

## ПРИЛОЖЕНИЕ НОВОГО ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ К ЗАДАЧАМ КИНЕМАТИКИ ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

*Использована новая рекуррентная формула для численного решения систем нелинейных полиномиальных уравнений. Приведенные примеры свидетельствуют о ее эффективности при выборе произвольных начальных приближений.*

*Ключевые слова:* полиномиальное уравнение, система уравнений, численное решение, рекуррентная формула, итерационный процесс, корень полинома.

### Постановка проблемы

Математические модели многих физических процессов и систем представляются в форме систем  $N$  нелинейных уравнений с неизвестными  $x_1, x_2, \dots, x_N$ :

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) &= 0; f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0; \dots \\ f_N(x_1, x_2, \dots, x_N) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Кроме того, при использовании численных методов к системам вида (1) сводятся задачи оптимального управления, планирования движений, синтеза механических объектов и многие другие. В связи с этим развитие методов решения таких систем является актуальной задачей не только прикладной математики, но и других разделов науки.

При решении многих практических задач системы нелинейных уравнений могут быть приведены к системам полиномиальных уравнений, которые, в свою очередь, путем формальных процедур, реализующих исключение неизвестных, например, методом резуль-

танта [1] или методом, основанным на вычислении стандартных базисов Гребнера [2], достаточно просто приводятся к треугольной форме [3].

В работе [4] была обоснована рекуррентная формула для нахождения всех действительных корней полиномиальных уравнений и представлен алгоритм ее реализации. Показано, что ее эффективность практически не зависит от выбора начального приближения, которое может быть выбрано произвольным образом. При выборе начального приближения в малой окрестности одного из действительных корней ее сходимость подобна сходимости итерационной формулы Ньютона [5]. При выводе формулы использовалось линейаризованное уравнение (относительно погрешности приближенного значения одного из действительных корней), соответствующее исходному. Аналогичный подход может быть использован и при организации итерационного процесса решения полиномиальных систем уравнений.

**Основной целью** данной работы является обоснование алгоритма решения полиномиальных систем уравнений, обеспечивающего нахождение всех действительных решений при различных начальных приближениях, который может быть эффективно использован при решении определенного класса практических задач.

**Обоснование нового алгоритма численного решения систем нелинейных полиномиальных уравнений**

Пусть заданы два полинома

$$p_1(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n a_{m-i, n-j} x^i y^j; \quad p_2(x, y) = \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^s b_{p-k, s-l} x^k y^l, \quad (2)$$

из кольца  $R[x, y] = R[x][y]$ ,  $x, y \in \Upsilon$ ,  $a_{m-i, n-j}, b_{p-k, s-l} \in \Upsilon$ . Требуется найти действительные корни системы полиномиальных уравнений

$$p_1(x, y) = 0; \quad p_2(x, y) = 0, \quad (3)$$

если они существуют.

Для организации итерационного процесса решения системы (3) произвольным образом зададим начальные приближения действительных корней  $r_{0x}, r_{0y} \in \Upsilon$ . Очевидно, что при таком подходе значения полиномов  $p_1(r_{0x}, r_{0y})$  и  $p_2(r_{0x}, r_{0y})$  почти всегда будут отличаться от нуля (возможно весьма значительно). Но, можно предположить, что всегда можно подобрать такие числа  $v_{0x}, v_{0y} \neq 1$ , что

$$p_1\left(\frac{r_{0x}}{1-v_{0x}}, \frac{r_{0y}}{1-v_{0y}}\right) = 0; \quad p_2\left(\frac{r_{0x}}{1-v_{0x}}, \frac{r_{0y}}{1-v_{0y}}\right) = 0, \quad (4)$$

если полиномы  $p_1(x, y)$  и  $p_2(x, y)$  имеют хотя бы одну пару действительных корней  $r_x$  и  $r_y$ .

Умножая левые части (4) на  $(1-v_{0x})^m (1-v_{0y})^n$  и  $(1-v_{0x})^p (1-v_{0y})^s$ , соответственно, и оставляя после преобразований только члены, содержащие  $v_{0x}$  и  $v_{0y}$  степени не выше первой, приходим к системе линейных уравнений, разрешенных относительно  $v_{0x}, v_{0y}$ , которая в матричной форме имеет вид:

$$A_0 U_0 = P_0, \quad (5)$$

где

$$A_0 = \begin{pmatrix} \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^m (m-i) a_{m-i, n-j} r_{0x}^i r_{0y}^j & \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^m (n-j) a_{m-i, n-j} r_{0x}^i r_{0y}^j \\ \sum_{l=0}^s \sum_{k=0}^p (p-k) b_{p-k, s-l} r_{0x}^k r_{0y}^l & \sum_{l=0}^s \sum_{k=0}^p (s-l) b_{p-k, s-l} r_{0x}^k r_{0y}^l \end{pmatrix}$$

$$U_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \end{pmatrix}; \quad P_0 = \begin{pmatrix} p_1(r_{0x}, r_{0y}) \\ p_2(r_{0x}, r_{0y}) \end{pmatrix}.$$

Если  $\det A_0 \neq 0$ , будем иметь:  $U_0 = A_0^{-1} P_0$  или

$$U_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta_{v_{0x}}}{\Delta_0} \\ \frac{\Delta_{v_{0y}}}{\Delta_0} \end{pmatrix}, \quad \text{где}$$

$$\Delta_0 = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^s \{[(m-i)(s-l) - (n-j)(p-k)] a_{m-i, n-j} b_{p-k, s-l} r_{0x}^{i+k} r_{0y}^{j+l}\},$$

$$\Delta_{v_{0x}} = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^s \{[(s-l) - (n-j)] a_{m-i, n-j} b_{p-k, s-l} r_{0x}^{i+k} r_{0y}^{j+l}\},$$

$$\Delta_{v_{0y}} = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^s \{[(p-k) - (m-i)] a_{m-i, n-j} b_{p-k, s-l} r_{0x}^{i+k} r_{0y}^{j+l}\}.$$

На следующей итерации примем:  $r_{1x} = \frac{r_{0x}}{1-v_{0x}}$ ,

$$r_{1y} = \frac{r_{0y}}{1-v_{0y}}.$$

Продолжая таким же образом далее, на некоторой  $I + 1$ -й итерации будем иметь:

$$r_{(I+1)x(y)} = \frac{r_{I x(y)}}{1-v_{I x(y)}} = \frac{r_{(I-1)x(y)}}{(1-v_{(I-1)x(y)})(1-v_{I x(y)})} = \frac{r_{0x(y)}}{(1-v_{0x(y)})(1-v_{1x(y)}) \dots (1-v_{(I-1)x(y)})(1-v_{I x(y)})}, \quad (6)$$

где  $v_{I x(y)}$  – компоненты вектор-столбца  $U_I$ , являющиеся  $\varepsilon$ -решениями уравнения  $A_I U_I = P_I$ .

Итерационный процесс завершается на  $J$ -й итерации если удовлетворяется необходимое условие

$$\|U_J\| = \sqrt{v_{Jx}^2 + v_{Jy}^2} \leq \varepsilon, \quad (7)$$

где  $\varepsilon \in \Upsilon$  – некоторое достаточно малое число.

С целью обобщения представим формулу (6) в матричной форме:

$$R_{I+1} = [I^* - U_I^*]^{-1} R_I, \quad (8)$$

где

$$R_I = \begin{pmatrix} r_{Ix} & 0 \\ 0 & r_{Iy} \end{pmatrix}; \quad R_{I+1} = \begin{pmatrix} r_{(I+1)x} & 0 \\ 0 & r_{(I+1)y} \end{pmatrix};$$

$$U_I^* = \begin{pmatrix} v_{Ix} & 0 \\ 0 & v_{Iy} \end{pmatrix}; \quad I^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, получено отображение матричной функции  $X = R$  в себя:  $F: X \rightarrow X$ . В соответствии с принципом сжимающих отображений и теоремами

Банаха и Шредера о неподвижной точке [6], итерационный процесс будет сходящимся, если отображение (8) удовлетворяет условию Липшица, т. е. является сжимающим [7]. Сжимающее отображение должно быть непрерывным, поэтому на каждой итерации ( $I$ ) необходимо выполнение условия  $\Delta_I \neq 0$ .

Отметим, что итерационная формула вида (8) может быть обобщена и использоваться при решении полиномиальных систем с конечным числом уравнений  $N > 2$ . Очевидно, что при этом матрицы, входящие в формулу, будут иметь размерность  $N \times N$ .

В качестве тестового примера рассмотрим процесс решения системы трех полиномиальных уравнений

$$\begin{aligned} f_1(x, y, z) &= xyz + 10xy - yz + 2 = 0 \\ f_2(x, y, z) &= xy - 3xz - x + y - 1 = 0 \\ f_3(x, y, z) &= x + 3y + z - 5 = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Пусть начальные приближения действительных корней  $r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}$ , а корректирующие поправки (ошибки), соответствующие им  $v_{0x}, v_{0y}, v_{0z}$ . Тогда, на нулевой итерации уравнение (5) будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} r_{0y}r_{0z} - 2 & -2 & -10r_{0x}r_{0y} - 2 \\ -r_{0y} + 1 & r_{0x} + 3r_{0x}r_{0z} + 1 & -r_{0x}r_{0y} + r_{0x} - r_{0y} + 1 \\ -3r_{0y} - r_{0z} + 5 & -r_{0x} - r_{0z} + 5 & -r_{0x} - 3r_{0y} + 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \\ v_{0z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}) \\ f_2(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}) \\ f_3(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}) \end{pmatrix} \quad (10)$$

Решив уравнение (10), получим новые приближения:  $r_{1x} = \frac{r_{0x}}{1 - v_{0x}}$ ,  $r_{1y} = \frac{r_{0y}}{1 - v_{0y}}$ ,  $r_{1z} = \frac{r_{0z}}{1 - v_{0z}}$ . Итерационный процесс будем продолжать до тех пор, пока на некоторой  $J$ -й итерации не будет выполнено необходимое условие:  $\|U_J\| = \sqrt{v_{Jx}^2 + v_{Jy}^2 + v_{Jz}^2} \leq \varepsilon$ .

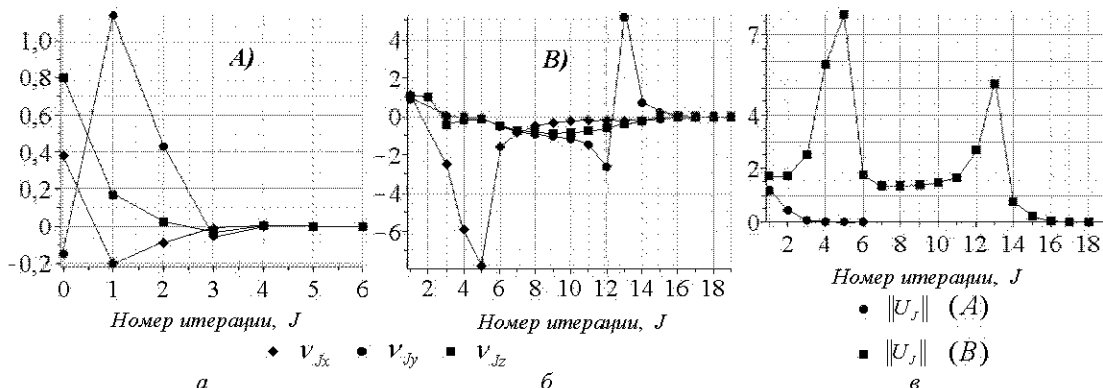


Рис. 1. Динамика итерационных процессов решения системы (9) при начальных приближениях  $r_{0x} = r_{0y} = r_{0z} = -0,2$  (первая серия решений): а – по формуле (8); б – по методу Ньютона; е – изменение нормы вектора ошибки  $\|U_J\|$

С целью оценки качества итерационного процесса (8) (А) найдем решения системы (9) при различных начальных приближениях. Кроме этого, произведем сравнение с решениями, полученными на основе метода Ньютона (В). Константу  $\varepsilon$ , определяющую точность решений примем равной  $\varepsilon = 10^{-7}$ .

Первую серию решений выполним при начальных приближениях действительных корней относительно близких к нулю, приняв их равными:  $r_{0x} = r_{0y} = r_{0z} = -0,2$ , вторую – при достаточно больших значениях:  $r_{0x} = r_{0y} = r_{0z} = 1000$  и третью – при начальных приближениях, близких к известным действительным корням системы (9):  $r_{0x} = -0,1$ ;  $r_{0y} = 3,0$ ;  $r_{0z} = -2,0$ . Во всех сериях решений на каждой итерации вычислим корректирующие поправки  $v_{Jx}, v_{Jy}, v_{Jz}$  и нормы векторов ошибок  $\|U_J\| = \sqrt{v_{Jx}^2 + v_{Jy}^2 + v_{Jz}^2}$ , соответствующих им. Итерационные процессы будем считать завершёнными при выполнении необходимого условия:

$$\|U_J\| \leq \varepsilon.$$

В первой серии решений при одинаковых начальных приближениях получены разные корни системы: (А) по формуле (8):  $r_x = -0,2419101$ ;  $r_y = 2,1465160$ ;  $r_z = -1,1976380$ ; (В) по методу Ньютона:  $r_x = -0,0464450$ ;  $r_y = 0,4675727$ ;  $r_z = 3,6437270$ . Во второй серии решений значения корней, вычисленных по формуле (8) и методом Ньютона оказались одинаковыми: (А, Б):  $r_x = 102,1007830$ ;  $r_y = -29,0008515$ ;  $r_z = -10,0982290$ . И, наконец, в третьей серии решений, при выборе начальных приближений в малых окрестностях известных действительных корней системы, вычисленные значения корней также оказались одинаковыми: (А, Б):  $r_x = -0,2419101$ ;  $r_y = 2,1465160$ ;  $r_z = -1,1976380$ .

Графики, иллюстрирующие динамику итерационных процессов для каждой серии начальных приближений, показаны на рис. 1–3.

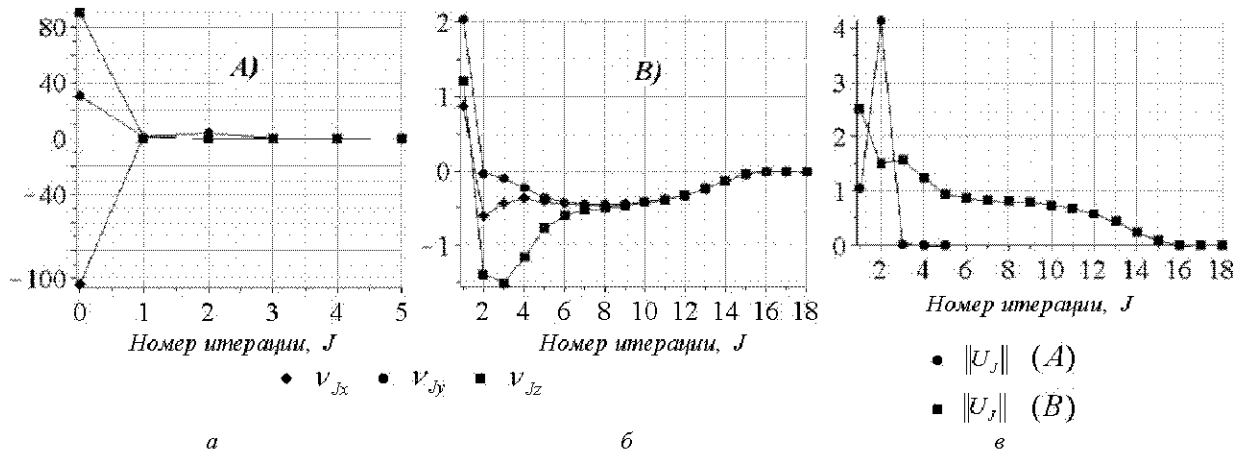


Рис. 2. Динамика ітерационних процесів рішення системи (9) при початкових наближеннях  $r_{0x} = r_{0y} = r_{0z} = 1000$  (друга серія рішень): а – по формулі (8); б – по методу Ньютона; в – змінення норми вектора помилки  $\|U_J\|$

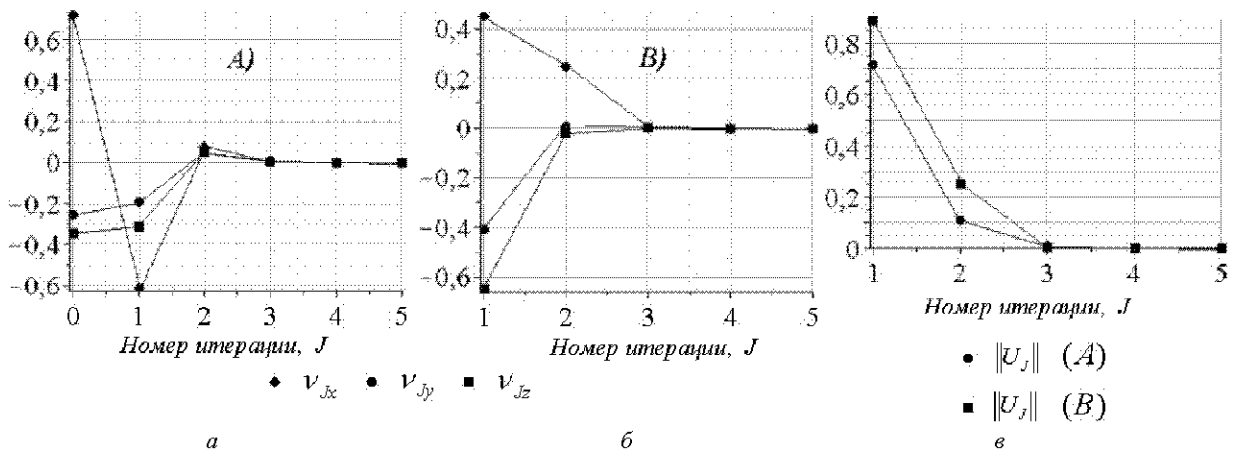


Рис. 3. Динамика ітерационних процесів рішення системи (9) при початкових наближеннях  $r_{0x} = -0,1$ ;  $r_{0y} = 3,0$ ;  $r_{0z} = -2,0$  (третья серія рішень): а – по формулі (8); б – по методу Ньютона; в – змінення норми вектора помилки  $\|U_J\|$

Их элементарный анализ свидетельствует о том, что во всех случаях итерационные процессы, реализованные в соответствии с формулой (8), более эффективны по сравнению с процессами, реализованными по методу Ньютона. Особенно ярко это выражено в случае, когда значения начальных приближений существенно отличаются от значений действительных корней системы.

Воспользуемся теперь формулой (8) для решения практической задачи: прямой задачи кинематики плоского кулисного механизма, кинематическая схема которого представлена на рис. 4.

Система геометрических связей механизма может быть записана следующим образом:

$$\begin{cases} c + l_3 \cos \varphi_3 - l_1 \cos \varphi_1 = 0 \\ -b + l_3 \sin \varphi_3 - l_1 \sin \varphi_1 = 0 \\ c + l \cos \varphi_3 + l_4 \cos \varphi_4 - l_5 = 0 \\ -a - b + l \sin \varphi_3 + l_4 \sin \varphi_4 = 0, \end{cases} \quad (11)$$

где  $l_1$  – длина кривошипа  $OA$ ;  $l_4$  – длина шатуна  $CE$ ;  $l_3$  – длина участка  $BA$  кулисы  $BC$ ;  $l$  – полная длина кулисы  $BC$ ;  $a = BO$ ,  $b = OD$ , постоянные параметры механизма ( $c$  – смещение шарнира  $B$  вдоль оси  $x$  – на рис. 4 не показано).

Сделаем замену переменных, обозначая  $\cos \varphi_3 = c_3$ ,  $\sin \varphi_3 = s_3$ ,  $\cos \varphi_4 = c_4$ ,  $\sin \varphi_4 = s_4$ , и, принимая во внимание тождество  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ , придем к системе шести полиномиальных уравнений

$$\begin{cases} c + l_3 c_3 - l_1 \cos \varphi_1 = 0 \\ l_3 s_3 - l_1 \sin \varphi_1 - b = 0 \\ c + l c_3 + l_4 c_4 - l_5 = 0 \\ l s_3 + l_4 s_4 - a - b = 0 \\ c_3^2 + s_3^2 - 1 = 0 \\ c_4^2 + s_4^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad (12)$$

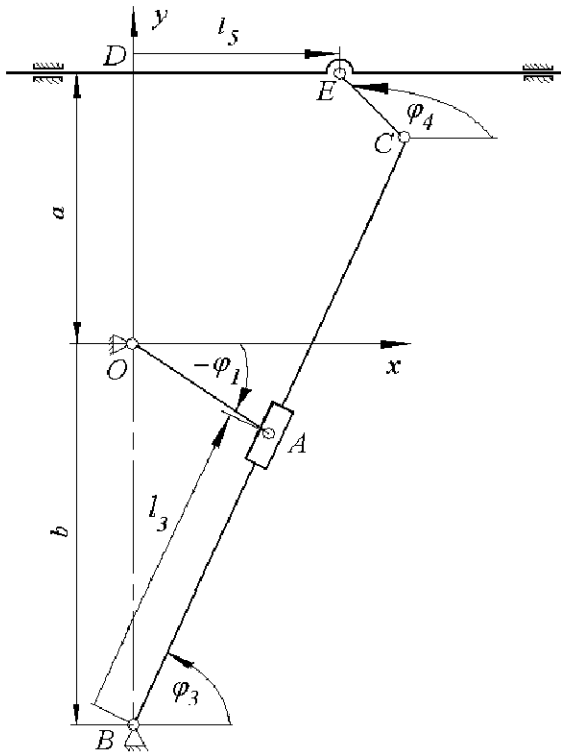


Рис. 4. Кинематическая схема плоского кулисного механизма

В качестве примера примем следующие безразмерные значения кинематических параметров:  $l_1 = 1,0$ ;  $l = 6,0$ ;  $l_4 = 2,0$ ;  $a = 2,0$ ;  $b = 4,0$ ;  $c = 0,1$ .

С целью устранения решений, не соответствующих приведенному на рис. 4 варианту сборки механизма, произведем редукцию системы (12), исключив переменные  $s_3 = \sin \varphi_3$  и  $s_4 = \sin \varphi_4$ . После подстановки принятых численных значений параметров и введения новых обозначений переменных  $x_1 = c_3$ ,  $x_2 = c_4$ ,  $x_3 = l_3$ ,  $x_4 = l_5$ , получим:

$$\begin{cases} x_1 x_3 + 0,1 - \cos \varphi_1 = 0 \\ x_1^2 x_3^2 - x_3^2 + 17,0 - 8 \sin \varphi_1 - \cos^2 \varphi_1 \\ 6x_1 + 2x_2 - x_4 + 0,1 = 0 \\ 81x_1^4 + 18x_1^2(1 - x_2^2) + x_2^4 + 34x_2^2 - 35 = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Для определения переменных  $x_i^{(0)}$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , соответствующих начальной (нулевой) конфигурации механизма при  $\varphi_1^{(0)} = 0$ , рад, примем следующие начальные приближения:

$$R_0^{(0)} = \begin{pmatrix} x_{01}^{(0)} \\ x_{02}^{(0)} \\ x_{03}^{(0)} \\ x_{04}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 1,0 \\ 600,0 \\ -1000,0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Вычислив  $U_0^{(0)} = (A_0^{(0)})^{-1} P_0^{(0)}$  и

$R_1^{(0)} = [I^* - U_0^{(0)}]^{-1} R_0^{(0)}$ , перейдем к следующей итерации. Приняв  $\varepsilon = 10^{-7}$ , будем продолжать итерационный процесс (8) до тех пор, пока не будет выполнено условие вида (7).

Параллельно, с целью оценки эффективности итерационного процесса (8), произведем решение данной задачи при начальных приближениях (14) путем реализации итерационного процесса в соответствии с методом Ньютона [4]:

$$R_{i+1}^{(0)} = R_i^{(0)} - (F_i^{(0)})^{-1} F_i^{(0)}, \quad (15)$$

где  $F_i^{(0)}$  – вектор, компонентами которого являются значения левых частей уравнений системы (13) при  $\varphi_1^{(0)} = 0$ , рад на  $i$ -й итерации;  $F_i^{(0)}$  – матрица Якоби размера  $4 \times 4$ , элементами которой являются значения

производных  $\frac{\partial F_i^{(0)}}{\partial x_j}$  при на  $i$ -й итерации. Приняв

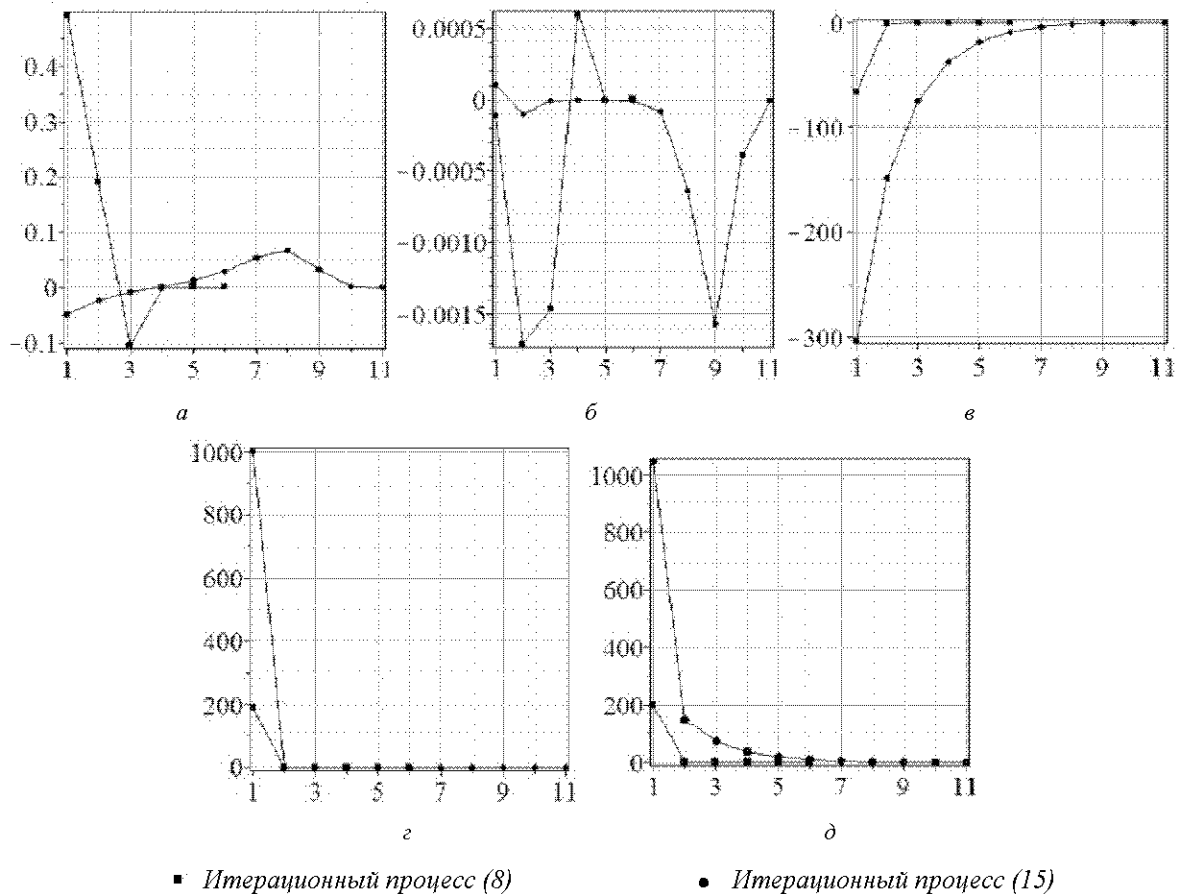
$\varepsilon = 10^{-7}$ , будем продолжать итерационный процесс (15) до тех пор, пока на некоторой  $j$ -й итерации не будет выполнено условие

$$\|\Delta_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^4 (\delta_k^{(0)})^2} \Big|_j = \sqrt{\sum_{k=1}^4 (R_{i+1(k)}^{(0)} - R_{i(k)}^{(0)})^2} \Big|_j \leq \varepsilon. \quad (16)$$

Динамика итерационных процессов решения данной задачи показана в графической форме на рис. 5, а–д.

При заданных начальных приближениях  $\varepsilon$ -решения задачи при реализации процессов (8) и (15) были получены, соответственно, за 6 и 11 итераций, что свидетельствует о том, что их скорость сходимости, по крайней мере, одного порядка. При этом необходимо отметить, что при одних начальных приближениях быстрее сходится процесс (15), при других – процесс (8), а в некоторых случаях оба процесса могут оказаться расходящимися.

При выборе начальных приближений в малых окрестностях действительных корней системы (13) оба процесса реализуются при малом и практически одинаковом числе итераций. Этот факт может быть использован для определения дискретного множества переменных параметров, соответствующих множеству возможных конфигураций механизма, реализуемых при различных значениях обобщенной координаты  $\varphi_1$ .



**Рис. 5.** Изменение компонент векторов погрешностей  $v_i^{(0)}$  и  $\delta_i^{(0)}$  при реализации итерационных процессов (8) и (15), соответственно:  $a - v_1^{(0)}, \delta_1^{(0)}$ ;  $б - v_2^{(0)}, \delta_2^{(0)}$ ;  $в - v_3^{(0)}, \delta_3^{(0)}$ ;  $г - v_4^{(0)}, \delta_4^{(0)}$ ;  $д - \|U_j\|, \|\Delta_j\|$

### Заключение

Представленный в статье метод решения систем нелинейных полиномиальных уравнений эффективен при решении многих прикладных задач. Об этом свидетельствуют результаты множества численных экспериментов, выполненных, в том числе, и при решении задач кинематического анализа шарнирных механизмов различных классов.

При использовании метода во многих практических случаях реализуются устойчивые сходящиеся итерационные процессы, позволяющие получать  $\varepsilon$ -решения систем нелинейных полиномиальных уравнений с любой заданной точностью. Но, при этом, необходимо отметить, что при «неудачном» выборе начальных приближений его реализация может приводить к расходящимся итерационным процессам, характерным и для других итерационных методов.

Количественные и качественные оценки, полученные при решении многих практических задач, позволяют отметить, что скорость сходимости итерационных процессов, основанных на данном методе, по крайней мере, не хуже, чем у итерационных процессов, реализуемых в соответствии с классическим ме-

тодом Ньютона, а в некоторых случаях и заметно выше. Об этом, в частности, свидетельствуют и результаты решения задач, приведенные в статье. Но основное преимущество метода по сравнению с методом Ньютона состоит в отсутствии необходимости дифференцирования уравнений решаемой системы, что особенно важно при программировании необходимых вычислительных процедур на языках высокого уровня.

Дальнейшая работа в данной области будет посвящена обоснованию алгоритма вычисления оценок спектрального радиуса матрицы Липшица при произвольном выборе начальных приближений, доказательству условий сходимости метода, а также выработке практических рекомендаций к его использованию при решении некоторых классов прикладных задач.

### Список литературы

1. Van Waerden B. L. Algebra. Vol. 1 / B. L. Van Waerden. – New York : Frederick Ungar Publishing, 1970. – 265 p.
2. Buchberger B. Theoretical Basis for the Reduction of Polynomials to Canonical Forms / B. Buchberger // SIGSAM Buletin. – 1976. – Vol. 39. – P. 19–29.
3. Polyakov A. Numerical solutions of direct and inverse kinematic problems for mechanisms with open and closed

- kinematic chains / A. Polyakov, M. Kolesova // A Proc. vol. from the 6-th IFAC workshop DECOM-TT 2009. – Scopje, Macedonia, 2009. – P. 321–328.
4. Поляков А. М. Рекуррентная формула для нахождения действительных корней нелинейных алгебраических уравнений в приложении к задачам механики механизмов / А. М. Поляков, М. А. Полякова // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – 2002. – № 2. – С. 93–96.
  5. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М. : Наука, 1987. – 600 с.
  6. Ортега Д. Итерационные методы решения нелинейных систем со многими неизвестными / Д. Ортега, В. Рейнболдт. – М. : Мир, 1975. – 558 с.
  7. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М. : Наука, 1976. – 544 с.
  8. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М. : Наука, 1970. – 664 с.

Одержано 17.10.2011

**Поляков О.М. Застосування нового чисельного методу розв’язання систем поліноміальних рівнянь до задач кінематики шарнірних механізмів**

*Використана нова рекуррентна формула для чисельного розв’язання систем нелінійних поліноміальних рівнянь. Наведені приклади свідчать про її ефективність при виборі довільних початкових наближень.*

*Ключові слова: поліноміальне рівняння, система рівнянь, чисельне рішення, рекуррентна формула, ітераційний процес, корінь полінома.*

**Polyakov A. Application of a new numerical method of the polynomial equations systems solving to the kinematics of linkages**

*New recurrent formula for the numerical solution of nonlinear polynomial equations systems is received. The given examples show its effectiveness when initial approximations are choosing arbitrary.*

*Key words: polynomial equation, system of equations, numerical solution, recursive formula, iterative process, root of polynomial.*