УДК 338.1:512.64
Пожуєва І.С.[1], Нікішов В.О.[2]
[1] канд. техн. наук, доц. ЗНТУ
[2] студ. гр. КНТ-618 ЗНТУ

РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕЛЕМЕНТІВ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ ПРИ ВИКОРИСТАННІ МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЄВА

Одним з найкращих прикладів використання лінійної алгебри в економіці є модель міжгалузевого балансу Леонтьєва, яка використовується для розв’язування сучасних задач в економіці. Сутність методу полягає у визначенні валового випуску галузей за заданим кінцевим попитом на основі даних про технологічні можливості, які втілені у коефіцієнтах прямих витрат.

Нехай весь виробничий сектор складається з n чистих галузей, і відповідно існує різних n продуктів. В процесі виробництва кожна галузь використовує продукцію інших галузей.

Отримаємо рівняння, яке показує як витрачається кожен продукт для всього господарства загалом та рівняння витрат ресурсів на виробництво продукту для загальнонаціонального господарства:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} y_i, \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} v_j.$$

де x_{ij} — обсяг продукту і-тої галузі, витраченого j-тою галуззю у виробничому процесі; x_i — загальний обсяг продукту і-тої галузі; y_i — обсяг продукту і-тої галузі що не використовується для виробництва, тобто йде у кінцеве споживання; v_j — додана вартість j-тої продукції (прибуток, амортизація, податки, зарплата за наймом тощо).

Щоб побудувати модель, припускаємо, що x_{ij} залежить від обсягу виробництва: $x_{ij} = \varphi(x_{ij})$.

У найпростішій моделі припускають лінійну залежність між витратами та обсягом виробництва: $x_{ij} = a_{ij} x_j$. Коефіцієнт $a \geq 0$ називається коефіцієнтом прямих виробничих витрат. Система рівнянь балансу приймає вигляд:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i, i = 1, \ldots, n, \qquad (2)$$

Позначимо

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T; \; y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)^T, \qquad (3)$$

$A = \{a_{ij}\}_1^n$ — квадратна матриця коефіцієнтів прямих виробничих витрат (технологічна матриця). Тоді міжгалузевий баланс можна записати матричним рівнянням, яке і є моделлю Леонтьєва

$$x = Ax + y, x \geq 0. \qquad (4)$$

Рівняння може приймати вигляд y=x-Ax, якщо необхідно розрахувати обсяг кінцевого споживання за відомим об'ємом валового випуску та $x = (E - A)^{-1} \cdot y$, якщо необхідно розрахувати обсяг валового випуску за відомим об'ємом кінцевого споживання.

Розглянемо використання цієї моделі на практиці. Нехай, наприклад, є три взаємопов’язані галузі. Таблиця міжгалузевих зв’язків містить дані балансу трьох галузей промисловості за деякий період (умов. грош. од.). Треба знайти необхідний обсяг валового випуску продукції кожної галузі, якщо кінцевий продукт споживання по галузях збільшити відповідно до 200, 100, 100 одиниць.

Скориставшись моделлю, був отриманий такий результат: валовий випуск у першій галузі треба збільшити на 101,39 ум. од., у другій галузі – на 32,39 ум. од., у третій галузі – на 36,33 ум. од.

Таблиця 1 – Міжгалузеві зв’язки

Галузь виробництва	Споживання			Кінцевий продукт	Запланований валовий випуск
	Енергетика	Металургія	Машинобудування		
Енергетика	5	40	30	125	200
Металургія	10	10	25	55	100
Машинобудування	17	5	3	75	100

Як ми можемо бачити, застосування моделі на практиці показує гарні результати. Застосувавши матричне рівняння до економіки якоїсь країни, можна описати всі взаємозв’язки між її галузями.

Найбільшою перевагою цього методу є системність. Будь-які зміни у випуску одного сектора знайдуть відображення у всій регіональній економіці за допомогою обліку повного набору міжгалузевих зв’язків. Однак вона може швидко втратитися, якщо зв’язки між галузями часто змінюються в часі. Проте, ні дивлячись ні на що, ця модель є однією з найкращих для розв’язання сучасних проблем в економіці.