}(\text{thresholdedVerticals}) / n\text{Rec} \% \text{ Міра завмирання}$

$TT = \text{mean}(\text{thresholdedVerticals}) \% \text{ середня довжина вертикальних структур}$

У табл. 3.1 наведено кількісні міри, що були розраховані за допомогою розробленого програмного забезпечення для тридцяти рекурентних діаграм часових рядів погодинного енергоспоживання. Отримані показники можна використовувати для характеристики стану системи.

Таблиця 3.1 – Добові дані кількісного аналізу рекурентних діаграм

День	Кількісні показники							
	RR	DET	L	DIV	ENTR	RATIO	LAM	TT
1	0,3233	0,7895	3,1111	0,1667	8,9848	4,7232	0,6667	2,7805
2	0,3157	0,7485	3,1875	0,1667	7,9832	5,1863	0,3832	2,2857
3	0,6900	0,8959	6,0800	0,0667	12,4890	1,7401	0,9205	6,1091
4	0,4669	0,8057	3,3846	0,1250	12,9890	3,0057	0,7490	2,8462
5	0,3989	0,7725	3,0435	0,1429	11,4880	3,7786	0,6967	3,0000
6	0,4140	0,8265	3,2917	0,1667	11,9880	3,3481	0,8311	4,2326
7	0,4329	0,7991	2,9630	0,1667	13,4890	3,3063	0,7424	3,1481
8	0,4820	0,8824	3,3667	0,1000	14,9900	2,6188	0,6902	2,9831
9	0,3195	0,7870	2,7500	0,2000	9,9861	4,8091	0,4675	2,7241
10	0,3535	0,7754	2,7727	0,2000	10,9870	4,3361	0,7326	3,2619
11	0,4178	0,8462	2,8276	0,1429	14,4900	3,2256	0,7783	3,1273
12	0,4896	0,9073	3,9259	0,1250	13,4890	2,4953	0,8571	4,2692
13	0,4178	0,8190	3,7619	0,0909	10,4870	3,3481	0,7828	3,6809
14	0,5198	0,8473	3,6207	0,1000	14,4900	2,5190	0,8364	3,4848
15	0,4102	0,8065	3,0400	0,1667	12,4890	3,4803	0,8295	3,4615
16	0,3308	0,8286	2,9048	0,1111	10,4870	4,3361	0,5829	3,0909
17	0,6975	0,9675	7,9524	0,0589	10,4870	1,5838	0,9485	7,6087
18	0,2250	0,7479	2,7500	0,2000	5,9786	8,0152	0,7479	2,9667
19	0,4291	0,9031	3,6400	0,1111	12,4890	2,9066	0,7357	3,7111
20	0,4140	0,7808	2,7407	0,1667	13,4890	3,5743	0,7900	2,9828
21	0,4253	0,9022	3,2143	0,1429	13,9900	2,9389	0,8889	4,0000
22	0,3951	0,8469	2,9615	0,2000	12,9890	3,4351	0,7895	3,2353
23	0,3951	0,9234	2,9310	0,1667	14,4900	3,1118	0,6794	3,6410
24	0,3724	0,9086	3,0000	0,1429	12,9890	3,3910	0,8934	4,2927
25	0,4253	0,8933	3,1786	0,1429	13,9900	2,9719	0,8044	3,9348
26	0,5085	0,9182	3,6129	0,1000	15,4900	2,3616	0,8699	4,3333
27	0,7089	0,9573	5,0909	0,0455	16,4910	1,5744	0,9733	7,1569
28	0,3119	0,8061	3,2353	0,1667	8,4840	4,8091	0,6727	3,3636
29	0,5198	0,8327	3,6786	0,1250	13,9900	2,5680	0,7055	3,4035
30	0,4934	0,8621	3,2581	0,1250	15,4900	2,6188	0,8812	3,6508

Для того, щоб зробити загальні висновки з представлених результатів, доцільно використати середні значення та стандартні відхилення отриманих кількісних мір, що наведені у таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Середні значення та стандартні відхилення кількісних мір

Кількісна міра	RR	DET	L	DIV	ENTR	RATIO	LAM	TT
Середнє значення	0,4368	0,8463	3,5092	0,1377	12,4048	3,4039	0,7642	3,7589
Стандартне відхилення	0,11231	0,06096	1,09203	0,04179	2,45929	1,27362	0,13034	1,21397

Як було сказано раніше, у рекурентному аналізі істотною ознакою, що характеризує детерміновані процеси, є наявність ліній, паралельних головній діагоналі. Чим більша кількість точок на діагональних лініях, тим більшою буде детермінована складова ряду. Кількісні міри *DET*, *DIV* та *ENTR*, що описуються співвідношеннями (5), (7) та (8) відповідно, базуються саме на цьому факті. Середня довжина діагональних ліній *L* (6) також є змістовним показником, адже враховує довжину різних ліній, тоді як *DET* підраховує всі точки на паралельних прямих незалежно від їх довжини. Отже, для чисто випадкових процесів значення *DET* буде дуже малим (близьким до нуля), тоді як процеси з деякою детермінованою складовою будуть відповідати значенням цієї міри, що є значно більшими за нуль (близькими до одиниці). Аналогічно, чим більше значення *L*, тим більша вірогідність того, що процес є детермінованим.

Як видно з табл. 3.2, середнє значення міри детермінізму досліджуваної системи є високим, тоді як стандартне відхилення мале, тобто представлений даними часовими рядами процес не є чисто випадковим. Середнє значення міри ентропії також є доволі високим, що свідчить про складність отриманих рекурентних діаграм відносно діагональних ліній. Отже, можна зробити висновок, що досліджувані ряди містять деяку детерміновану складову.

Міра рекурентності RR , що визначається співвідношенням (2.3), в середньому близька до 0,44. Тобто ймовірність повторення певного стану процесу споживання електроенергії протягом дня дорівнює 44%.

Середня величина міри завмирання LAM , що розраховується за формулою (2.11), також є досить високою, що свідчить про наявність станів завмирання системи, тобто коли рух системи по фазовій траєкторії зупиняється або просувається дуже повільно.

Середня довжина діагональних ліній, що пов'язана з часом передбачуваності динамічної системи, відповідає значенню 3,5. Середня довжина вертикальних ліній, що відображає час, протягом якого система залишається в певному стані, відповідає значенню 3,8.

Використовуючи отримані результати також можна оцінити динаміку кількісних показників системи в часі, адже динаміка розрахованих мір складності є індикатором зміни стану системи. Графіки, що наведені на рисунках 3.5 та 3.6, відображають динаміку кількісних мір по днях місяця.

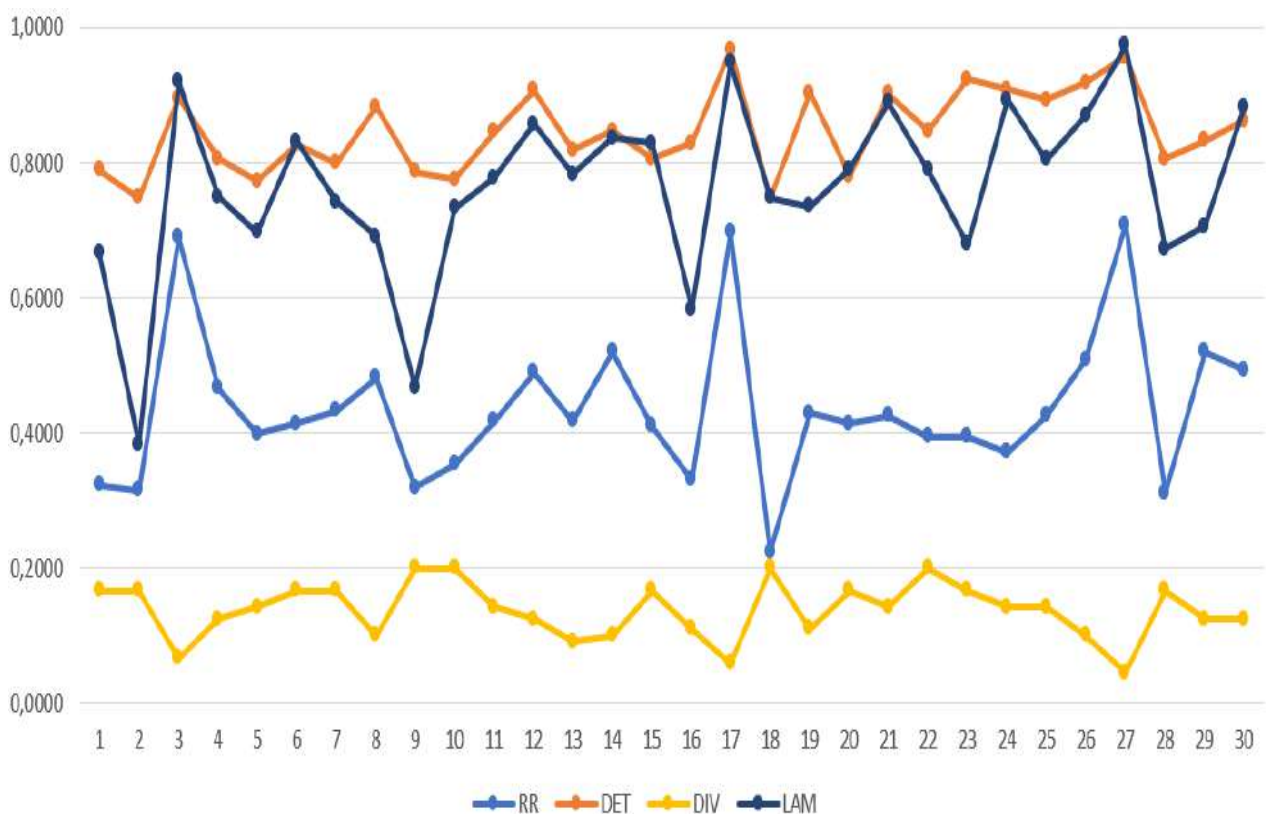


Рисунок 3.5 – Динаміка зміни мір RR , DET , DIV та LAM

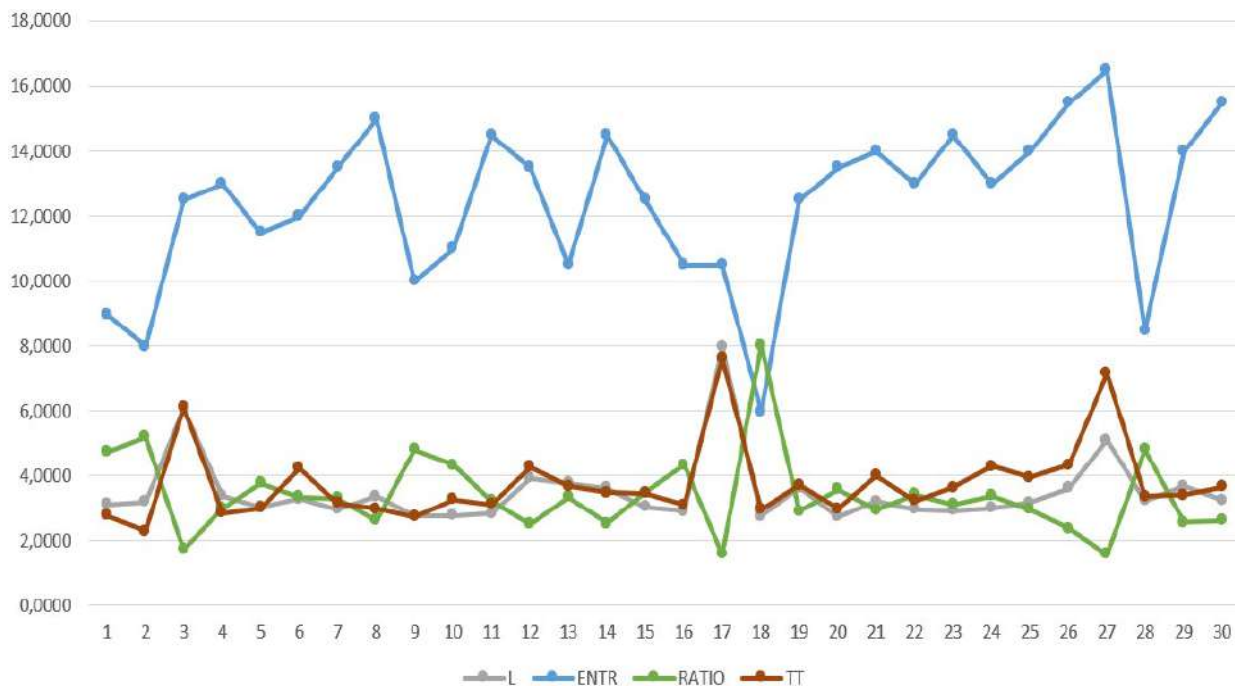


Рисунок 3.6 – Динаміка зміни мір L, ENTR, RATIO та TT

Представлені графіки показують, що розраховані для набору рекурентних діаграм міри є досить сталими. Це підтверджує тезу про наявність в системі детермінованої складової, що визначається технологічними особливостями виробничих процесів підприємства.

ВИСНОВКИ

Рекурентний аналіз являє собою багате поле для досліджень як самого методу, так і аспектів його застосування. Однією з основних проблем у побудові точної рекурентної діаграми і, отже, її кількісної оцінки для динамічної системи є шум, який зазвичай зустрічається у часових рядах, отриманих в результаті спостережень. У цій роботі було розглянуто методологію побудови рекурентних діаграм та їх кількісного аналізу. Метод побудови рекурентних діаграм було застосовано до логістичного відображення, що може описувати як динаміку зміни чисельності популяції з часом, так і деякі інші явища у природі та суспільстві. Було досліджено вплив зовнішнього шуму на рекурентні діаграми, що відповідають випадковим, регулярним і хаотичним процесам.

З результатів дослідження можна зробити висновок, що зовнішній шум викликає порушення та відхилення діагональних ліній і, отже, змінює вигляд рекурентної діаграми. Збільшення рівня шуму може призводити до збільшення подібності рекурентних властивостей регулярних і хаотичних процесів, тобто високий рівень зовнішнього шуму призводить до того, що рекурентні діаграми, котрі відповідають випадковим, регулярним і хаотичним процесам, стають якісно схожими між собою.

Практичним значенням виконаної роботи є підтверджена на реальних даних корисність застосування методу рекурентного аналізу до оцінювання споживання електроенергії, а також ефективнішого моделювання цього процесу, що призведе до підвищення точності прогнозу його майбутньої динаміки.

Застосування методології рекурентного аналізу до часових рядів споживання електроенергії в перспективі може призвести до позитивного економічного ефекту за рахунок підвищення енергоефективності металургійного підприємства.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

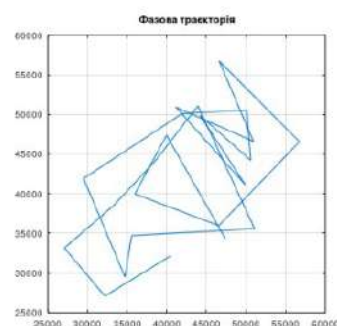
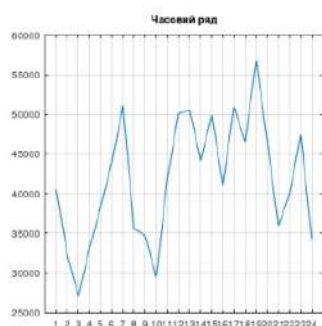
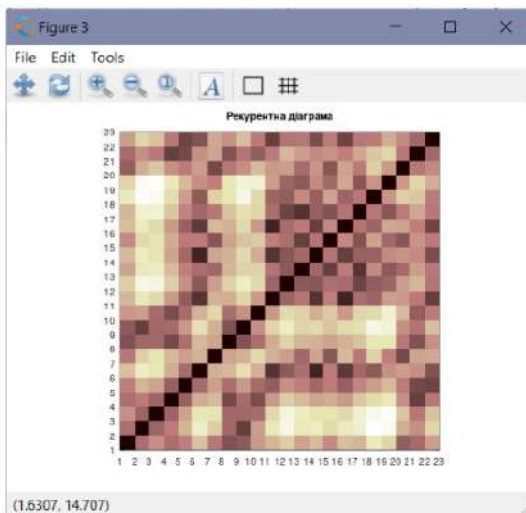
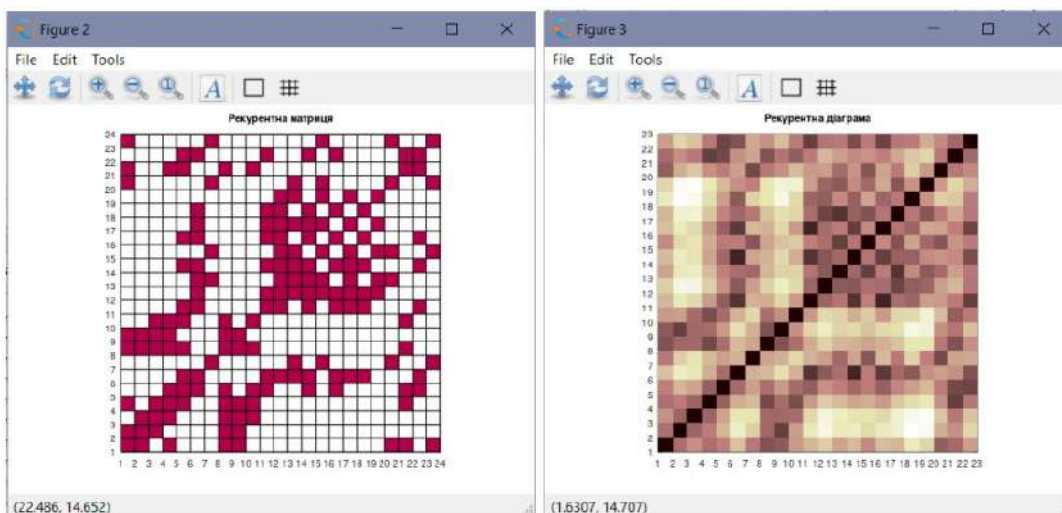
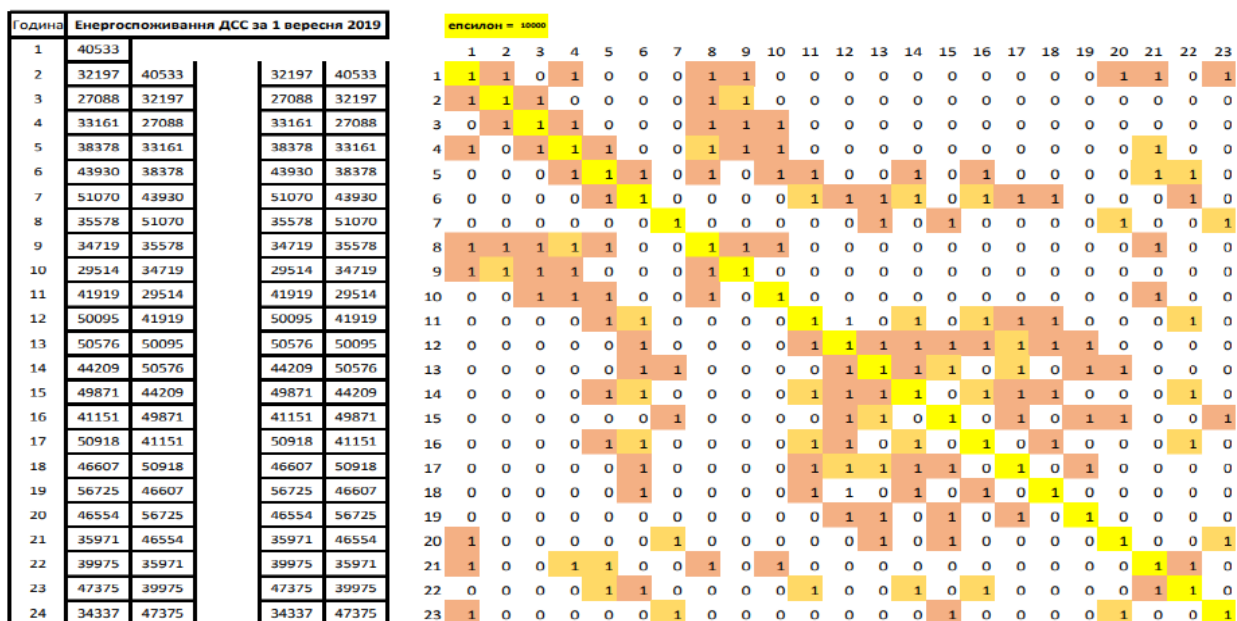
1. **Kaplan, D.** Understanding Nonlinear Dynamic [Текст] / D. Kaplan, L. Glass. – New York : Springer, 1995. – 420 p.
2. **Kantz, H.** Nonlinear Time Series Analysis [Текст] / H. Kantz, T. Schreiber. – Cambridge : Cambridge University, 1997. – 390 p.
3. **Otto, S. P.** A Biologist's Guide to Mathematical Modeling in Ecology and Evolution [Текст] / S. P. Otto and T. Day. – Princeton : Princeton University, 2007. – 1418 p.
4. **Жукова, Т. В.** Многолетняя динамика взвешенного вещества нарочанских озер: тренд или интервенция? [Текст] / Т. В. Жукова, Н. П. Радчикова, Т. М. Михеева, Е. В. Лукьянова, Р. З. Ковалевская // Биология внутренних вод. – 2017. – № 3. – С. 7–16.
5. **Medvinsky, A. B.** Chaos and order in stateless societies: intercommunity exchange as a factor impacting the population dynamical patterns [Текст] / A. B. Medvinsky, A. V. Rusakov // Chaos, Solitons & Fractals. – 2011. – V. 44. – С. 390–400.
6. **Medvinsky, A. B.** Integer-based modeling of population dynamics: Competition between attractors limits predictability [Текст] / A. B. Medvinsky, A. V. Rusakov, N. I. Nurieva // Ecological Complexity. – 2013. – V. 14 – P. 108–116.
7. **Медвинский, А. Б.** Детерминированный хаос и проблема предсказуемости динамики популяций [Текст] / А. Б. Медвинский, Н. И. Нуриева, А. В. Русаков, Б. В. Адамович // Биофизика. – 2017. – Т. 62. – Вып. 1 – С. 107–126.
8. **Ellner, S.** Chaos in a Noisy World: New Methods and Evidence from Time-Series Analysis [Текст] / S. Ellner, P. Turchin // The American Naturalist. – 1995 – Vol. 145. – No. 3 – P. 343–375.

9. **Medvinsky, A. B.** Temperature as a factor affecting fluctuations and predictability of the abundance of lake bacterioplankton [Текст] / A. B. Medvinsky, B. V. Adamovich, R. R. Aliev, A. Chakraborty, E.V. Lukyanova et al. // *Ecol. Complexity*. – 2017. – V. 32 – P. 90–98.
10. **Eckmann, J.-P.** Recurrence Plots of Dynamical Systems [Текст] / J.-P. Eckmann, S. O. Kamphorst, D. Ruelle // *Europhysics Letters*. – 1987. – V. 4. – I. 9. – P. 973–977.
11. **Zbilut, J. P.** Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots [Текст] / J. P. Zbilut, C. L. Webber // *Physics Letters A*. – 1992. – V. 171 – I. 3–4. – P. 199–203.
12. **Webber Jr., C. L.** Dynamical assessment of physiological systems and states using recurrence plot strategies [Текст] / C. L. Webber Jr., J. P. Zbilut // *Journal of Applied Physiology*. – 1994. – V. 76. – I. 2. – P. 965–973.
13. **Marwan, N.** Recurrence Plots for the Analysis of Complex Systems [Текст] / N. Marwan, M. C. Romano, M. Thiel, J. Kurths // *Physics Reports*. – 2007. – V. 438. P. 237–329.
14. **Choi, J. M.** Divergence in perpendicular recurrence plot; quantification of dynamical divergence from short chaotic time series [Текст] / J. M. Choi, B. H. Bae, S. Y. Kim // *Physics Letters A*. – 1999. – V. 26. – I. 4–6. – P. 299–306.
15. **Kot, M.** Elements of Mathematical Ecology [Текст] / M. Kot. – Cambridge : Cambridge University, 2001. – 468 p.
16. **Кійко, С. Г.** Методологія предиктивної адаптації управління портфелями проектів енергозбереження на металургійних підприємствах [Текст] / С. Г. Кійко. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису. Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.13.22 – управління проектами та програмами. – Приватне акціонерне товариство «Електрометалургійний завод “Дніпроспецсталь” ім. А. М. Кузьміна», Запоріжжя, 2021. – 420 с.
17. **Бакурова, А. В.** Рекурентний аналіз енергоспоживання металургійного підприємства [Текст] / А.В.Бакурова, І.О.Дівоча, С.Г.Кійко,

О.І.Юськів // Тиждень науки 2022: щорічна наук.-практ. конф. викладачів, науковців, молодих учених, аспірантів та здобувачів вищої освіти НУ «Запорізька політехніка», 18-22 квітня 2022 р.: тези доповідей. – Запоріжжя, 2022. – С. 884-886.

ДОДАТОК А

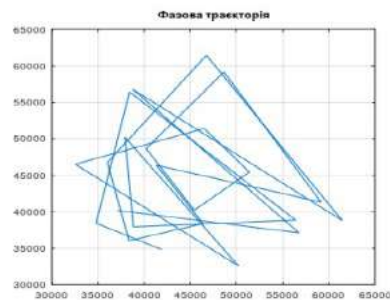
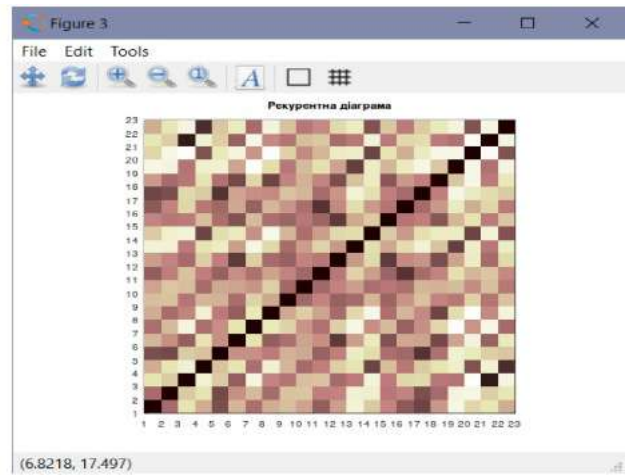
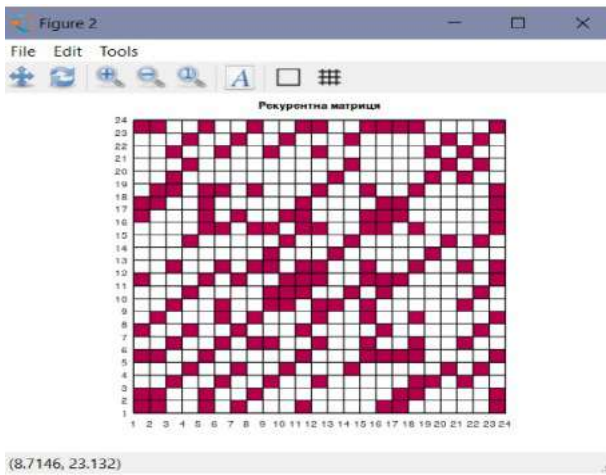
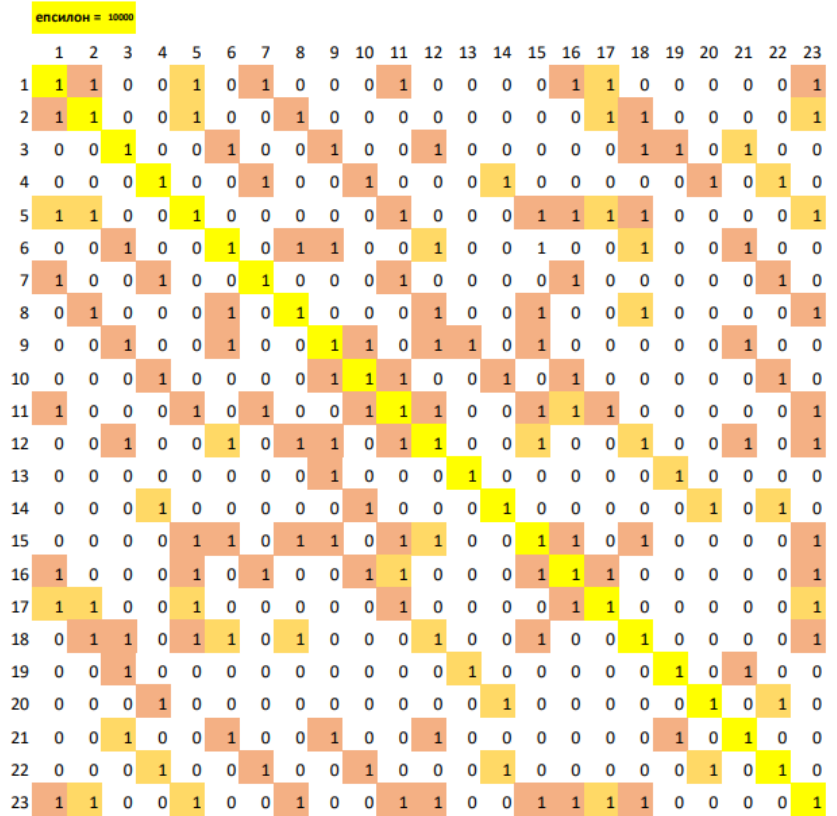
Рекурентний аналіз добового енергоспоживання електromеталургійного підприємства



RR = 0.3233
 DET = 0.7895
 L = 3.1111
 DIV = 0.1667
 ENTR = 8.9848
 RATIO = 4.7232
 LAM = 0.6667
 TT = 2.7805

Рисунок А.1 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 1 вересня 2019 р.

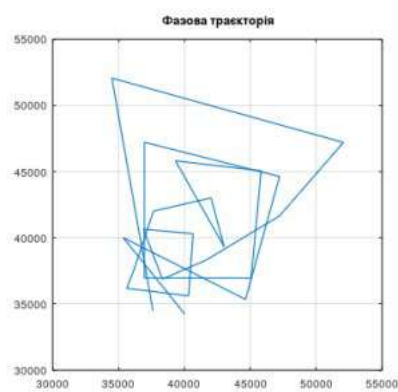
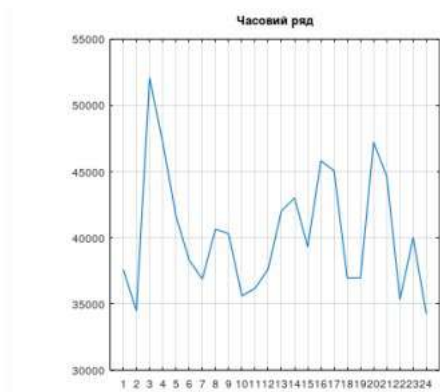
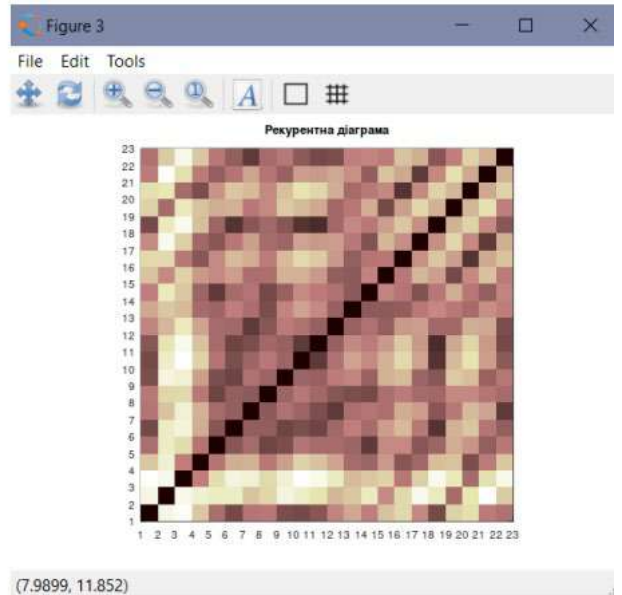
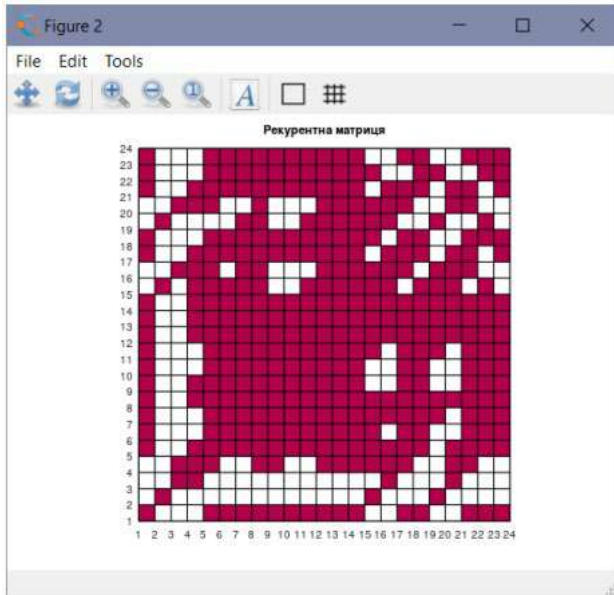
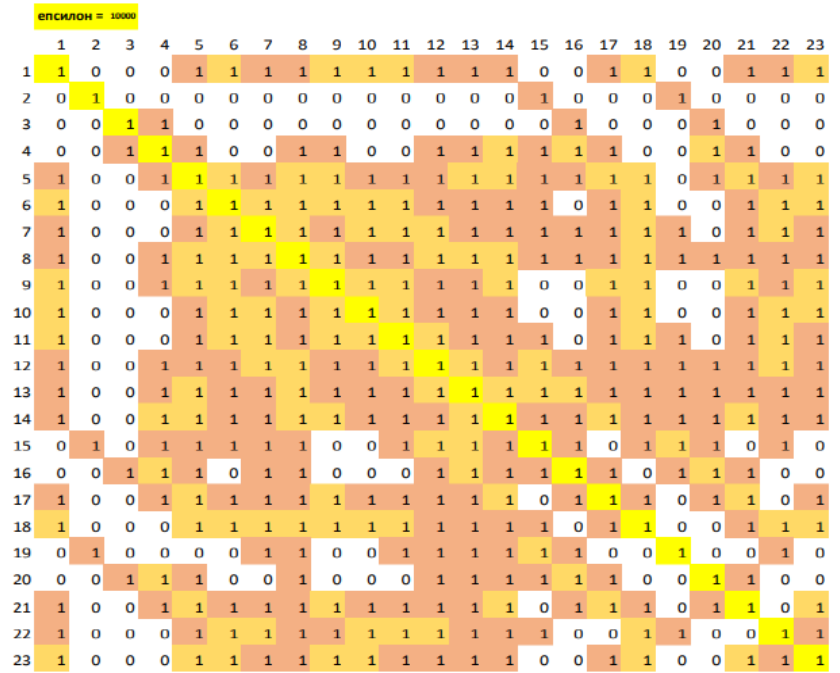
Година	Енергоспоживання ДСС за 2 вересня 2019	
1	41899	
2	34808	41899
3	38430	34808
4	56413	38430
5	38847	56413
6	37927	38847
7	50210	37927
8	32564	50210
9	46503	32564
10	51403	46503
11	45439	51403
12	40216	45439
13	48646	40216
14	59158	48646
15	41317	59158
16	46380	41317
17	38368	46380
18	36024	38368
19	46746	36024
20	61446	46746
21	38798	61446
22	56757	38798
23	37123	56757
24	40162	37123



RR = 0.3157
 DET = 0.7485
 L = 3.1875
 DIV = 0.1667
 ENTR = 7.9832
 RATIO = 5.1863
 LAM = 0.3832
 TT = 2.2857

Рисунок А.2 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 2 вересня 2019 р.

Година	Енергоспоживання ДСС за 3 вересня 2019	
1	37604	
2	34493	37604
3	52061	34493
4	47202	52061
5	41650	47202
6	38326	41650
7	36879	38326
8	40655	36879
9	40309	40655
10	35620	40309
11	36184	35620
12	37642	36184
13	42017	37642
14	43014	42017
15	39316	43014
16	45815	39316
17	45064	45815
18	36955	45064
19	36962	36955
20	47216	36962
21	44630	47216
22	35350	44630
23	40014	35350
24	34251	40014

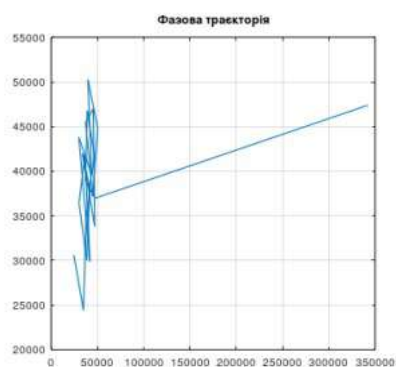
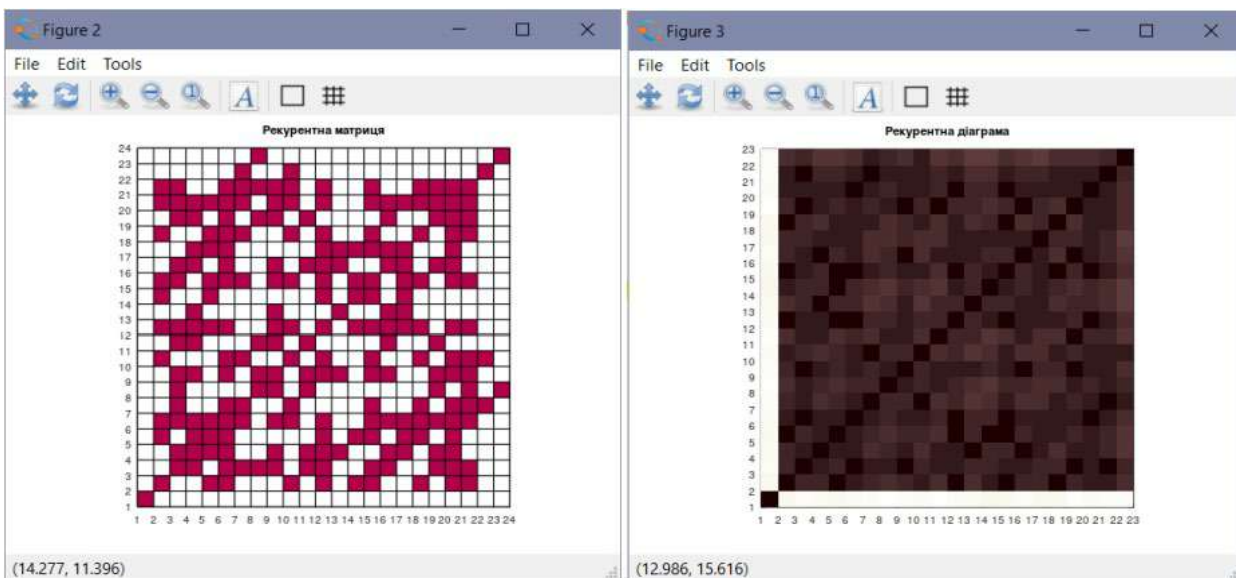


RR = 0.6900
 DET = 0.8959
 L = 6.0800
 DIV = 0.066667
 ENTR = 12.489
 RATIO = 1.7401
 LAM = 0.9205
 TT = 6.1091

Рисунок А.3 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 3 вересня 2019 р.

Година	Енергоспоживання ДСС за 4 вересня 2019	
1	42028	
2	47384	42028
3	36973	47384
4	38956	36973
5	46767	38956
6	41685	46767
7	38375	41685
8	30075	38375
9	36446	30075
10	41773	36446
11	29871	41773
12	43808	29871
13	39603	43808
14	50266	39603
15	44834	50266
16	37182	44834
17	45453	37182
18	47022	45453
19	33821	47022
20	41992	33821
21	37856	41992
22	34891	37856
23	24407	34891
24	30624	24407

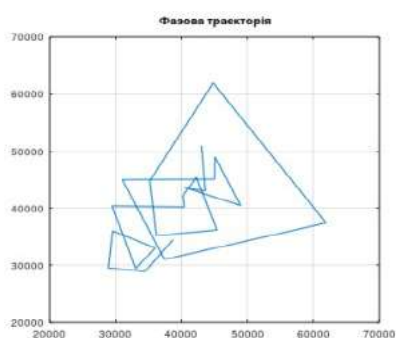
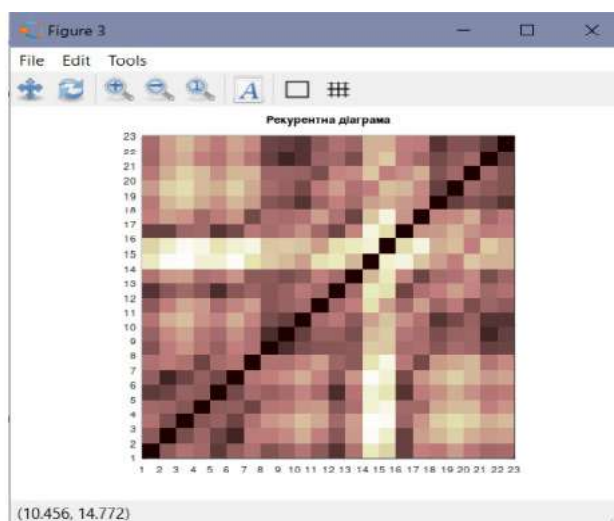
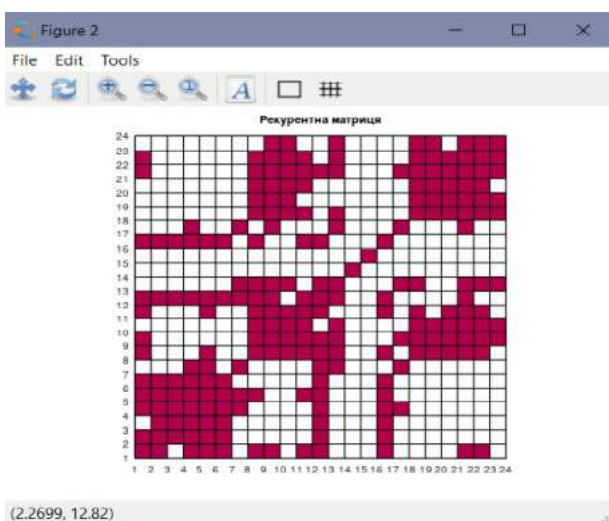
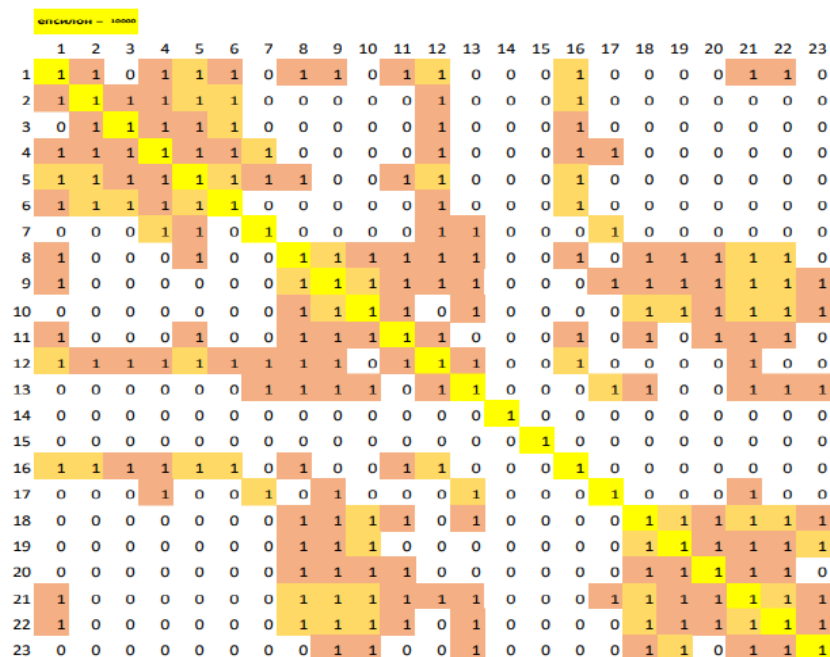
епсилон = 10000																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0
2	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
3	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
4	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
5	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0
6	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
7	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
8	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
9	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
10	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
11	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
12	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
13	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
14	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
15	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0
16	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
17	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
18	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
19	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
20	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
21	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0
22	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
23	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1



$RR = 0.4669$
 $DET = 0.8057$
 $L = 3.3846$
 $DIV = 0.1250$
 $ENTR = 12.989$
 $RATIO = 3.0057$
 $LAM = 0.7490$
 $TT = 2.8462$

Рисунок А.4 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 4 вересня 2019 р.

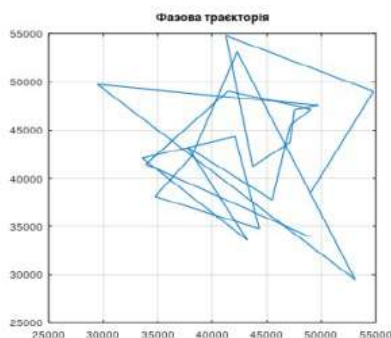
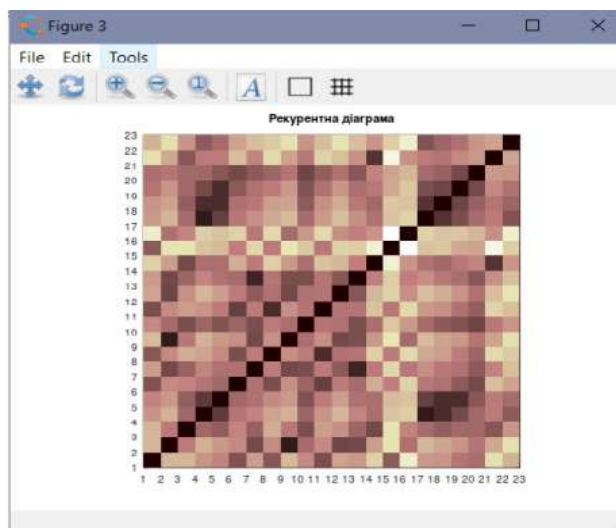
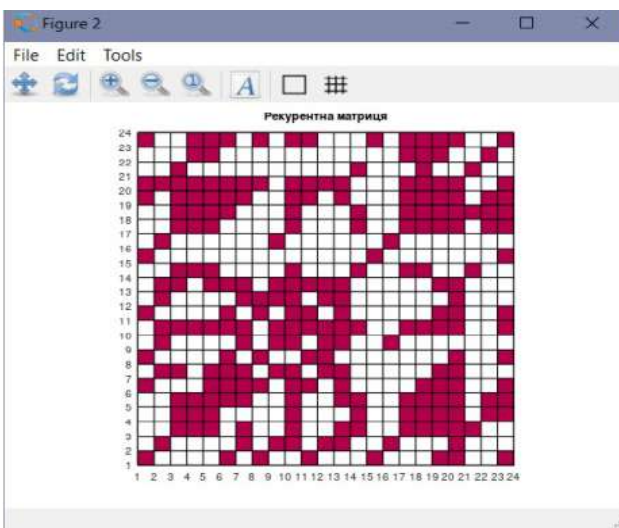
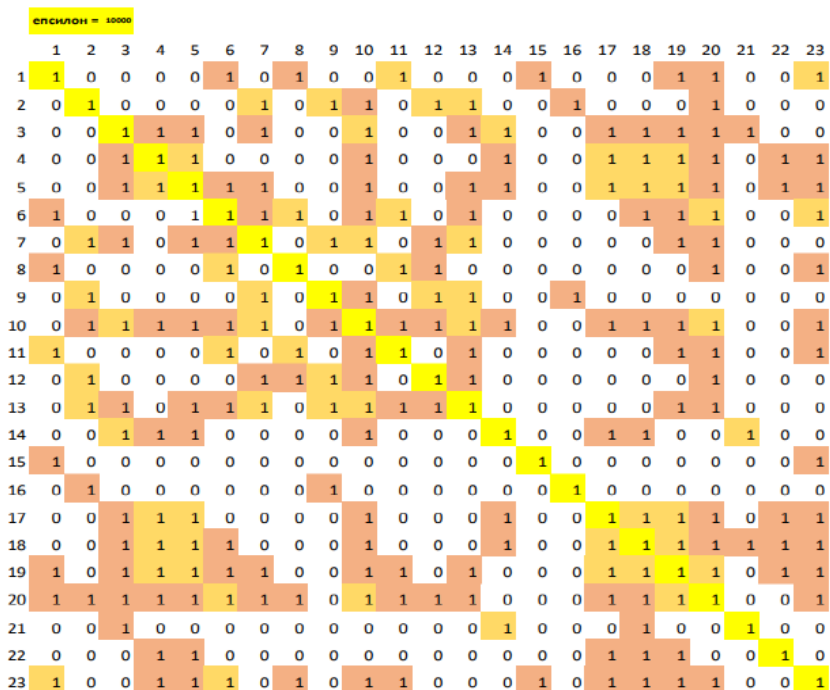
Година	Енергоспоживання ДСС за 6 вересня 2019	
1	38687	
2	34454	38687
3	28903	34454
4	29557	28903
5	36023	29557
6	33051	36023
7	29453	33051
8	40413	29453
9	40219	40413
10	42257	40219
11	45381	42257
12	36200	45381
13	35197	36200
14	44804	35197
15	61931	44804
16	37413	61931
17	31033	37413
18	44996	31033
19	45074	44996
20	48965	45074
21	40490	48965
22	43610	40490
23	43023	43610
24	50917	43023



RR = 0.4140
 DET = 0.8265
 L = 3.2917
 DIV = 0.1667
 ENTR = 11.988
 RATIO = 3.3481
 LAM = 0.8311
 TT = 4.2326

Рисунок А.6 – Рекуррентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 6 вересня 2019 р.

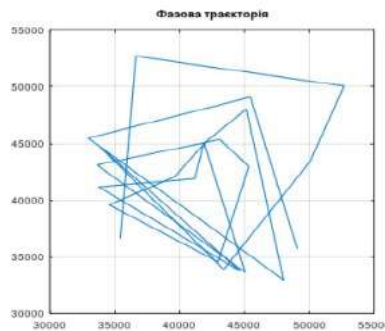
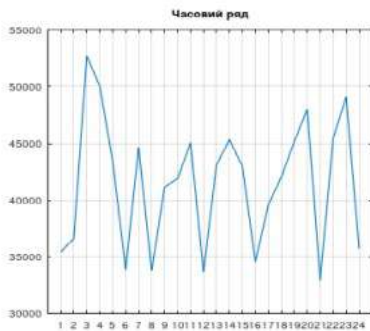
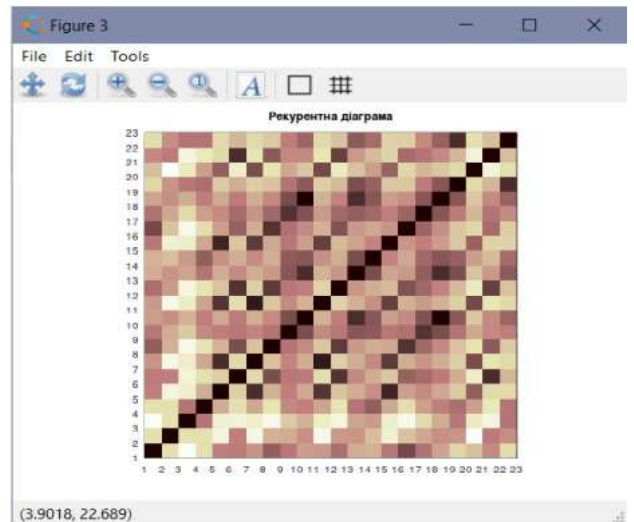
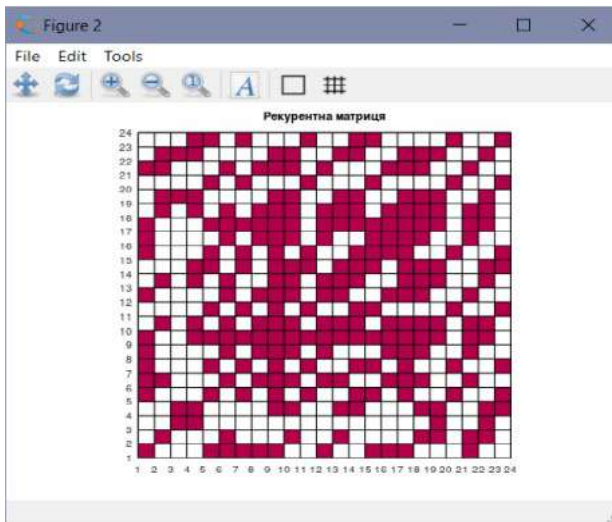
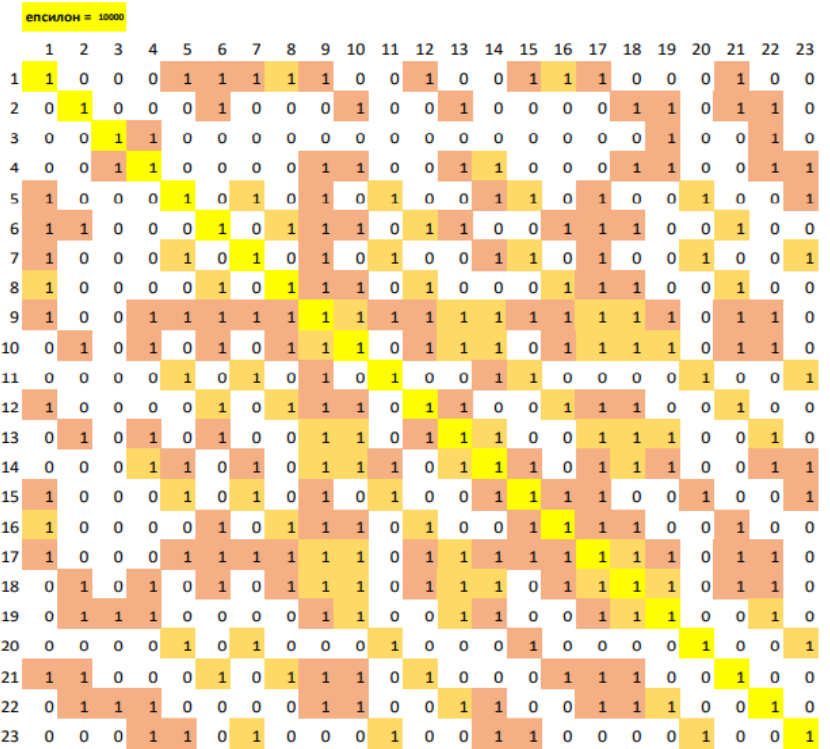
Година	Енергоспоживання ДСС за 7 вересня 2019	
1	48966	
2	33917	48966
3	41462	33917
4	49061	41462
5	47157	49061
6	45502	47157
7	37767	45502
8	43219	37767
9	33593	43219
10	42100	33593
11	44327	42100
12	34761	44327
13	38120	34761
14	42293	38120
15	53118	42293
16	29485	53118
17	49737	29485
18	47555	49737
19	47140	47555
20	43723	47140
21	41261	43723
22	54799	41261
23	49016	54799
24	38495	49016



RR = 0.4329
 DET = 0.7991
 L = 2.9630
 DIV = 0.1667
 ENTR = 13.489
 RATIO = 3.3063
 LAM = 0.7424
 TT = 3.1481

Рисунок А.7 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 7 вересня 2019 р.

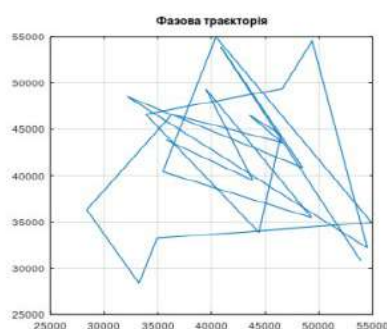
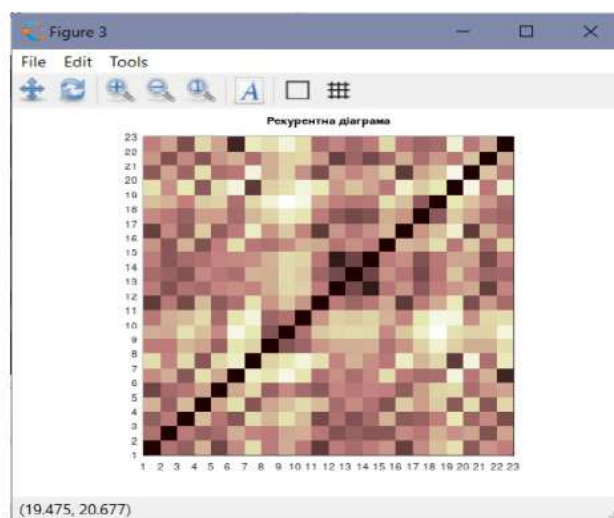
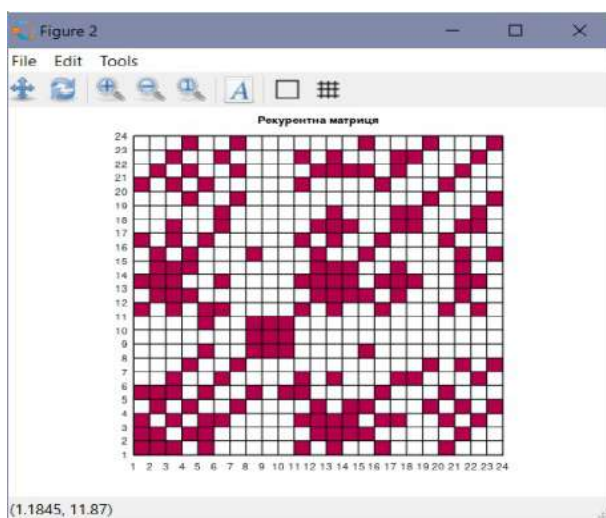
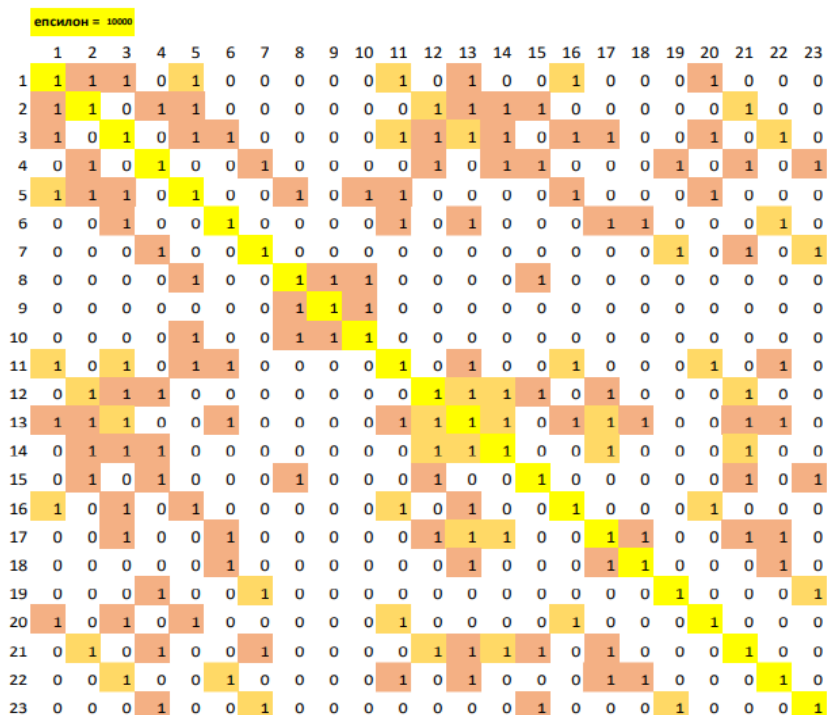
Година	Енергоспоживання ДСС за 8 вересня 2019	
1	35442	
2	36637	35442
3	52698	36637
4	50065	52698
5	43410	50065
6	33904	43410
7	44673	33904
8	33764	44673
9	41174	33764
10	41887	41174
11	45061	41887
12	33644	45061
13	43107	33644
14	45348	43107
15	42978	45348
16	34572	42978
17	39600	34572
18	42046	39600
19	45156	42046
20	48032	45156
21	32966	48032
22	45469	32966
23	49088	45469
24	35717	49088



RR = 0.4820
 DET = 0.8824
 L = 3.3667
 DIV = 0.1000
 ENTR = 14.990
 RATIO = 2.6188
 LAM = 0.6902
 TT = 2.9831

Рисунок А.8 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 8 вересня 2019 р.

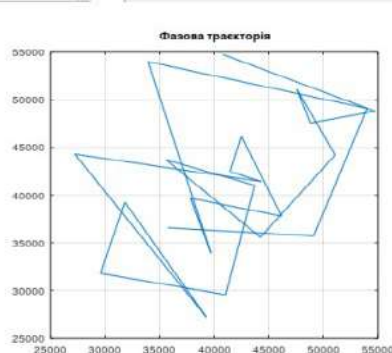
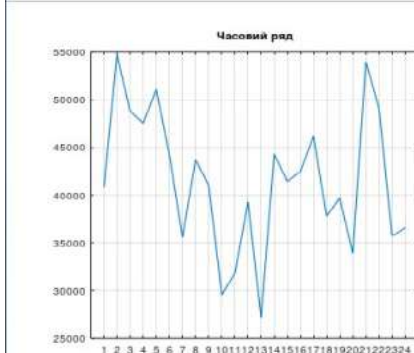
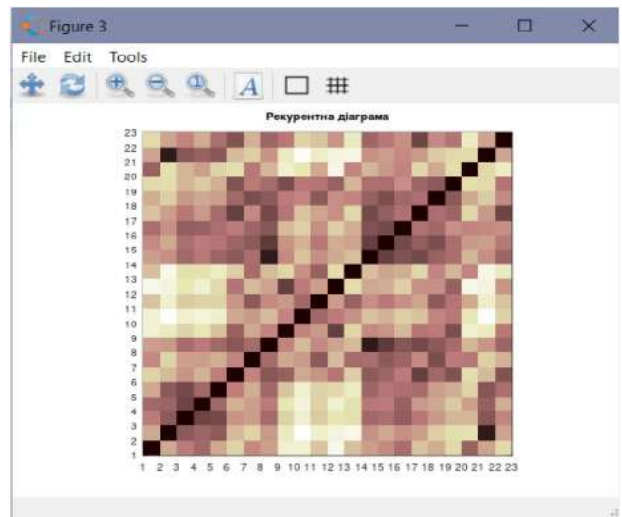
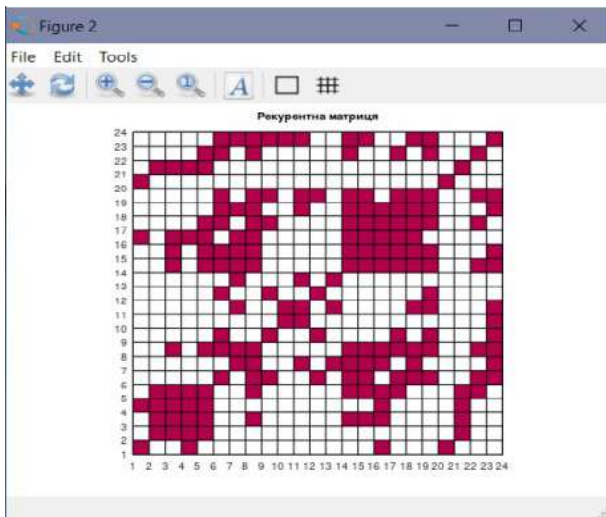
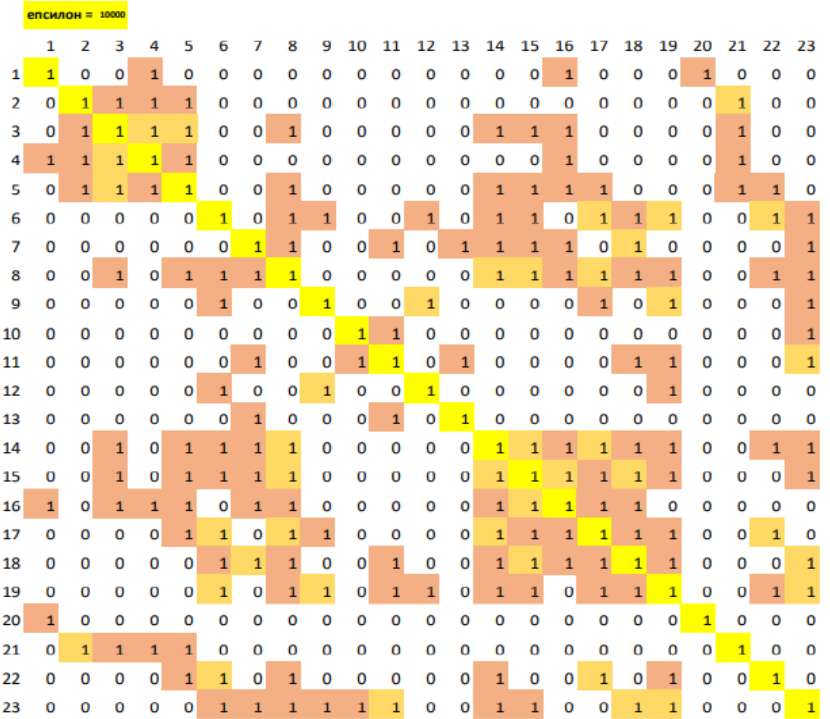
Година	Енергоспоживання ДСС за 9 вересня 2019	
1	35775	
2	43852	35775
3	39486	43852
4	49328	39486
5	35471	49328
6	40413	35471
7	54924	40413
8	34930	54924
9	33249	34930
10	28384	33249
11	36314	28384
12	46594	36314
13	43552	46594
14	46483	43552
15	44420	46483
16	33872	44420
17	46618	33872
18	49378	46618
19	54521	49378
20	32197	54521
21	48493	32197
22	40852	48493
23	53898	40852
24	30824	53898



RR = 0.3195
 DET = 0.7870
 L = 2.7500
 DIV = 0.2000
 ENTR = 9.9861
 RATIO = 4.8091
 LAM = 0.4675
 TT = 2.7241

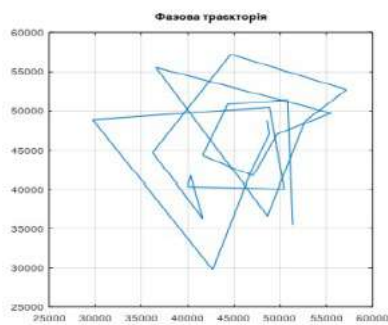
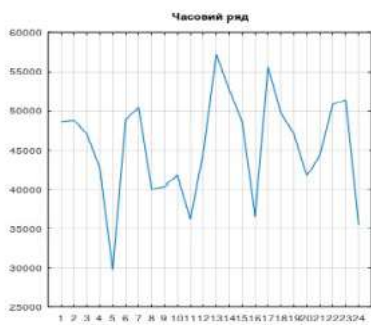
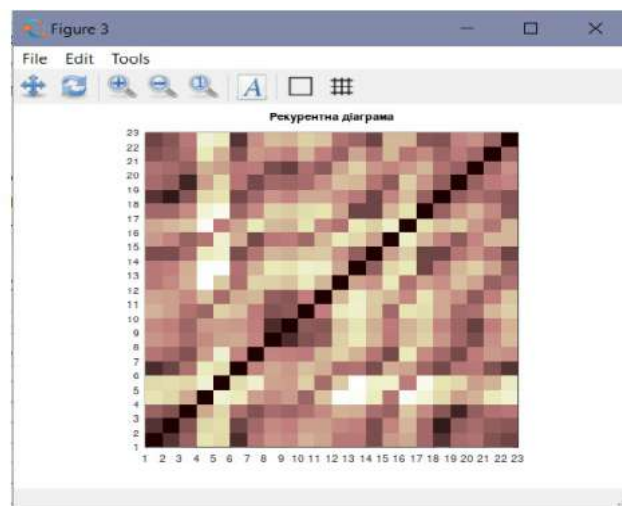
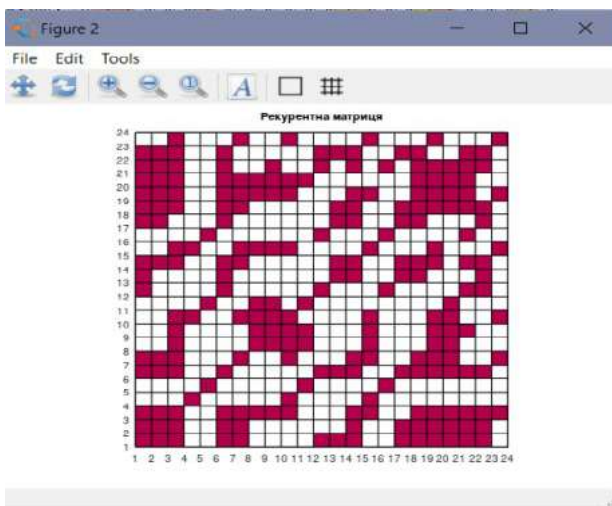
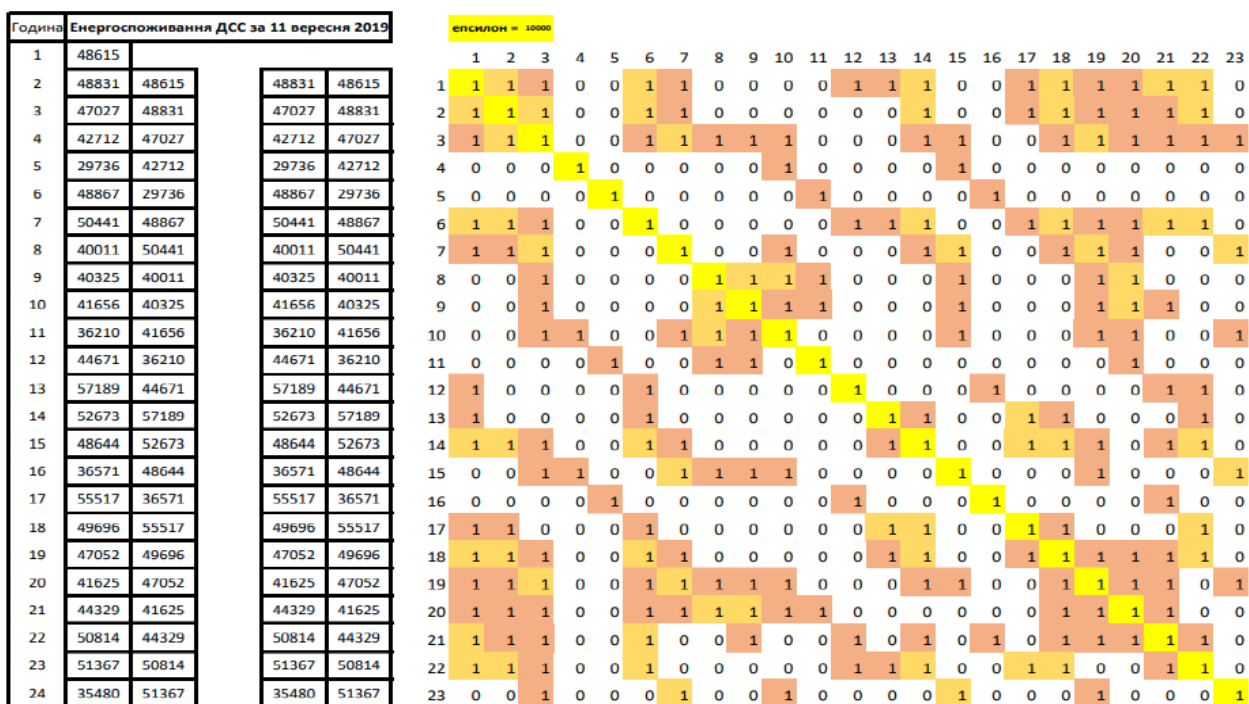
Рисунок А.9 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 9 вересня 2019 р.

Година	Енергоспоживання ДСС за 10 вересня 2019	
1	40799	
2	54754	40799
3	48802	54754
4	47579	48802
5	51074	47579
6	44219	51074
7	35594	44219
8	43707	35594
9	41037	43707
10	29578	41037
11	31807	29578
12	39268	31807
13	27226	39268
14	44303	27226
15	41442	44303
16	42480	41442
17	46167	42480
18	37811	46167
19	39695	37811
20	33929	39695
21	54004	33929
22	49102	54004
23	35729	49102
24	36586	35729



RR = 0.3535
 DET = 0.7754
 L = 2.7727
 DIV = 0.2000
 ENTR = 10.987
 RATIO = 4.3361
 LAM = 0.7326
 TT = 3.2619

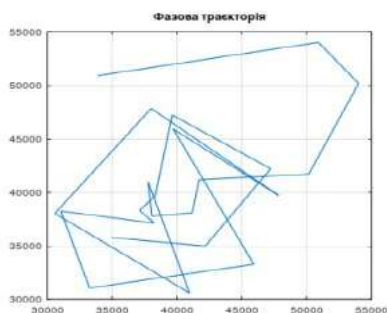
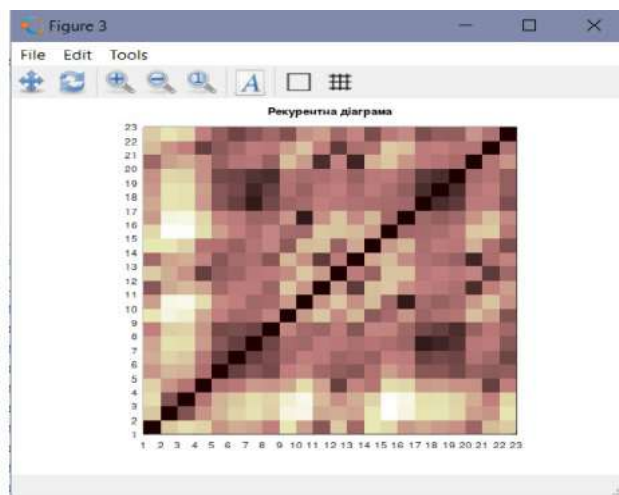
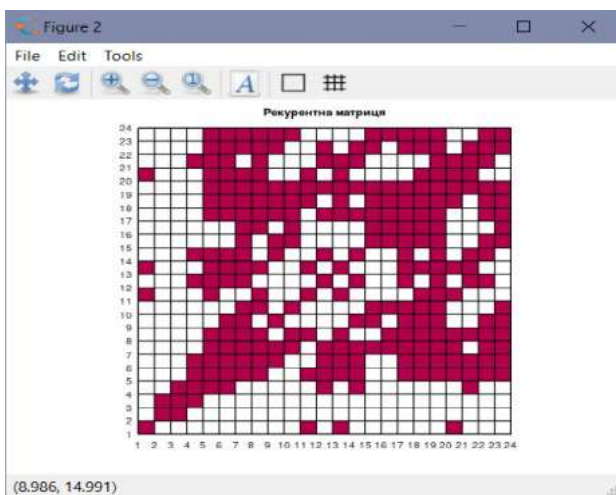
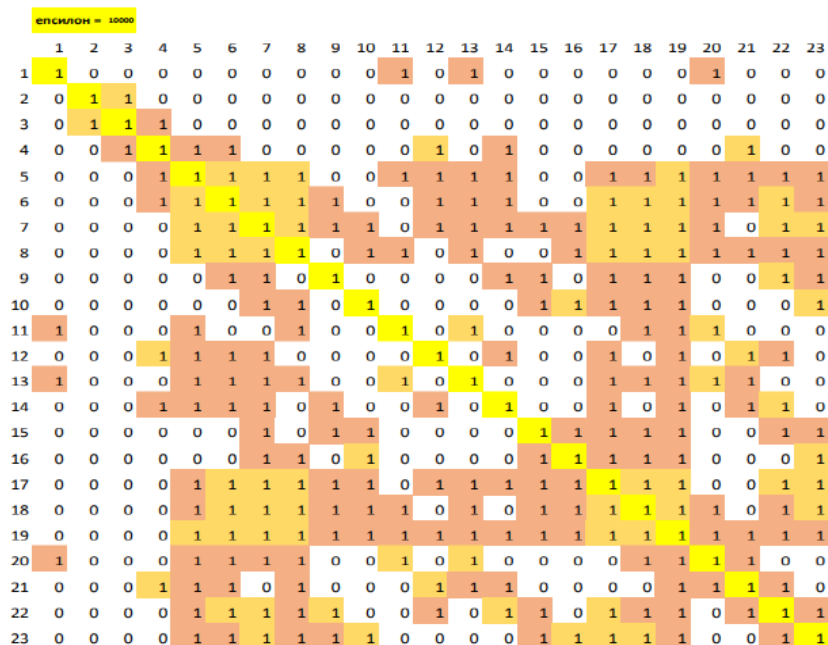
Рисунок А.10 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 10 вересня 2019 р.



RR = 0.4178
 DET = 0.8462
 L = 2.8276
 DIV = 0.1429
 ENTR = 14.490
 RATIO = 3.2256
 LAM = 0.7783
 TT = 3.1273

Рисунок А.11 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 11 вересня 2019 р.

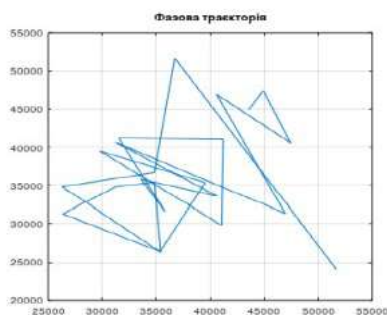
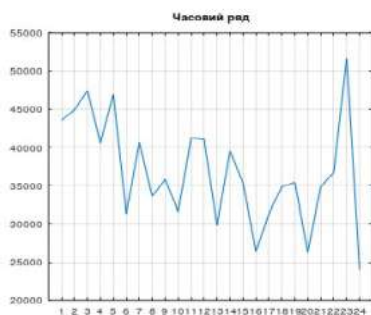
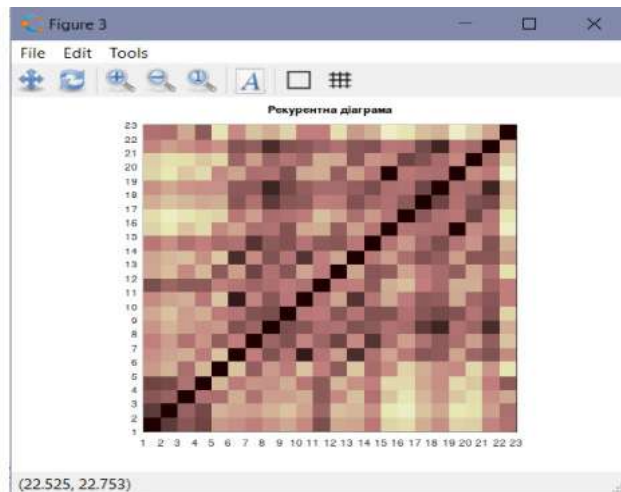
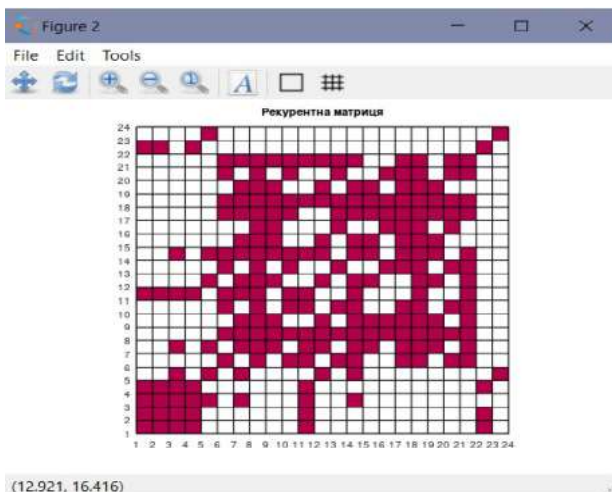
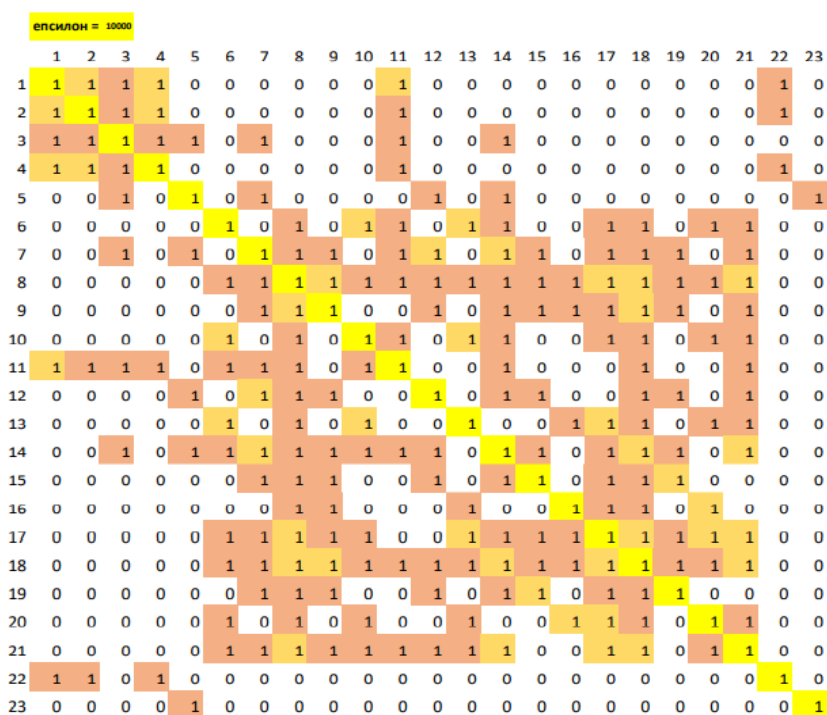
Година	Енергоспоживання ДСС за 12 вересня 2019	
1	33875	
2	50904	33875
3	54006	50904
4	50178	54006
5	41715	50178
6	41177	41715
7	38077	41177
8	37772	38077
9	40973	37772
10	30588	40973
11	38017	30588
12	47833	38017
13	39704	47833
14	45926	39704
15	33265	45926
16	31048	33265
17	38246	31048
18	37120	38246
19	38324	37120
20	39639	38324
21	47224	39639
22	42198	47224
23	34979	42198
24	35750	34979



RR = 0.4896
 DET = 0.9073
 L = 3.9259
 DIV = 0.1250
 ENTR = 13.489
 RATIO = 2.4953
 LAM = 0.8571
 TT = 4.2692

Рисунок А.12 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 12 вересня 2019 р.

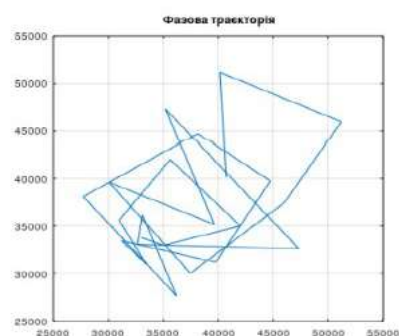
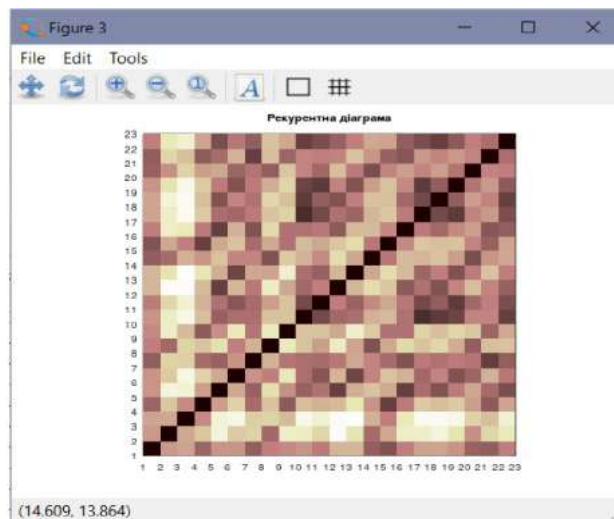
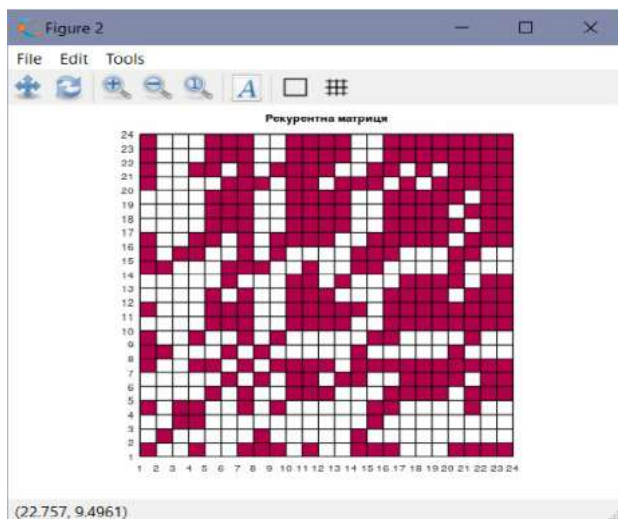
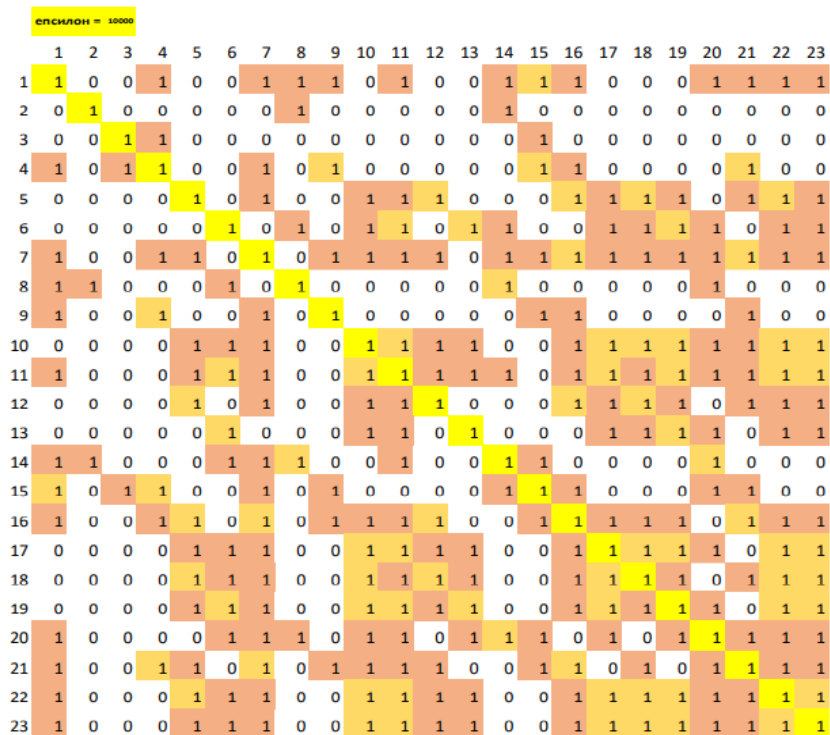
Година	Енергоспоживання ДСС за 13 вересня 2019	
1	43565	
2	44913	43565
3	47443	44913
4	40586	47443
5	46946	40586
6	31304	46946
7	40647	31304
8	33600	40647
9	35815	33600
10	31548	35815
11	41197	31548
12	41060	41197
13	29775	41060
14	39553	29775
15	35370	39553
16	26381	35370
17	31265	26381
18	34836	31265
19	35423	34836
20	26280	35423
21	34831	26280
22	36721	34831
23	51681	36721
24	24051	51681



RR = 0.4178
 DET = 0.8190
 L = 3.7619
 DIV = 0.090909
 ENTR = 10.487
 RATIO = 3.3481
 LAM = 0.7828
 TT = 3.6809

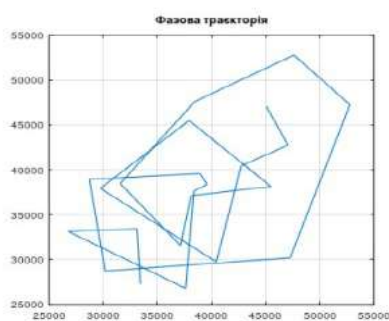
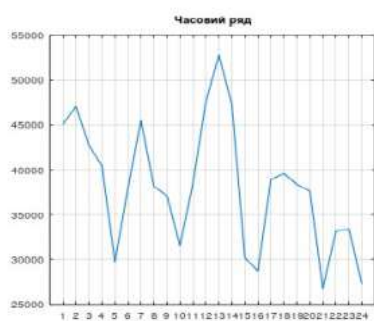
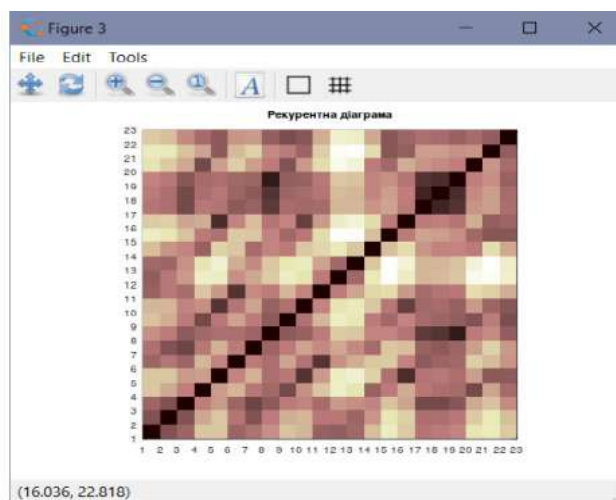
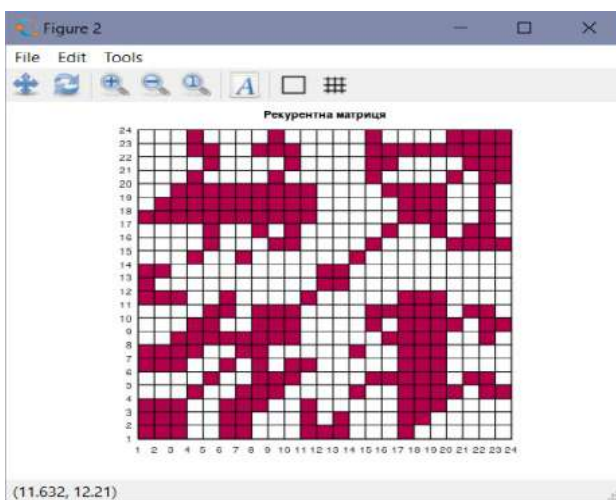
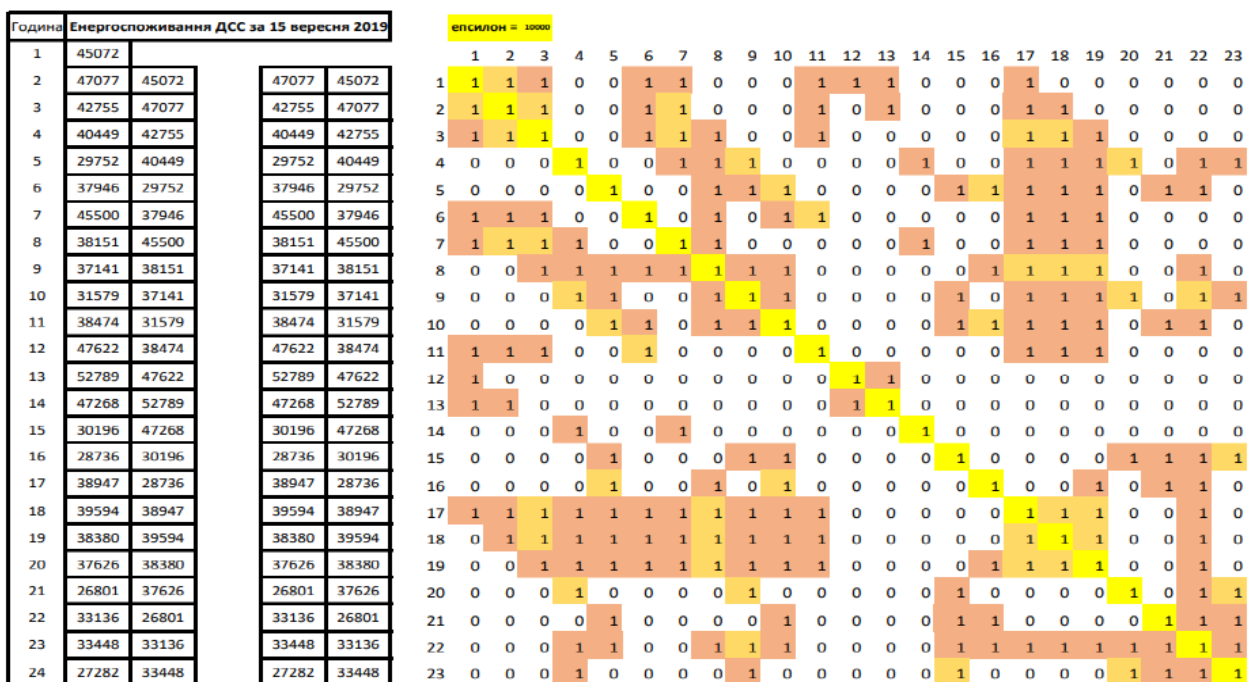
Рисунок А.13 – Рекуррентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 13 вересня 2019 р.

Година	Енергоспоживання ДСС за 14 вересня 2019	
1	40720	
2	40142	40720
3	51186	40142
4	45977	51186
5	37457	45977
6	30068	37457
7	39647	30068
8	35191	39647
9	47325	35191
10	32649	47325
11	33099	32649
12	36191	33099
13	27723	36191
14	38128	27723
15	44727	38128
16	39760	44727
17	31218	39760
18	33486	31218
19	30978	33486
20	35629	30978
21	42009	35629
22	35033	42009
23	33012	35033
24	33806	33012



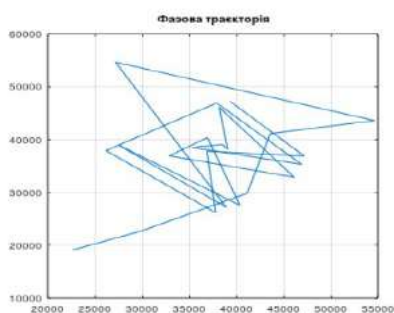
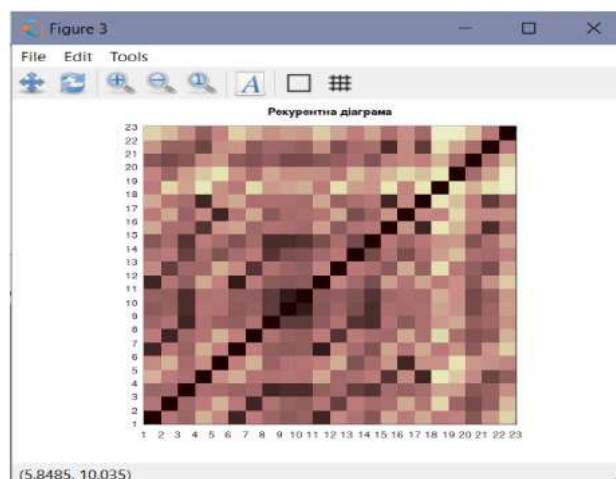
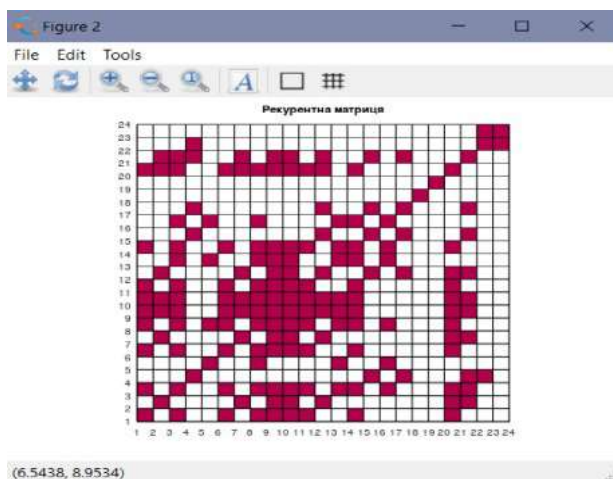
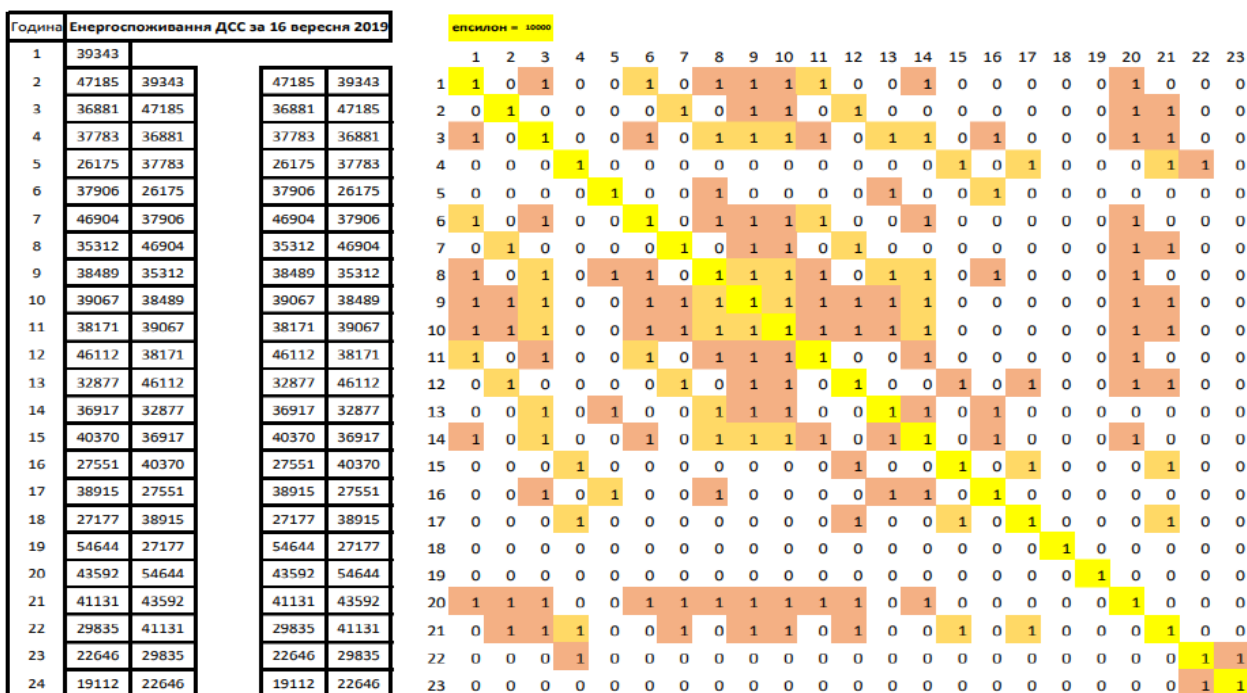
RR = 0.5198
 DET = 0.8473
 L = 3.6207
 DIV = 0.1000
 ENTR = 14.490
 RATIO = 2.5190
 LAM = 0.8364
 TT = 3.4848

Рисунок А.14 – Рекуррентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 14 вересня 2019 р.



RR = 0.4102
 DET = 0.8065
 L = 3.0400
 DIV = 0.1667
 ENTR = 12.489
 RATIO = 3.4803
 LAM = 0.8295
 TT = 3.4615

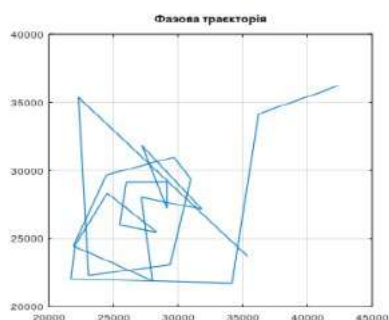
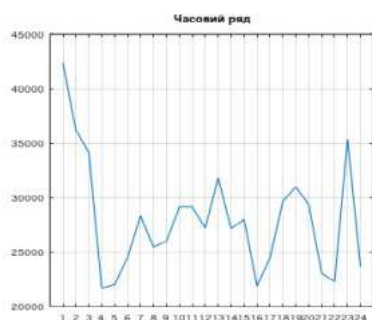
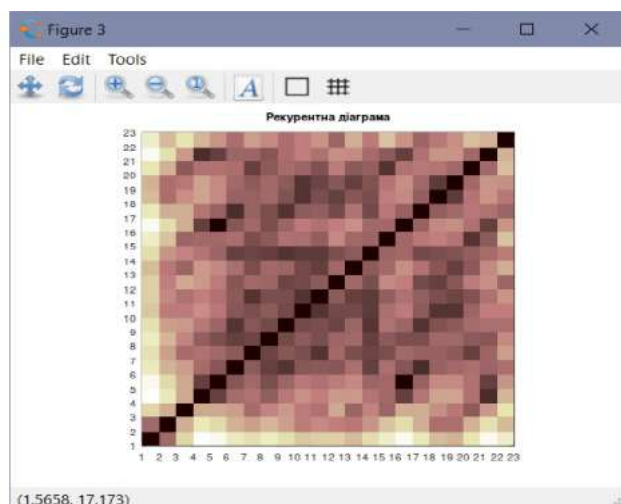
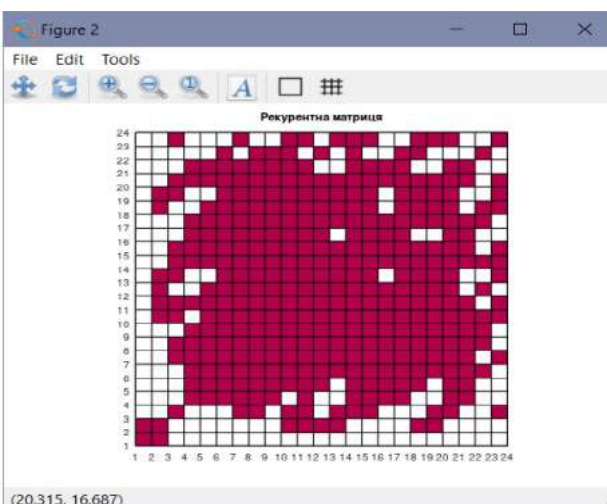
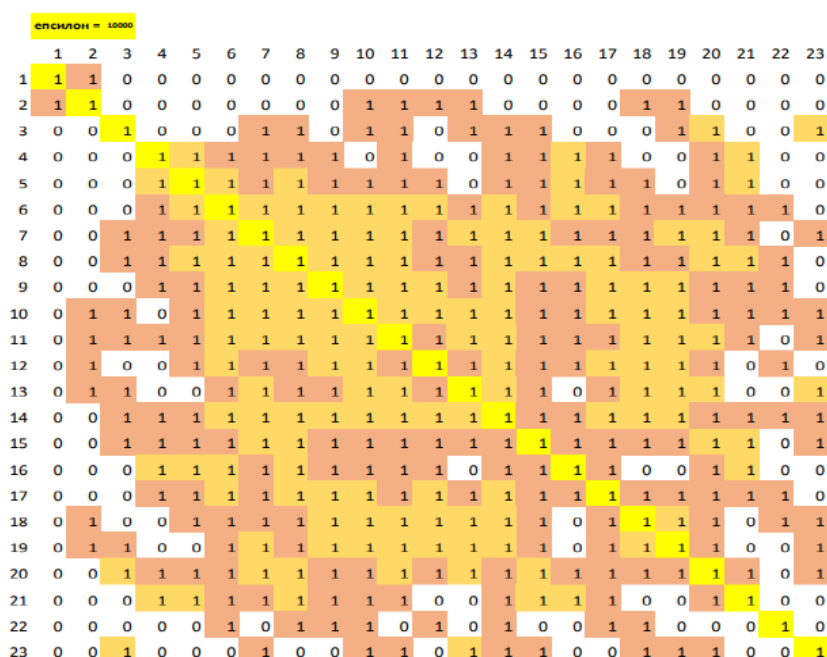
Рисунок А.15 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 15 вересня 2019 р.



RR = 0.3308
 DET = 0.8286
 L = 2.9048
 DIV = 0.1111
 ENTR = 10.487
 RATIO = 4.3361
 LAM = 0.5829
 TT = 3.0909

Рисунок А.16 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 16 вересня 2019 р.

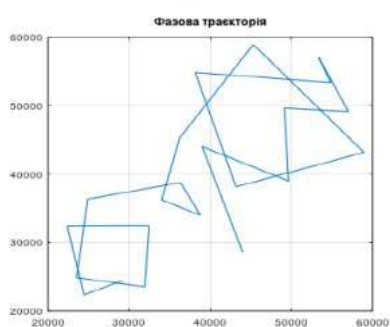
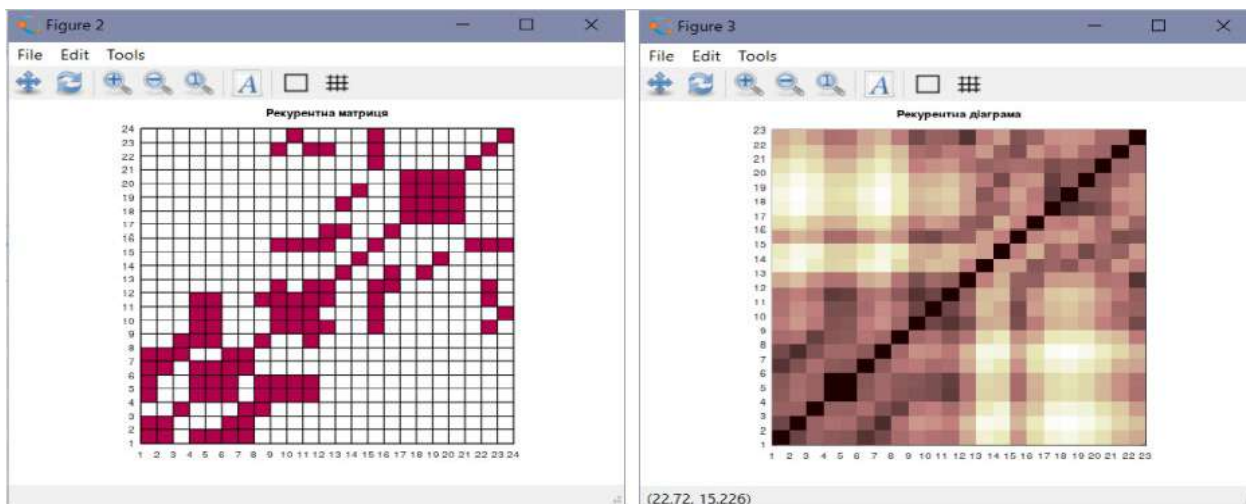
Година	Енергоспоживання ДСС за 17 вересня 2019	
1	42395	
2	36226	42395
3	34165	36226
4	21712	34165
5	22042	21712
6	24529	22042
7	28340	24529
8	25480	28340
9	25999	25480
10	29141	25999
11	29152	29141
12	27217	29152
13	31828	27217
14	27159	31828
15	28023	27159
16	21909	28023
17	24455	21909
18	29672	24455
19	30987	29672
20	29384	30987
21	23081	29384
22	22296	23081
23	35373	22296
24	23696	35373



RR = 0.6975
 DET = 0.9675
 L = 7.9524
 DIV = 0.050824
 ENTR = 10.407
 RATIO = 1.5838
 LAM = 0.9485
 TT = 7.6087

Рисунок А.17 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 17 вересня 2019 р.

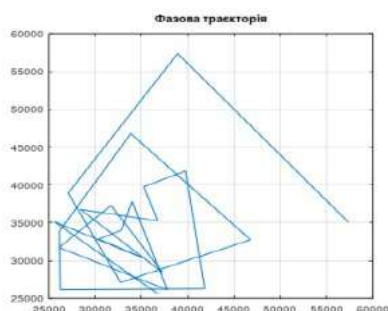
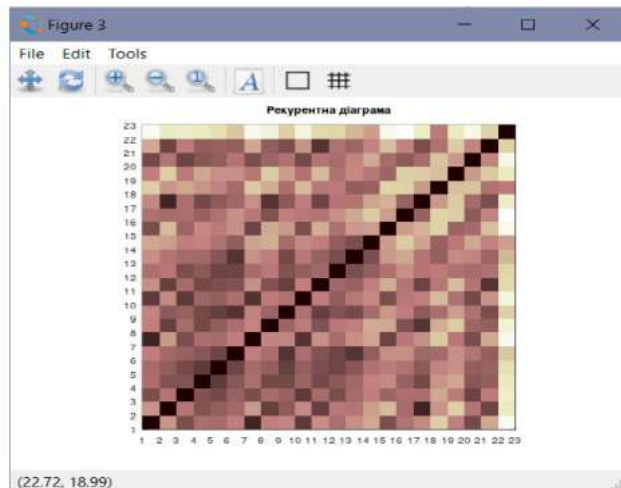
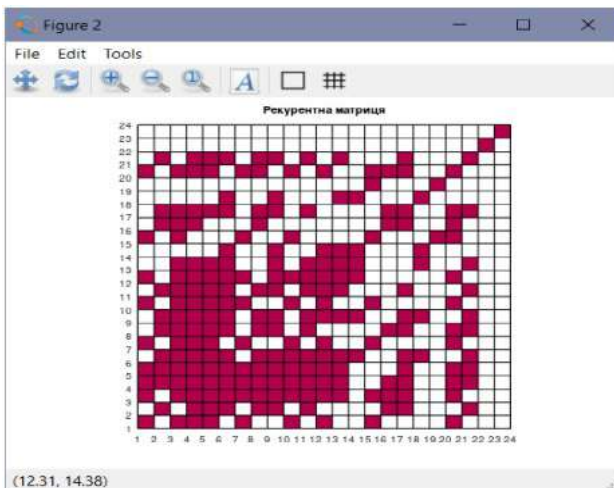
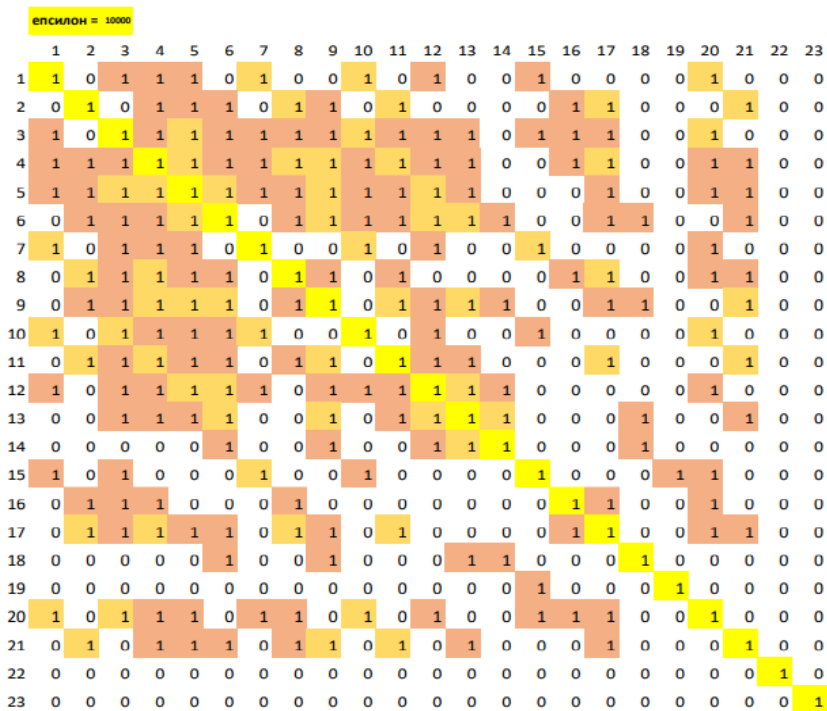
Година	Енергоспоживання ДСС за 18 вересня 2019				епсильон = 10000																								
1	29184				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23		
2	24463	29184	24463	29184	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
3	22384	24463	22384	24463	2	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
4	32417	22384	32417	22384	3	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
5	32459	32417	32459	32417	4	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
6	31944	32459	31944	32459	5	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
7	23551	31944	23551	31944	6	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
8	24915	23551	24915	23551	7	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
9	36347	24915	36347	24915	8	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
10	38787	36347	38787	36347	9	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	
11	34021	38787	34021	38787	10	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	
12	36252	34021	36252	34021	11	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
13	45311	36252	45311	36252	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
14	58944	45311	58944	45311	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
15	43186	58944	43186	58944	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	38154	43186	38154	43186	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
17	54860	38154	54860	38154	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
18	53369	54860	53369	54860	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
19	57038	53369	57038	53369	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
20	49149	57038	49149	57038	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
21	49644	49149	49644	49149	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	39011	49644	39011	49644	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	44031	39011	44031	39011	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	28533	44031	28533	44031	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



RR = 0.2250
 DET = 0.7479
 L = 2.7500
 DIV = 0.2000
 ENTR = 5.9786
 RATIO = 8.0152
 LAM = 0.7479
 TT = 2.9667

Рисунок А.18 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 18 вересня 2019 р.

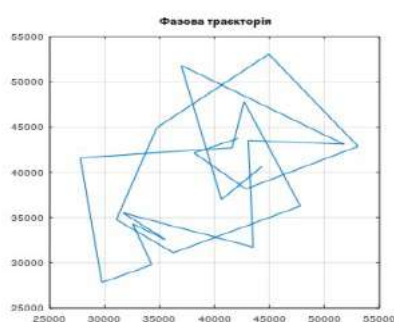
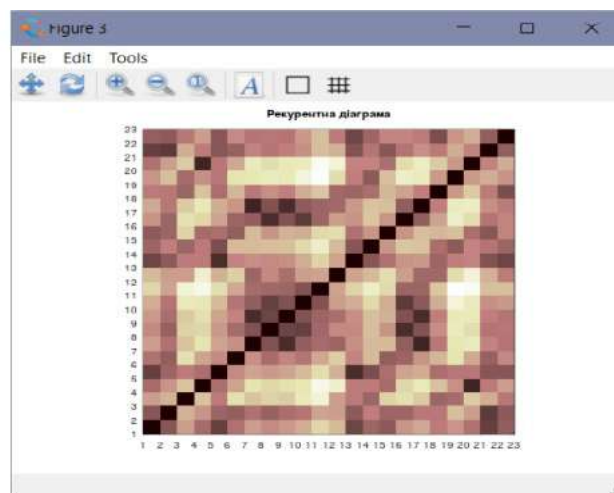
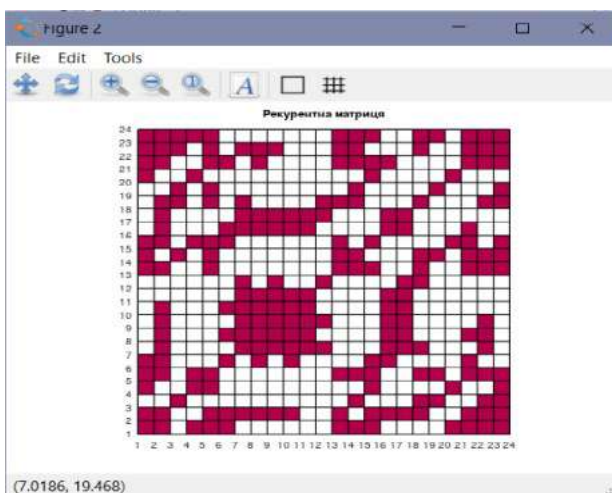
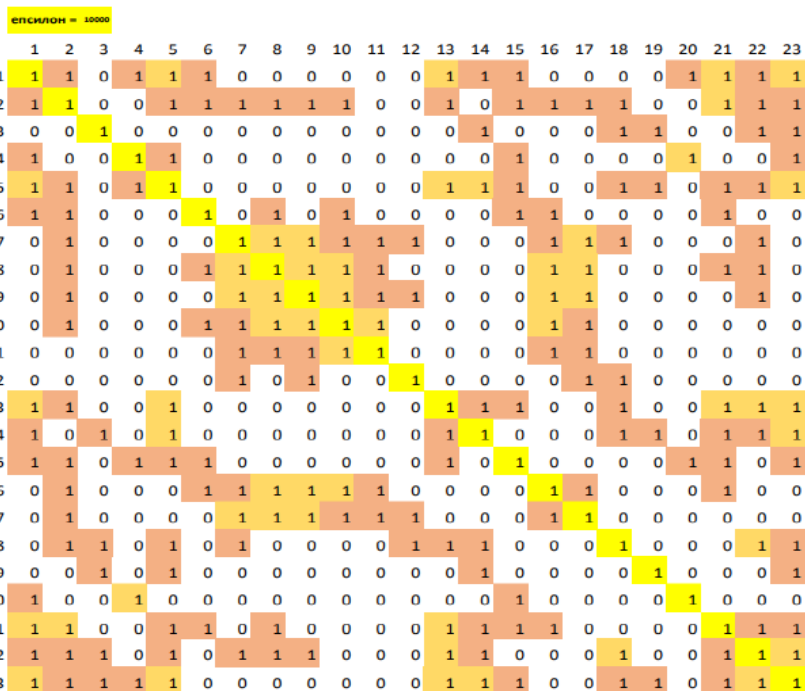
Година	Енергоспоживання ДСС за 19 вересня 2019	
1	36740	
2	25636	36740
3	35101	25636
4	30406	35101
5	32833	30406
6	34004	32833
7	37815	34004
8	26118	37815
9	31722	26118
10	37293	31722
11	28411	37293
12	36763	28411
13	35257	36763
14	39767	35257
15	41856	39767
16	26243	41856
17	26136	26243
18	33857	26136
19	46783	33857
20	32754	46783
21	27107	32754
22	38927	27107
23	57366	38927
24	35072	57366



RR = 0.4291
 DET = 0.9031
 L = 3.6400
 DIV = 0.1111
 ENTR = 12.489
 RATIO = 2.9066
 LAM = 0.7357
 TT = 3.7111

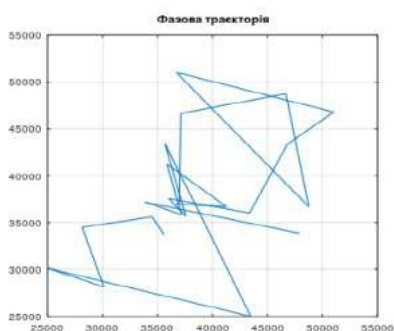
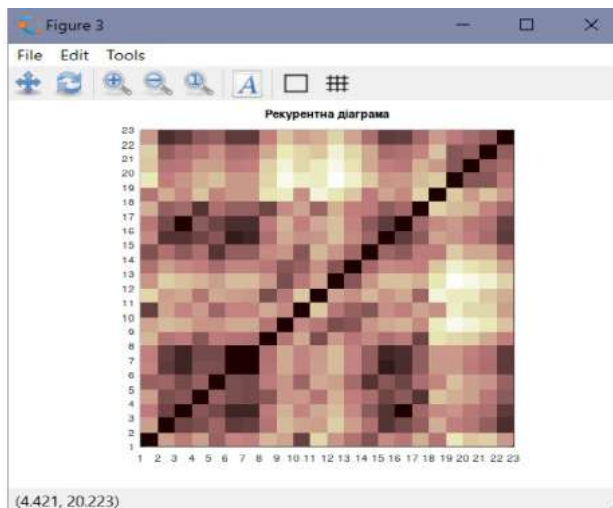
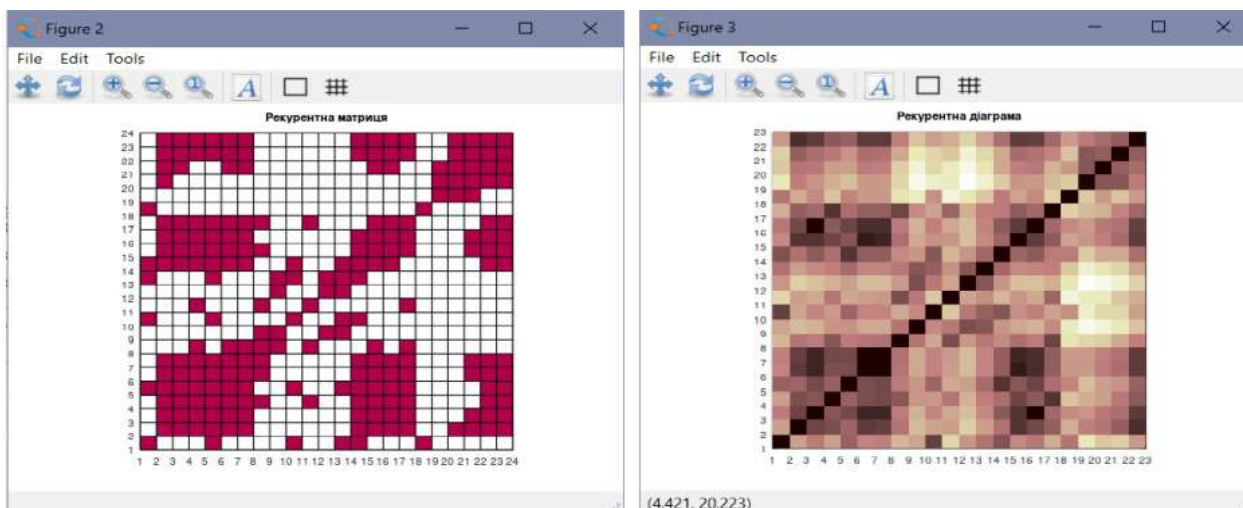
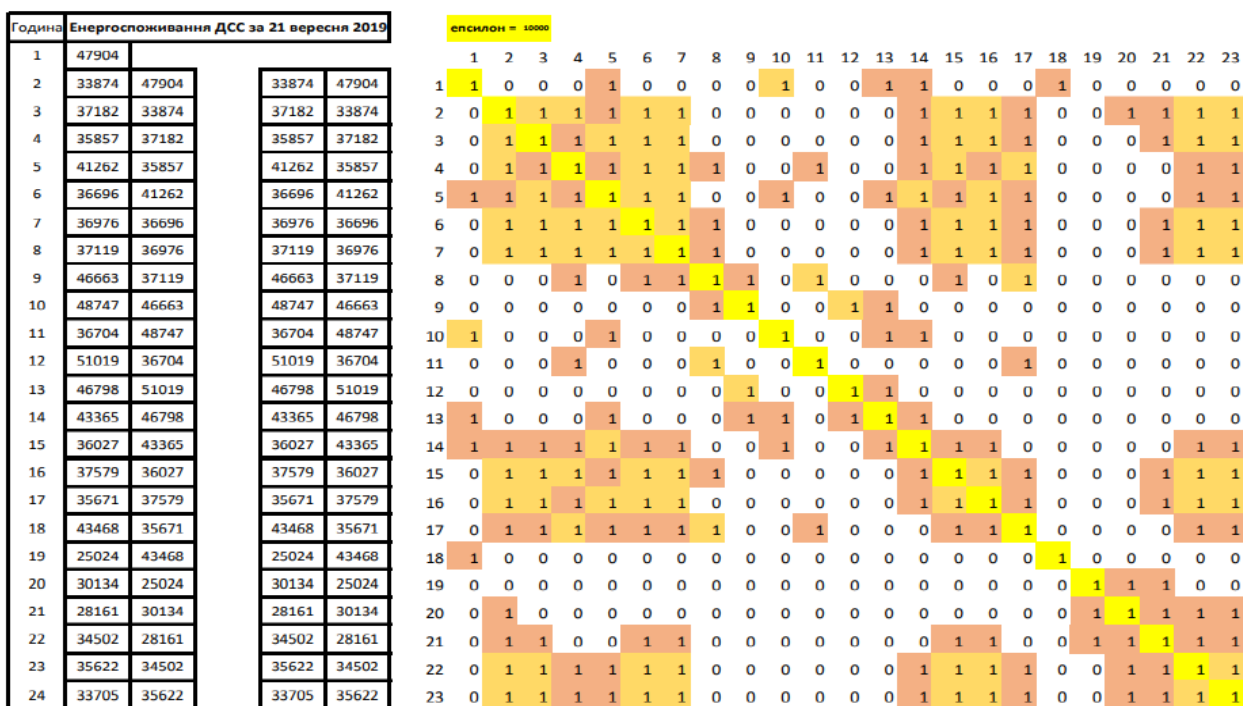
Рисунок А.19 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 19 вересня 2019 р.

Година	Енергоспоживання ДСС за 20 вересня 2019	
1	44311	
2	40622	44311
3	36973	40622
4	51808	36973
5	43071	51808
6	43518	43071
7	31698	43518
8	35494	31698
9	32553	35494
10	34301	32553
11	29758	34301
12	27789	29758
13	41593	27789
14	42690	41593
15	47802	42690
16	36261	47802
17	31073	36261
18	34760	31073
19	44934	34760
20	53055	44934
21	42848	53055
22	38146	42848
23	42119	38146
24	43721	42119



RR = 0.4140
 DET = 0.7808
 L = 2.7407
 DIV = 0.1667
 ENTR = 13.489
 RATIO = 3.5743
 LAM = 0.7900
 TT = 2.9828

Рисунок А.20 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 20 вересня 2019 р.



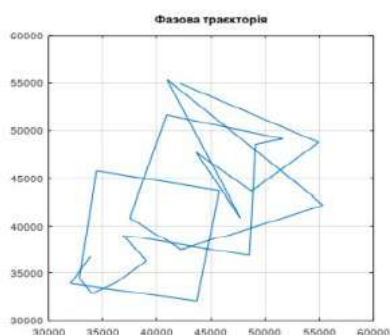
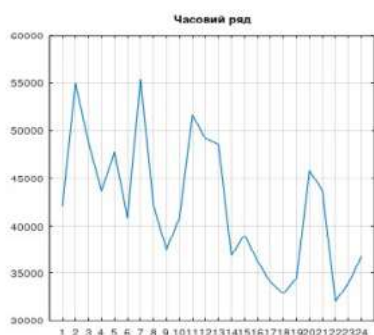
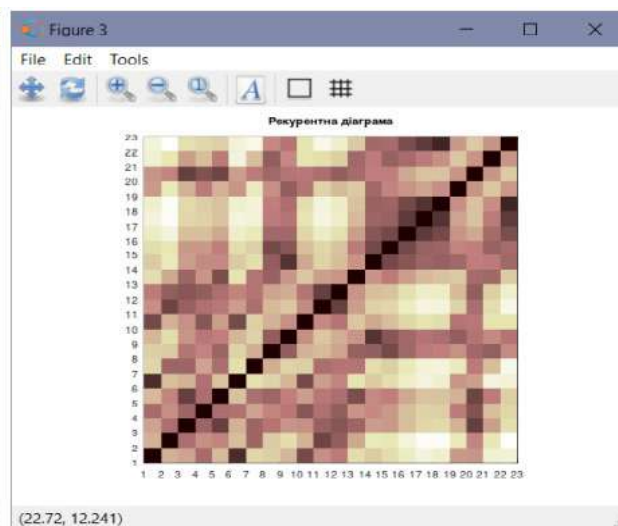
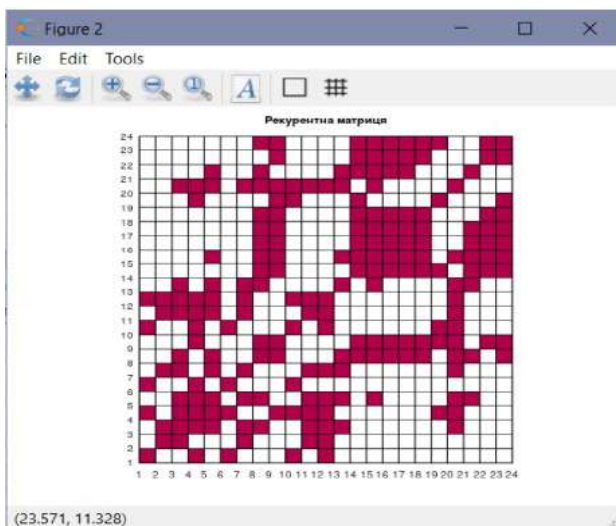
RR = 0.4253
 DET = 0.9022
 L = 3.2143
 DIV = 0.1429
 ENTR = 13.990
 RATIO = 2.9389
 LAM = 0.0889
 TT = 4

Рисунок А.21 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 21 вересня 2019 р.

Година	Енергоспоживання ДСС за 22 вересня 2019	
1	42169	
2	54948	42169
3	48749	54948
4	43640	48749
5	47692	43640
6	40939	47692
7	55355	40939
8	42242	55355
9	37513	42242
10	40922	37513
11	51636	40922
12	49132	51636
13	48549	49132
14	36856	48549
15	39050	36856
16	36290	39050
17	34020	36290
18	32845	34020
19	34434	32845
20	45766	34434
21	43696	45766
22	32037	43696
23	33899	32037
24	36778	33899

епсилон = 10000

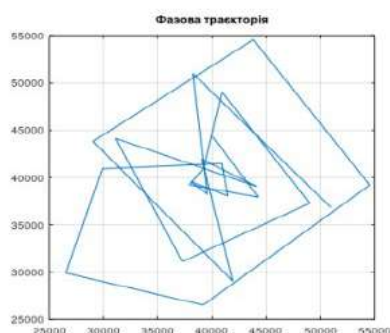
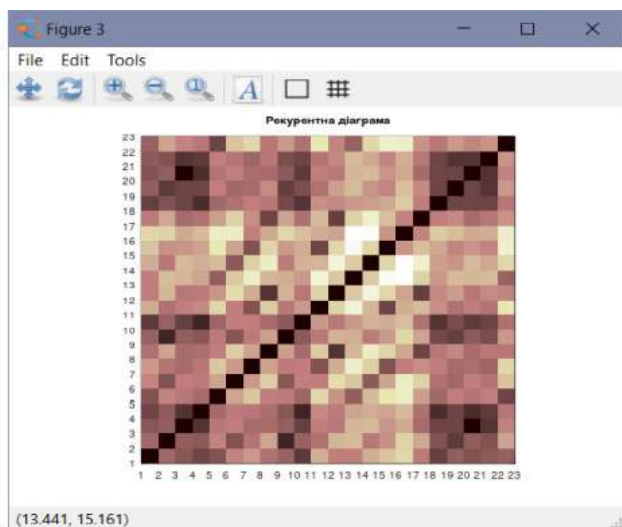
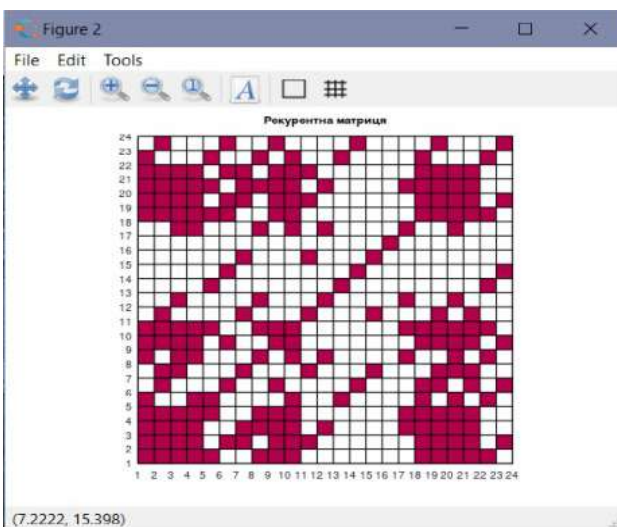
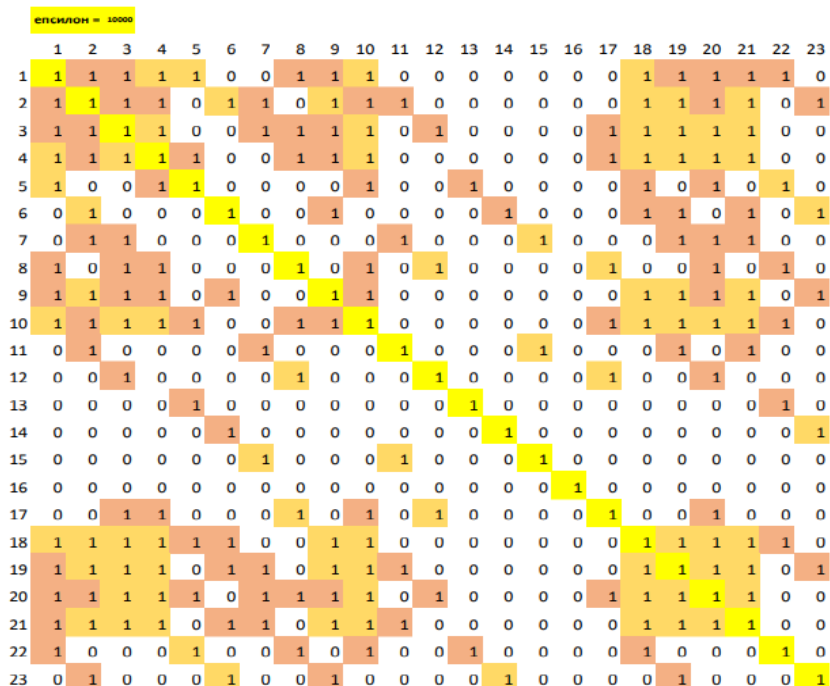
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
4	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
5	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
6	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
8	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
9	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
10	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
11	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
12	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
13	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
15	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
16	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
17	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1
19	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
20	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
21	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1
23	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1



RR = 0.3951
 DET = 0.8469
 L = 2.9615
 DIV = 0.2000
 ENTR = 12.989
 RATIO = 3.4351
 LAM = 0.7895
 TT = 3.2353

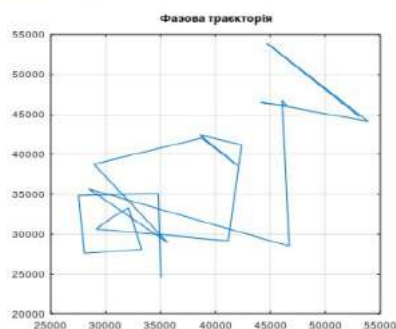
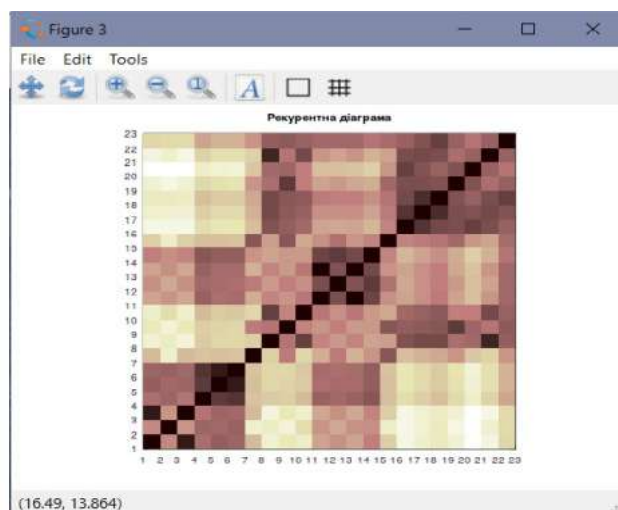
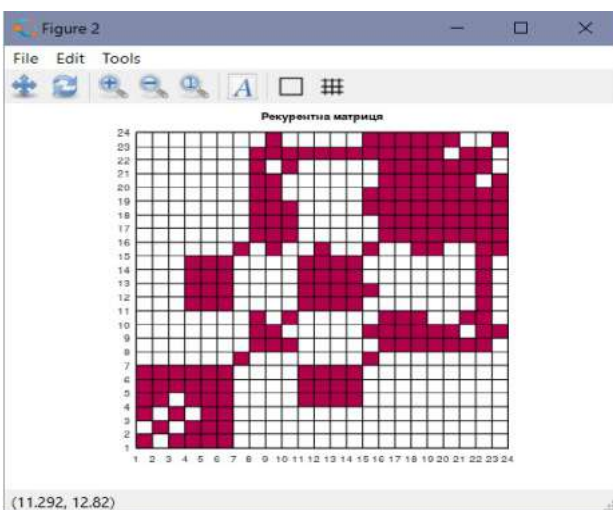
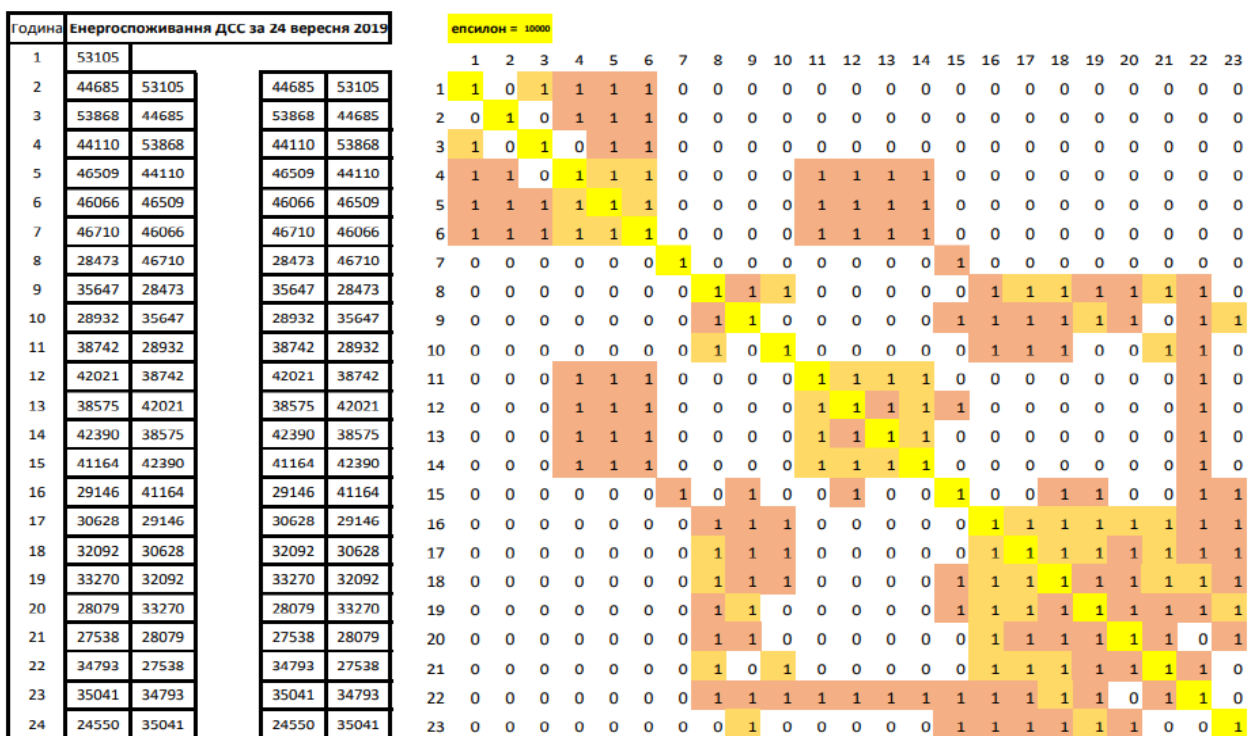
Рисунок А.22 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 22 вересня 2019 р.

Година	Енергоспоживання ДСС за 23 вересня 2019	
1	40089	
2	44288	40089
3	37923	44288
4	39229	37923
5	40943	39229
6	49024	40943
7	37286	49024
8	31117	37286
9	44130	31117
10	39060	44130
11	41940	39060
12	29043	41940
13	43816	29043
14	54560	43816
15	39199	54560
16	26524	39199
17	29908	26524
18	40927	29908
19	41472	40927
20	38056	41472
21	39576	38056
22	38248	39576
23	50983	38248
24	36823	50983



RR = 0.3951
 DET = 0.9234
 L = 2.9310
 DIV = 0.1667
 ENTR = 14.490
 RATIO = 3.1118
 LAM = 0.6794
 TT = 3.6410

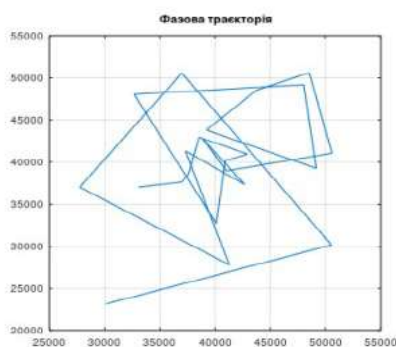
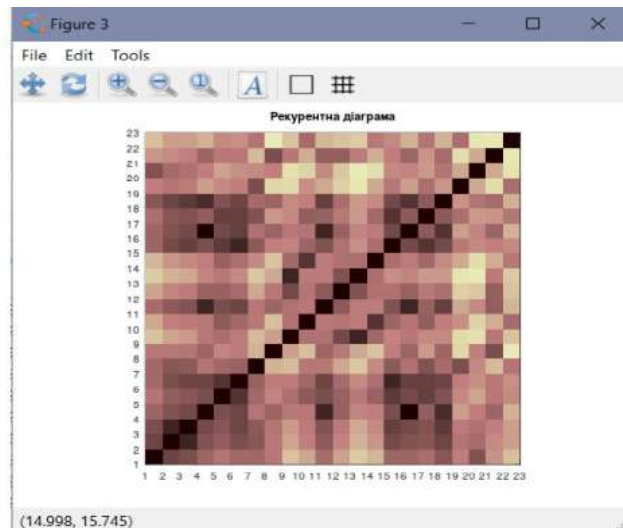
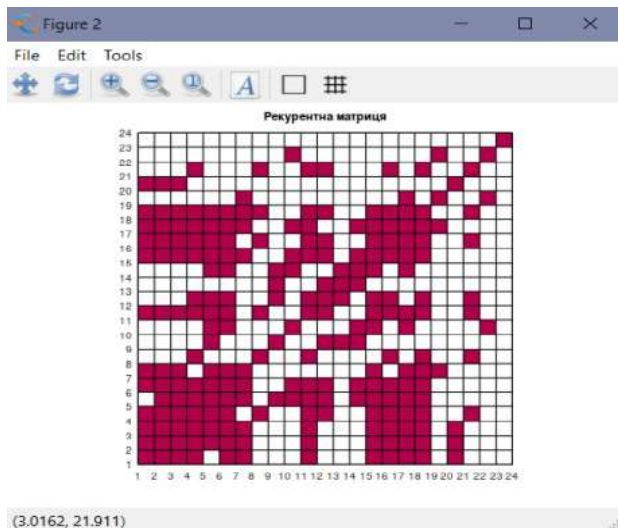
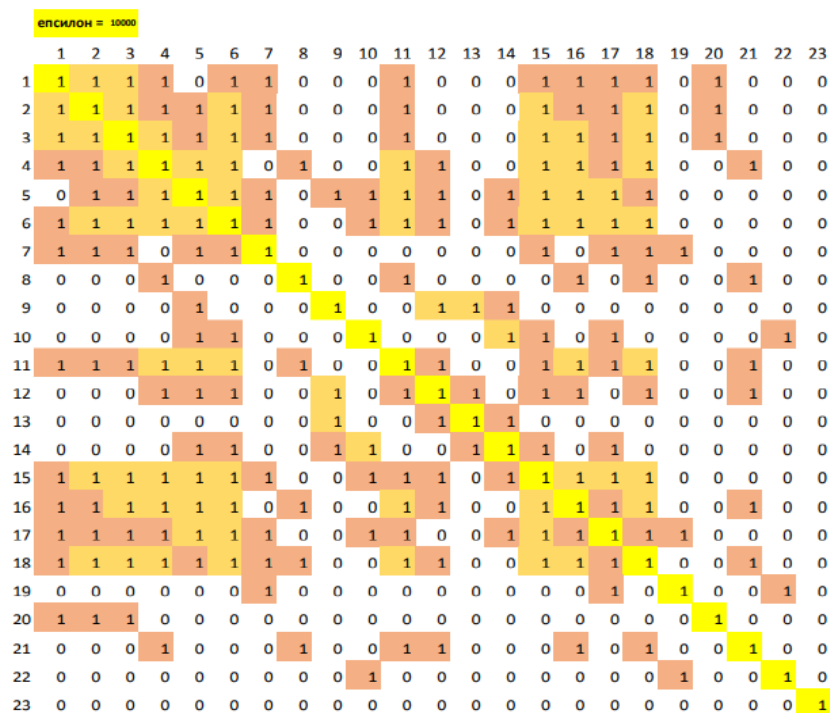
Рисунок А.23 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 23 вересня 2019 р.



$RR = 0.3724$
 $DET = 0.9086$
 $L = 3$
 $DIV = 0.1429$
 $ENTR = 12.989$
 $RATIO = 3.3910$
 $LAM = 0.0934$
 $TT = 4.2927$

Рисунок А.24 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 24 вересня 2019 р.

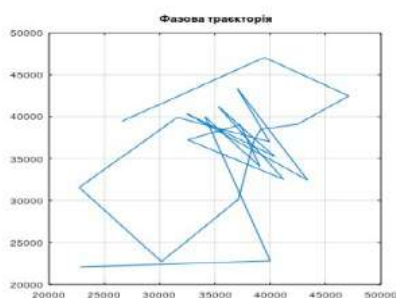
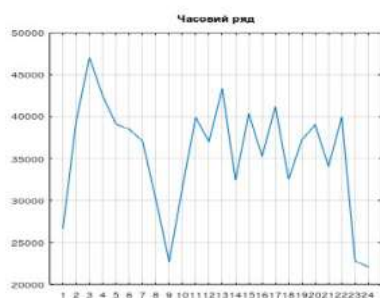
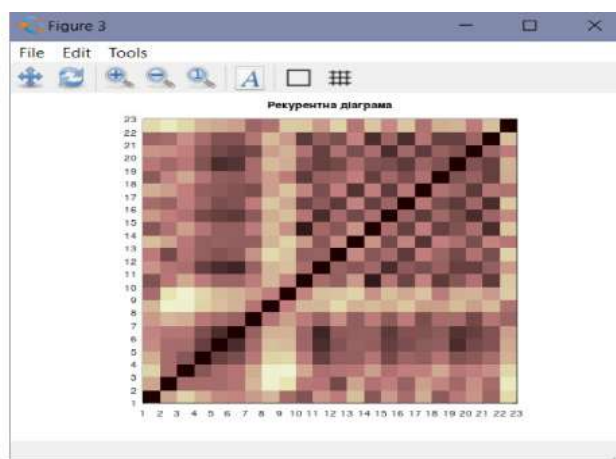
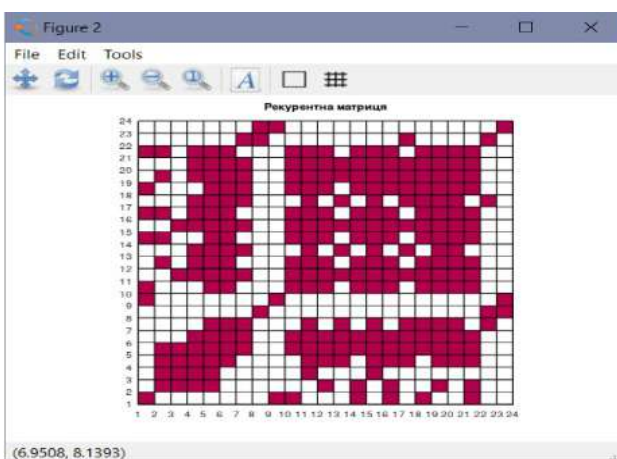
Година	Енергоспоживання ДСС за 25 вересня 2019	
1	33059	
2	36984	33059
3	37590	36984
4	38559	37590
5	42916	38559
6	40916	42916
7	40109	40916
8	32666	40109
9	48017	32666
10	49161	48017
11	39218	49161
12	43762	39218
13	48522	43762
14	50575	48522
15	41024	50575
16	38918	41024
17	42662	38918
18	37314	42662
19	41284	37314
20	27755	41284
21	36990	27755
22	50534	36990
23	30117	50534
24	23105	30117



RR = 0.4253
 DET = 0.8933
 L = 3.1786
 DIV = 0.1429
 ENTR = 13.990
 RATIO = 2.9719
 LAM = 0.8044
 TT = 3.9348

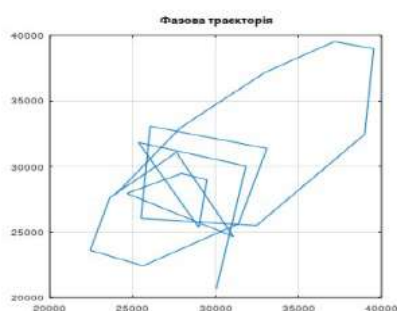
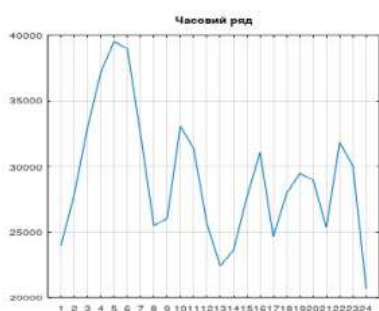
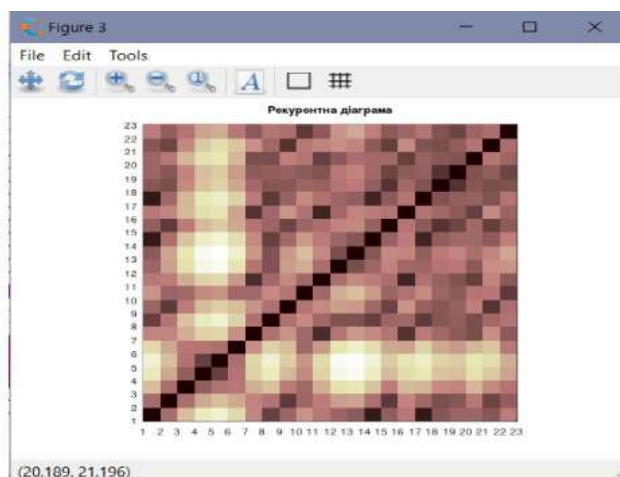
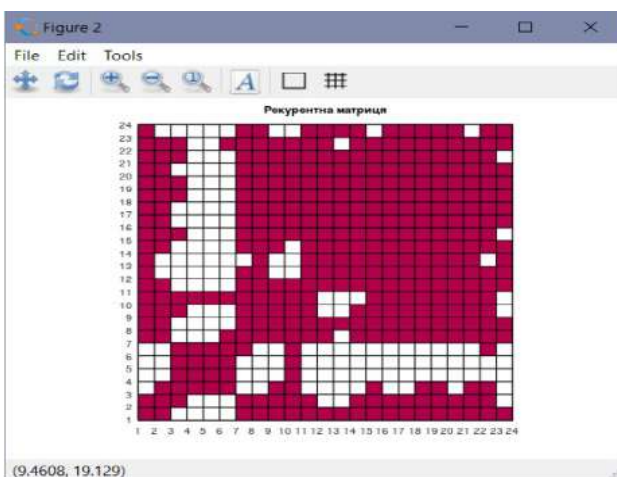
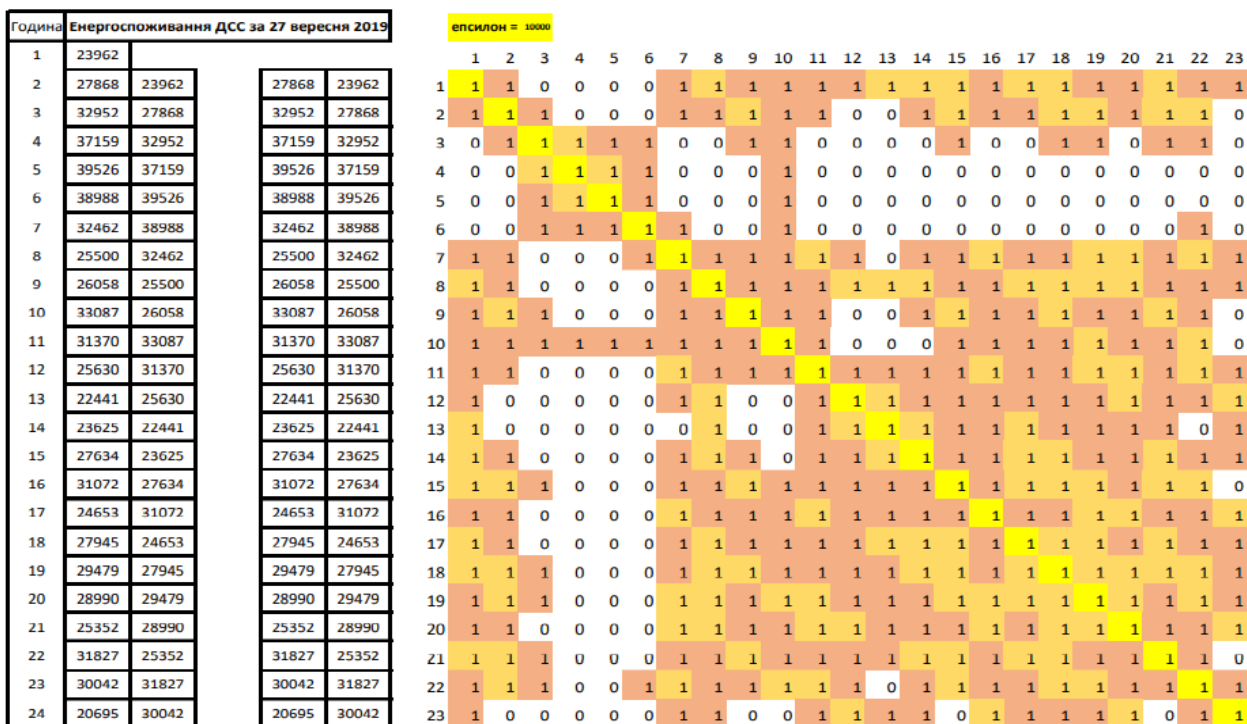
Рисунок А.25 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 25 вересня 2019 р.

Година	Енергоспоживання ДСС за 26 вересня 2019				епсилон = 10000																							
1	26615				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
2	39475	26615	39475	26615	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	
3	47077	39475	47077	39475	2	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	
4	42490	47077	42490	47077	3	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	39121	42490	39121	42490	4	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	
6	38497	39121	38497	39121	5	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	
7	37117	38497	37117	38497	6	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	
8	30165	37117	30165	37117	7	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	
9	22728	30165	22728	30165	8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
10	31582	22728	31582	22728	9	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
11	39913	31582	39913	31582	10	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	
12	37031	39913	37031	39913	11	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	
13	43358	37031	43358	37031	12	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	
14	32450	43358	32450	43358	13	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	
15	40356	32450	40356	32450	14	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	
16	35304	40356	35304	40356	15	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	
17	41204	35304	41204	35304	16	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	
18	32539	41204	32539	41204	17	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	
19	37261	32539	37261	32539	18	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	
20	39050	37261	39050	37261	19	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	
21	34087	39050	34087	39050	20	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	
22	39996	34087	39996	34087	21	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	
23	22813	39996	22813	39996	22	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	
24	22103	22813	22103	22813	23	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	



RR = 0.5085
 DET = 0.9182
 L = 3.6129
 DIV = 0.1000
 ENTR = 15.490
 RATIO = 2.3616
 LAM = 0.8699
 TT = 4.3333

Рисунок А.26 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 26 вересня 2019 р.



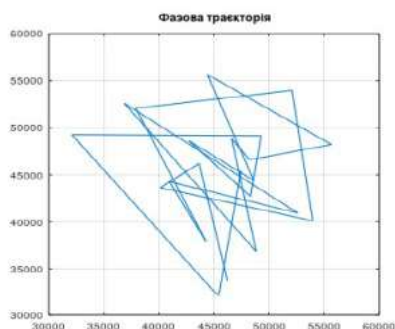
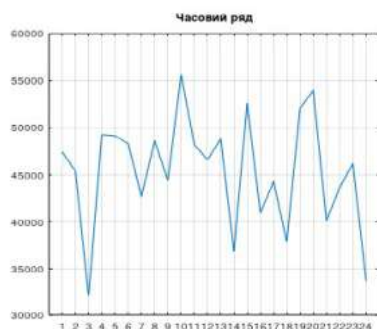
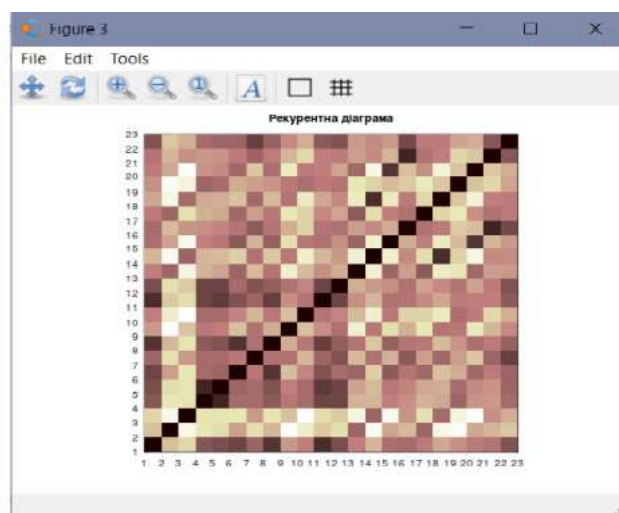
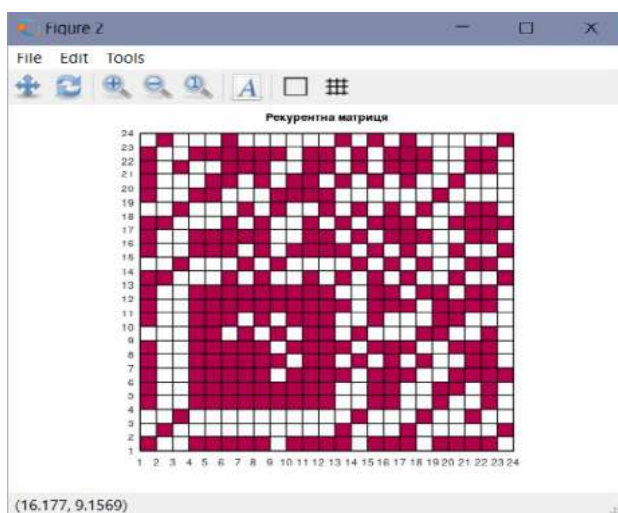
RR = 0.7089
 DET = 0.9573
 L = 5.0909
 DIV = 0.045455
 ENTR = 16.491
 RATIO = 1.5744
 LAM = 0.9733
 TT = 7.1569

Рисунок А.27 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 27 вересня 2019 р.

Година	Енергоспоживання ДСС за 29 вересня 2019	
1	47447	
2	45416	47447
3	32085	45416
4	49266	32085
5	49162	49266
6	48304	49162
7	42720	48304
8	48610	42720
9	44400	48610
10	55653	44400
11	48223	55653
12	46599	48223
13	48842	46599
14	36852	48842
15	52606	36852
16	40948	52606
17	44291	40948
18	37887	44291
19	52081	37887
20	53963	52081
21	40124	53963
22	43645	40124
23	46213	43645
24	33801	46213

епсилон = 10000

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
4	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
5	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
6	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
7	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
8	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0
9	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
10	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
11	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
12	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
13	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
14	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
15	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
16	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
17	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
18	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
19	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
20	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
21	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
22	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
23	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1



RR = 0.5198
 DET = 0.8327
 L = 3.6786
 DIV = 0.1250
 ENTR = 13.990
 RATIO = 2.5680
 LAM = 0.7055
 TT = 3.4035

Рисунок А.29 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 29 вересня 2019 р.

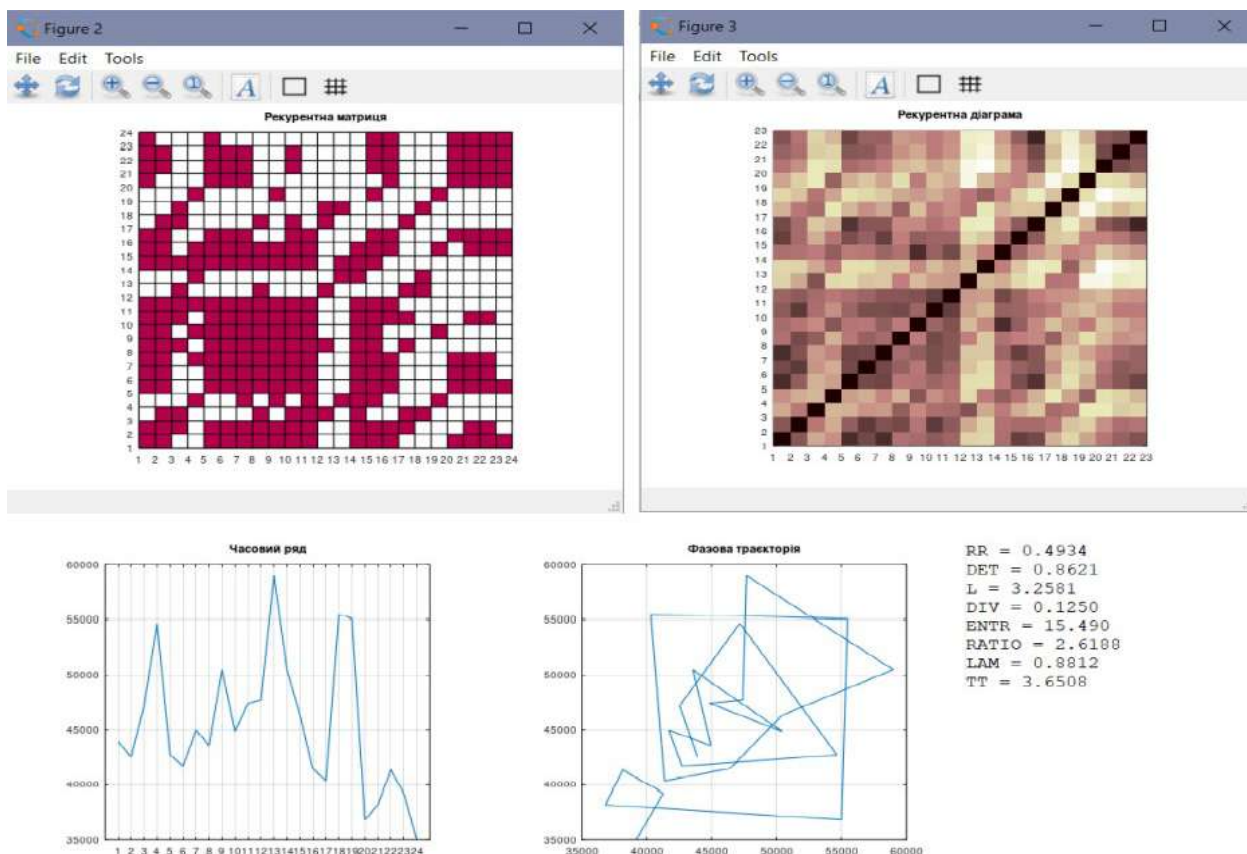
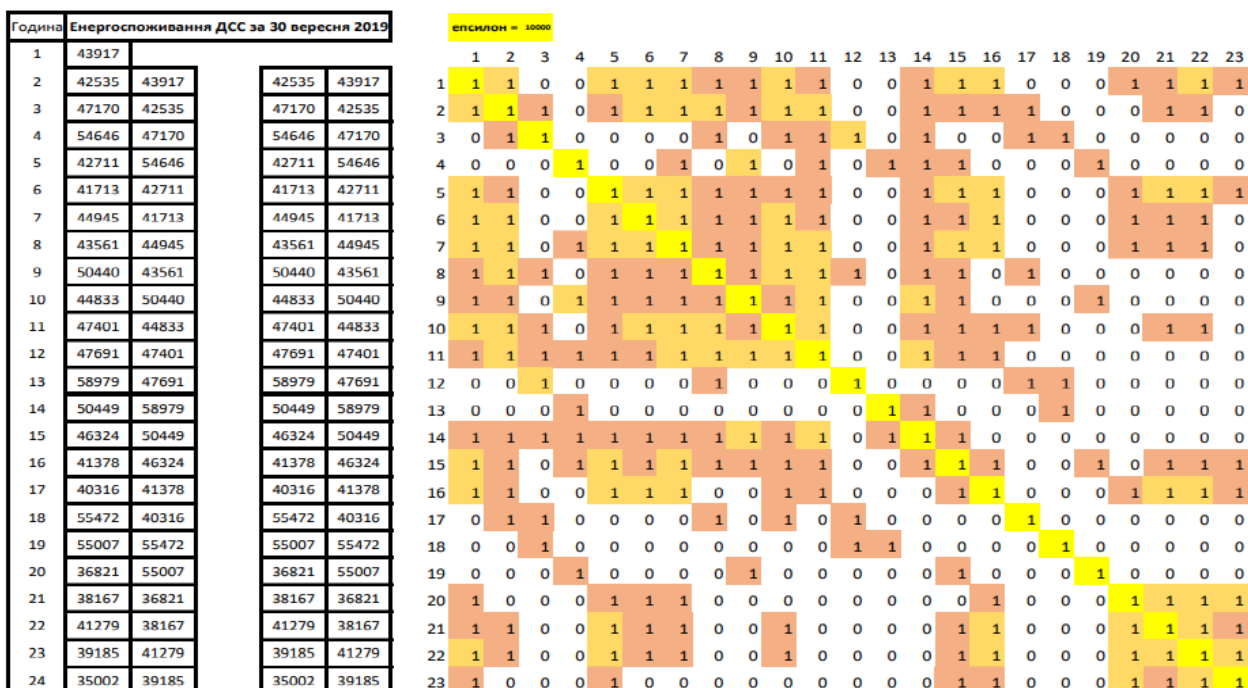


Рисунок А.30 – Рекурентні діаграми та фазові портрети для аналізу часового ряду добового енергоспоживання за 30 вересня 2019 р.