

ДЕЯКІ АСПЕКТИ СИНТЕЗУ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ

Лізунов Сергій Іванович

Костенко Валер'ян Остапович

к. т. н, доцент

Національний університет «Запорізька політехніка»

м. Запоріжжя, Україна

Анотація: Актуальність. При передачі даних в цифровій формі каналами зв'язку важливу роль відіграють фільтри, властивості яких розраховують заздалегідь по досить складним алгоритмам. Шляхом внесення спотворень в частотні характеристики фільтрів, оптимізації коефіцієнтів передавальних характеристик і включенням фазових коректорів вдається отримувати прийнятні параметри фільтрів. Але при розробці як апаратури зв'язку, так і пристроїв захисту інформаційних потоків від витоків проектування фільтрів залишається вузьким місцем.

Метод. Автори узагальнили досвід проектування смугових частотних фільтрів за традиційною схемою: розрахунок аналогового фільтру нижніх частот - прототипу, подальшого перетворення його в цифровий фільтр і оптимізація передавальної функції, перевірка стійкості розрахованого фільтру, включення фазового коректору. Отримана множина результуючих характеристик дозволила висунути гіпотезу про існування раціональної методики розрахунку фільтрів з заданими параметрами в рамках існуючих теоретичних уявлень.

Результати. Розроблено методика проектування цифрових смугових фільтрів, що забезпечує отримання передавальних характеристик з максимально плоскою

АЧХ в смузі пропускання при достатній крутизну її скатів і лінійній залежності групового часу затримки в смузі пропускання.

Висновки. Проведені експерименти у вигляді одержаних АЧХ та ФЧХ підтвердили працездатність запропонованого методу синтезу цифрових фільтрів і дозволяють рекомендувати його для використання на практиці при вирішенні задач забезпечення якості передачі цифрових сигналів по каналах зв'язку та захисту каналів від несанкціонованого втручання.

Ключові слова: амплітудно-частотна характеристика, смуга пропускання, груповий час затримки, загасання.

АБРЕВІАТУРИ

АФК – амплітудно-фазовий коректор;

АЧХ – амплітудно-частотна характеристика;

ГЧЗ – груповий час запізнювання;

СФ – смуговий фільтр;

ФВЧ – фільтр верхніх частот;

ФК – фазовий коректор;

ФНЧ – фільтр нижніх частот.

НОМЕНКЛАТУРА

A – згасання (в дБ);

A_3 – загасання, необхідне в смузі затримки;

A_{Π} , $A_{\Pi'}$ – загасання смуги пропускання відповідно до і після нормування;

$A_{\Pi H}$ та $A_{\Pi B}$ – нерівномірність АЧХ для окремо взятих ФНЧ і ФВЧ ланок;

$A_{\Pi\Pi}$ – нерівномірність АЧХ для СФ;

C_n – нормувальний коефіцієнт;

D – нормований ГЧЗ;

ΔD та $\Delta D'$ – нерівномірність ГЧЗ до і після нормування;

f – частота;

f_d – частота дискретизації;

f_3 та f_3' – граничні частоти смуги затримки до та після нормування;

f_{3T} – необхідна гранична частота смуги затримування;

$f_{П1}$, $f_{П1}'$ – граничні частоти смуги пропускання відповідно до і після нормування;

$f_{П1}$ та $f_{П2}$ – межі смуги пропускання;

$f_{ПН}$ та $f_{ПВ}$ – граничні частоти смуги пропускання ФНЧ і ФВЧ відповідно;

$f_{ПТ}$ – необхідна гранична частота смуги пропускання;

p – оператор Лапласа;

Q – добротність ланки;

ω_0 – резонансна частота;

ω_∞ – частота полюса загасання.

Сучасні системи кодування і передачі інформації з обмеженим доступом немислимі без застосування цифрової обробки сигналів. Багато з таких систем мають в своєму складі цифрові фільтри, тому що в процесі обробки електричні сигнали часто проходять процедуру частотної фільтрації та корекції. При цьому, для зменшення спотворень сигналу, потрібні фазо-частотні характеристики фільтрів, близькі до лінійних.

Для побудови цифрового фільтру необхідно спочатку синтезувати його передавальну функцію.

Традиційно процедура синтезу передавальних функцій таких цифрових фільтрів починається з вибору аналогового фільтру-прототипу. Зазвичай в цій іпостасі беруть аналоговий фільтр нижніх частот (ФНЧ).

Передавальну функцію необхідного цифрового фільтру отримують з аналогового за допомогою білінійного перетворення (Z - перетворення). [1, стр. 243; 2, стр. 446, 3, стр. 199].

Відомо [4, стр. 646; 5, стр. 141], що при апроксимації передавальних функцій цифрових фільтрів з лінійними фазо-частотними характеристиками (ФЧХ) хороші результати можуть бути отримані, якщо в якості аналогового прототипу використовувати еліптичні фільтри або фільтри Чебишева з фазовими коректорами. При цьому, як правило, проводиться подальша оптимізація коефіцієнтів передавальної функції. Це дозволяє отримати фільтри з крутими схилами амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) в перехідній смузі при низьких порядках передавальних функцій. Однак, такий підхід має і ряд недоліків. Нерівномірність АЧХ у всій смузі пропускання однакова, так як характеристики рівноволнові. Характеристики групового часу запізнювання (ГЧЗ) не є однорідними в смузі пропускання. З цих причин амплітудні і фазові коректори виходять громіздкими, а середнє ГЧЗ велике, що в ряді випадків відіграє важливу роль. У результаті виграш в порядку передавальної функції за рахунок крутизни скатів АЧХ еліптичних фільтрів втрачається через необхідність застосування фазових коректорів високих порядків.

Однак, як показує виконана авторами робота, задовільні результати можуть бути отримані і при використанні в якості прототипів фільтрів з монотонними частотними характеристиками (АЧХ і ГЧЗ) в смузі пропускання (Бесселя, Баттерворта, інверсних Чебишева). Нерівномірність АЧХ у таких фільтрів максимальна лише на межі смуги пропускання і істотно менше на центральних частотах, але скати АЧХ в перехідній смузі більш пологі, ніж у еліптичних фільтрів.

Підвищити крутизну скатів АЧХ фільтрів Бесселя і Баттерворта можна введенням в передавальну функцію полюсів загасання в смузі затримування. При цьому фільтр зберігає монотонні частотні характеристики в смузі пропускання. Порівняльні характеристики цифрових ФНЧ, що отримані з аналогових за допомогою білінійного перетворення, наведено на рис.1 і рис.2.

Передавальна функція ланки другого порядку аналогового ФНЧ з полюсами згасання має вигляд:

$$H(p) = C_f \cdot \frac{p^2 + A}{p^2 + pB + C} \quad (1)$$

де А, В, і С – коефіцієнти передавальної функції. Тут коефіцієнти А, В і С виражаються через параметри фільтра наступним чином:

$$\hat{A} = \omega_\infty^2; \hat{A} = \frac{\omega_0}{Q}; C = \omega_0^2.$$

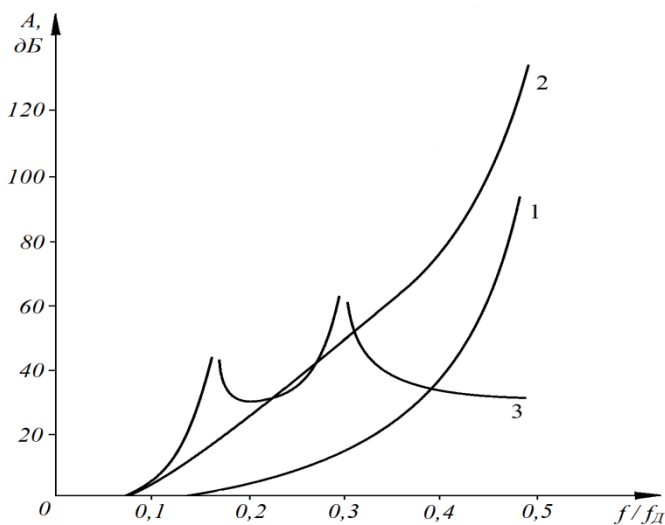


Рис. 1. Характеристики загасання цифрових фільтрів 4-го порядку, які перетворені з аналогових відносно $f/fД=0,1$:

1 – ФНЧ Бесселя; 2 – ФНЧ Баттерворта; 3 – інверсний Чебишева

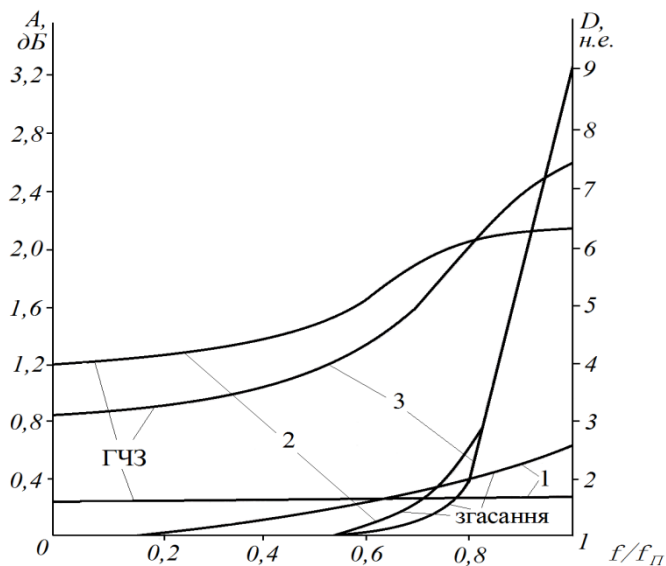


Рис. 2. Частотні характеристики цифрових фільтрів 4-го порядку в смузі пропускання: 1 – Бесселя; 2 – Баттерворта; 3 - інверсний Чебишева

Якщо полюсів загасання немає, то чисельник функції (1) дорівнює одиниці.

При такій побудові передавальної функції її порядок змінюється з кроком, кратним двом, і в більшості випадків з'являється запас по згасанню в смузі затримування. Ця обставина може бути використана для зменшення нерівномірності частотних характеристик в смузі пропускання наступним чином.

Спочатку, з урахуванням наступного білінійного перетворення аналогового фільтру в цифровий, проводиться [4, стр. 647] попереднє спотворення граничної частоти смуги затримки за формулою:

$$f_c = \gamma \cdot \operatorname{tg}\left(\pi \cdot \frac{f_{c0}}{f_A}\right), \quad (2)$$

$$\text{де } \gamma = \operatorname{ctg}\left(\pi \cdot \frac{f_{i0}}{f_A}\right) \quad (3)$$

Таке попереднє спотворення автоматично встановлює значення $f_{ПТ}=1$.

Потім розраховується передавальна функція обраного аналогового ФНЧ. Після цього автори пропонують провести нормування частотних характеристик

синтезованого фільтру, тобто визначити нову граничну частоту смуги затримки f_3' , на якій загасання дорівнює необхідному в цій смузі (рис.3).

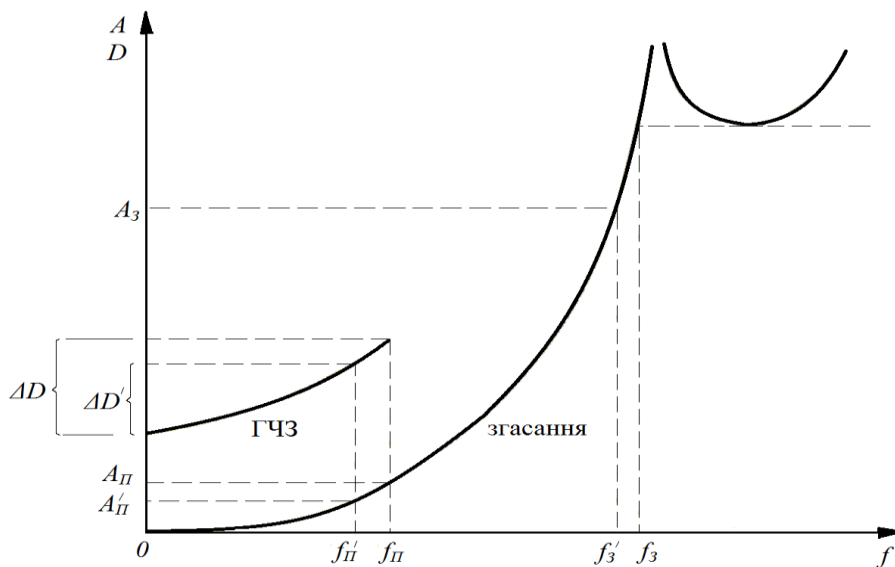


Рис. 3. Нормування фільтру за частотою

Наприкінці цього етапу за формулою $f'_i = \frac{f_i \cdot f'_c}{f_c}$ розраховується нова гранична частота смуги пропускання, щодо якої буде проводитися перетворення аналогового ФНЧ в цифровий фільтр. В результаті таких заходів зменшується нерівномірність АЧХ і ГЧЗ в смузі пропускання (рис.3). На рис. 4 наведено частотні характеристики тих же фільтрів, що і на рис. 2, але після їх нормування до $A_3=30$ дБ на $f/f_D=0,3$.

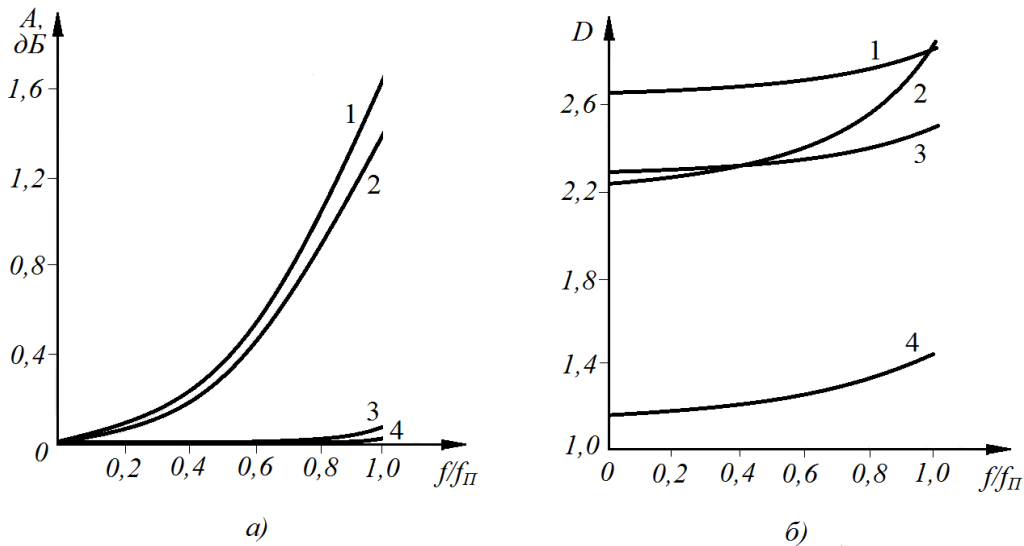


Рис. 4. Частотні характеристики нормованих цифрових ФНЧ (а – згасання, б – ГЧЗ): 1 – Бесселя; 2 – Бесселя с полюсами згасання; 3 – Баттерворта; 4 – інверсний Чебишева

У таблиці 1 наведені порівняльні дані цих фільтрів з нормуванням і без нього. З наведених порівнянь видно, що чим більша різниця між частотами f_{Π} і f_{Π}' , тим вище ефективність пропонованого нормування.

Таблиця 1

Порівняльні дані цифрових ФНЧ в смузі пропускання до та після нормування

Тип прототипу Параметр	Бесселя	Баттерворта	Чебишева (Інверсний)
Нерівномірність АЧХ, дБ	0,63/1,96	3/0,04	$3/8 \cdot 10^{-4}$
Нерівномірність ГЧЗ, відн. од.	0,16/0,25	2,27/0,71	4,25/0,27
Нерівномірність ГЧЗ, %	10/11	56/31	136/23

Примітка: в чисельнику параметр до нормування, в знаменнику - після.

Погіршення параметрів після нормування фільтру Пестеля пояснюється тим, що до нормування він мав загасання на f_3 нижче необхідного (13,5 дБ замість 30 дБ) і "зрушення" частот при нормуванні здійснювалося в протилежну сторону.

У статті [4, стр. 646] дана передавальна функція шестиланкового цифрового ФНЧ, отриманого на основі еліптичного фільтру з фазовим коректором. В [5, стр. 142] цей фільтр зіставляється зі своїм, отриманим методами лінійного програмування. Для порівняння авторами був синтезований такий же фільтр на основі чотириланкового інверсного Чебишева з нормуванням за частотою і одноланкові АФК і ФК. Результати наведені на рис. 5.

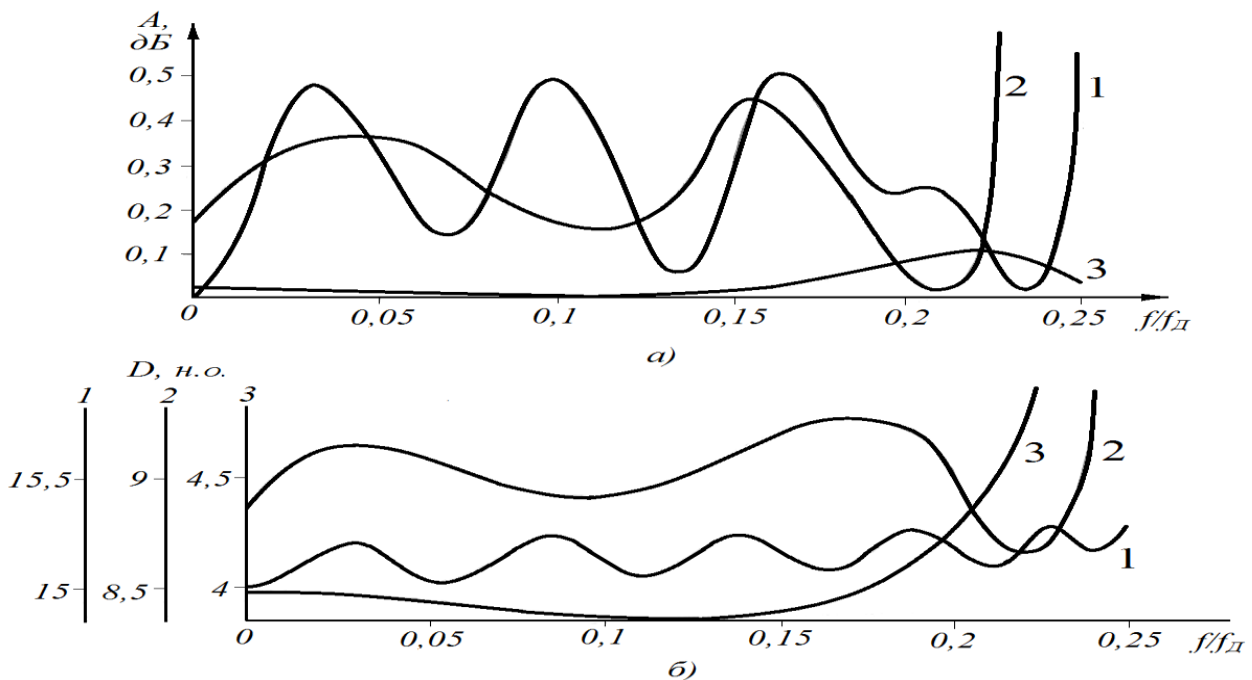


Рис. 5. Частотні характеристики шестиланкових цифрових ФНЧ в смузі пропускання: а – згасання, б – ГЧЗ; 1 – ФНЧ з [1], 2 – ФНЧ з [2], 3 – ФНЧ на основі інверсного фільтру Чебишева с коректорами

Фільтр 3 має значний вигреш в нерівномірності АЧХ і програш в нерівномірності ГЧЗ лише на крайніх частотах смуги пропускання. Таким чином, як видно з графіків, середнє значення ГЧЗ у фільтра, розрахованого за пропонованою методикою, значно нижче, ніж у порівнюваних фільтрів (15 - у фільтру з [4], 9 - у фільтру з [5] і 4 - у пропонованого фільтру).

Слід зазначити, що контрольний розрахунок фільтру 2 (розраховано АЧХ і ГЧЗ) дав величину загасання при $f_3/f_D=0,3$ рівну 22 дБ, замість необхідних 32 дБ.

Таким чином, виконання цієї умови спричинить погіршення якості частотних характеристик ФНЧ 2 в смузі пропускання у порівнянні з наведеними в [5, стр. 148].

Висновки У цій роботі пропонуються методика і алгоритм синтезу передавальних функцій цифрових фільтрів з лінійними фазо-частотними характеристиками на основі ФНЧ-прототипів з монотонними частотними характеристиками в смузі пропускання. При цьому запропонований підхід дозволяє істотно підвищити якість синтезу передавальних функцій і оптимізувати цей процес. Як правило, в порівнянні з традиційними, ця методика дає вигоду в якісних показниках при меншій кількості ланцюгів фільтрів. Спрощується (формалізується) процес отримання передавальної функції.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Alexander W., Williams C. Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and System Design // Academic Press, 2017. – 617 p.
2. Deergha Rao K., Swamy M.N.S. Digital Signal Processing. Theory and Practice // New York: Springer, – 2018. – 799 p.
3. Gazi Orhan. Understanding Digital Signal Processing // Springer, 2018. – 310 p. – (Springer Topics in Signal Processing).
4. Inukai T. A unified approach to optimal recursive digital filter design // IEEE Trans. – 2000. – CAS27. – №7. – p.646-648.
5. Chattera A.T., Jullien G.A. A linear programming approach to recursive digital filter design with linear phase // IEEE Trans. – 2002. – CAS29. – №3. – p.139-149.