

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНІ ЗАВДАННЯ
З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ
(частина 2)

для студентів інженерно-фізичного
та транспортного факультетів
усіх форм навчання

2018

Розрахунково-графічні завдання з вищої математики (частина 2) для студентів інженерно-фізичного та транспортного факультетів усіх форм навчання / Укл.: В.М.Онуфрієнко, Н.В.Сніжко. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2018 – 42 с.

Укладачі: В.М.Онуфрієнко, професор, д.ф.-м.н.
Н. В. Сніжко, доцент, к.ф.-м.н.

Відповідальний
за випуск: Н. В. Сніжко, доцент, к.ф.-м.н.

Комп'ютерна верстка: Н. В. Сніжко, доцент, к.ф.-м.н.

Експерт спеціальності: О.Ф.Кузькін, доцент, к.т.н.
О.В.Климов, доцент, к.т.н.

Рецензент: В.П.П'янков, доцент, к.ф.-м.н.

Затверджено радою
інженерно-фізичного факультету ЗНТУ
Протокол № 9 від 26.12.2017

Затверджено радою
транспортного факультету ЗНТУ
Протокол № 40 від 26.12.2017

Затверджено на засіданні кафедри
вищої математики ЗНТУ
Протокол № 3 від 29.11.2017

ЗМІСТ

Вступ	4
Модуль 1.	6
1 Кратні та криволінійні інтеграли	6
2 Елементи теорії функцій комплексної змінної	15
3 Диференціальні рівняння.	25
Модуль 2.	30
4 Операційне числення	30
5 Теорія ймовірностей.	34
Література	41

ВСТУП

Як відомо, одним з видів самостійної роботи студентів є виконання на протязі семестру розрахунково-графічних завдань. Їхньою метою є відпрацювання практичних вмінь та навичок. Вони покликані допомогти студентам більш глибоко засвоїти теоретичний матеріал і навчитися застосовувати набуті знання для розв'язання практичних задач. Запропоновані типові розрахунково-графічні завдання відповідають курсу „Вища математика”, який читається для студентів транспортного та інженерно-фізичного факультетів як денної, так і скороченої та заочної форм навчання у другому семестрі двосеместрового курсу. Дана збірка задач також може використовуватись для студентів інших технічних спеціальностей, на яких вивчається вища математика в обсязі двосеместрового курсу.

Дана збірка задач охоплює практично всі основні розділи другої частини курсу вищої математики; тут містяться завдання за всіма темами курсу, запропоновано 30 варіантів завдань для самостійної роботи. Крім того, наведений список рекомендованої літератури. Задачі для розв'язання підібрані в основному із збірок [4, 8, 9, 17-19]. Приклади розв'язання задач даної збірки містяться у посібнику [20], де для полегшення користування нумерація прикладів відповідає нумерації задач у даній збірці розрахунково-графічних завдань. Також у вказаному посібнику, окрім методичних вказівок до розв'язку задач та прикладів розв'язання, містяться необхідні теоретичні відомості та довідковий матеріал (таблиці тощо).

Розрахунково-графічні завдання виконуються протягом семестру, що забезпечує студентам систематичне вивчення курсу на основі опрацювання рекомендованих підручників та посібників, самостійного пошуку необхідних літературних джерел та матеріалів, їх аналізу та узагальнення, самостійного дослідження та письмового викладення практичних питань.

Номер варіанту студент обирає за номером у списку в журналі. Робота виконується українською або російською мовою в письмовій формі, бажано в зошиті у клітинку. Необхідно залишати поля для

приміток. На титульному аркуші роботи потрібно вказати назву предмету, спеціальність, групу та курс, прізвище, ім'я та по батькові студента, прізвище викладача, який приймає роботу.

В розрахунково-графічному завданні студент повинен розв'язати подані задачі методами, вказаними у завданнях, а також зробити всі необхідні креслення (графічні розв'язки). При цьому студентові необхідно показати набуті теоретичні знання з курсу

При виконанні роботи можна використовувати як лекційний матеріал та матеріал практичних занять, так і допоміжну літературу, наведену в кінці даного посібника. Перед виконанням завдань рекомендується спочатку вивчити відповідний теоретичний матеріал, потім розібратись у розв'язаннях задач, які виконувались на практичних заняттях, і тільки після цього приступати до виконання власне розрахунково-графічної роботи.

При оцінюванні роботи показником її якості є, перш за все, те, наскільки студент самостійно і правильно розв'язав поставлені задачі та зрозумів зміст отриманих розв'язків. З цією метою при захисті роботи студенту можуть бути задані додаткові питання, в тому числі і з теоретичного матеріалу, який виноситься на іспит.

Робота, яка відповідає зазначеним вимогам, подається на кафедру викладачу для перевірки і наступного захисту у формі співбесіди у визначений термін (як правило, під час модульного контролю). На захисті роботи студент повинен вміти:

- викласти зміст поставлених задач та довести їхні розв'язки;
- відповісти на запитання щодо змісту одержаних розв'язків;
- відповісти на додаткові питання.

Позитивні результати захисту роботи оформлюються відповідною кількістю рейтингових балів. Роботи, які не відповідають зазначеним вимогам, не зараховуються і повертаються студенту для доопрацювання із зазначенням терміну повторного захисту.

МОДУЛЬ 1

1 КРАТНІ ТА КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

Завдання 1.1. Обчислити криволінійний інтеграл 1-го роду

$\int_l f(x, y) ds$, де l – відрізок прямої від точки $A(x_1, y_1)$ до точки

$B(x_2, y_2)$.

1. $f(x, y) = x + 5y$; $A(0; 1)$; $B(5; 2)$.
2. $f(x, y) = -4x + 7y$; $A(-3; 0)$; $B(4; 1)$.
3. $f(x, y) = -5x + 2y$; $A(2; -3)$; $B(3; -2)$.
4. $f(x, y) = x - 3y$; $A(-4; 3)$; $B(2; 2)$.
5. $f(x, y) = -x + 2y$; $A(1; 2)$; $B(3; 4)$.
6. $f(x, y) = 4x - 2y$; $A(-1; 2)$; $B(3; 2)$.
7. $f(x, y) = -4x + 3y$; $A(-4; 1)$; $B(-3; 2)$.
8. $f(x, y) = -5x - 3y$; $A(1; 2)$; $B(4; 3)$.
9. $f(x, y) = -5x + 6y$; $A(-3; 7)$; $B(2; 3)$.
10. $f(x, y) = 5x - 6y$; $A(2; 5)$; $B(3; 2)$.
11. $f(x, y) = -x + 3y$; $A(-1; -1)$; $B(3; 3)$.
12. $f(x, y) = 3x + y$; $A(-1; 4)$; $B(2; 7)$.
13. $f(x, y) = 3x - 2y$; $A(0; 2)$; $B(1; 3)$.
14. $f(x, y) = -3x - y$; $A(3; 0)$; $B(1; 2)$.
15. $f(x, y) = -3x - y$; $A(4; 1)$; $B(2; -1)$.
16. $f(x, y) = 7x + 6y$; $A(-5; 2)$; $B(1; 3)$.
17. $f(x, y) = 2x + 10y$; $A(-3; 2)$; $B(2; 3)$.
18. $f(x, y) = 5x + y$; $A(1; 3)$; $B(2; 4)$.
19. $f(x, y) = 5x + 3y$; $A(-3; 1)$; $B(-4; 1)$.
20. $f(x, y) = 5x + 2y$; $A(-2; 3)$; $B(3; 2)$.

21. $f(x, y) = x + 3y$; $A(1; -1)$; $B(2; 0)$.
22. $f(x, y) = 3x - 2y$; $A(2; 3)$; $B(2; -3)$.
23. $f(x, y) = x + 9y$; $A(-1; 0)$; $B(2; 1)$.
24. $f(x, y) = -3x + 5y$; $A(-3; 1)$; $B(2; 2)$.
25. $f(x, y) = 7x + 2y$; $A(1; 1)$; $B(3; 2)$.
26. $f(x, y) = x + 4y$; $A(-2; 0)$; $B(2; 1)$.
27. $f(x, y) = -x + y$; $A(-4; 1)$; $B(2; -1)$.
28. $f(x, y) = x - 5y$; $A(-6; 2)$; $B(-1; 1)$.
29. $f(x, y) = x - 2y$; $A(3; -2)$; $B(2; 1)$.
30. $f(x, y) = x - 3y$; $A(-2; 2)$; $B(1; 1)$.

Завдання 1.2. Обчислити криволінійний інтеграл 2-го роду

$$\int_l P(x, y)dx + Q(x, y)dy.$$

1. $P(x, y) = 2x$; $Q(x, y) = -2x + y$;
 l : $y = 2x - 3$; від точки з $x_1 = 1$ до точки з $x_2 = 2$.
2. $P(x, y) = -3y$; $Q(x, y) = 3x + y$;
 l : $y = -x + 2$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 4$.
3. $P(x, y) = x - 3y$; $Q(x, y) = 2y$;
 l : $x = 2 \cos t$; $y = \sin t$; від точки з $t_1 = 0$ до точки з $t_2 = \pi$.
4. $P(x, y) = -2x + 2y$; $Q(x, y) = x^2 y$;
 l : $y = x - 1$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 3$.
5. $P(x, y) = -3x + 2y$; $Q(x, y) = x + 2y$;
 l : $y = x + 4$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 2$.
6. $P(x, y) = y^2 + 5$; $Q(x, y) = -xy$;
 l : $y = -x$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 3$.
7. $P(x, y) = 3x - 5$; $Q(x, y) = x - y$;
 l : $y = -2x + 1$; від точки з $x_1 = 1$ до точки з $x_2 = 2$.

$$8. P(x, y) = 2x + 3y; Q(x, y) = x^2 y;$$

$$l: y = 2x + 1; \text{ від точки з } x_1 = 0 \text{ до точки з } x_2 = 3.$$

$$9. P(x, y) = x + y; Q(x, y) = x;$$

$$l: x = \cos t; y = \sin t; \text{ від точки з } t_1 = 0 \text{ до точки з } t_2 = \pi.$$

$$10. P(x, y) = -x + y; Q(x, y) = x^2 - y^2;$$

$$l: y = x + 2; \text{ від точки з } x_1 = 0 \text{ до точки з } x_2 = 2.$$

$$11. P(x, y) = 4x + 2y; Q(x, y) = 2x + y;$$

$$l: y = -2x + 1; \text{ від точки з } x_1 = 2 \text{ до точки з } x_2 = 3.$$

$$12. P(x, y) = -x + y; Q(x, y) = -x - y;$$

$$l: y = -x + 4; \text{ від точки з } x_1 = 1 \text{ до точки з } x_2 = 4.$$

$$13. P(x, y) = 4x^2 - y^2; Q(x, y) = 2x - y;$$

$$l: y = 2x + 1; \text{ від точки з } x_1 = 0 \text{ до точки з } x_2 = 2.$$

$$14. P(x, y) = 3x - y; Q(x, y) = x^2 y;$$

$$l: y = 2x - 1; \text{ від точки з } x_1 = 1 \text{ до точки з } x_2 = 3.$$

$$15. P(x, y) = x + 2y; Q(x, y) = x + y;$$

$$l: y = x + 1; \text{ від точки з } x_1 = 0 \text{ до точки з } x_2 = 4.$$

$$16. P(x, y) = 2x + y; Q(x, y) = -x + y;$$

$$l: y = 2x + 1; \text{ від точки з } x_1 = 0 \text{ до точки з } x_2 = 2.$$

$$17. P(x, y) = 4x; Q(x, y) = x + y;$$

$$l: x = 2 \cos t; y = 2 \sin t; \text{ від точки з } t_1 = 0 \text{ до точки з } t_2 = \frac{\pi}{2}.$$

$$18. P(x, y) = 4x - y; Q(x, y) = x - y;$$

$$l: y = x + 4; \text{ від точки з } x_1 = 2 \text{ до точки з } x_2 = 4.$$

$$19. P(x, y) = 5x + y; Q(x, y) = x - y;$$

$$l: y = x^2 + 1; \text{ від точки з } x_1 = 1 \text{ до точки з } x_2 = 2.$$

$$20. P(x, y) = x - 2y; Q(x, y) = xy;$$

$$l: y = \sqrt{x}; \text{ від точки з } x_1 = 1 \text{ до точки з } x_2 = 4.$$

$$21. P(x, y) = x - y; Q(x, y) = 2x - 2y;$$

$l: y = \sqrt{x}$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 2$.

22. $P(x, y) = x + y$; $Q(x, y) = x - y$;

$l: x = 3 \cos t, y = \sin t$; від точки з $t_1 = 0$ до точки з $t_2 = \frac{\pi}{6}$.

23. $P(x, y) = -2x + y$; $Q(x, y) = x - 2y$;

$l: y = -3x + 2$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 3$.

24. $P(x, y) = 2x + 4y$; $Q(x, y) = -4x + 4y$;

$l: x = \cos t, y = \sin t$; від точки з $t_1 = 0$ до точки з $t_2 = \frac{\pi}{2}$.

25. $P(x, y) = 3x - 4y$; $Q(x, y) = 3x + 1$;

$l: y = -x + 2$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 2$.

26. $P(x, y) = -2xy$; $Q(x, y) = 2x^2 - 1$;

$l: y = -2x + 3$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 2$.

27. $P(x, y) = x^2 + 4y$; $Q(x, y) = 4xy$;

$l: y = -2x + 1$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 3$.

28. $P(x, y) = x + 2y$; $Q(x, y) = x^2 + 2$;

$l: y = 2 - \frac{x^2}{2}$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 1$.

29. $P(x, y) = x + 6y$; $Q(x, y) = x + y$;

$l: y = x + 2$; від точки з $x_1 = 0$ до точки з $x_2 = 3$.

30. $P(x, y) = 3x + 2y$; $Q(x, y) = x + 2y$;

$l: y = 3x + 1$; від точки з $x_1 = 1$ до точки з $x_2 = 2$.

Завдання 1.3. Обчислити подвійні інтеграли.

1. $\iint_D \cos(x + y) dx dy$ $D: y = 2x; y = 0; x = \frac{\pi}{3}$.

2. $\iint_D (2x + 3y^2) dx dy$ $D: y = x; y = 2x; x = 1$.

3. $\iint_D \frac{y}{x^2} dx dy$ $D : x = 1; x = 2; y = x; y = \frac{1}{2}x$.
4. $\iint_D \sin(x+y) dx dy$ $D : x + y = \frac{\pi}{2}; y = 0; x = 0$.
5. $\iint_D (3x + 2y) dx dy$ $D : y = 1 - x^2; y = 0$.
6. $\iint_D (\sqrt{y} + \sqrt{x}) dx dy$ $D : x = 1; y = x; y = \frac{1}{2}x$.
7. $\iint_D x dx dy$ $D : y = 2^x; y = 2; x = 0$.
8. $\iint_D \frac{y}{x} dx dy$ $D : y = x; y = \frac{1}{2}x; x = 2$.
9. $\iint_D 2^y dx dy$ $D : y = 2 - x; y = x; x = 0$.
10. $\iint_D (x^2 + 6y^2) dx dy$ $D : y = x; y = x^2$.
11. $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ $D : y = x; x + y = 1; y = 0$.
12. $\iint_D xy dx dy$ $D : x = 0; y = 0; y + x = 1$.
13. $\iint_D (x + 2) dx dy$ $D : y = \ln x; y = 0; x = e$.
14. $\iint_D (2y - 4x) dx dy$ $D : x = 1; x = 2; x = 2y$.
15. $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ $D : y = x; x + y = 1; x = 0$.
16. $\iint_D xy dx dy$ $D : y = x^2; y = x$.
17. $\iint_D (3 - y) dx dy$ $D : x^2 = 2y; y = 2$.

18. $\iint_D yx dx dy \quad D: x=1; y=x^2; y=0.$
19. $\iint_D (\sqrt{x}-y) dx dy \quad D: x=4; y=\sqrt{x}; y=0.$
20. $\iint_D (x-3y) dx dy \quad D: y=x; y=x^2.$
21. $\iint_D (x^2+3y^2) dx dy \quad D: x=0; x+y=2; y=x.$
22. $\iint_D (x+y+1) dx dy \quad D: y=x; y=2x; y=2.$
23. $\iint_D \cos(x+3y) dx dy \quad D: x=0; y=x; y=\frac{\pi}{3}.$
24. $\iint_D x^2 y dx dy \quad D: y=x^2; y=\sqrt{x}.$
25. $\iint_D (x+2y) dx dy \quad D: x=1; x=2; y=x; y=\frac{1}{2}x.$
26. $\iint_D (3-2y) dx dy \quad D: y=x^2; y=4; x=0.$
27. $\iint_D 2^{x+y} dx dy \quad D: x=0; y=x; y=1.$
28. $\iint_D (x-8y) dx dy \quad D: y=2-x^2; y=x^2.$
29. $\iint_D (8y+1) dx dy \quad D: y=\frac{x}{2}; y=-\frac{x}{2}; x=1.$
30. $\iint_D xy dx dy \quad D: x=3; y=x; xy=1.$

Завдання 1.4. Обчислити подвійні інтеграли, використовуючи полярні координати.

1. $\iint_D (x+y) dx dy; \quad D: y=\sqrt{9-x^2}; y=0.$

2. $\iint_D e^{-x^2-y^2} dx dy; D: x^2 + y^2 = 16; y = 0; y \geq 0.$
3. $\iint_D \frac{2 dx dy}{4 + x^2 + y^2}; D: y = \sqrt{4 - x^2}; y = 0.$
4. $\iint_D \frac{tg \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy; D: x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{16}.$
5. $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}; D: y = -\sqrt{5 - x^2}; y = 0.$
6. $\iint_D \sqrt{4 + x^2 + y^2} dx dy; D: x^2 + y^2 = 5.$
7. $\iint_D \ln \sqrt{x^2 + y^2} dx dy; D: x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = 9.$
8. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2 + 9} dx dy; D: x^2 + y^2 = 9; x^2 + y^2 = 27.$
9. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} e^{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy; D: x^2 + y^2 = 4.$
10. $\iint_D \frac{\cos \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy; D: x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{4}; x^2 + y^2 = \pi^2.$
11. $\iint_D (4 + x^2 + y^2) dx dy; D: x^2 + y^2 = 16; y = 0; y \geq 0.$
12. $\iint_D \sqrt{16 - x^2 - y^2} dx dy; D: x^2 + y^2 = 16; x \leq 0; y \geq 0.$
13. $\iint_D \left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) dx dy; D: x^2 + y^2 = 1; y = x; y = 0; y \geq 0.$
14. $\iint_D (x + y)^2 dx dy; D: x^2 + y^2 = 1; x = 0; y \geq 0.$
15. $\iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy; D: x^2 + y^2 = 3; x = 0; x \geq 0.$

$$16. \iint_D \operatorname{arccctg} \frac{x}{y} dx dy;$$

$$D: x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = 4; y = \frac{x}{\sqrt{3}}; y = \sqrt{3}x; y \geq 0.$$

$$17. \iint_D (2x + 5y) dx dy; D: x^2 + y^2 = 6x.$$

$$18. \iint_D y dx dy; D: x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = 4.$$

$$19. \iint_D \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dx dy;$$

$$D: x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = 4; y = \frac{x}{\sqrt{3}}; y = \sqrt{3}x; y \geq 0.$$

$$20. \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy; D: x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = 9; y = x; y \geq 0.$$

$$21. \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{16 - x^2 - y^2}}; D: x^2 + y^2 = 8y.$$

$$22. \iint_D (2 + x^2 + y^2) dx dy; D: x^2 + y^2 = 2x; x^2 + y^2 = 4x.$$

$$23. \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy;$$

$$D: x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = 4; y = x; y = \sqrt{3}x; y \geq 0.$$

$$24. \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy; D: x^2 + y^2 = 2x.$$

$$25. \iint_D x dx dy; D: x^2 + y^2 = 2y.$$

$$26. \iint_D y dx dy; D: x^2 + y^2 = 2x.$$

$$27. \iint_D e^{1+x^2+y^2} dx dy; D: y = \sqrt{1-x^2}; y = 0.$$

$$28. \iint_D \ln(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy; D : x^2 + y^2 = 1; x \geq 0; y \geq 0.$$

$$29. \iint_D \frac{x dx dy}{x^2 + y^2}; D : x^2 + y^2 = 2y; x^2 + y^2 = 4.$$

$$30. \iint_D \frac{xy dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}; D : x^2 + y^2 = 4.$$

2 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

Завдання 2.1. Комплексному числу надати тригонометричної і показникової форми.

- | | | |
|---|-----------------------------------|-----------------------------|
| 1) $z_1 = -2 + 2\sqrt{3}i$; | 2) $z_2 = -\sqrt{29}$; | 3) $z_3 = i\sqrt{5}$. |
| 2) $z_2 = \sqrt{3}$; | $z_3 = 1 - \sqrt{3}i$; | $z_4 = -15i\sqrt{2}$. |
| 3) $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$; | $z_3 = -\sqrt[5]{64}$; | $z_4 = -i\sqrt[3]{31}$. |
| 4) $z_2 = \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}i$; | $z_3 = -3,5i$; | $z_4 = \sqrt{2}$. |
| 5) $z_2 = 3 + i$; | $z_3 = -12i$; | $z_4 = -3^7$. |
| 6) $z_2 = -3^{15} + i \cdot 3^{15}$; | $z_3 = -i\sqrt{3}$; | $z_4 = -\sqrt[15]{3}$. |
| 7) $z_2 = 2 + 2\sqrt{3}i$; | $z_3 = i \cdot 2^{-\sqrt{5}} 4$; | $z_4 = -25^{\sqrt[3]{3}}$. |
| 8) $z_2 = \sqrt{3} - i$; | $z_3 = \sqrt{26}i$; | $z_4 = -3^{\sqrt{3}}$. |
| 9) $z_2 = \sqrt[6]{23} - \sqrt[6]{23}i$; | $z_3 = \frac{3}{25}$; | $z_4 = -6^{\sqrt[7]{6}}$. |
| 10) $z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$; | $z_3 = \sqrt[5]{6}i$; | $z_4 = 15^{\sqrt{6}}$. |
| 11) $z_2 = \sqrt[5]{6} - i\sqrt[5]{6}$; | $z_3 = 9,9i$; | $z_4 = \sqrt[5]{26}$. |
| 12) $z_2 = -1 - i$; | $z_3 = -4\sqrt{3}$; | $z_4 = 5^{100}$. |
| 13) $z_2 = -\sqrt{13}i$; | $z_3 = -2\sqrt{3} - 2i$; | $z_4 = -5^{25}$. |
| 14) $z_1 = 2 - 2\sqrt{3}i$; | $z_2 = -\sqrt{26}$; | $z_3 = i\sqrt{7}$. |
| 15) $z_2 = \sqrt{11}$; | $z_3 = -1 - \sqrt{3}i$; | $z_4 = -13\sqrt{2}$. |
| 16) $z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$; | $z_3 = -\sqrt[5]{27}$; | $z_4 = -i\sqrt[3]{13}$. |
| 17) $z_2 = -\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}i$; | $z_3 = -4,5i$; | $z_4 = \sqrt{8}$. |
| 18) $z_2 = -3 + i$; | $z_3 = -32i$; | $z_4 = -2^{100}$. |

- | | |
|--|----------------------------|
| 19) $z_2 = -3^{15} - i \cdot 3^{15}; z_3 = i\sqrt{3};$ | $z_4 = -\sqrt[3]{3}.$ |
| 20) $z_2 = -2 - 2\sqrt{3}i; z_3 = i \cdot 3^{-\sqrt{5}}4;$ | $z_4 = -15^{\sqrt[3]{3}}.$ |
| 21) $z_2 = -\sqrt{3} - i; z_3 = \sqrt{21}i;$ | $z_4 = -9^{\sqrt{3}}.$ |
| 22) $z_2 = -\sqrt[6]{23} - \sqrt[6]{23}i; z_3 = \frac{3}{5};$ | $z_4 = -2^{\sqrt[7]{2}}.$ |
| 23) $z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}; z_3 = \sqrt[5]{2}i;$ | $z_4 = 11^{\sqrt{6}}.$ |
| 24) $z_2 = -\sqrt[5]{6} - i\sqrt[5]{6}; z_3 = 8,9i;$ | $z_4 = \sqrt[5]{23}.$ |
| 25) $z_2 = -1 + i; z_3 = -4\sqrt{7};$ | $z_4 = 6^{100}.$ |
| 26) $z_2 = -\sqrt{15}i; z_3 = 2\sqrt{3} - 2i;$ | $z_4 = -25^{25}.$ |
| 27) $z_1 = -2 - 2\sqrt{3}i; z_2 = -\sqrt{13};$ | $z_3 = i\sqrt{3}.$ |
| 28) $z_2 = \sqrt{7}; z_3 = -1 + \sqrt{3}i;$ | $z_4 = -17i\sqrt{3}.$ |
| 29) $z_2 = -\sqrt{3} + i; z_3 = \sqrt{12}i;$ | $z_4 = -7^{\sqrt{3}}.$ |
| 30) $z_2 = \sqrt[6]{23} + \sqrt[6]{23}i; z_3 = \frac{31}{51};$ | $z_4 = -4^{\sqrt[3]{2}}.$ |

Завдання 2.2. Комплексному числу w надати вигляду $a + ib$.
Навести геометричну інтерпретацію.

- | | | |
|----------------------------|---|----------------------------|
| 1) $w = (3 - i)(2 + 3i);$ | $w = \frac{1 + 2i}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}i};$ | $w^8 - i = 0.$ |
| 2) $w = (2 + i)(-1 + 3i);$ | $w = \frac{-1 + 3i}{\frac{1}{4} - \frac{1}{3}i};$ | $w^3 - i + 1 = 0.$ |
| 3) $w = (1 - i)(-3 - 2i);$ | $w = \frac{1 - 2i}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}i};$ | $w^4 - 1 + i\sqrt{3} = 0.$ |

- | | | |
|---------------------------|--|----------------------------|
| 4) $w = (3+i)(1+2i);$ | $w = \frac{1+i}{-\frac{3}{4}-\frac{1}{3}i};$ | $w^6 - 1 + i\sqrt{3} = 0.$ |
| 5) $w = (3-2i)(1+2i);$ | $w = \frac{-2+3i}{-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}i};$ | $w^5 + 1 = 0.$ |
| 6) $w = (3-2i)(-3+i);$ | $w = \frac{1-i}{\frac{1}{4}-\frac{3}{4}i};$ | $w^8 + 1 = 0.$ |
| 7) $w = (1-i)(-2+3i);$ | $w = \frac{-1+i}{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}i};$ | $w^6 - 1 = 0.$ |
| 8) $w = (2-i)(1+2i);$ | $w = \frac{3-i}{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}i};$ | $w^8 - 1 = 0.$ |
| 9) $w = (1+2i)(-1+3i);$ | $w = \frac{-2-3i}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}i};$ | $w^6 + 2 - 2i = 0.$ |
| 10) $w = (1+2i)(3+i);$ | $w = \frac{-1+2i}{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i};$ | $w^6 + i = 0.$ |
| 11) $w = (2+3i)(1-2i);$ | $w = \frac{1+2i}{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}i};$ | $w^8 + i = 0.$ |
| 12) $w = (-1-2i)(-1+3i);$ | $w = \frac{-1-i}{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}i};$ | $w^4 - 1 + i = 0.$ |
| 13) $w = (-2-3i)(1-2i);$ | $w = \frac{1+2i}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i};$ | $w^6 - i = 0.$ |

- 14) $w = (3 + i)(2 + 3i);$ $w = \frac{1+2i}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}i};$ $w^6 + 1 = 0.$
- 15) $w = (2 + i)(-1 - 3i);$ $w = \frac{-1+3i}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}i};$ $w^6 - 1 - i\sqrt{3} = 0.$
- 16) $w = (1 - i)(3 - 2i);$ $w = \frac{1-2i}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}i};$ $w^6 + 1 - i\sqrt{3} = 0.$
- 17) $w = (3 + i)(1 - 2i);$ $w = \frac{1+i}{-\frac{3}{4} + \frac{1}{3}i};$ $w^6 + 1 + i\sqrt{3} = 0.$
- 18) $w = (3 - 2i)(1 - 2i);$ $w = \frac{-2+3i}{-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}i};$ $w^3 - i - 1 = 0.$
- 19) $w = (3 - 2i)(3 + i);$ $w = \frac{1-i}{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}i};$ $w^3 + i - 1 = 0.$
- 20) $w = (1 - i)(-2 - 3i);$ $w = \frac{-1+i}{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i};$ $w^3 + i + 1 = 0.$
- 21) $w = (-2 - i)(1 + 2i);$ $w = \frac{3-i}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i};$ $w^3 + 1 + i\sqrt{3} = 0.$
- 22) $w = (-1 + 2i)(1 + 3i);$ $w = \frac{-2-3i}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}i};$ $w^3 - 1 + i\sqrt{3} = 0.$
- 23) $w = (1 - 2i)(3 - i);$ $w = \frac{-1+2i}{\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i};$ $w^3 + 1 - i\sqrt{3} = 0.$

- 24) $w = (2 - 3i)(1 - 2i)$; $w = \frac{1+2i}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}i}$; $w^3 - 1 - i\sqrt{3} = 0$.
- 25) $w = (1 - 2i)(-1 + 3i)$; $w = \frac{-1-i}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}i}$; $w^5 - 1 = 0$.
- 26) $w = (2 - 3i)(1 + 2i)$; $w = \frac{1+2i}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i}$; $w^5 - i = 0$.
- 27) $w = (1 - 2i)(3 - 5i)$; $w = \frac{-1-2i}{\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i}$; $w^5 + i = 0$.
- 28) $w = (2 - 3i)(5 - 2i)$; $w = \frac{1-2i}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}i}$; $w^4 - 1 - i = 0$.
- 29) $w = (1 - 5i)(-1 + 3i)$; $w = \frac{-1+i}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}i}$; $w^4 + 1 + i = 0$.
- 30) $w = (2 - 3i)(5 + 2i)$; $w = \frac{1-2i}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i}$; $w^4 + 1 - i = 0$.

Завдання 2.3. Обчислити.

- 1) $(\sqrt{3} + i)^{126}$; 2) $(1 + i)^{137}$; 3) $(2 + 2i)^{28}$;
 4) $(1 - i)^{72}$; 5) $(\sqrt{3} - 3i)^{36}$; 6) $(1 + i\sqrt{3})^{40}$;
 7) $(\sqrt{3} + 3i)^{48}$; 8) $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{24}$; 9) $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{30}$;

- 10) $\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{46}$; 11) $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{52}$; 12) $(3 - i\sqrt{3})^{24}$;
 13) $(3 + i\sqrt{3})^{30}$; 14) $(\sqrt{3} - i)^{126}$; 15) $(1 - i)^{137}$;
 16) $(2 - 2i)^{28}$; 17) $(1 + i)^{72}$; 18) $(\sqrt{3} + 3i)^{36}$;
 19) $(1 - i\sqrt{3})^{40}$; 20) $(\sqrt{3} - 3i)^{48}$; 21) $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{24}$;
 22) $\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{30}$; 23) $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{46}$; 24) $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{52}$;
 25) $(3 + i\sqrt{3})^{24}$; 26) $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{33}$; 27) $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{22}$;
 28) $(1 + \sqrt{2} - i(\sqrt{2} + 1))^{12}$; 29) $(1 + \sqrt{2} + i(\sqrt{2} + 1))^{12}$;
 30) $(1 + \sqrt{2} - i(\sqrt{2} + 1))^{24}$;

Завдання 2.4. Знайти множину точок на площині комплексної змінної z , що визначається наступними умовами (графічно).

- 1) а) $|z - 8| < |1 - 8\bar{z}|$; б) $\begin{cases} |z| = 4, \\ \frac{\pi}{2} < \arg z < \pi. \end{cases}$
- 2) а) $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right)^2 < 1$; б) $\begin{cases} -\frac{\pi}{4} < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{4}, \\ -\infty < \operatorname{Im} z < \infty. \end{cases}$
- 3) а) $\operatorname{Im} \frac{1}{z} < -\frac{1}{2}$; б) $\begin{cases} |z| = 4, \\ \pi < \arg z < \frac{3\pi}{2}. \end{cases}$

$$4) \text{ a) } \frac{1}{4} < \operatorname{Re} \frac{1}{z} + \operatorname{Im} \frac{1}{z} < \frac{1}{2};$$

$$5) \text{ a) } |z| = \operatorname{Im} z - 1;$$

$$6) \text{ a) } \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z < 1;$$

$$7) \text{ a) } \operatorname{Re}(\bar{z})^2 = 1;$$

$$8) \text{ a) } \operatorname{Re}(1+z) = |z|;$$

$$9) \text{ a) } |z-3| < |1-3\bar{z}|;$$

$$10) \text{ a) } |z| - 3 \operatorname{Im} z = 6;$$

$$11) \text{ a) } 3|z| - \operatorname{Re} z = 12;$$

$$12) \text{ a) } |z| = \operatorname{Re} z + 1;$$

$$13) \text{ a) } \operatorname{Im}(\overline{z^2 - \bar{z}}) = 2 - \operatorname{Im} z;$$

$$\bar{6}) \begin{cases} 0 < \operatorname{Im} z < \pi, \\ -\infty < \operatorname{Re} z < 9. \end{cases}$$

$$\bar{6}) \begin{cases} |z| = 2, \\ -\frac{\pi}{2} < \arg z < 0. \end{cases}$$

$$\bar{6}) \begin{cases} 0 < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{2}, \\ 0 < \operatorname{Im} z < \infty. \end{cases}$$

$$\bar{6}) \begin{cases} -\pi < \operatorname{Re} z < \pi, \\ -\infty < \operatorname{Im} z < 0. \end{cases}$$

$$\bar{6}) \begin{cases} |z| < \infty, \\ -\frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$\bar{6}) \begin{cases} 0 < \operatorname{Im} z < \pi, \\ 0 < \operatorname{Re} z < \infty. \end{cases}$$

$$\bar{6}) \begin{cases} \operatorname{Im} z > 0, \\ \operatorname{Re} z > 0. \end{cases}$$

$$\bar{6}) \begin{cases} |z| < \infty, \\ \frac{\pi}{2} < \arg z < \pi. \end{cases}$$

$$\bar{6}) \begin{cases} -\pi < \operatorname{Im} z < 0, \\ 0 < \operatorname{Re} z < \infty. \end{cases}$$

$$\bar{6}) \begin{cases} |\bar{z}| = 3, \\ 0 < \arg z < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$14) \text{ a) } |z-1| < |1-\bar{z}|;$$

$$15) \text{ a) } \operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right)^2 > 2;$$

$$16) \text{ a) } \operatorname{Im} \frac{1}{z} > -\frac{1}{3};$$

$$17) \text{ a) } \frac{1}{6} < \operatorname{Re} \frac{1}{z} + \operatorname{Im} \frac{1}{z} < \frac{1}{4};$$

$$18) \text{ a) } |z| > \operatorname{Im} z - 1;$$

$$19) \text{ a) } \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 24;$$

$$20) \text{ a) } \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right)^2 < 2;$$

$$21) \text{ a) } \operatorname{Re}(1+z) > |z|;$$

$$22) \text{ a) } |z-4| > |1-4\bar{z}|;$$

$$23) \text{ a) } |z| - 3 \operatorname{Im} z > 6;$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| = 5, \\ \frac{\pi}{2} < \arg z < \pi. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -\frac{3\pi}{4} < \operatorname{Re} z < \frac{3\pi}{4}, \\ -\infty < \operatorname{Im} z < \infty. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| = 6, \\ \pi < \arg z < \frac{3\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0 < \operatorname{Im} z < \pi, \\ -\infty < \operatorname{Re} z < 4. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| = 3, \\ -\frac{\pi}{2} < \arg z < 0. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0 < \operatorname{Re} z < \frac{3\pi}{2}, \\ 0 < \operatorname{Im} z < \infty. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -2\pi < \operatorname{Re} z < 2\pi, \\ -\infty < \operatorname{Im} z < 0. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| < \infty, \\ -\frac{3\pi}{4} < \arg z < \frac{3\pi}{4}. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0 < \operatorname{Im} z < 2\pi, \\ 0 < \operatorname{Re} z < \infty. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \operatorname{Im} z < 0, \\ \operatorname{Re} z > 0. \end{cases}$$

- 24) а) $3|z| - \operatorname{Re} z < 12$; б) $\begin{cases} |z| < \infty, \\ \frac{\pi}{2} < \arg z < 2\pi. \end{cases}$
- 25) а) $|z| < \operatorname{Re} z + 1$; б) $\begin{cases} -2\pi < \operatorname{Im} z < 0, \\ 0 < \operatorname{Re} z < \infty. \end{cases}$
- 26) а) $\operatorname{Im}(\overline{z^2 - z}) > 2 - \operatorname{Im} z$; б) $\begin{cases} |\overline{z}| = 2, \\ 0 < \arg z < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$
- 27) а) $|z - 5| > |1 - 5\bar{z}|$; б) $\begin{cases} 0 < \operatorname{Im} z < 3\pi, \\ 0 < \operatorname{Re} z < \infty. \end{cases}$
- 28) а) $\operatorname{Im} \frac{1}{z} < \frac{1}{6}$; б) $\begin{cases} |z| = 9, \\ \pi < \arg z < \frac{3\pi}{2}. \end{cases}$
- 29) а) $\operatorname{Re} \frac{1}{z} > -\frac{1}{8}$; б) $\begin{cases} |z| = 7, \\ \frac{3\pi}{2} < \arg z < 2\pi \end{cases}$
- 30) а) $\operatorname{Im} \frac{1}{z} > 1$; б) $\begin{cases} 0 < \operatorname{Re} z < \frac{5\pi}{2}, \\ 0 < \operatorname{Im} z < \infty. \end{cases}$

Завдання 2.5. Відновити аналітичну функцію за заданою дійсною або уявною частиною $u(x, y)$, $v(x, y)$.

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| 1) $u(x, y) = 2^x \cos(y \ln 2)$ | 2) $v(x, y) = 2^x \sin(y \ln 2)$. |
| 3) $u(x, y) = x^2 - y^2 + 1$. | 4) $v(x, y) = -2y - 2xy$. |
| 5) $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + y$. | 6) $v(x, y) = 2xy - 17y$. |
| 7) $u(x, y) = x^2 - y^2 - 7x$. | 8) $u(x, y) = \cos x \cosh y$. |

9) $v(x, y) = -2 \sin x \operatorname{sh} y.$

11) $u(x, y) = 2x + x^2 - y^2.$

13) $v(x, y) = -e^{-2x} \sin 2y.$

15) $v(x, y) = 2 \cos x \operatorname{ch} y.$

17) $v(x, y) = -3^x \sin(y \ln 3).$

19) $v(x, y) = 2y + 2xy + 3y.$

21) $v(x, y) = 2xy + 12.$

23) $u(x, y) = \sin x \operatorname{ch} y.$

25) $v(x, y) = -3x^2 y + y^3 + 2y.$

27) $v(x, y) = 3x^2 y - y^3 + y.$

29) $u(x, y) = e^{-3x} \cos 3y + x.$

10) $v(x, y) = 3x^2 y - y^3.$

12) $v(x, y) = -2xy + 8x.$

14) $u(x, y) = e^{-2x} \cos 2y.$

16) $u(x, y) = -3^x \cos(y \ln 3).$

18) $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 1.$

20) $u(x, y) = -x^3 + 3xy^2 - y.$

22) $u(x, y) = -x^3 + 3xy^2 - x.$

24) $v(x, y) = 3 \sin x \operatorname{sh} y + y.$

26) $u(x, y) = -x^2 + y^2 + 3x.$

28) $v(x, y) = -e^{-3x} \sin 3y + y.$

30) $v(x, y) = -3 \cos x \operatorname{ch} y + y.$

3 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Завдання 3.1. Знайти загальний розв'язок рівняння з відокремлюваними змінними.

$$1. \frac{dx}{dt} = 4t^3 \sqrt{x}.$$

$$2. 3x^2 \frac{dy}{dx} - 1 = \cos 2y.$$

$$3. xy' + y = 2y^2.$$

$$4. 2x^2 yy' - y^2 = 8.$$

$$5. (1 + e^y) dx - e^{2y} \sin^3 x dy = 0.$$

$$6. 1 + \frac{dy}{dx} = \sin 2x.$$

$$7. \frac{dz}{dx} = 5^{x-z}.$$

$$8. 2y \frac{dy}{dt} + 5t^4 = 1.$$

$$9. \frac{dy}{dx} = \frac{2(y+1)}{x+1}.$$

$$10. y' = 4x - 2.$$

$$11. x(1 + y^2) + y(1 + x^2) \frac{dy}{dx} = 0.$$

$$12. x^3 y^2 y' + 2 = 2y.$$

$$13. (x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = 0.$$

$$14. \frac{dy}{dx} = x^2 y^2 + 2xy^2.$$

$$15. xy dx + (x + 5) dy = 0.$$

$$16. \sqrt{y^2 + 9} dx = 2(x + 3) y dy.$$

$$17. \frac{dx}{y^3} - \frac{dy}{x^5} = 0.$$

$$18. ye^x dx = \ln y dy.$$

$$19. (y^2 - 5) \frac{dy}{dx} + 2x^3 y^2 = 0.$$

$$20. y' \operatorname{ctgx} + y = 2.$$

$$21. y' = 3\sqrt[3]{y^2}.$$

$$22. \operatorname{ctgx} \frac{dy}{dx} = y \ln y.$$

$$23. \frac{dy}{dx} - (5x - 2) \operatorname{ctgy} = 0.$$

$$24. (x^2 + 16) \frac{dy}{dx} + 4y^2 = 0.$$

$$25. \operatorname{tgx} \frac{dy}{dx} = y + 3.$$

$$26. \sin x \cdot \operatorname{ctg} y dx - \frac{dy}{\sin x} = 0.$$

$$27. \sin y dx + x \cos y dy = 0.$$

$$28. y' \sqrt{1 - x^2} - \operatorname{tg} y = 0.$$

29. $xy' = y + 4$.

30. $(4 + y^2)dx - 2(y + yx^2)dy = 0$.

Завдання 3.2. Знайти загальний розв'язок однорідного рівняння.

1. $x^2 y' = y^2 - 2xy$.

2. $ydx + (2x^2/y + x)dy = 0$.

3. $2xdy = (x + 2y)dx$.

4. $xy' = y - 5xe^{5y/x}$.

5. $\left(x - y \cos \frac{y}{x}\right)dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$.

6. $\frac{dy}{dx} = \frac{y + 6x}{x}$.

7. $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}$.

8. $(5x + 2y)dx - xdy = 0$.

9. $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$.

10. $(y^3 - 2x^2y)dx + x^3dy = 0$.

11. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + y^2 e^{-x/y}}{x^2}$.

12. $2x^3 y' = y(2x^2 - y^2)$.

13. $y^2 + x^2 y' = xy y'$.

14. $(x^2 + y^2)y' = 2xy$.

15. $xy' - y = 5x \operatorname{ctg} \frac{y}{x}$.

16. $2xy + 2y^2 = (x^2 + xy)y'$.

17. $5x(x - y)y' = xy - y^2$.

18. $xy' + y \left(\ln \frac{y}{x} - 1 \right) = 0$.

19. $x^2 y' = y(x + y)$.

20. $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$.

21. $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$.

22. $y'x^2 + xy + y^2 = 0$.

23. $xy' = y \ln(y/x) + y$.

24. $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$.

25. $\ln(y/x)xy' = y$.

26. $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$.

27. $y' = \frac{y}{x} - 5$.

28. $\left(x - y \operatorname{tg} \frac{y}{x}\right)dx + x \operatorname{tg} \frac{y}{x} dy = 0$.

29. $xyy' = 5x^2 + y^2$.

30. $\left(x - y \sin \frac{y}{x}\right)dx + x \sin \frac{y}{x} dy = 0$.

Завдання 3.3. Знайти загальний розв'язок лінійного рівняння першого порядку або рівняння Бернуллі.

1. $y' = \frac{x}{y} e^{2x} + y$.
2. $\frac{dx}{x} = \left(\frac{1}{y} - 2x \right) dy$.
3. $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x$.
4. $x \frac{dy}{dx} + y = \sin x$.
5. $x \frac{dy}{dx} + y = \ln x + 1$.
6. $x^2 \frac{dy}{dx} + xy + 1 = 0$.
7. $xy' - 2y + x^2 = 0$.
8. $\frac{dy}{dx} - 2xy = 3x^2 - 2x^4$.
9. $\frac{dy}{dx} - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$.
10. $xy' - 2y = 2x^4$.
11. $y' + y \operatorname{tg} x = \sec x$.
12. $(xy + e^x) dx - x dy = 0$.
13. $x^2 y' + xy + 1 = 0$.
14. $\frac{dy}{dx} - y \cos x = e^{-\sin x}$.
15. $xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$.
16. $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$.
17. $2y' - \frac{x}{y} = \frac{xy}{x^2 - 1}$.
18. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x^2$.
19. $\frac{dy}{dx} - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$.
20. $2x(x^2 + y) dx = dy$.
21. $y = x(y' - x \cos x)$.
22. $(xy' - 1) \ln x = 2y$.
23. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x} + \frac{x^2}{2y}$.
24. $x \frac{dy}{dx} + (x + 1)y = 3x^2 e^{-x}$.
25. $xy^2 y' = x^2 + y^3$.
26. $(x + 1)(y' + y^2) = -y$.
27. $y' + 2y = y^2 e^x$.
28. $\frac{dy}{dx} = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$.
29. $x^2 y' = 2xy + 3$.
30. $\frac{dy}{dx} + 2xy = x e^{-x^2}$.

Завдання 3.4. Знайти загальний розв'язок рівняння вищого порядку.

$$1. y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}.$$

$$2. y''' = y''^2.$$

$$3. y''' = 2(y'' - 1) \operatorname{ctgx}.$$

$$4. y'''^3 + xy'' = 2y'.$$

$$5. y'' = xy' + y' + 1.$$

$$6. y''^2 = y'^2 + 1.$$

$$7. y'' - xy''' + y'''^3 = 0.$$

$$8. (1 + x^2)y'' + y'^2 + 1 = 0.$$

$$9. y''(2y' + x) = 1.$$

$$10. (1 - x^2)y'' + xy' = 2.$$

$$11. y'' = 2\sqrt{y'}.$$

$$12. y''' \cdot y'^2 = y'''^3.$$

$$13. xy'' = y' + x(y'^2 + x^2).$$

$$14. y' = xy'' - \frac{1}{2}(y'')^2.$$

$$15. xy''' = y'' - xy''.$$

$$16. x^2y'' = y'^2.$$

$$17. y'y''' - 3y''^2 = 0.$$

$$18. 4y' + y''^2 = 4xy''.$$

$$19. y''(e^x + 1) + y' = 0.$$

$$20. 2xy'' + y''' = 0.$$

$$21. y''^2 = 4(y' - 1).$$

$$22. y''^2 + y' = xy''.$$

$$23. y''' = y'' - xy''.$$

$$24. y''(x^2 + 1) = 2xy'.$$

$$25. 2y'(y'' + 2) = xy'''^2.$$

$$26. xy'' + xy'^2 - y' = 0.$$

$$27. y''^2 - 2y'y''' + 1 = 0.$$

$$28. y''' = 3y''^2.$$

$$29. 2xy'y'' = y'^2 - 1.$$

$$30. y''' = 6y''^2.$$

Завдання 3.5. Знайти загальний розв'язок рівняння методом невизначених коефіцієнтів (з відшукуванням числових значень коефіцієнтів).

$$1. y'' - 5y' = 3x^2 + \sin 5x.$$

$$2. y'' - 2y' + y = 3xe^x.$$

$$3. y'' - 2y' + y = 2xe^x.$$

$$4. y^{IV} - 2y^{IV} + y''' = 3x + 5e^x.$$

$$5. y'' + 2y' + y = xe^{-x} + \cos x.$$

$$6. y'' - 4y' + 3y = xe^x - 3e^{3x}.$$

$$7. y'' - 5y' = 4x^2 - e^{5x}.$$

$$8. y^{IV} - 8y' = xe^{2x} + x.$$

9. $y'' - 2y' + 2y = e^x + x \cos x$.

11. $y'' - y = 2 \sin x - 4 \cos x$.

13. $y'' + y = \cos x + \cos 2x$.

15. $y'' - 2y' + y = 4e^x$.

17. $y''' - 3y'' + 3y' - y = 2e^x$.

19. $y'' - 9y = e^{3x} \cos x$.

21. $y'' + 2y' + y = e^{-x} \cos x + xe^{-x}$.

23. $y''' + y = x^2 - x + 1$.

25. $y'' - 4y' + 3y = x$.

27. $y^{IV} + 2y'' + y = \cos x + \sin 2x$.

29. $y'' - 2y' + 5y = e^x + x \sin 2x$.

10. $y'' + y = 4xe^x$.

12. $y'' + 4y = \sin 2x$.

14. $y'' - 3y' = e^{3x} - 18x$.

16. $y^{IV} + 2y'' + y = \cos x$.

18. $y'' + y = 4x \cos x$.

20. $y^{IV} - y = 5e^x \sin x$.

22. $y^{IV} - 8y' = xe^{2x}$.

24. $y''' - 7y'' + 6y = x^2$.

26. $y''' - 2y'' + 2y' = 2x + e^x$.

28. $y^{IV} - 2y^{IV} + y''' = e^x$.

30. $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$.

МОДУЛЬ2

4 ОПЕРАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ

Завдання 4.1. Знайти зображення заданої функції-оригіналу.

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1. $f(t) = \sin^2 t$ | 2. $f(t) = \cos^3 t$ |
| 3. $f(t) = \sin^4 t$ | 4. $f(t) = \sin 2t \cos 3t$ |
| 5. $f(t) = \sin 2t \sin 3t$ | 6. $f(t) = \cos 2t \cos 3t$ |
| 7. $f(t) = \cos^2 t$ | 8. $f(t) = \sin^3 t$ |
| 9. $f(t) = \cos^4 t$ | 10. $f(t) = t \sin 3t$ |
| 11. $f(t) = t \cos 2t$ | 12. $f(t) = te^t$ |
| 13. $f(t) = t^2 \cos t$ | 14. $f(t) = \cos^2(t-3) \cdot \eta(t-3)$ |
| 15. $f(t) = e^{t-2} \eta(t-2)$ | 16. $f(t) = \sin(t-1) \cdot \eta(t-1)$ |
| 17. $f(t) = e^{-4t} \cos^2 5t$ | 18. $f(t) = te^t \cos t$ |
| 19. $f(t) = e^{3t} \sin^2 t$ | 20. $f(t) = e^t \sin t$ |
| 21. $f(t) = t^3 e^{-t}$ | 22. $f(t) = t \cdot \sin 3t$ |
| 23. $f(t) = e^t \cos 5t$ | 24. $f(t) = e^{2t} \sin t$ |
| 25. $f(t) = (t+1) \sin 2t$ | 26. $f(t) = t(e^t + \cos t)$ |
| 27. $f(t) = e^{5t} \cos 7t$ | 28. $f(t) = e^{6t} \sin 3t$ |
| 29. $f(t) = (t+2) \cos t$ | 30. $f(t) = t(e^{4t} + \sin t)$ |

Завдання 4.2. Для даних зображень знайти оригінали.

- | | |
|------------------------------------|---|
| 1. $F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2 - 1}$ | 2. $F(p) = \frac{e^{-p/3}}{p(p^2 + 1)}$ |
|------------------------------------|---|

3. $F(p) = \frac{e^{-p/2}}{p(p+1)(p^2+4)}.$
4. $F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2} + \frac{2e^{-2p}}{p^3} + \frac{6e^{-3p}}{p^4}.$
5. $F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2 - 2p + 5}.$
6. $F(p) = \frac{e^{-2p} + 2e^{-3p} + 3e^{-4p}}{p^2 + 1}.$
7. $F(p) = \frac{pe^{-2p}}{p^2 - 4}.$
8. $F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p-1)}.$
9. $F(p) = \frac{e^{-3p}}{(p+1)^2}.$
10. $F(p) = \frac{e^{-3p}}{p+3}.$
11. $F(p) = \frac{e^{-2p}}{p-1}.$
12. $F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2}.$
13. $F(p) = \frac{2e^{-p}}{p^3}.$
14. $F(p) = \frac{1}{p^2 + 4p + 5}.$
15. $F(p) = \frac{p}{(p+1)^2}.$
16. $F(p) = \frac{1}{p^2 + 4p + 3}.$
17. $F(p) = \frac{p}{(p^2 + 1)^2}.$
18. $F(p) = \frac{1}{p^3 + 2p^2 + p}.$
19. $F(p) = \frac{1}{p^2 - p + 7}.$
20. $F(p) = \frac{2p^3 + p^2 + 2p + 2}{p^5 + 2p^4 + 2p^3}.$
21. $F(p) = \frac{1}{p^2(p+1)^2}.$
22. $F(p) = \frac{p+2}{(p+1)(p-2)(p^2+4)}.$
23. $F(p) = \frac{3pe^{-2p}}{p^2 + 9}.$
24. $F(p) = \frac{2p+3}{p^3 + 4p^2 + 5p}.$
25. $F(p) = \frac{1}{(p-1)^2(p+2)}.$
26. $F(p) = \frac{p^2 + 2p - 1}{p^3 - 2p^2 + 2p - 1}.$

$$\begin{aligned}
 27. F(p) &= \frac{p^2 + 2p - 1}{p^3 + 3p^2 + 3p + 1}. & 28. F(p) &= \frac{pe^{-2p}}{p^2 + 9}. \\
 29. F(p) &= \frac{e^{-3p}}{p^4}. & 30. F(p) &= \frac{e^{-4p}}{p^2 + 1}.
 \end{aligned}$$

Завдання 4.3. Розв'язати задачу Коші.

- | | |
|-----------------------------------|--|
| 1. $x' + x = e^{-t}$, | $x(0) = 1$; |
| 2. $x'' + x = 1$, | $x(0) = -1$, $x'(0) = 0$; |
| 3. $x' - x = 1$, | $x(0) = -1$; |
| 4. $x''' + x' = e^t$, | $x(0) = 0$, $x'(0) = 2$, $x''(0) = 0$; |
| 5. $x' + 2x = \sin t$, | $x(0) = 0$; |
| 6. $x''' + x' = \cos t$, | $x(0) = 0$, $x'(0) = -2$, $x''(0) = 0$; |
| 7. $x'' + x' = 1$, | $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$; |
| 8. $x'' + 4x = t$, | $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$; |
| 9. $x'' + x = 0$, | $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$; |
| 10. $x'' - 2x' + 5x = 1 - t$, | $x(0) = x'(0) = 0$; |
| 11. $x'' = 1$, | $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$; |
| 12. $x'' + x' = \cos t$, | $x(0) = 2$, $x'(0) = 0$; |
| 13. $x'' + 3x' = e^t$, | $x(0) = 0$, $x'(0) = -1$; |
| 14. $x''' + 3x'' + 3x' + x = 1$, | $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$; |
| 15. $x'' - 2x' = e^{2t}$, | $x(0) = x'(0) = 0$; |
| 16. $x'' - x = \sin t$, | $x(0) = -1$, $x'(0) = 0$; |
| 17. $x'' + 2x' - 3x = e^{-t}$, | $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$; |
| 18. $x'' + 2x' + x = t$, | $x(0) = x'(0) = 0$; |
| 19. $x''' + x' = 1$, | $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$; |
| 20. $x'' + x = 2 \sin t$, | $x(0) = 1$, $x'(0) = -1$; |

21. $x'' + 2x' = t \sin t$, $x(0) = x'(0) = 0$;
22. $x'' - 2x' + x = t - \sin t$, $x(0) = x'(0) = 0$;
23. $x'' + 2x' + x = \sin t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = -1$;
24. $x'' + 4x = 2 \cos t \cos 3t$, $x(0) = x'(0) = 0$;
25. $x''' - x'' = \sin t$, $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$;
26. $x'' + 2x' + x = 2 \cos^2 t$, $x(0) = x'(0) = 0$;
27. $x^{IV} - x'' = \cos t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = -1$; $x''(0) = x'''(0) = 0$
28. $x^{IV} - x'' = 1$, $x(0) = x'(0) = x''(0) = x'''(0) = 0$;
29. $x'' - x' + x = e^{-t}$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$;
30. $x^{IV} + x''' = \cos t$, $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$; $x'''(0) = 1$

5 ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

В задачах даного розділу N означає варіант студента (його номер по журналу); $N(mod k)$ означає число N , взяте за модулем k (тобто остачу від ділення N на k).

Завдання 5.1. Для доступу до комп'ютера оператор повинен набрати код, який складається з $5 + N(mod 6)$ цифр. Оператор забув необхідний код і набирає його наважання. Яка ймовірність вірно набрати код, якщо

- а) цифри в коді не повторюються;
- б) цифри в коді можуть повторюватись?

Завдання 5.2. Два стрільці роблять по одному пострілу в мішень кожний. Ймовірність того, що перший стрілець влучить, дорівнює $1 - 0,01N$. Для другого стрільця ймовірність влучити дорівнює $1 - 0,02N$. Яка ймовірність того, що в мішень влучить

- а) тільки один стрілець;
- б) принаймні один стрілець?

Завдання 5.3. Магазин отримує продукцію від двох виробників: перший постачає $(60 + N)\%$ усіх виробів, а другий $(40 - N)\%$. Імовірність продажу виробів першого постачальника дорівнює $1 - 0,01N$, другого – $1 - 0,02N$. Яка ймовірність того, що наважання обраний виріб буде реалізовано?

Завдання 5.4. Ймовірність того, що студент складе залік з першого разу, дорівнює $1 - 0,02N$. Яка ймовірність того, що в групі з 5 студентів залік з першого разу складуть $N(\bmod 6)$ студентів?

Завдання 5.5. Стрілець провів серію з 900 пострілів, в кожному з яких ймовірність влучити в ціль складає 0,8.

а) За локальною теоремою Муавра-Лапласа знайти ймовірність того, що стрілець влучив у ціль $N + 700$ разів.

б) За інтегральною теоремою Муавра-Лапласа знайти ймовірність того, що стрілець влучив у ціль від 700 до $N + 720$ разів.

Завдання 5.6. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу. Знайти математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення випадкової величини X .

X	0	1+N	2+N	3+N
p	0.2	0.1	0.3	0.4

Завдання 5.7. Нерерервна випадкова величина X задана функцією розподілу $F(x)$. Знайти щільність розподілу $f(x)$, математичне сподівання і дисперсію випадкової величини X , ймовірність того, що X прийме значення в інтервалі $(\alpha; \beta)$.

$$1. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x^2 - x}{2}, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \beta = 1,5$$

$$2. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{8}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$\alpha = 2, \beta = 3$$

$$3. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x-2}{2}, & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$\alpha = 2, \beta = 3.$$

$$4. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3 \\ \frac{x+3}{6}, & -3 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$\alpha = -1, \beta = 2.$$

$$5. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

$$\alpha = 0, \beta = 0.5.$$

$$6. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{9}, & 0 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \beta = 2.$$

$$7. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \beta = 2.$$

$$8. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{12}, & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$\alpha = 3, \beta = 4.$$

$$9. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{2}.$$

$$10. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2 + x}{12}, & 0 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$\alpha = 0, \beta = 2.$$

$$11. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{16}, & 3 < x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

$$12. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$\alpha = 4, \beta = 5.$$

$$\alpha = 1, \beta = 2.$$

$$13. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ \frac{x+2}{5}, & -2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$\alpha = -1, \beta = 2.$$

$$14. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{-x^3 + 10x}{3}, & 0 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \beta = 2.$$

$$15. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ x-1, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \beta = 1.5.$$

$$16. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2 + 2x}{8}, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$\alpha = 0, \beta = 1.$$

$$17. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{x-1}{2}, & 1 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3, \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \beta = 2.$$

$$18. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{x^2 - 1}{3}, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2, \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \beta = 1.5.$$

$$19. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2 + x}{6}, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2, \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \beta = 2.$$

$$20. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2, \\ \frac{x+2}{4}, & -2 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2, \end{cases}$$

$$\alpha = 0, \beta = 1.$$

$$21. F(x) = \begin{cases} 0, x \leq 1, \\ \frac{(x-1)^2}{4}, 1 < x \leq 3, \\ 1, x > 3, \end{cases}$$

$$\alpha = 2, \beta = 3.$$

$$22. F(x) = \begin{cases} 0, x \leq -2, \\ \frac{3x+6}{15}, -2 < x \leq 3, \\ 1, x > 3 \end{cases}$$

$$\alpha = -1, \beta = 2.$$

$$23. F(x) = \begin{cases} 0, x \leq -1, \\ \frac{2x+2}{6}, -1 < x \leq 2, \\ 1, x > 2, \end{cases}$$

$$\alpha = 0, \beta = 2$$

$$24. F(x) = \begin{cases} 0, x \leq 0, \\ \frac{x^2+3x}{10}, 0 < x \leq 2, \\ 1, x > 2, \end{cases}$$

$$\alpha = 0, \beta = 1.$$

$$25. F(x) = \begin{cases} 0, x \leq 3, \\ (x-3)^2, 3 < x \leq 4, \\ 1, x > 4, \end{cases}$$

$$\alpha = 3, \beta = 3,5.$$

$$26. F(x) = \begin{cases} 0, x \leq 1, \\ \frac{x^3-1}{26}, 1 < x \leq 3, \\ 1, x > 1, \end{cases}$$

$$\alpha = 2, \beta = 3.$$

$$27. F(x) = \begin{cases} 0, x \leq 0, \\ x^4, 0 < x \leq 1, \\ 1, x > 1 \end{cases}$$

$$\alpha = 0,5, \beta = 1.$$

$$28. F(x) = \begin{cases} 0, x \leq 2, \\ (x-2)^2, 2 < x \leq 3, \\ 1, x > 1, \end{cases}$$

$$\alpha = 2,5, \beta = 3.$$

$$29. F(x) = \begin{cases} 0, x \leq 0, \\ \frac{x^3+x}{10}, 0 < x \leq 2, \\ 1, x > 2, \end{cases}$$

$$\alpha = 1, \beta = 2.$$

$$30. F(x) = \begin{cases} 0, x \leq -1, \\ \frac{x+1}{4}, -1 < x \leq 3, \\ 1, x > 1, \end{cases}$$

$$\alpha = 0, \beta = 2.$$

Завдання 5.8. Відомо математичне сподівання a і середнє квадратичне відхилення σ нормально розподіленої випадкової величини X . Знайти ймовірність того, що X прийме значення з інтервалу $(\alpha; \beta)$.

1. $a=10, \sigma=4, \alpha=2, \beta=13$.
2. $a=9, \sigma=5, \alpha=5, \beta=14$.
3. $a=8, \sigma=4, \alpha=2, \beta=13$
4. $a=7, \sigma=2, \alpha=3, \beta=10$
5. $a=6, \sigma=3, \alpha=2, \beta=11$.
6. $a=5, \sigma=1, \alpha=1, \beta=12$
7. $a=4, \sigma=5, \alpha=2, \beta=11$
8. $a=3, \sigma=2, \alpha=3, \beta=10$
9. $a=2, \sigma=5, \alpha=4, \beta=9$.
10. $a=2, \sigma=4, \alpha=6, \beta=10$
11. $a=2, \sigma=2, \alpha=1, \beta=6$.
12. $a=2, \sigma=2, \alpha=2, \beta=5$.
13. $a=2, \sigma=2, \alpha=3, \beta=5$.
14. $a=2, \sigma=2, \alpha=3, \beta=6$.
15. $a=3, \sigma=3, \alpha=3, \beta=7$.
16. $a=3, \sigma=3, \alpha=3, \beta=8$.
17. $a=4, \sigma=4, \alpha=4, \beta=7$.
18. $a=4, \sigma=4, \alpha=5, \beta=7$.

- 19. $a=4, \sigma=4, \alpha=5, \beta=8.$
- 20. $a=3, \sigma=3, \alpha=5, \beta=8.$
- 21. $a=3, \sigma=3, \alpha=5, \beta=9.$
- 22. $a=2, \sigma=2, \alpha=2, \beta=6.$
- 23. $a=3, \sigma=4, \alpha=0, \beta=6.$
- 24. $a=5, \sigma=3, \alpha=5, \beta=10$
- 25. $a=3, \sigma=2, \alpha=5, \beta=9.$
- 26. $a=2, \sigma=2, \alpha=0, \beta=5.$
- 27. $a=2, \sigma=3, \alpha=2, \beta=4.$
- 28. $a=3, \sigma=3, \alpha=2, \beta=5.$
- 29. $a=1, \sigma=3, \alpha=1, \beta=6.$
- 30. $a=1, \sigma=3, \alpha=3, \beta=7.$

ЛИТЕРАТУРА

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г.Н. Берман. – М. : Наука. – 2005. – 416 с.
2. Бугров Я.С. Высшая математика. Дифференциальное и интегральное исчисление : учебник для студентов инженерно-технических специальностей вузов / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М. : Наука, 1980. – 432 с.
3. Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей: Учеб. Пособие для втузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2002.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для студентов вузов. / Гмурман В.Е. – М.: Высш. шк., 2001.
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. / Гмурман В.Е. – М.: Высш. шк., 2001.
6. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. / Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. – М. : Высшая школа, 2003. – Ч. 1. – 2003. – 416 с.
7. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. / Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. – М. : Высшая школа, 2003. – Ч. 2. – 2003. – 415 с.
8. Краснов М.Т., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. / Краснов М.Т., Киселев А.И., Макаренко Г.И. – М.: Наука, 1981
9. Кузнецов Л.А. Сборник задач по высшей математике (типовые расчёты) / Кузнецов Л.А. – М.: Высшая школа, 1983. – 175с.
10. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для ВТУЗов : в 2 т. / Н.С. Пискунов. – М. : Наука, 1985. – Т. 1. – 1985. – 526 с.

11. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для ВТУЗов : в 2 т. / Н.С. Пискунов. – М. : Наука, 1985. – Т. 2. – 576 с.
12. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М. : Айрис-пресс, 2006. – 608 с.
13. Сборник задач по курсу Высшей математики/ под ред. Г.И.Кручовича. – М.:Высш. Шк., 1973
14. Сборник задач по математике для вузов/под ред. А.Е.Ефимова, В.П. Демидовича. М.: Высш. Шк., 1978. – ч.1,2.
15. Сборник задач по математике для ВТУЗов. Ч.П. Специальные разделы математического анализа / под ред. В.А. Ефимова, Б.П. Демидовича. – М. : Наука, 1986. – 615с.
16. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике (в трёх частях), Ч. 1 / под ред. А.П.Рябушко. – Минск: Вышейшая школа, 1990. – 271с.
17. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике (в трёх частях), Ч. 2 / под ред. А.П.Рябушко. – Минск: Вышейшая школа, 1991. – 352с.
18. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике (в трёх частях), Ч. 3 / под ред. А.П.Рябушко. – Минск: Вышейшая школа, 1991. – 288 с.
19. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф.Филиппов. – М. : Наука. – 1965. – 100 с.
20. Практикум з вищої математики (частина 2) для студентів інженерно-фізичного та транспортного факультетів усіх форм навчання / Укл.: Н.В.Сніжко, Н.М.Антоненко. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2018. – 50 с.