

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний університет "Запорізька політехніка"

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної та практичної роботи студентів
з дисципліни «Загальна електротехніка»,
розділ «Електричні кола змінного струму»
для студентів спеціальностей
G12 «Авіаційна та ракетно-космічна техніка» і
G7 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані
технології та робототехніка»
всіх форм навчання

Методичні вказівки до самостійної та практичної роботи студентів з дисципліни «Загальна електротехніка», розділ «Електричні кола змінного струму» для студентів спеціальностей G12 «Авіоніка» і G7 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» всіх форм навчання/ Укл.: Г.М. Романіченко, О.Л. Пазюк, Г.В. Касапов – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2026. – 34 с.

Укладачі: Г.М. Романіченко, ст. викладач,
О.Л. Пазюк, зав. Лабораторією ,
Г.В. Касапов, зав. Лабораторією.

Рецензент: С.Г. Деєв, ст. викладач.

Відповідальний за випуск: А.Є. Казурова, доцент, к.т.н.

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні кафедри Е і АПУ
Протокол №4 від 12.02.2026 р.

РЕКОМЕНДОВАНО
до видання на засіданні НМК
Електротехнічного факультету
Протокол №7 від 26.02.2026 р.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
1. ПРЕДСТАВЛЕННЯ СИНУСОЇДНИХ ВЕЛИЧИН ЗА ДОПОМОГОЮ ВЕКТОРІВ І КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ	5
1.1 Основні визначення	5
1.2 Векторні зображення синусоїдних величин	7
1.3 Комплексний метод розрахунку синусоїдних величин	8
2. ЕЛЕМЕНТИ ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА ПІД ДІЄЮ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ	11
2.1 Резистор (активний опір)	11
2.2 Конденсатор	12
2.3 Котушка індуктивності	13
3. СПОСОБИ З'ЄДНАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОЛА	15
3.1 Послідовне з'єднання резистора та індуктивності	15
3.2 Паралельне з'єднання резистора та індуктивності	16
3.3 Послідовне з'єднання резистора і конденсатора	17
3.4 Паралельне з'єднання резистора і конденсатора	17
4. ЗАКОНИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ В СИМВОЛІЧНІЙ ФОРМІ ЗАПИСУ	18
4.1 Закон Ома для ділянки кола з джерелом ЕРС	18
4.2 Перший закон Кірхгофа в комплексній формі	18
4.3 Другий закон Кірхгофа в комплексній формі	18
5. ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОЛІ	19
5.1 Активна потужність	19
5.2 Реактивна потужність	19
5.3 Повна потужність	20
5.4 Комплексна потужність	20
5.5 Баланс потужності	20
5.6 Компенсація реактивної потужності в електроустановках..	22
6. РЕЗОНАНСИ В КОЛАХ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ	22
6.1 Резонанс напруги	22
6.2 Резонанс струмів	24
6.3 Складний резонансний режим роботи	25
6.4 Приклади для тренінгу: завдання із відповідями	26
7. ВЕКТОРНІ І ТОПОГРАФІЧНІ ДІАГРАМИ	27
8. ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ	29
9. ЛІТЕРАТУРА	34

ПЕРЕДМОВА

Методичні вказівки призначені для допомоги студентам у їх самостійній роботі з навчальною літературою в опануванні теоретичних та практичних знань з курсу «Загальна електротехніка».

Вивчення курсу «Загальна електротехніка» (ЗЕ) передбачає уміння вільно володіти математичним апаратом, повинно відбуватися систематично та супроводжуватися складанням докладного конспекту. Після вивчення теорії треба самостійно розв'язати декілька задач з цієї теми. Це сприяє кращому розумінню та закріпленню теоретичних знань. Таку ж мету мають і контрольні роботи, умови для яких надано в цих Методичних вказівках.

Метою контрольної роботи є перевірка засвоєння студентами відповідних розділів курсу.

Вказівки мають основний перелік питань для самоперевірки, контрольні завдання, прості завдання для тренінгу, перелік навчальної літератури до курсу «Загальна електротехніка».

На титульному листі виконаної роботи обов'язково вказується номер варіанту завдання, назва роботи, номер академічної групи, ім'я та прізвище студента, *e-mail*, рік виконання.

Зміст контрольної роботи повинний відповідати варіанту завдання. Номер варіанту контрольної роботи та її об'єм кожному студенту призначає викладач, що проводить заняття.

При виконанні контрольної роботи необхідно керуватися наступними правилами:

- на початку кожної задачі варто надати коротку умову, розрахункову схему і вихідні дані для свого варіанта;
- при оформленні розрахункової частини контрольної роботи необхідно приводити використані формули, розмірність знайдених значень, результати обчислень записувати з точністю до третьої значущої цифри, кожен етап рішення повинний мати нумерацію і пояснення;
- малюнки, схеми і графіки повинні бути виконані акуратно за допомогою креслярських інструментів або комп'ютерних програм, причому на осях координат графіків треба вказувати значення, що відкладаються, і одиниці їхнього виміру.

1. ПРЕДСТАВЛЕННЯ СИНУСОЇДНИХ ВЕЛИЧИН ЗА ДОПОМОГОЮ ВЕКТОРІВ І КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ

1.1 Основні визначення

Сучасне виробництво, розподіл і електропостачання електричної енергії до споживачів здійснюється в основному на змінному струмі.

Змінним струмом (напругою, *ЕРС*) називається струм (напруга, *ЕРС*), що змінюється з плином часу. Струми, значення яких повторюються через сталі проміжки часу в одній і тій же послідовності, називаються **періодичними**, а найменший проміжок часу, через який ці повторення мають місце – **періодом** (*T*). Для періодичного струму:

$$i = F(t) = F(t + T).$$

Величина, що є зворотною до періоду – це **частота**, що вимірювана в герцах (*Гц*):

$$f = 1/T.$$

Діапазон частот, що застосовує техніка: від наднизьких частот ($0.01 \dots 10$ Гц – у системах автоматичного регулювання, в аналоговій обчислювальній техніці) – до надвисоких ($3, \dots 300$ ГГц – міліметрові хвилі: радіолокація, радіоастрономія). Промислова частота $f = 50$ Гц.

Миттєве значення змінної величини є функцією часу. Її прийнято позначати малою літерою:

i – миттєве значення струму *i*(*t*);

u – миттєве значення напруги *u*(*t*);

e – миттєве значення ЕРС *e*(*t*);

p – миттєве значення потужності *p*(*t*).

Найбільше миттєве значення змінної величини за період називають *амплітудою* (позначають великою літерою з індексом *m*):

I_m – амплітуда струму;

U_m – амплітуда напруги;

E_m – амплітуда ЕРС.

Значення періодичного струму, яке дорівнює такому значенню постійного струму, що за час одного періоду зробить той же самий тепловий чи електродинамічний ефект, що і періодичний струм *i*, називають **діючим значенням** *I* періодичного струму:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}.$$

Аналогічно визначаються діючі значення EPC і напруги.

З усіх можливих форм періодичних струмів найбільше поширеним є *синусоїдний* струм. Синусоїдні струми і напруги можна зобразити графічно, записати за допомогою рівнянь із тригонометричними функціями, представити у виді векторів на декартовій площині чи комплексними числами.

На рис. 1.1,а надано графіки двох синусоїдних EPC e_1 і e_2 , яким відповідають аналітичні рівняння:

$$e_1 = E_{1m} \sin(\omega t + \Psi_1); \quad e_2 = E_{2m} \sin(\omega t + \Psi_2).$$

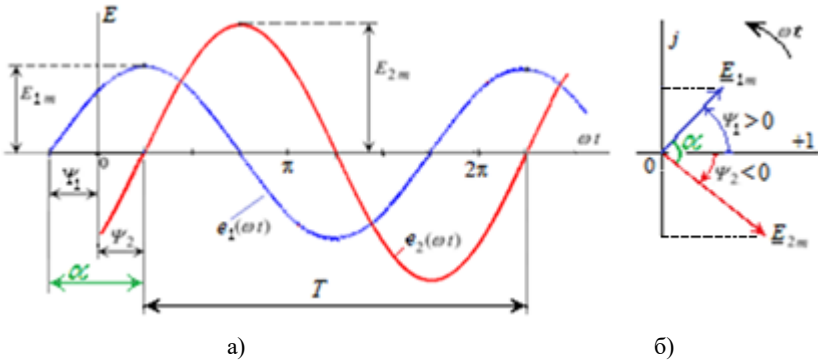


Рисунок 1.1 – Графіки двох синусоїд (а) та їх векторне представлення (б)

Значення аргументів синусоїдних функцій $(\omega t + \Psi_1)$ та $(\omega t + \Psi_2)$ називаються **фазами** синусоїд, а значення фази в початковий момент часу ($t=0$), відповідно: Ψ_1 і Ψ_2 – **початковою фазою**. На рисунку 1.1 видно, що $\Psi_1 > 0$, а $\Psi_2 < 0$.

Кутова частота ω характеризує швидкість зміни фазового кута:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f,$$

де f – частота (звичайна);

T – період коливань.

При спільному розгляді двох синусоїдних величин однієї частоти різницю їхніх фазових кутів, яка дорівнює різниці початкових фаз, називають **кутом зсуву фаз**.

Наприклад, між двох EPC e_1 та e_2 (рис.1.1) кут зсуву фаз:

$$\alpha = (\omega t + \Psi_1) - (\omega t + \Psi_2) = \Psi_1 - \Psi_2.$$

1.2 Векторні зображення синусоїдних величин

Ще давньогрецькі математики помітили, що синусоїду можна представити у вигляді вектору, що обертається на площині. В епоху Відродження математики помістили цей вектор в Декартову систему координат. Подальший розвиток науки і техніки призвів до появи комплексного (символічного) методу розрахунку.

На декартовій площині з початку координат проводять вектори, рівні по модулю амплітудним значенням синусоїдних величин, і обертають ці вектори **проти обігу** годинникової стрілки (цей напрямок прийнято за **позитивний**) з кутовою частотою, що дорівнює ω . Фазовий кут відраховується від позитивної осі дійсних величин (+1).

Проекції обертових векторів на вісь *ординат* (+j) дорівнюють миттєвим значенням синусоїдних функцій (як от: e_1, e_2 на рис. 1.1,б).

Сукупність векторів, що зображують синусоїдні змінні ЕРС, напруги і струму в електричному колі, називають **векторними діаграмами**. При побудові векторних діаграм вектори розташовують для початкового часу ($t=0$). Векторні діаграми знайшли широке застосування при аналізі кіл синусоїдного струму. Їхнє застосування робить розрахунок кола більш наочним і простим. Це спрощення полягає в тому, що додавання і віднімання миттєвих значень величин можна замінити додаванням і відніманням відповідних векторів.

Наприклад, для вузла розгалуженого кола (рис.1.2) загальний струм i_3 дорівнює сумі струмів i_1 та i_2 двох віток:

$$i_3 = i_1 + i_2.$$

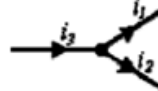


Рисунок 1.2 – Вузол кола

Якщо кожний з цих струмів синусоїдний, тоді вони можуть бути представлені рівняннями

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \alpha_1); \quad i_2 = I_{2m} \sin(\omega t + \alpha_2).$$

Результуючий струм також буде синусоїдний:

$$i_3 = I_{1m} \sin(\omega t + \alpha_1) + I_{2m} \sin(\omega t + \alpha_2) = I_{3m} \sin(\omega t + \alpha_3).$$

Визначення амплітуди I_{3m} і початкової фази α_3 цього струму шляхом відповідних тригонометричних перетворень є досить громіздким і мало наочним. Значно простіше це здійснюється за допомогою векторної діаграми. Наприклад, на рис. 1.3 зображено початкові положення векторів струмів при $t=0$.

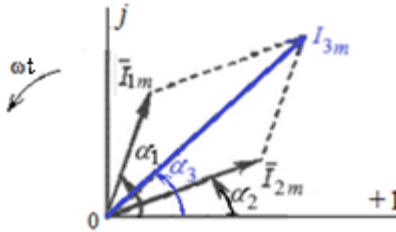


Рисунок 1.3 – Приклад побудови векторної діаграми струмів

При обертанні цих векторів з однаковою кутовою швидкістю ω їхнє *взаємне розташування* не змінюється, і кути зсуву фаз між ними залишаються не змінними.

Вектор загального струму дорівнює *геометричній* (векторній) сумі векторів струмів (за першим законом Кірхгофа):

$$\bar{I}_{3m} = \bar{I}_{1m} + \bar{I}_{2m}.$$

Побудова векторної діаграми в масштабі дозволяє визначити значення I_{3m} та α_3 з діаграми, після чого може бути записане рішення для миттєвого значення i_3 шляхом формального обліку кутової частоти: $i_3 = I_{3m} \sin(\omega t + \alpha_3)$.

1.3 Комплексний метод розрахунку синусоїдних величин

Сутність його полягає в тому, що вектори розташовують на *комплексній* площині, в якій одна вісь – дійсні (+1), а інша (+j) – уявні величини. Всі величини електричного кола стають комплексними величинами.

Тоді *геометричні* операції з векторами можна замінити *алгебраїчними* операціями з комплексними числами, що істотно підвищує точність отриманих результатів.

Кожному вектору на комплексній площині (рис. 1.4) відповідає визначене комплексне число, що може бути записане в трьох формах представлення:

- показовий $\underline{a} = a \cdot e^{j\Psi}$;
- тригонометричний $\underline{a} = a \cos \Psi + ja \sin \Psi$;
- алгебраїчний $\underline{a} = Re + jIm$.

Наприклад, ЕРС $e = E_m \sin(\omega t + \Psi)$, яку зображено обертовим вектором діючого значення $\vec{E}$ (рис. 1.4), відповідає комплексне число

$$E \cdot e^{j(\Psi)} = E \cos(\Psi) + jE \sin(\Psi) = \\ = Re + j \cdot Im.$$

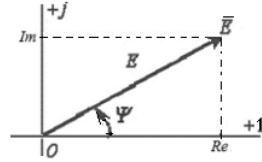


Рисунок 1.4 – Вектор на комплексній площині

Фазовий кут Ψ визначається по проєкціях вектору $\vec{E}$ на осі системи координат $(+1$ та $+j)$, як

$$tg(\Psi) = \frac{Im}{Re}. \quad \Psi = arctg\left(\frac{Im}{Re}\right).$$

Уявна складова комплексного числа визначає миттєве значення:

$$e = E_m \sin(\omega t + \Psi) = Im\{E_m e^{j(\omega t + \Psi)}\}.$$

Комплексне число $E e^{j(\omega t + \Psi)}$ зручно представити у вигляді добутку двох комплексних чисел:

$$E e^{j(\omega t + \Psi)} = E e^{j\Psi} \cdot e^{j\omega t} = \underline{E} \cdot e^{j\omega t}.$$

Параметр $\underline{E}$, що відповідає положенню вектору при $t=0$, називають **комплексом діючого значення**: $\underline{E} = E e^{j\Psi}$.

Параметр $e^{j\omega t}$ є **оператором повороту** вектору на кут ωt щодо початкового положення вектору.

Перехід від однієї форми запису синусоїдної величини до іншої здійснюється за допомогою формули Ейлера:

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j \cdot \sin\alpha.$$

Якщо, наприклад, комплексна амплітуда напруги задана комплексним числом в алгебраїчній формі:

$$\underline{U}_m = U'_m + jU''_m,$$

тоді для запису її в показовій формі, необхідно знайти початкову фазу Ψ_U , тобто кут, що утворить вектор $\bar{U}_m$ з позитивною піввіссю $+1$:

$$\Psi_U = arctg\left(\frac{U''_m}{U'_m}\right),$$

та амплітуду (модуль комплексного числа):

$$U_m = \sqrt{(U'_m)^2 + (U''_m)^2}.$$

Якщо, наприклад, задане миттєве значення струму у вигляді:

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha_i),$$

тоді комплексну амплітуду записують спочатку в показовій формі, а потім (при необхідності) за формулою Ейлера переходять до алгебраїчної форми:

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i} = I_m \cos \psi_i + j \cdot I_m \sin \psi_i = I'_m + j \cdot I''_m.$$

Варто вказати, що при складанні та відніманні комплексів треба користатися *саме* алгебраїчною формою їхнього запису. А от, якщо потрібно розділити чи помножити комплексні величини, тоді зручнішою буде показова форма їхнього представлення.

Так при визначенні комплексної амплітуди результуючого струму третьої вітки по рис.1.2 отримаємо:

$$\begin{aligned} I_{3m} &= I_{1m} + I_{2m} = I_{1m} e^{j\alpha_1} + I_{2m} e^{j\alpha_2} = \\ &= (I_{1m} \cos \alpha_1 + I_{2m} \cos \alpha_2) + j(I_{1m} \sin \alpha_1 + I_{2m} \sin \alpha_2) = \\ &= I_{3m} \cos \alpha_3 + j \cdot I_{3m} \sin \alpha_3 = I_{3m} e^{j\alpha_3}, \end{aligned}$$

де: $I_{3m} = \sqrt{(I_{3m} \cos \alpha_3)^2 + (I_{3m} \sin \alpha_3)^2}$ – амплітуда струму ;

$$\alpha_3 = \tan^{-1} \left(\frac{I_{1m} \sin \alpha_1 + I_{2m} \sin \alpha_2}{I_{1m} \cos \alpha_1 + I_{2m} \cos \alpha_2} \right) \text{ – фазовий кут зсуву.}$$

Діюче значення синусоїдних струмів, напруги і ЕРС менше своїх амплітудних значень у $\sqrt{2}$ разів:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \sqrt{I_m^2 \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \frac{I_m^2 \cdot T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Оскільки розрахунок кіл змінного струму зазвичай проводиться з використанням *діючих* значень величин, то частіше використовують поняття **комплексу діючого значення**:

$$\underline{E} = E \cdot e^{j\psi} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi}; \quad \underline{I} = I \cdot e^{j\alpha} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\alpha}.$$

2. ЕЛЕМЕНТИ ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА ПІД ДІЄЮ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

2.1 Резистор (активний опір)

Ідеальний резистивний елемент (див. Рис.2.1) – це елемент, в якому проходить незворотній процес перетворення електричної енергії на тепло.

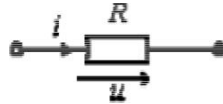


Рисунок 2.1 – Резистивний елемент на схемах

Якщо до такого елемента прикласти синусоїдну напругу

$$u = U_m \sin(\omega t + \Psi),$$

тоді струм $i(t)$ через нього теж буде мати синусоїдну форму:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \Psi) = I_m \sin(\omega t + \Psi).$$

Співвідношення показує, що струм має ту ж початкову фазу, що і напруга. Отже, **на резисторі напруга і струм збігаються по фазі.**

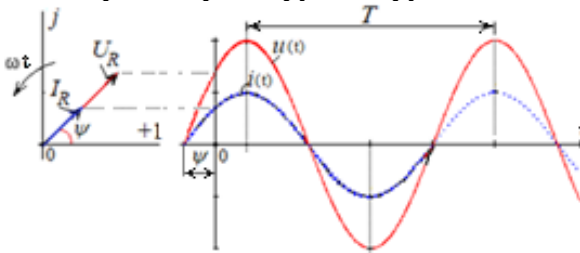


Рисунок 2.2 – Графіки напруги та струму на резисторі в векторній і миттєвій формах

Перейдемо від синусоїдних функцій напруги і струму до відповідних їм комплексів діючих значень:

$$u = U_m \sin(\omega t + \Psi) \rightarrow \underline{U} = U e^{j\Psi};$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \Psi) \rightarrow \underline{I} = I e^{j\Psi}.$$

Розділимо перший з них на другий (за законом Ома):

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U e^{j\Psi}}{I e^{j\Psi}} = R.$$

Резистивний опір – це дійсна частина комплексного повного опору в алгебраїчній формі запису.

2.2 Конденсатор

Ідеальний ємнісний елемент (рис. 2.3), в якому накопичується електрична енергія не має ні активного опору, ні індуктивного. Якщо до нього прикласти синусоїдну напругу $u_C = U_m \sin(\omega t + \Psi)$, тоді струм i через нього буде дорівнювати:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cdot \cos(\omega t + \Psi) = I_m \sin\left(\omega t + \Psi + \frac{\pi}{2}\right).$$

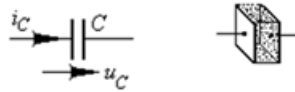


Рисунок 2.3 – Ємнісний елемент і його зображення на схемах

Отриманий результат показує, що **напруга на конденсаторі відстає по фазі від струму на $\pi/2$** . Таким чином, якщо подати сигнали напруги і струму конденсатора на входи двопроменевого осцилографа, тоді на його екрані буде мати місце картинка, що відповідає рис.2.4,б:

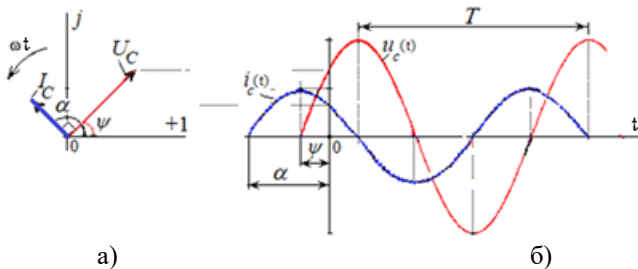


Рисунок 2.4 – Графіки напруги та струму на конденсаторі в векторній (а) і миттєвій (б) формах представлення

Параметр $X_C = 1/(\omega C)$ називають **реактивним (ємнісним) опором конденсатора**. Як і резистивний опір, X_C має розмірність *Ом*. Однак на відміну від R даний параметр є *функцією частоти*, що ілюструє рис.2.5, з якого випливає, що при $f = 0$ конденсатор являє собою розрив для струму ($X_C = \infty$), а при $f \rightarrow \infty$, $X_C \rightarrow 0$.

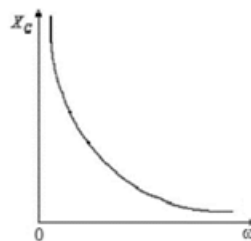


Рисунок 2.5 – Графік залежності $X_C(\omega)$

Перейдемо від синусоїдних функцій напруги і струму до відповідних їм комплексів діючих значень:

$$u_c = U_m \sin(\omega t + \Psi) \rightarrow \underline{U}_C = U e^{j\Psi};$$

$$i = I_m \sin\left(\omega t + \Psi + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \underline{I}_C = I e^{j(\Psi + \frac{\pi}{2})},$$

розділимо перший з них на другий, отримаємо величину опору:

$$\frac{\underline{U}_C}{\underline{I}_C} = \frac{U_C e^{j\Psi}}{I_C \cdot e^{j(\Psi + \frac{\pi}{2})}} = \frac{U_C e^{j\Psi}}{I_C \cdot e^{j\Psi} e^{j\frac{\pi}{2}}} = X_C \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jX_C = \underline{Z}_C,$$

або

$$\underline{U}_C = -jX_C \underline{I}_C = \underline{Z}_C \underline{I}_C.$$

Співвідношенні $\underline{Z}_C = -jX_C$ – це комплексний опір конденсатора.

Множення векторів на $-j = e^{-j\frac{\pi}{2}}$ відповідає повороту їх на кут $\pi/2$ за обігом годинної стрілки (див. векторну діаграму на рис. 2.4,а).

2.3 Котушка індуктивності

Індуктивність — це елемент, в якому під час його роботи проходить процес накопичення магнітного поля. Ідеальна індуктивність не має ні активного опору, ні ємнісного.

Котушка індуктивності являє собою щільно намотаний на ізолюваний каркас ізолюваний мідний (або алюмінієвий) провід (рис.2.6).

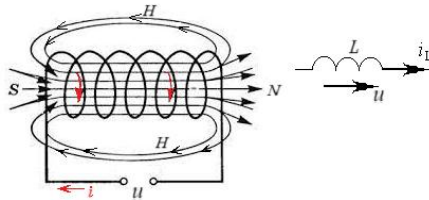


Рисунок 2.6 – Індуктивний елемент і його зображення на електричних схемах

Нехай струм через ідеальну індуктивність визначається виразом:

$$i_L = I_m \sin(\omega t + \alpha).$$

Тоді для напруги на затискачах індуктивності можна записати:

$$u = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(Li_L)}{dt} = \omega L I_m \cdot \cos(\omega t + \alpha) = U_m \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right).$$

Отриманий результат показує, що **напруга на котушці індуктивності випереджає по фазі струм на $\pi/2$.**

Таким чином, якщо від ідеального індуктивного елементу подати сигнали напруги і струму на входи двохпроменевого осцилографа, тоді на його екрані буде мати місце картинка, що відповідає рис. 2.7,б.

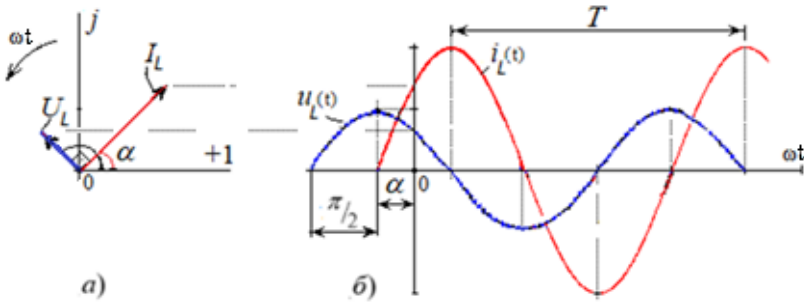


Рисунок 2.7 – Векторна діаграма (а) і часові графіки (б) для ідеальної індуктивності

Амплітудне значення напруги на затискачах індуктивності:

$$U_m = \omega L I_m = X_L I_m.$$

Діюче значення напруги на індуктивності $U = \omega L \cdot I_L = X_L I_L$.

Параметр $X_L = \omega L$ називають **реактивним (індуктивним) опором котушки**; його розмірність: *Ом*. Цей параметр є *функцією частоти*. Ця залежність має *лінійний* характер, що ілюструє рис.2.8:

- при частоті $\omega = 0$ (постійний струм) опір котушки $X_L = 0$;
- при $\omega \rightarrow \infty$ опір $X_L \rightarrow \infty$.

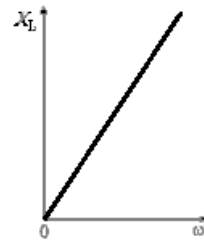


Рисунок 2.8 – Графік $X_L = f(\omega)$

Переходячи від синусоїдних функцій напруги і струму до відповідних комплексів маємо:

$$\frac{\underline{U}_L}{\underline{I}_L} = \frac{U e^{j(\alpha + \frac{\pi}{2})}}{I_L \cdot e^{j\alpha}} = \frac{U e^{j\alpha} e^{j\frac{\pi}{2}}}{I_L \cdot e^{j\alpha}} = X_L e^{j\frac{\pi}{2}} = jX_L = \underline{Z}_L;$$

$$\underline{U}_L = jX_L \underline{I}_L = \underline{Z}_L \underline{I}_L,$$

тут: $\underline{Z}_L = jX_L$ – комплексний опір котушки індуктивності.

3. СПОСОБИ З'ЄДНАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОЛА

3.1 Послідовне з'єднання резистора та індуктивності

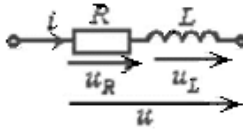


Рисунок 3.1 – Схема послідовного з'єднання R, L елементів

Нехай по вітці на рис.3.1 проходить струм $i = I_m \sin(\omega t)$. Тоді миттєва напруга на кінцях ділянки:

$$\begin{aligned} u &= u_R + u_L = RI_m(\omega t) + \omega LI_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cdot I_m \cdot \sin\left(\omega t + \arctg \frac{\omega L}{R}\right) = \\ &= U_m \sin(\omega t + \Psi), \end{aligned}$$

$U_m = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cdot I_m = Z \cdot I_m$; $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$; $\Psi = \arctg \frac{\omega L}{R}$, причому межі зміни кута зсуву фаз Ψ : $0 < \Psi < \frac{\pi}{2}$.

Діюче значення напруги на цій ділянці в комплексній формі

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L = R \cdot \underline{I} + jX_L \cdot \underline{I} = (R + jX_L)\underline{I} = \underline{Z} \cdot \underline{I}.$$

Цьому виразу відповідає векторна діаграма на рис.3.2, вектори на рис.3.2 утворюють фігуру, названу **трикутником напруги**.

Аналогічний вираз:

$$\underline{Z} = R + jX_L = \sqrt{R^2 + X_L^2} \cdot e^{j\Psi} = Z \cdot e^{j\Psi}$$

графічно може бути представлено **трикутником опорів** (див. рис.3.3), що подібний до трикутника напруги (рис. 3.2).

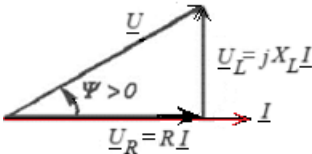


Рисунок 3.2 – Трикутник напруги

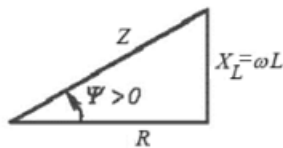


Рисунок 3.3 – Трикутник опорів

3.2 Паралельне з'єднання резистора та індуктивності

Для кола на рис. 3.4 можна записати:

- напруга на елементах однакова

$$U = U_R = U_L ;$$

- струм в активному опорі

$$I_R = \frac{U_R}{R} = GU,$$

де $G = \frac{1}{R}$, [См] – активна провідність;

- струм в котушці індуктивності

$$I_L = \frac{U_L}{X_L} = B_L \cdot U ,$$

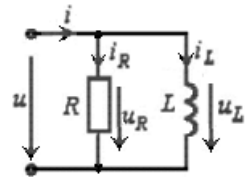


Рисунок 3.4 – Схема

де реактивну провідність котушки індуктивності позначено B_L .

Векторній діаграмі струмів (рис.3.5) кола відповідає рівняння в комплексній формі

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L = G\underline{U} - jB_L\underline{U} = \underline{Y} \cdot \underline{U} = I \cdot e^{-j\psi},$$

де: діюче значення струму і котушці $I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$;

$\underline{Y} = G - j \cdot B_L = \frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L} = Ye^{-j\psi}$ – комплексна провідність;

$$\psi = \arctg \frac{B_L}{G} = \arctg \frac{R}{\omega L}.$$

Трикутник провідностей, подібний до трикутника струмів (рис. 3.5), приведено на рис. 3.6.

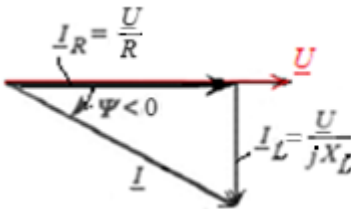


Рисунок 3.5 – Трикутник струмів

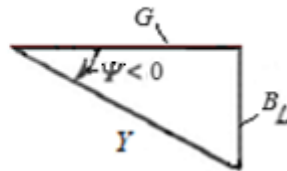


Рисунок 3.6 – Трикутник провідностей

3.3 Послідовне з'єднання резистора і конденсатора

Нехай по вітці на рис.3.7 проходить струм $i = I_m \sin(\omega t)$.

Тоді, опускаючи проміжні викладання, які подібні до розрахунку в розділі 3.1, для вітки на рис.3.7 можна записати рівняння:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C = R \cdot \underline{I} - jX_C \cdot \underline{I} = (R - jX_C)\underline{I} = \underline{Z} \cdot \underline{I},$$

де комплексний опір цього послідовного з'єднання

$$\underline{Z} = R - jX_C = \sqrt{R^2 + X_C^2} \cdot e^{j\psi} = Z \cdot e^{j\psi}.$$

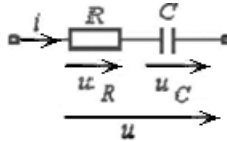


Рисунок 3.7 – Схема послідовного з'єднання R- і C- елементів

Кут зсуву фаз між струмом і напругою

$$\psi = -\arctg\left(\frac{X_C}{R}\right) = -\arctg\left(\frac{1}{\omega CR}\right),$$

причому межі зміни цього кута: $-\frac{\pi}{2} < \psi < 0$.

На підставі рівняння можуть бути побудовані трикутники напруги (див. рис.3.8) і опорів (рис.3.9), що є подібними.

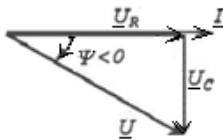


Рисунок 3.8 – Трикутник напруги

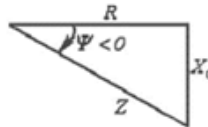


Рисунок 3.9 – Трикутник опорів

3.4 Паралельне з'єднання резистора і конденсатора

Для кола на рис. 3.10 пропоную Вам самостійно вивести співвідношення для струмів і провідностей, по аналогії із розділом 3.2.

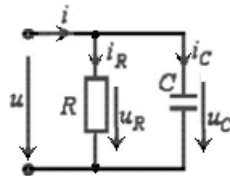


Рисунок 3.10 – Схема паралельного з'єднання

4. ЗАКОНИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ В СИМВОЛІЧНІЙ ФОРМІ ЗАПИСУ

4.1 Закон Ома для ділянки кола з джерелом ЕРС

Символічний метод розрахунку кіл синусоїдного струму заснований на законах Кірхгофа і законі Ома в *комплексній формі* запису.

Рівняння електротехніки у комплексній формі, мають такий же вид, як і відповідні рівняння для кіл постійного струму. Тільки всі величини, що входять у рівняння, є комплексними величинами.

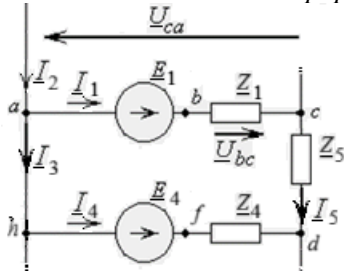


Рисунок 4.1 – Ділянка кола з ЕРС

Візьмемо дві ділянки кола **b-c** та **c-a** (див. рис. 4.1) і складемо для них рівняння зміни потенціалів у комплексній формі запису:

$$\underline{\varphi}_c = \underline{\varphi}_a + \underline{E}_1 - \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1; \quad \underline{U}_{ca} = \underline{\varphi}_c - \underline{\varphi}_a = \underline{E}_1 - \underline{I}_1 \underline{Z}_1.$$

Отримали формули закону Ома в комплексній формі запису:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{\varphi}_b - \underline{\varphi}_c}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_1}.$$

4.2 Перший закон Кірхгофа в комплексній формі

$$\sum \underline{I}_k = 0.$$

де k – номери віток, що безпосередньо підходять до вузла.

Для вузла **a** (рис. 4.1) рівняння за першим законом Кірхгофа:

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0.$$

4.3 Другий закон Кірхгофа у комплексній формі

$$\sum \underline{Z}_k \cdot \underline{I}_k = \sum \underline{E}_k.$$

Наприклад, для контуру **abcdfha** (рис. 4.1) рівняння за другим законом Кірхгофа має вигляд:

$$\underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 + \underline{I}_5 \cdot \underline{Z}_5 - \underline{I}_4 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{E}_1 - \underline{E}_4.$$

5. ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОЛІ

5.1 Активна потужність

Передача енергії W по електричному колу (наприклад по лінії електропередачі), перетворення електромагнітної енергії в інші види енергії (наприклад в теплову чи механічну) характеризується *інтенсивністю*, з якою протікають процеси, тобто тим, скільки енергії передається в одиницю часу і скільки енергії перетворюється у споживачах у одиницю часу. Інтенсивність передачі чи перетворення енергії називається *потужністю*:

$$p = \frac{dw}{dt} = u \cdot i.$$

Середнє за період значення миттєвої потужності називають **активною потужністю**:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt, (Bm).$$

Таким чином, для синусоїдного струму активна потужність:

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi.$$

Активна потужність, що споживана пасивним двополюсником, не може бути негативною (бо двополюсник тоді генерує енергію).

Тому завжди $\cos\varphi \geq 0$, тобто на вході двополюсника $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.

Випадок $P=0$, $\varphi = \left|\frac{\pi}{2}\right|$ теоретично можливий для двополюсника, що не має активних опорів, а має тільки реактивні елементи.

5.2 Реактивна потужність

Інтенсивність обміну енергії між реактивними елементами (L ; C) характеризують їх **реактивною потужністю**.

У загальному випадку, вираз для *реактивної* потужності, одиниці виміру якої – *вольт-ампер реактивний*, має вид:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi, (BAp).$$

Ця потужність позитивна при струмі, що відстає від напруги (індуктивне навантаження: $\varphi > 0$), і негативна – при ємнісному навантаженні ($\varphi < 0$).

5.3 Повна потужність

Крім поняття активної і реактивної потужності в електротехніці широко використовується поняття **повної потужності**:

$$S = U \cdot I, (BA).$$

Активна, реактивна і повна потужності зв'язані наступним співвідношенням:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Відношення активної потужності до повної називають **коефіцієнтом потужності**. З приведених вище співвідношень видно, що коефіцієнт потужності ($\cos\varphi$) дорівнює косинусу кута зсуву між струмом і напругою:

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}.$$

5.4 Комплексна потужність

Активну, реактивну і повну потужності можна визначити, користуючись комплексними зображеннями напруги і струму.

Нехай на ділянці електричного кола відомі: $\underline{U} = Ue^{j\alpha}$; $\underline{I} = Ie^{j\beta}$. Тоді комплекс повної потужності на цій ділянці:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \bar{\underline{I}} = P + jQ = UI \cdot \cos\varphi + jUI \cdot \sin\varphi.$$

де $\bar{\underline{I}} = I \cdot e^{-j\beta}$ – спряжений комплекс струму;

$\varphi = \alpha - \beta$ – кут зсуву між напругою та струмом на цій ділянці.

5.5 Баланс потужності

Баланс потужності є наслідком закону збереження енергії і може бути критерієм вірності розрахунку електричного кола.

Закон збереження енергії встановлює, що сума всіх споживаних активних і реактивних потужностей в електричному колі, дорівнює сумі всіх таких потужностей, вироблених джерелами енергії, тобто:

$$\underline{S}_{\text{сп}} = \underline{S}_{\text{дж}}, \quad \text{або} \quad P_{\text{сп}} + jQ_{\text{сп}} = P_{\text{дж}} + jQ_{\text{дж}}.$$

Або більш детально:

$$\sum_{k=1}^n (R_k \pm jX_k) \cdot I_k^2 = \sum_{k=1}^n E_k I_k (\cos\varphi_{k\Gamma} + j \cdot \sin\varphi_{k\Gamma}).$$

де знак “+” відноситься до індуктивності ($X = \omega L$), а знак “мінус” – до ємнісних елементів ($X_c = 1/(\omega C)$).

5.6 Компенсація реактивної потужності в електроустановках

Реактивна енергія циркулює між джерелом і споживачем. Реактивний струм, не роблячи корисної роботи, призводить до додаткових втрат у силовому устаткуванні і, отже, до завищення його встановленої потужності. У цьому зв'язку зрозуміле прагнення до збільшення $\cos\varphi$ в силових електричних колах.

Варто вказати, що переважна більшість споживачів (електродвигуни, електричні печі, інші різні пристрої і прилади) мають *активно-індуктивний* характер. Для зменшення кута зсуву фаз (отже, для підвищення $\cos\varphi$) застосовують конденсаторні батареї. Паралельне підключення їх до активно-індуктивного навантаження (рис.5.1) дозволяє підвищити коефіцієнт потужності всього споживача (див. пояснення на рис.5.2).

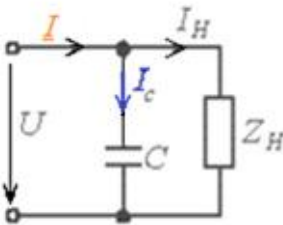


Рисунок 5.1 – Схема компенсації

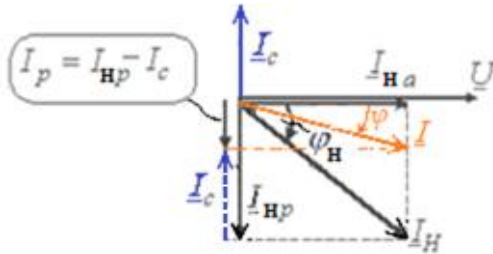


Рисунок 5.2 – Векторна діаграма струмів

Якщо паралельно навантаженню Z_N (див. рис.5.1), підключити конденсатор C , тоді загальний струм I , як видно з векторної діаграми (рис. 5.2), наближається по фазі до напруги. Тобто $\cos\varphi$ збільшується, а загальна величина струму (а отже, втрати енергії) зменшується при сталості активної потужності $P = UI\cos\varphi$. На цьому засноване застосування конденсаторів для підвищення $\cos\varphi$.

Яку ємність C потрібно взяти, щоб підвищити коефіцієнт потужності від значення $\cos\varphi_N$ до значення $\cos\varphi > \cos\varphi_N$?

З векторної діаграми (рис 5.2) Ви досить легко можете вивести це співвідношення.

Відповідь така: необхідна для підвищення $\cos\varphi$ ємність

$$C = \frac{P_N}{U^2 \omega} (tg\varphi_N - tg\varphi).$$

6. РЕЗОНАНСИ В КОЛАХ ЗМІННОГО СТРУМУ

Електричні кола змінного струму в яких є R -, L -, C - елементи, що з'єднані поміж собою деяким чином, називають **коливальним контуром**. Під час їхньої роботи в реактивних опорах постійно відбувається обмін реактивною енергією між собою, а її надлишок повертається до джерела живлення. Це – загальний випадок.

Якщо кількість енергії магнітного поля, яка є запасеною в індуктивності, буде дорівнювати кількості енергії, яка може бути накопичена в електричному полі конденсатора, тоді ці реактивні елементи (L і C) просто обмінюються енергією поміж собою. Сумарна реактивна енергія цих реактивних елементів буде дорівнювати нулю. В цьому випадку на цій ділянці електричного кола існує **резонансний режим роботи** – коли власна частота коливального контуру дорівнює частоті коливання джерела живлення.

Явище резонансу знаходить корисне застосування на практиці, зокрема в радіотехніці. Однак, якщо він виникає стихійно, то може привести до аварійних режимів у наслідок появи аварійних перенавантажень напруги або струмів в електричному колі.

Резонанс в електричному колі можна отримати зміною:

- частоти джерела енергії;
- індуктивності;
- ємності,
- або зміною кількох цих параметрів.

Існують різні види резонансів в електричних колах:

- напруги;
- струмів;
- складний резонанс.

6.1 Резонанс напруги

Резонанс при *послідовному з'єднанні* L - і C - елементів (рис. 6.1) називають резонансом *напруги*.

При резонансі напруга на котушці індуктивності U_{L0} і напруга на конденсаторі U_{C0} взаємно компенсуються: $U_{L0} = U_{C0}$, оскільки знаходяться в протифазі (кут зсуву між ними дорівнює 180° ; рис. 6.2,а).

Резонансну частоту знаходимо із умови резонансу: $X_{L0} = X_{C0}$:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} . \quad \text{Звідси:} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} .$$

При резонансі напруги чи режимах, близьких до нього, струм у колі різко зростає. Відповідно зростанню струму збільшуються напруги на індуктивному і ємнісному елементах. Це може у багато разів перевищити їхню напругу, ніж є напруга у джерела живлення.

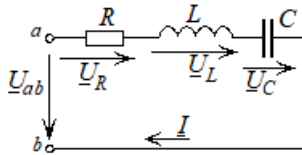


Рисунок 6.1 – Схема ділянки кола

Наприклад, для кола (рис. 6.1) мають місце співвідношення:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = \underline{I} \left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] = \underline{I} \cdot \underline{Z},$$

де: – повний опір ділянки $\underline{Z} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \cdot e^{j\varphi}$;

– кут зсуву фаз $\varphi = \arctg \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}$.

– струм в колі $\underline{I} = \underline{U}_{ab} / \underline{Z}$.

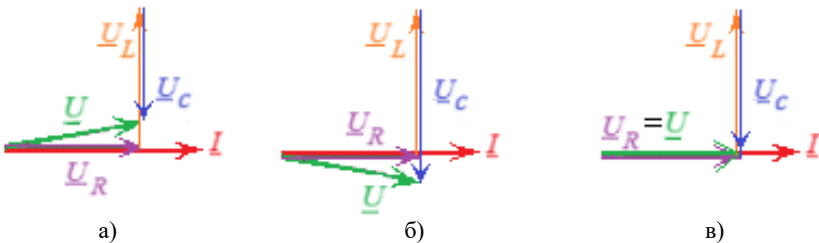


Рисунок 6.2 – Векторні діаграми для різних режимів роботи

Від співвідношення величин ωL та $1/(\omega C)$ можливі такі випадки:

а) переважає опір індуктивності, тобто $\omega L > 1/(\omega C)$, а отже, $U_L > U_C$. Цьому режиму відповідає векторна діаграма на рис. 6.2,а;

б) у колі переважає опір ємності, тобто $\omega L < 1/(\omega C)$, тоді маємо $U_C > U_L$. Цей випадок ілюструє векторна діаграма на рис. 6.2,б;

в) $X_L = X_C$ – випадок резонансу напруги, тоді $U_L = U_C$. Цей випадок ілюструє векторна діаграма на рис. 6.2,в.

6.2 Резонанс струмів

В колах при *паралельному з'єднанні* L - і C - елементів може виникати *резонанс струмів*.

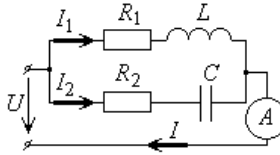


Рисунок 6.3 – Схема паралельного з'єднання R, L, C - елементів

Для такого кола активні (G) і реактивні (B) провідності будуть:

$$\left. \begin{aligned} G_L &= \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{R_1}{R_1^2 + (\omega L)^2} ; & G_C &= \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + (1/\omega C)^2} ; \\ B_L &= \frac{X_1}{Z_1^2} = \frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} ; & B_C &= \frac{X_2}{Z_2^2} = \frac{1/\omega C}{R_2^2 + (1/\omega C)^2} . \end{aligned} \right\}$$

Резонанс струмів настає за умови рівності реактивних провідностей: $B_L = B_C$.

Повна провідність всієї схеми

$$Y = \sqrt{(G_L + G_C)^2 + (B_L - B_C)^2}$$

при резонансі буде дорівнювати тільки активній провідності схеми і, отже, буде мінімальною:

$$Y_0 = \sqrt{(G_L + G_C)^2 + 0} = G_L + G_C = G.$$

Струм в загальній вітці буде найменшим: $I_{p.c.} = G \cdot U$.

Струми в паралельних вітках (I_1 та I_2) можуть бути в десятки разів більшими за струм $I_{p.c.}$, оскільки під час роботи йде безперервний обмін енергії між індуктивністю та конденсатором.

Резонансна частота паралельного коливального контуру:

$$\omega_{p.c.} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{L}{C} - R_1^2} = \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}.$$

Якщо опорами R_1 і R_2 не можна знехтувати, явище резонансу можливо тільки тоді, коли величини $\rho^2 - R_1^2$, та $\rho^2 - R_2^2$ мають однаковий знак.

Якщо $R_1 = R_2$ частота резонансу струмів $\omega_{p.c.} = \omega_0$ і не залежить від R

Якщо $R_1 = R_2 = \rho$ коло резонує на будь-якій частоті (так званий *байдужий* резонанс).

Векторну діаграму струмів і напруги при резонансі для схеми (див. рис. 6.3) представлено на рисунку 6.4.

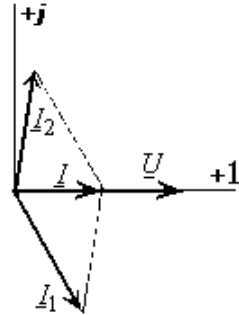


Рисунок 6.4 – Векторна діаграма при паралельному з'єднанні L - та C - елементів під час резонансу струмів

6.3 Складний резонансний режим роботи

Умова резонансу для складного кола зі змішаним з'єднанням декількох індуктивних і ємнісних елементів, що полягає в рівності нулю *уявної частини* вхідного опору ($X(\omega) = 0$) чи вхідної провідності ($B(\omega) = 0$).

При визначенні резонансних частот для реактивного двополюсника аналітичний вираз його вхідного реактивного опору $X(\omega)$ чи вхідної реактивної провідності $B(\omega)$ варто представити у виді відношення двох поліномів по ступенях ω

$$X(\omega) = \frac{P(\omega)}{Q(\omega)} ; \text{ та } B(\omega) = \frac{P(\omega)}{Q(\omega)},$$

тобто таким колам відповідає кілька резонансних частот.

Тоді корені рівняння $P(\omega) = 0$ дадуть значення частот, що відповідають резонансам напруги, а корені рівняння $Q(\omega) = 0$ значення частот, при яких виникають резонанси струмів.

Загальна кількість резонансних частот у колі на одиницю менше кількості індуктивних і ємнісних елементів у схемі, яку отримали з висхідної шляхом її зведення до кола з мінімальним числом цих елементів (за допомогою еквівалентних перетворень).

Характерним при цьому є той факт, що режими резонансів напруги і струмів чергуються.

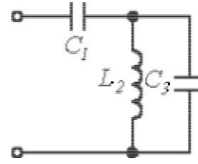


Рисунок 6.7 – Схема складного контуру

Як приклад, визначимо резонансні частоти для кола рис. 6.7. Вираз вхідного опору даного кола має вигляд:

$$X(\omega) = \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{j\omega L_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_3}}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_3}} = \frac{1 - \omega^2 L_2 (C_3 + C_1)}{j\omega C_1 (1 - \omega^2 L_2 C_3)} = \frac{P(\omega)}{Q(\omega)}.$$

Після розв'язання рівняння $P(\omega) = 0$ одержуємо частоту

$$\omega_1 = 1/\sqrt{L_2(C_1 + C_3)},$$

що відповідає частоті резонансу напруги, а з розв'язання $Q(\omega) = 0$ – частоту, що відповідає частоті резонансу струмів:

$$\omega_2 = 1/\sqrt{L_2 C_3},$$

6.4 Приклади для тренінгу: завдання із відповідями

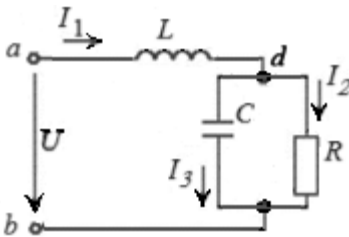
ЗАДАНО електричне коло (Рис.6.8) і його параметри:

$$e(\omega t) = 41.2 \sin \omega t \text{ В};$$

$$X_L = 44 \text{ Ом};$$

$$X_C = 25 \text{ Ом};$$

$$R = 50 \text{ Ом}.$$



ВИЗНАЧИТИ: діючі значення струмів і напруги у вітках наданої схеми; потужність, яку споживає коло.

Рисунок 6.8 – Схема електричного кола

ВІДПОВІДІ:

- струми у вітках: $I_1 = 1.12 \text{ А}$, $I_2 = 0.5 \text{ А}$, $I_3 = 1.0 \text{ А}$;

- напруга на ділянках кола: $U_{ad} = 49.25 \text{ В}$, $U_{db} = 25 \text{ В}$;

- потужність, яку споживає коло: $P = 12.5 \text{ Вт}$, $Q = 30.1 \text{ Вар}$.

7. ВЕКТОРНІ І ТОПОГРАФІЧНІ ДІАГРАМИ

Сукупність векторів, що зображують синусоїдально змінні EPC , напруги, струми в колі, називають **векторною діаграмою**. Векторні діаграми наочно ілюструють хід рішення задачі. При точній побудові векторів можна безпосередньо з діаграми визначити амплітуди і фази шуканих величин. Побудова діаграм при аналітичному рішенні служить надійним контролем коректності ходу розрахунків.

При побудові векторних діаграм для кіл з послідовним з'єднанням елементів за базовий (відправний) вектор варто приймати вектор струму, а до нього під відповідними кутами будувати вектори напруги на окремих елементах. Для кіл з паралельним з'єднанням елементів за базовий вектор обирають вектор напруги, орієнтуючи щодо нього вектори струмів у паралельних вітках.

Для наочного визначення величини і фази напруги між різними точками електричного кола зручно використовувати **топографічні діаграми**. Вони являють собою з'єднані відповідно до обходу схеми електричного кола точки на комплексній площині, що відображають їхні потенціали. На топографічній діаграмі, що представляє собою в принципі векторну діаграму, порядок розташування векторів напруги строго відповідає порядку розташування елементів у схемі, а вектор спадання напруги на кожному наступному елементі примикає до кінця вектору напруги на попередньому елементі.

Як приклад, побудуємо векторну діаграму струмів, а також топографічну діаграму потенціалів для схеми рис.7.1.

Параметри схеми:

$$X_{C1} = 100 \text{ Ом}; \quad X_{L2} = X_{C3} = 50 \text{ Ом};$$

$$R_1 = 25 \text{ Ом}; \quad R_2 = 20 \text{ Ом};$$

$$\underline{U} = 120 \cdot e^{j0^\circ} \text{ В.}$$

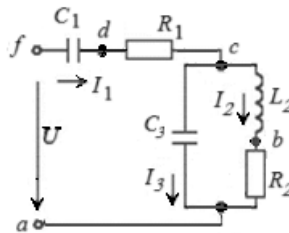


Рисунок 7.1 – Контур зі змішаним з'єднанням

При заданих параметрах і заданій напрузі на вході схеми знайдені значення струмів (в Амперах) будуть дорівнювати:

$$\underline{I}_1 = 0.4 + j0.4 ; \quad \underline{I}_2 = 1 - j ; \quad \underline{I}_3 = -0.6 + j1.4 .$$

При побудові векторної діаграми обираємо масштаби струмів і напруги (див. рис.7.2). Векторну діаграму можна будувати, маючи запис комплексу в показовій формі, тобто за значеннями модулів і фаз. Іноді на практиці зручніше проводити побудови, використовуючи алгебраїчну форму запису, оскільки при цьому не потрібен транспортир.

Побудова векторної діаграми струмів здійснюється безпосередньо на підставі відомих значень їхніх комплексів.

Для побудови топографічної діаграми попередньо треба здійснити розрахунок комплексних потенціалів.

Для розрахунку топографічної діаграми обхід контурів можна робити по напрямку струму чи проти нього. Краще – другий варіант.

В електротехніці прийнято, що струм тече від більшого потенціалу до меншого, потенціал шуканої точки дорівнює потенціалу попередньої плюс спадання напруги на елементі між цими точками. Якщо на шляху обходу зустрічається джерело ЕРС, тоді потенціал шуканої точки буде дорівнює потенціалу попередньої плюс величина цієї ЕРС, якщо напрямок обходу збігається з напрямком ЕРС, і мінус величина ЕРС, якщо – не збігається.

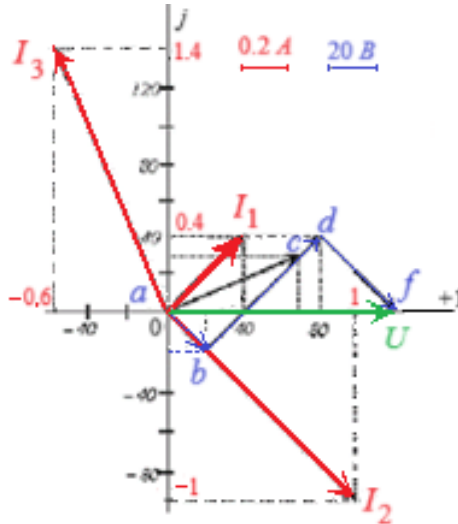


Рисунок 7.2 – Векторна діаграма для задачі рис.7.1

Позначивши на схемі (рис. 7.1) точки між елементами кола і прийнявши потенціал точки **a** за нуль ($\varphi_a = 0$), визначимо потенціали інших точок:

$$\varphi_b = \varphi_a + I_2 R_2 = 0 + (1 - j) \cdot 20 = 20 - j20 \text{ (В)};$$

$$\varphi_c = \varphi_b + jX_{L2} I_2 = 20 - j20 + (1 - j) \cdot j50 = 70 + j30 \text{ (В)}.$$

Перевіряємо:

$$\varphi_c = \varphi_a - jX_{C3} I_3 = 0 - j50(-0,6 + j1,4) = 70 + j30 \text{ (В)};$$

Потенціали співпадають, отже розрахунок виконано.

Продовжимо:

$$\varphi_d = \varphi_c + I_1 R_1 = 70 + j30 + (0,4 + j0,4) \cdot 25 = 80 + j40 \text{ (В)};$$

$$\varphi_f = \varphi_d + (-jX_{C1}) \cdot I_1 = 80 + j40 - j40 \cdot (0,4 + j0,4) = 120 \text{ (В)}.$$

В результаті проведених обчислень отримано, що різниця потенціалів $\varphi_f - \varphi_a = 120 \text{ В}$ і вона відповідає заданій напрузі джерела живлення U . Таким чином, другий закон Кірхгофа виконується, а отже, обчислення виконані вірно.

8. ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

Згідно із номером варіанту треба виконати:

- Зобразити схему електричного кола, яка відповідає Вашому варіанту завдання і вихідні дані до неї;
- Визначити всі струми і напруги на окремих ділянках кола комплексним методом;
- Скласти рівняння енергетичного балансу електричного кола, перевірити баланс потужності;
- Визначити показання вольтметра і ватметра;
- Побудувати векторну діаграму струмів і потенційну діаграму для зовнішнього контуру;
- Розглянути можливі резонанси: резонанс напруги і струмів. Визначити резонансні частоти;
- Визначити коефіцієнт потужності схеми, зробити висновки та пропозиції до його підвищення.

Значення вхідних даних обрати з табл. 8.1, а відповідні схеми електричного кола з рис. 8.1...8.30 за вказівкою викладача.

Таблиця 8.1 – Індивідуальні завдання

Номер		$E, В$	$f, Гц$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$C_3, мкФ$	$L_1, мГн$	$L_2, мГн$	$L_3, мГн$	$R_1 Ом$	$R_2 Ом$	$R_3 Ом$
Вар.	Рис.											
1	1	50	50	-	318	-	15,9	-	31,8	5	10	80
2	2	220	50	318	-	159	-	31,8	31,8	35	20	80
3	3	200	50	318	318	159	-	-	31,8	35	20	80
4	4	100	50	500	-	-	-	15,9	31,8	35	-	40
5	5	120	50	500	-	-	-	15,9	95	4	-	4
6	6	100	50	-	318	200	9,55	-	-	4	40	4
7	7	50	50	637	-	200	-	31,8	95	4	40	40
8	8	50	50	-	318	-	19,5	-	31,8	8	10	4
9	9	200	50	318	-	300	-	15,9	-	10	10	40
10	10	100	50	318	-	300	-	-	31,8	-	10	10
11	11	220	50	637	-	637	-	9	-	6	-	20
12	12	200	50	-	159	-	25	-	95	6	-	20
13	13	100	50	637	159	-	-	-	95	6	-	20
14	14	150	50	-	159	-	25	-	95	6	10	20
15	15	200	50	637	-	200	-	31,8	-	15	-	20
16	16	100	50	-	159	200	15,9	-	-	15	-	10
17	17	50	50	-	159	-	31,8	-	95	15	10	10
18	18	220	50	-	160	-	31,8	-	95	10	8	-
19	19	200	50	637	-	200	-	31,8	-	-	8	10
20	20	100	50	-	160	200	31,8	-	-	-	8	10
21	21	150	50	100	-	200	-	15,9	-	10	2	10
22	22	220	50	637	-	200	-	15,9	-	5	10	8
23	23	120	50	-	300	100	31,8	-	-	5	-	8
24	24	100	50	637	-	100	-	15,9	-	-	10	8
25	25	50	50	-	637	-	15,9	-	6,37	5	-	8
26	26	200	50	-	159	-	-	-	115	10	4	10
27	27	100	50	100	300	-	15,9	-	115	10	-	10
28	28	120	50	637	318	-	-	-	15,9	8	3	4
29	29	100	50	-	-	100	15,9	9	15,9	8	3	4
30	30	150	50	637	-	-	-	31,8	15,9	2	3	4

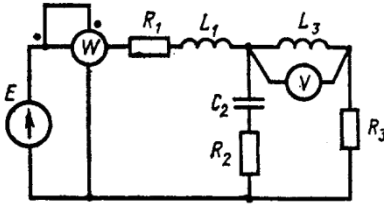


Рисунок 8.1 – Схема до варіанту 1

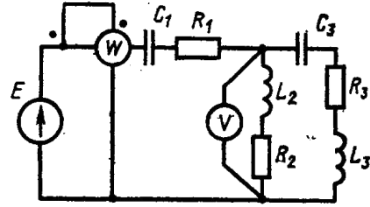


Рисунок 8.2 – Схема до варіанту 2

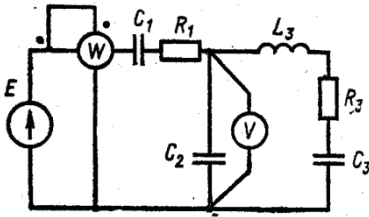


Рисунок 8.3 – Схема до варіанту 3

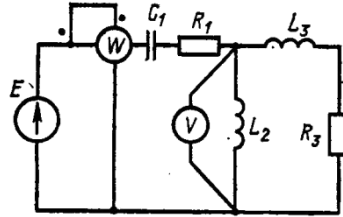


Рисунок 8.4 – Схема до варіанту 4

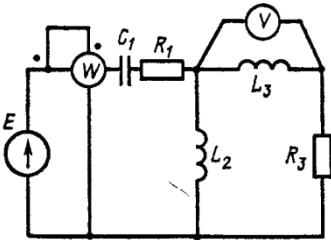


Рисунок 8.5 – Схема до варіанту 5

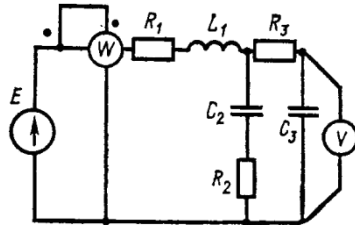


Рисунок 8.6 – Схема до варіанту 6

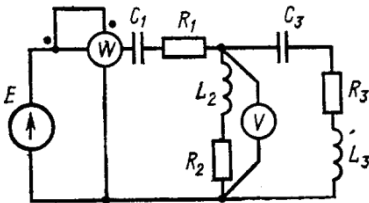


Рисунок 8.7 – Схема до варіанту 7

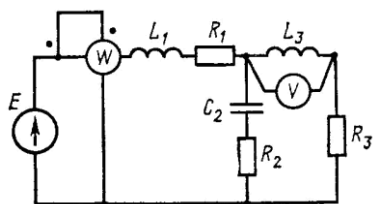


Рисунок 8.8 – Схема до варіанту 8

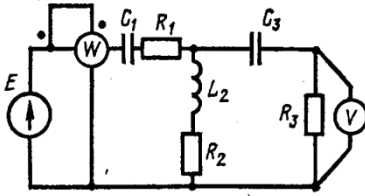


Рисунок 8.9 – Схема до варіанту 9

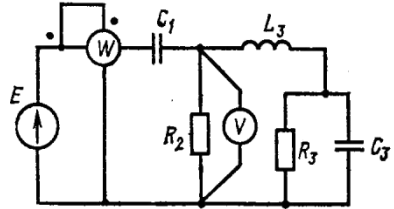


Рисунок 8.10 – Схема до варіанту 10

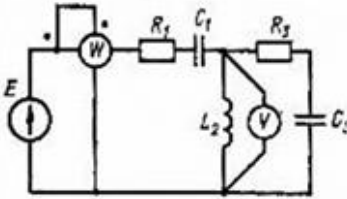


Рисунок 8.11 – Схема до варіанту 11

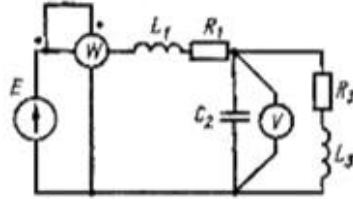


Рисунок 8.12 – Схема до варіанту 12

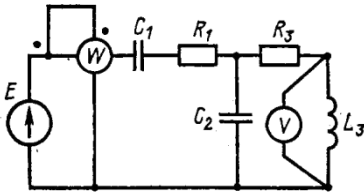


Рисунок 8.13 – Схема до варіанту 13

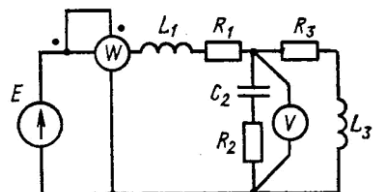


Рисунок 8.14 – Схема до варіанту 14

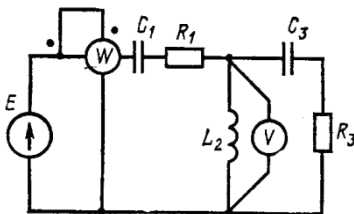


Рисунок 8.15 – Схема до варіанту 15

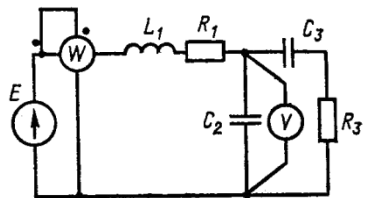


Рисунок 8.16 – Схема до варіанту 16

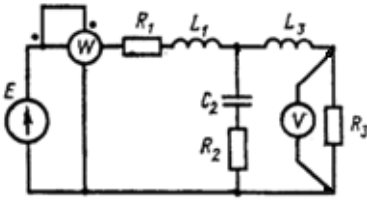


Рисунок 8.17 – Схема до варіанту 17

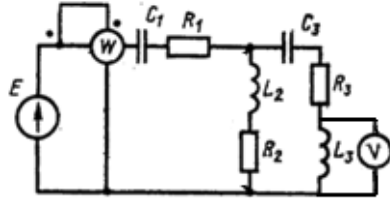


Рисунок 8.18 – Схема до варіанту 18

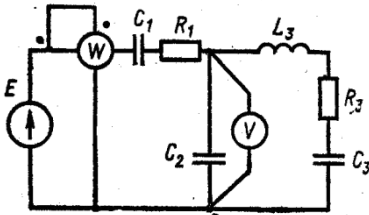


Рисунок 8.19 – Схема до варіанту 19

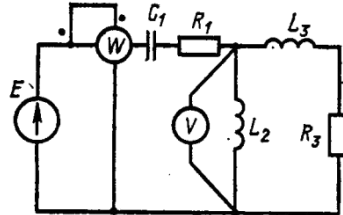


Рисунок 8.20 – Схема до варіанту 20

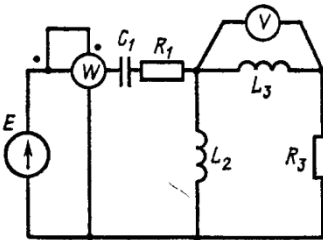


Рисунок 8.21 – Схема до варіанту 21

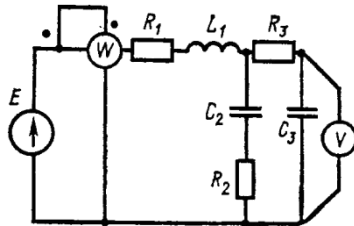


Рисунок 8.22 – Схема до варіанту 22

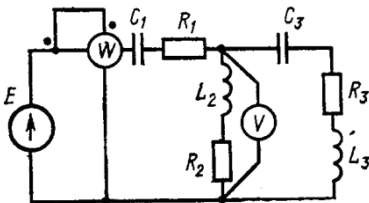


Рисунок 8.23 – Схема до варіанту 23

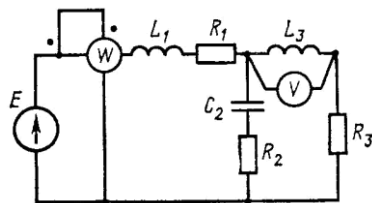


Рисунок 8.24 – Схема до варіанту 24

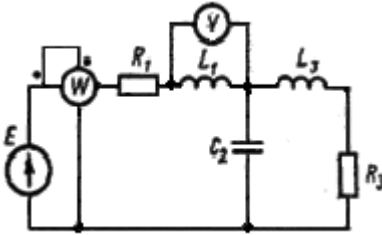


Рисунок 8.25 – Схема до варіанту 25

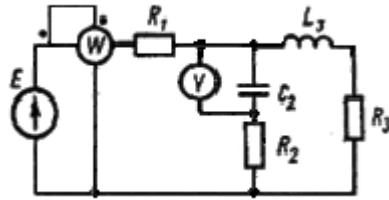


Рисунок 8.26 – Схема до варіанту 26

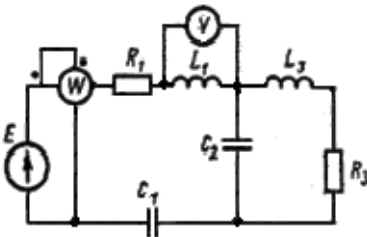


Рисунок 8.27 – Схема до варіанту 27

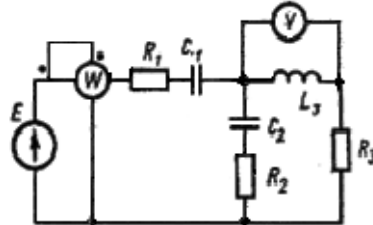


Рисунок 8.28 – Схема до варіанту 28

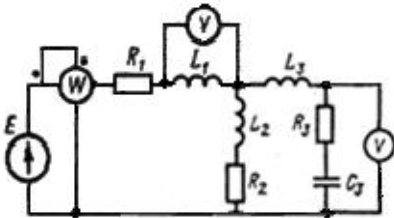


Рисунок 8.29 – Схема до варіанту 29

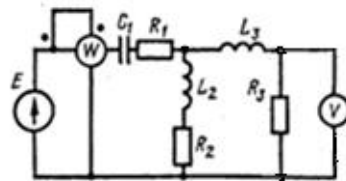


Рисунок 8.30 – Схема до варіанту 30

9. ЛІТЕРАТУРА

9.1 Паначевний Б.І., Свергун Ю.Ф. Електротехніка: Теорія, практикум. Підручник – К.: «Каравела», 2004. – 440 с.

9.2 Мілих В.І., Шавьолкін О.О. Електротехніка, Електроніка та мікропроцесорна техніка: Навч. посібник.-К: Каравела, 2008.– 688 с.

9.3 Малинівський С.М. Загальна електротехніка. Підручник. – Львів: Видавництво «Бескид», 2003. – 638 с.

9.4 Родзевич В.Е. Загальна електротехніка. Навч. посібник. –К.: «Вища школа», 1993. – 183 с.