

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет
«Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних робіт у комп'ютерному класі з дисципліни
ТОЕ для студентів електротехнічних спеціальностей
“Розрахунок електричних кіл у середовищі MathCAD”

Для студентів електро- і радіотехнічних спеціальностей
усіх форм навчання

2021

Методичні вказівки до виконання розрахункових та дослідницьких робіт у комп'ютерному класі з курсу ТОЕ

/ Авт.: С.М. Тиховод– Запоріжжя: Національний університет
«Запорізька політехніка», 2021.- 48 с.

Укладач: С.М. Тиховод, доцент, д.т.н.,

Затверджено на засіданні
кафедри ТЗЕ
Протокол № 8 від 05.10.21

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ	4
1. ОСНОВНІ ОСОБЛИВОСТІ МОВИ СИСТЕМИ MathCAD	4
1.1. Найпростіші прийоми роботи	5
1.2. Функції	7
1.3. Робота з комплексними числами	11
2. ВЕКТОРИ, МАТРИЦІ ТА ОПЕРАЦІЇ З НИМИ.	18
2.1 Вектори і матриці	18
2.2 Оператори й функції для роботи з векторами та матрицями	20
3. ПРОГРАМИ – ФУНКЦІЇ	30
3.1. Опис програми – функції і локальний оператор присвоєння	30
3.2. Звернення до програми-функції MathCAD	32
3.3. Програмування у програмі-функції	33
3.4 Програмування у програмі-функції розгалужених алгоритмів	35
3.5. Програмування у програмі-функції циклічних алгоритмів	38
3.6. Побудова графіку амплітудно-частотної характеристики	40
4 ВИКОРИСТАННЯ В ТЕОРЕТИЧНІЙ ЕЛЕКТРОТЕХНІЦІ ВБУДОВАНИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ РЯДКІВ ТА ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ	41
4.1 Розрахунок числовим методом визначених інтегралів	41
4.2. Вбудована функція для розрахунку рядків	42
4.3. Методика розрахунку встановлених несинусоїдальних струмів в лінійних електричних колах	44

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Дані методичні вказівки мають за мету навчити студентів виконувати розрахунки електричних кіл за допомогою комп'ютера, а також глибше вивчити теоретичні основи електротехніки. Основною системою, що дозволяє студентам другого курсу виконувати необхідні математичні обчислення і перетворення, прийнята система MathCAD як найзручніша для широкого кола користувачів-непрограмістів. Методичні вказівки не припускають у студентів необхідних навичок роботи в системі MathCAD. Тому з самого початку даються необхідні елементарні відомості про роботу в MathCAD. Ці відомості закріплюються при розгляді конкретних прикладів розрахунку електричних кіл і вивченні різних розділів ТОЕ. У разі потреби зведення про роботу в MathCAD викладаються у всьому матеріалі.

Головна задача методичних вказівок розкрити величезні можливості системи MathCAD, що бере на себе всі рутинні математичні обчислення і перетворення, які дозволяють досліднику мислити структурно глобальними електротехнічними категоріями. Доводиться, що сучасні комп'ютери здатні виконувати не тільки числові операції, але й складні аналітичні перетворення.

Розглянуті в даних методичних вказівках приклади допоможуть студентам провести необхідні розрахунки і дослідження при виконанні розрахунково-графічних і курсових робіт, викладених у курсі ТОЕ. Частина I присвячена методам розрахунку ustalених процесів в лінійних електричних колах.

1. ОСНОВНІ ОСОБЛИВОСТІ МОВИ СИСТЕМИ MathCAD

Становлення та рішення задач у MathCAD здійснюється у вигляді так названих документів. Документ об'єднує опис математичного алгоритму рішення задачі з текстовими коментарями та результатів

обчислювань у вигляді чисел, символів, таблиць або графіків. Унікальна властивість MathCAD – можливість опису математичних алгоритмів у природній математичній формі з застосуванням загально прийнятої символіки для математичних знаків, таких наприклад, як квадратний корінь, знак ділення у вигляді горизонтальної риски, знак інтеграла і т.д. Це робить документ, видимий на екрані, схожий на текст з науково-технічних статей.

1.1. Найпростіші прийоми роботи

Система MathCAD містить у собі три редактори: формульний, текстовий і графічний.

Формульний редактор призначений для набору формул та операторів, завдяки яким здійснюється обчислення.

Для запуску формульного редактора досить установити курсор мишки у будь-якому вільному місці екрана та клацнути лівою клавішою. З'явиться візир у вигляді маленького червоного хрестика. Візир вказує місце, з якого можна почати набір формул, кожна з яких є обчислювальним блоком.

Щоб зробити обчислення за будь-якою формулою необхідно спочатку присвоїти числові значення усім аргументам і константам, які зустрічаються у формулі. Присвоєння здійснюються за допомогою натискання на клавішу “ : ” (двокрапка), а на екрані знак присвоєвання буде відображено як “ := ”. Наприклад, необхідно перемінній x присвоїти значення 1,85. Установимо візир формульного блоку у лівій частині екрана і набираємо:

$x : 1.85$

На екрані це матиме вигляд:

$x := 1.85$

Останнє набране число або символ системи виділяється кутовою дужкою, щоб показати, що наступні дії, які, можливо, будуть задані, відносяться саме до цього числа або символу.

Обчислення значення складного виразу проводиться таким чином. Припустимо, потрібно обчислити значення виразу

$$x = \frac{a+b}{c+d}$$

при заданих значеннях $a = 1.1$; $b = 2.2$; $c = 3$; $d = 0.1$.

Спочатку послідовно задаються значення змінних. Ставимо візир формульного блоку у лівій частині екрана. Набираємо

$$a := 1.1$$

Якщо ми хочемо продовжити у тій же строчці, тоді, натискаємо декілька разів клавішу $\rightarrow$, виходимо із формульного блоку і набираємо

$$b := 2.2 \quad c := 3 \quad d := 0.1$$

Щоб набрати основну формулу, поставимо візир нижче, у центрі екрана. Спочатку набираємо на клавіатурі

$$x := a+b|$$

Щоб наступне ділення стосувалося не посліднього символу, а всього виразу у чисельнику, натискаємо пробіл. На екрані з'явиться

$$x := a+b|$$

Тепер натискаємо знак $/$ та набираємо $c + d$. На екрані побачимо:

$$x := \frac{a+b}{c+d}$$

Для обчислення результату отриманого виразу за допомогою клавіші $\rightarrow$, переводимо візир правіше і набираємо

$$x =$$

Тут знак $=$ використовується, як знак виводу результату. На екрані отримаємо:

$$x = 1.0165$$

Символи, ідентифікуючі змінні та константи, можуть бути будь-якої довжини та включати будь-які латинські і грецькі букви, а також цифри, але починатися ідентифікатор може тільки з букви. Малі та великі букви у ідентифікаторах розрізняються.

Для того, щоб побудувати математичний вираз використовують оператори. Арифметичні оператори MathCAD аналогічні арифметичним операторам математики:

+ - додати

- - відняти

* - помножити (при введенні автоматично змінюється на крапку)

/ - розділити (крива риска автоматично перетворюється у горизонтальну риску)

$\wedge n$ - піднесення до степеню n , де n – будь-яке число,

(символ “ $\wedge$ ” представляється, як порядок n у вигляді надрядкового елемента.)

$\sqrt{x}$ - корінь квадратний з x (на екрані має вигляд як $\sqrt{x}$).

Поряд з арифметичними операторами у системі MathCAD використовуються також спеціальні математичні оператори, які записуються як символи обчислення сум, добутків, похідної, інтегралу і т.д.

Зміст цих операторів та порядок їх використання буде викладатися у самих лабораторних роботах в міру необхідності.

1.2. Функції

Система MathCAD містить великий набір вміщених елементарних функцій. Функції задаються своїми іменами та значеннями аргумента, замкнених у круглих дужках. Функції, як і змінні, і числа, можуть входити до складу математичних виразів. У відповідь на звернення до них, функції повертають обчислені значення. Нижче представлені деякі з цих функцій.

1.2.1. Тригонометричні функції

$\sin(z)$ - синус

$\tan(z)$ - тангенс

$\csc(z)$ - косеканс

$\cos(z)$ - косинус

$\sec(z)$ - секанс

$\cot(z)$ - котангенс

1.2.2 Гіперболічні функції.

$\sinh(z)$ - гіперболічний синус
 $\cosh(z)$ - гіперболічний косинус
 $\tanh(z)$ - гіперболічний тангенс
 $\operatorname{sech}(z)$ - гіперболічний секанс
 $\operatorname{csch}(z)$ - гіперболічний косеканс
 $\operatorname{coth}(z)$ - гіперболічний котангенс

1.2.3. Зворотні тригонометричні функції.

$\arcsin(z)$ - арксинус
 $\arccos(z)$ - арккосинус
 $\operatorname{atan}(z)$ - арктангенс

1.2.4. Обернені гіперболічні функції.

$\operatorname{asinh}(z)$ - обернений гіперболічний синус
 $\operatorname{acosh}(z)$ - обернений гіперболічний косинус
 $\operatorname{atanh}(z)$ - обернений гіперболічний тангенс

1.2.5. Показникові та логарифмічні функції.

$\exp(z)$ - експоненціальна функція
 $\ln(z)$ - натуральний логарифм
 $\log(z)$ - десятковий логарифм.

1.2.6. Функції з умовами порівняння

$\operatorname{ceil}(x)$ - найменше ціле, більше або дорівнює x
 $\operatorname{floor}(x)$ – найбільше ціле, менше або дорівнює x
 $\operatorname{mod}(x,y)$ – залишок від ділення x/y із знаком x
 $\operatorname{angle}(x,y)$ – додатний кут з віссю x для точки з координатами (x,y)

Приклад 1.1. Потрібно обчислити значення $y=\sin(x)$, коли $x=\pi/6$. Стаavimo курсор у лівій частині екрана і набираємо

$$x := \pi/6 \quad y := \sin(x) \quad x = 0.5$$

Грецькі букви потрібно набирати за допомогою спеціальної панелі інструментів.



1.2.7 Функція *if*

Функція *if* призначена для створення умовних виразів:

if (умова, вираз _1, вираз _2)

Якщо у цій функції умова виконується, тоді буде обчислюватися вираз _1, у протилежному випадку – вираз _2.

Умова – це оператор для порівняння двох величин, які називаються оператором відношення або логічним оператором. Нижче наведено перелік логічних операторів та правил набору їх на клавіатурі:

Таблиця 1.1

Оператор	Клавіші	Назви операцій
$x > y$	$x > y$	x більше y
$x < y$	$x < y$	x менше y
$x \geq y$	x ctrl0 y	x більше або дорівнює y
$x \leq y$	x ctrl9 y	x менше або дорівнює y
$x \# y$	x ctrl3 y	x не дорівнює y
$x = y$	x ctrl=y	x дорівнює y

Не слід плутати оператор порівняння (знак рівняння) із схожим знаком виводу значень змінних. У системі MathCAD знак рівняння, як оператор відношення, має більший розмір і більш жирне написання.

Вирази з логічними операторами вертають логічні значення, які відповідають виконанню або не виконанню умови заданого оператора. Якщо умова виконана, вертається одиниця, якщо не виконана – нуль (0).

Приклад 1.2: Потрібно розрахувати миттєве значення струму, отриманого у результаті однопівперіодного випрямлення синусоїдального струму $i = 50 \sin(314 t)$ у різні моменти часу.

$$t := \frac{\pi}{6}$$

$$i := \text{if}(i > 0, 50 * \sin(314 * t), 0)$$

$$i = 25.$$

Щоб обчислити значення випрямленого струму у інші моменти часу, досить у самому першому виразі перемінити значення t і задати режим обчислень.

1.2.8 Функції користувача.

Незважаючи на широкий набір вбудованих функцій, часто виникає необхідність розширити систему новими функціями, які викликали інтерес користувача. Функції користувача вводяться з використанням у наступному виразі:

<Ім'я функції> (<Список параметрів>) := <Вираз> ,

де <Ім'я функції> – будь-який ідентифікатор;

<Список параметрів> – перелік змінних, які використовуються у виразах, розділених комами;

<Вираз> – будь-який математичний вираз, який містить доступні системі оператори і функції з операторами і аргументами, вказаними у списку параметрів.

Приклад 1.3: Використання функції двох змінних:

$$md(x, y) := \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$a := 1 \quad b := 2 \quad m := md(a, b) \quad m = 2.236$$

1.3 Робота з комплексними числами

Система може проводити обчислення, як з дійсними, так і з комплексними числами, які подаються у алгебраїчній формі:

$$z := a + bi,$$

де a – реальна частина комплексного числа z ,

b – уявна частина,

i – уявна одиниця (система дозволяє записати також j).

Поміж символом уявної частини та символом i ніякий знак не ставиться. Якщо уявна частина b задана не числом, а ідентифікатором, то уявну частину потрібно записувати як помножену на $1i$.

Комплексні числа можуть бути аргументами і значеннями різних функцій та операторів. Нижче наведені оператори для виконання арифметичних дій над комплексними числами.

Оператори	Набір на клавіатурі	Призначення оператора
$ z $	$ z$	Вираз модуля комплексного z
$\bar{z}$	z''	Обчислення комплексного спряженого з z числа

Вбудовані функції комплексного аргументу:

$Re(z)$ - виділення дійсної частини z

$Im(z)$ - виділення уявної частини z

$arg(z)$ - обчислення аргументу комплексного числа z .

Приклад 1.4: Обчислити еквівалентний опір паралельного підключення опорів $z1=2+3i$ и $z2=5+10i$.

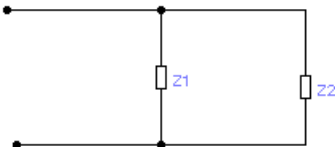


Рисунок 1.1 – Паралельне з'єднання комплексних опорів

$$\begin{aligned}
 z1 &:= 2 + 3i & z2 &:= 5 + 10i \\
 z &:= \frac{z1 \cdot z2}{z1 + z2} & z &= 1.445 + 2.317i \\
 \text{modulz} &:= |z| & \text{modulz} &= 2.73 \\
 \text{argz} &:= \arg(z) & \text{argz} &= 1.013
 \end{aligned}$$

Приклад 1.5. Розрахунок електричних кіл методом еквівалентних перетворень

Мета: вивчити правила спрощення електричних кіл за допомогою еквівалентних перетворень, а також засвоїти найпростіші засоби роботи з речовинними і комплексними числами системи MathCAD.

Нехай задане електричне коло, зображене на рисунку 1.2.

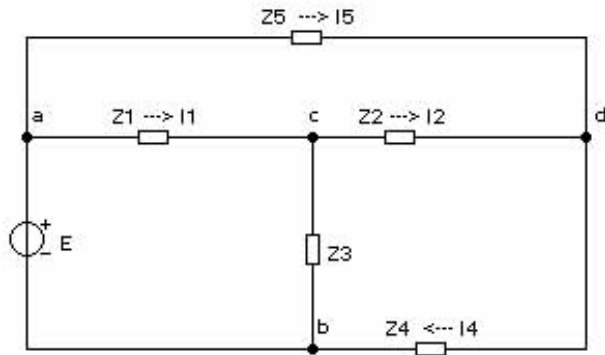


Рисунок 1.2 - Вхідна схема електричного кола.

Потрібно методом еквівалентних перетворень знайти струми у вітках при заданих значеннях комплексних опорів та ЕРС:

$$\begin{aligned}
 z1 &= 2 + 3i; & z2 &= 4 + 5i; & z3 &= 6e^{0.8i}; \\
 z4 &= 10i; & z5 &= -8.1i; & E &= 25.2e^{1.2i}.
 \end{aligned}$$

Спочатку усі комплексні величини, задані у показниковій формі, перекладемо у алгебраїчну форму, у якій MathCAD здійснює усі обчислення (у версіях MathCAD-2000 і вище ця операція здійснюється автоматично).

$$Z3 := \cos(0.8) \cdot 6 + \sin(0.8) \cdot 6i \qquad Z3 = 4.18 + 4.304i$$

$$E := \cos(1.2) \cdot 25 + \sin(1.2) \cdot 25i \qquad E = 9.059 + 23.301i$$

Задамо всі інші вхідні дані

$$Z1 := 2 + 3i \qquad Z2 := 4 + 5i \qquad Z4 := 10i \qquad Z5 := -8.1i$$

Перетворимо трикутник $z2, z3, z4$ в еквівалентну зірку, після чого схема приймає більш простий вигляд, згідно рисунка 1.3

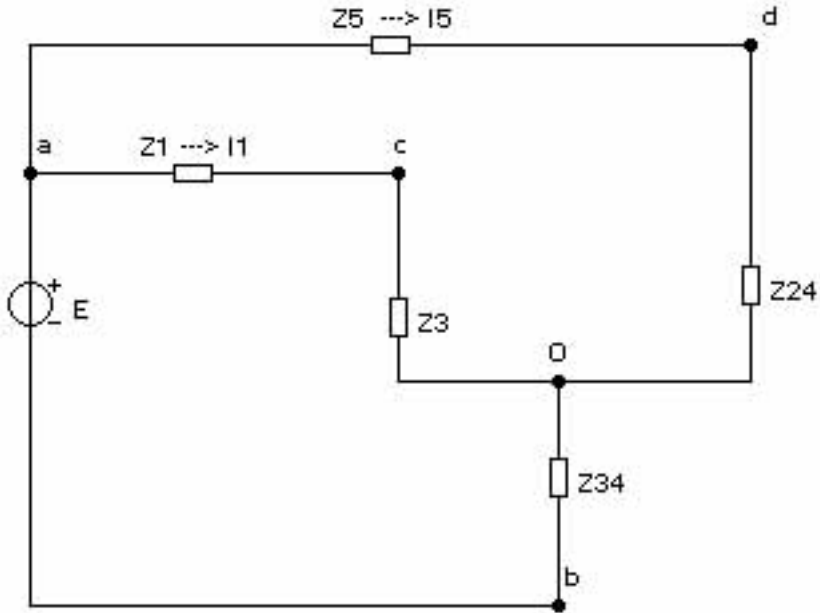


Рисунок 1.3 – Схема електричного кола після перетворення трикутника на зірку.

Опори променів зірки обчислюються за формулами:

$$Z_{23} := \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \quad Z_{23} = 1.585 + 0.92i$$

$$Z_{24} := \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \quad Z_{24} = 0.826 + 2.94i$$

$$Z_{34} := \frac{Z_3 \cdot Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \quad Z_{34} = 1.035 + 2.668i$$

Z_5 та Z_{24} з'єднані послідовно й еквівалентні опори дорівнюють їх сумі:

$$Z_{245} := Z_{24} + Z_5$$

$$Z_{245} = 0.826 - 5.16i$$

$z1$ та $z23$ також з'єднані послідовно:

$$Z_{123} := Z_1 + Z_{23}$$

$$Z_{123} = 3.585 + 3.92i$$

Після цих перетворень схема спрощується.

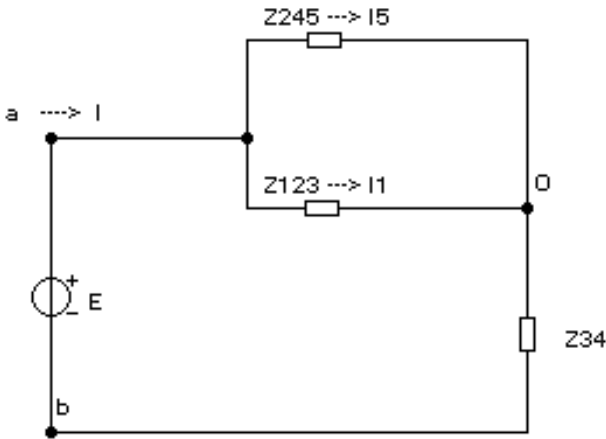


Рисунок 1.4 – Схема після спрощення.

Тепер зі схеми на рисунку 1.4 видно, що $z123$ та $z245$ з'єднанні паралельно, отже, їх еквівалентний опір дорівнює

$$Z_{1_5} := \frac{Z_{123} \cdot Z_{245}}{Z_{123} + Z_{245}}$$

$$Z_{1_5} = 5.773 - 1.837i$$

Еквівалентний опір відносно вузлів a, b дорівнює сумі опорів $z1_5$ і $z34$:

$$Z_{ek} := Z_{1_5} + Z_{34}$$

$$Z_{ek} = 6.808 + 0.832i$$

Струм у вітці з джерелом знайдемо за законом Ома

$$I := \frac{E}{Z_{ek}} \qquad I = 1.723 + 3.212i$$

Напругу між вузлами a , o знайдемо за законом Ома

$$U_{ao} := I \cdot Z_{1_5} \qquad U_{ao} = 15.846 + 15.38i$$

Напругу U_{ob} знайдемо також за законом Ома

$$U_{ob} := I \cdot Z_{34} \qquad U_{ob} = -6.787 + 7.921i$$

Струми I_1 та I_5 схеми рисунка 1.3 знайдемо за законом Ома

$$I_1 := \frac{U_{ao}}{Z_{123}} \qquad I_1 = 4.15 - 0.248i$$

$$I_5 := \frac{U_{ao}}{Z_{245}} \qquad I_5 = -2.427 + 3.46i$$

Напругу U_{do} і U_{co} знайдемо за законом Ома:

$$U_{do} := I_5 \cdot Z_{24} \qquad U_{do} = -12.177 - 4.277i$$

$$U_{co} := I_1 \cdot Z_{23} \qquad U_{co} = 6.804 + 3.426i$$

Напругу між вузлами c і d знайдемо як різницю напруг U_{co} і U_{do}

$$U_{cd} := U_{co} - U_{do} \qquad U_{cd} = 18.981 + 7.703i$$

Напругу між вузлами c і b , а також d і b , шукаємо як суми:

$$U_{cb} := U_{co} + U_{ob}$$

$$U_{cb} = 0.017 + 11.347i$$

$$U_{db} := U_{do} + U_{ob}$$

$$U_{db} = -18.964 + 3.644i$$

Тепер, коли відома напруга між усіма вузлами електричного кола на рисунку 1.4 знайдемо усі струми вихідного кола.

$$I_2 := \frac{U_{cd}}{Z_2}$$

$$I_2 = 2.791 - 1.563i$$

$$I_3 := \frac{U_{cb}}{Z_3}$$

$$I_3 = 1.359 + 1.316i$$

$$I_4 := \frac{U_{db}}{Z_4}$$

$$I_4 = 0.364 + 1.896i$$

Виконаємо перевірку за законами Кірхгофа.
Знайдемо похибку за струмами

$$\delta I := I_1 - I_2 - I_3$$

$$\delta I = 0$$

Знайдемо похибку за напругами

$$\delta U := I_1 \cdot Z_1 + U_{cd} + U_{db} - E \quad \delta U = 0$$

Комплексна потужність джерела це добуток ЕРС на комплексно-спряжений струм. Якщо напрямок ЕРС і струму співпадають, то результат береться зі знаком “плюс”, а якщо не співпадають – то зі знаком “мінус”.

$$S := E \cdot \bar{I}$$

$$S = 90.452 + 11.049i$$

Висновок: розрахунок вірний, тому що похибки за струмами та напругами допустимі.

2. ВЕКТОРИ, МАТРИЦІ ТА ОПЕРАЦІЇ З НИМИ.

2.1 Вектори і матриці

У системі MathCAD використовуються масиви двох типів: одномірні - вектори та двомірні - матриці. Масив складається з елементів масиву які можуть бути як числами, змінними та виразами. Порядковий номер елемента називається індексом. Нижня границя індексації встановлюється з нуля (може бути переустановлена з одиниці системної змінної ORIGIN). Масиву надається відповідне ім'я, яке задається як ідентифікатор.

Вектори можуть бути двох типів: вектор-рядок і вектор-стовпець.
Наприклад:

[10 20 30] - вектор-рядок

$$\begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix}$$
 - вектор-стовпець.

Незважаючи на те, що показані вектори мають одні й ті ж числові значення елементів, вони є різними за типом, теж будуть різними результати при векторних і матричних операціях.

Матрицю можна розглядати, як сукупність ряду векторів однакової довжини, наприклад:

$$M := \begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & a + b & 2 \\ 0 & 2.5 & a + b + c \end{bmatrix}.$$

Елементи матриці являються індексованими змінними, імена яких співпадають з іменами матриці. Але у цьому випадку для кожної індексованої змінної вказують два індексу, перший - як номер рядка, другий - як номер стовпця.

Наприклад, для приведеної вище матриці M

$$M_{0,1} = 1; \quad M_{1,1} = a + b; \quad M_{2,2} = a + b + c.$$

Для того, щоб задати вектори та матриці, необхідно у основному меню вибрати позицію Insert (Вставка). Відкривається підменю, у якому потрібно вибрати позицію Matrices... (Матриця). Це викликає появу діалогового вікна, у якому треба вказати розмірність матриці, тобто кількість рядків та стовпців. Для векторів один із цих параметрів дорівнює одиниці. При $m=1$ маємо вектор - стовпець, а при $n=1$ - вектор - рядок. Матриця є двовірним масивом з числом елементів $m \cdot n$. Елементи векторів і матриць вміщують між великими дужками.

Матриця на екрані з'являється у вигляді шаблону, у якому у місцях елементів стоять чорні квадратики. Візир ставиться на будь-який квадратик і вводиться значення елемента матриці. Таким чином, заповнюються усі елементи матриці.

Задати вектор або матрицю можливо й іншим способом. У основному меню вибрати позицію View. У підменю, яке відкрилося, вибрати Math Palette, на екрані з'явиться палітра на якій потрібно вибрати піктограму із зображенням шаблону матриці.



Далі діємо, як і в першому методі.

Елементи матриці можливо вибирати кожний окремо. При цьому номер рядка та стовпця вказують у вигляді підрядкового індексу. Для того, щоб вказати підрядкові індекси після члена змінної вводиться знак відкриваючої прямокутної дужки.

Введення

$$V[2:$$

Зображення на екрані

$$V_2 :=$$

Для елементів матриці порядкові індекси вводяться у круглих дужках із розділенням їх комою.

Введення

Зображення на екрані

$$M[(1,2)]: \quad M_{1,2} :=$$

Індекси можуть мати тільки цілочислові значення.

Таким чином перезначають значення елементів матриці.

2.2 Оператори й функції для роботи з векторами та матрицями

Для роботи з векторами та матрицями MathCAD містить ряд операторів та функцій. Введемо позначення: V - вектор; M - матриця; Z - скалярні величини. Нижче приведені оператори для роботи з векторами та матрицями.

Оператор	Набір на клавіатурі	Призначення оператора
$V1+V2$	$V1+V2$	Додавання векторів $V1$ та $V2$
$-V$	$-V$	Зміна знаку у всіх елементів вектору
$-M$	$-M$	Зміна знаку у всіх елементів матриці
$V+Z$	$V+Z$	Додавання вектору V із скаляром Z
$Z*V, V*Z$	$Z*V, V*Z$	Множення вектору V на скаляр Z
$Z*M, M*Z$	$Z*M, M*Z$	Множення матриці M на скаляр Z
$V1*V2$	$V1*V2$	Множення двох векторів
$M*V$	$M*V$	Множення матриці M на вектор V
$M1*M2$	$M1*M2$	Множення двох матриць $M1$ та $M2$
$\frac{V}{Z}$	V/Z	Ділення вектору V на скаляр Z

$\frac{M}{Z}$	M/Z	Ділення матриці M на скаляр Z
M^{-1}	M^{-1}	Зворотна матриця M
M^n	M^n	Зведення матриці M у ступінь n
$\sqrt{V}$	$\sqrt{V}$	Обчислення кореня квадратного із V
$ M $	M	Визначення визначника матриці
V^T	V Ctrl!	Транспонування вектору V
M^T	M Ctrl!	Транспонування матриці M
$V1*V2$	$V1 \text{ Ctrl} * V2$	Скал-множення векторів V1 і V2
$\bar{V}$	V»	Одержання комплексно скалярного вектору
$\bar{M}$	M»	Одержання комплексно скалярної матриці
$\sum V$	Alt \$ V	Обчислення суми елементів вектору V
$\vec{V}$	V Ctrl -	Векторизація вектору V
$\vec{M}$	M Ctrl -	Векторизація матриці M
$M^{<n>}$	$M \text{ Ctrl} \wedge n$	Виділення n-го стовбця матриці M
V_n	V[n	Виділення n-го елемента вектору V
$M_{m,n}$	M[(m,n)	Виділення елементів (m,n) матриці M

Під незвичним поняттям «векторизація» вважається отримання проведення математичних операцій у їх скалярному значенні над усіма елементами вектору або матриці. Векторизація може змінювати зміст математичних виразів, а також перетворювати недоступні вирази у більш доступні. Наприклад, якщо V-вектор, тоді вираз $\cos(V)$ недопустимий, так як аргументом функції $\cos$ може бути тільки скалярна величина проте із знаком векторизації функція $\cos(V)$ вертає

вектор, кожний елемент якого є косинус значення елемента відповідного вихідного вектора V .

Якщо A і B - вектори, тоді $A*B$ дає скалярний добуток цих векторів. Але той самий добуток із знаком векторізації створює новий вектор, j -й елемент якого є добутком j -х елементів векторів A та B .

Існує цілий ряд векторних та матричних функцій. Приведемо деякі з них.

$\text{Max}(v)$ - вертає максимальний елемент

$\text{Min}(v)$ - вертає мінімальний елемент

$\text{Re}(v)$ – вертає вектор реальних частин вектору з комплексними змінними

$\text{Im}(v)$ – теж саме і для уявних частин.

Приведені приклади допоможуть вивчити методи розрахунку електричних кіл, зведені до складання рівнянь Кірхгофа в матричній формі і рішення цих рівнянь у системі MathCAD.

Приклад 2.1: Розглянемо коло зображене на рисунку 1.2, параметри елементів кола візьмемо як у прикладі 1.5. Потрібно обчислити токи у всіх вітках різними методами.

Обчислимо струми у всіх вітках за допомогою рівнянь Кірхгофа
Задамо данні:

$$Z1 := 2 + 3i \quad Z2 := 4 + 5i \quad Z4 := 10i \quad Z5 := -8.1i$$

$$mE := 25.2 \quad aE := 1.2$$

$$mZ3 := 6 \quad aZ3 := 0.8$$

де mE , aE - модуль та аргумент (у радіанах) ЕРС, заданої у показниковій формі;

$mZ3$, $aZ3$ - модуль і аргумент опору $Z3$.

Спочатку всі величини, які задані у показниковій формі, перекладемо в алгебраїчну форму.

$$Z3 := (\cos(aZ3) + \sin(aZ3) \cdot i) \cdot mZ3 \quad Z3 = 4.18 + 4.304i$$

$$E := (\cos(aE) + \sin(aE) \cdot i) \cdot mE \quad E = 9.131 + 23.487i$$

Далі складаємо систему рівнянь за законами Кірхгофа. Попередньо напишемо систему рівнянь у системі MathCAD, але не для обчислення, а як коментар:

$$I0 - I1 - I5 = 0$$

$$I3 + I4 - I0 = 0$$

$$I1 - I2 - I3 = 0$$

$$Z5 \cdot I5 - Z2 \cdot I2 - Z1 \cdot I1 = 0$$

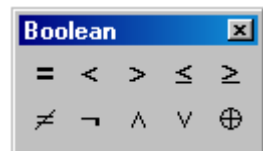
$$Z1 \cdot I1 + Z3 \cdot I3 = E$$

$$Z2 \cdot I2 + Z4 \cdot I4 - Z3 \cdot I3 = 0$$

Ці рівняння записані не за правилами запису в системі MathCAD, і якщо б ми залишили ці рівняння для обчислення, тоді б MathCAD обов'язково вказав на помилку. Ці рівняння нам необхідні як коментар. MathCAD дозволяє записувати математичні вирази як необчислювані, для цього необхідно:

- клацнути мишкою на даному формульному блоці, щоб він активізувався;
- клацнути на кнопці меню Format;
- у цьому меню клацнути на кнопці Properties;
- у меню, яке відкрилося клацнути Calculation;
- у меню, яке відкрилося поставити «галочку» в Disable Evaluation;
- ОК.

Після цього у правому верхньому кутку активізованого виразу з'явиться чорний квадрат, який вказує на те, що вираз не обчислюється, а використовується як коментар. Знак рівності у таких виразах потрібно брати як знак «=» операції відношення з палітри Boolean, відкривається при натисканні на відповідну кнопку на палітрі Math.



Систему рівнянь (2.1) напишемо у матричній формі.

$$A \cdot I = B$$

де

$$I := \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix}$$

Задаймо у системі MathCAD матриці A і B.

Спочатку напишемо

$$A :=$$

Далі задаймо шаблон матриці розміром 6х6 і отримаємо:

$$A := \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$$

Далі наводимо курсор на відповідний елемент шаблону матриці, клацаємо мишкою і з клавіатури вводимо значення елемента у вигляді математичного виразу. Усі зміни цього виразу повинні бути попередньо визначені, бо MathCAD покаже на помилку.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -Z1 & -Z2 & 0 & 0 & Z5 \\ 0 & Z1 & 0 & Z3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z2 & -Z3 & Z4 & 0 \end{pmatrix}$$

Аналогічно створимо вектор – стовпець правої частини.

$$B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix}$$

Для знаходження вектору, струмів які знаходимо, записуємо

$$I := A^{-1} \cdot B$$

де A^{-1} операція обчислення матриці, зворотної A .

Результат обчислення струмів виведено на екран:

$$I = \begin{pmatrix} 1.737 + 3.238i \\ 4.183 - 0.25i \\ 2.814 - 1.576i \\ 1.369 + 1.326i \\ 0.367 + 1.912i \\ -2.446 + 3.487i \end{pmatrix} \cdot$$

Тепер виконаємо той самий розрахунок методом контурних струмів.

Приймаємо обхід усіх незалежних контурів за часовою стрілкою та позначимо контурні струми I_{11} , I_{22} , I_{33} . Тоді система контурних рівнянь приймає вигляд:

$$(Z_1 + Z_3) \cdot I_{11} - Z_1 \cdot I_{22} - Z_3 \cdot I_{33} = E$$

$$-Z_1 \cdot I_{11} + (Z_1 + Z_2 + Z_3) \cdot I_{22} - Z_2 \cdot I_{33} = 0$$

$$-Z_3 \cdot I_{11} - Z_2 \cdot I_{22} + (Z_2 + Z_3 + Z_4) \cdot I_{33} = 0$$

У матричній формі ця система записується

$$Z_k \cdot I_k = E_k$$

де Z_K - матриця опорів системи контурних рівнянь ;

I_K - вектор – стовпець контурних струмів;

E_K - вектор – стовпець контурних ЕРС.

Напишемо Z_K і E_K у системі MathCAD.

$$Z_k := \begin{pmatrix} Z_1 + Z_3 & -Z_1 & -Z_3 \\ -Z_1 & Z_1 + Z_2 + Z_5 & -Z_2 \\ -Z_3 & -Z_2 & Z_2 + Z_3 + Z_4 \end{pmatrix} \quad E_k := \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Тоді вихідні контурні струми можна отримати:

$$I_k := Z_k^{-1} \cdot E_k$$

$$I_k = \begin{pmatrix} 1.737 + 3.238i \\ -2.446 + 3.487i \\ 0.367 + 1.912i \end{pmatrix}$$

$$I_{11} := I_{k0} \quad I_{22} := I_{k1} \quad I_{33} := I_{k2}$$

Отримаємо струми віток.

$$\begin{aligned}
 I_0 &:= I_{11} & I_0 &= 1.737 + 3.238i \\
 I_1 &:= I_{11} - I_{22} & I_1 &= 4.183 - 0.25i \\
 I_2 &:= I_{33} - I_{22} & I_2 &= 2.814 - 1.576i \\
 I_3 &:= I_{11} - I_{33} & I_3 &= 1.369 + 1.326i \\
 I_4 &:= I_{33} & I_4 &= 0.367 + 1.912i \\
 I_5 &:= I_{22} & I_5 &= -2.446 + 3.487i
 \end{aligned}$$

Нарешті виконаємо цей самий розрахунок методом вузлових потенціалів. Безпосередньо для вихідного кола на рисунку 1.2 метод вузлових потенціалів застосувати неможливо, тому що провідність вітки містить джерело ЕРС, яке дорівнює нескінченності. Тому зробимо еквівалентне перетворення кола шляхом перенесення джерела у суміжні вітки ad і ac . Після цього вузли a і b об'єднуються в один вузол ab . Після такого перетворення коло прийме вигляд показаний на рисунку 2.1

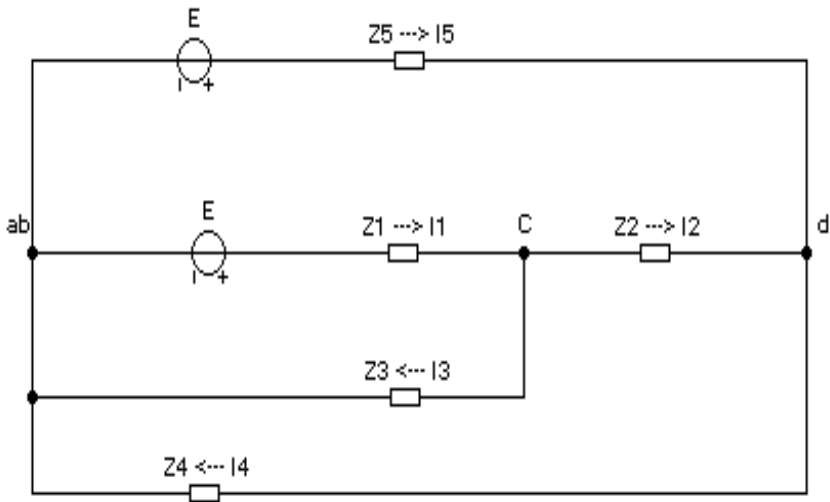


Рисунок 2.1 - Схема електричного кола на рисунку 1.2 після перенесення ЕРС.

Перетворене коло має три вузли a, b, c, d . Нехай потенціал одного з вузлів, наприклад a , дорівнює нулю: $\varphi_a = 0$, тоді для вузлів c, d система потенціальних рівнянь має вигляд:

$$Y_{cc} \cdot \phi_c - Y_{cd} \cdot \phi_d = I_{cc}$$

$$-Y_{cd} \cdot \phi_c + Y_{dd} \cdot \phi_d = I_{dd}$$

Або у матричній формі:

$$Y \cdot \Phi = I$$

У системі MathCAD напишемо вираз для обчислення елементів матриці Y і I .

Нагадаємо, що в матриці Y тільки діагональні елементи мають знак плюс, а інші – знак мінус. Діагональні елементи мають наступний зміст: Y_{cc} є сума провідності віток, що сходяться до вузлу «с», Y_{dd} – сума провідності віток, що сходяться до вузлу «d».

$$Y_{cc} := \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \quad Y_{cd} := \frac{1}{Z_2} \quad Y_{dd} := \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_5}$$

$$I_{cc} := \frac{E}{Z_1} \quad I_{dd} := \frac{E}{Z_5}$$

$$Y := \begin{pmatrix} Y_{cc} & -Y_{cd} \\ -Y_{cd} & Y_{dd} \end{pmatrix} \quad I := \begin{pmatrix} I_{cc} \\ I_{dd} \end{pmatrix}$$

$$\Phi := Y^{-1} \cdot I \quad \Phi = \begin{pmatrix} 0.017 + 11.438i \\ -19.116 + 3.673i \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \phi_c &:= \Phi_0 & \phi_c &= 0.017 + 11.438i \\ \phi_d &:= \Phi_1 & \phi_d &= -19.116 + 3.673i & \phi_{ab} &:= 0 \end{aligned}$$

Визначимо струми у вітках.

$$I_1 := \frac{E - (\phi_c - \phi_{ab})}{Z_1}$$

$$I_1 = 4.183 - 0.25i$$

$$I_2 := \frac{\phi_c - \phi_d}{Z_2}$$

$$I_2 = 2.814 - 1.576i$$

$$I_3 := \frac{\phi_c - \phi_{ab}}{Z_3}$$

$$I_3 = 1.369 + 1.326i$$

$$I_4 := \frac{\phi_d - \phi_{ab}}{Z_4}$$

$$I_4 = 0.367 + 1.912i$$

$$I_5 := \frac{E - (\phi_d - \phi_{ab})}{Z_5}$$

$$I_5 = -2.446 + 3.487i$$

Висновок: Усі методи обчислення дають один і той же результат, це означає, що розрахунки вірні. Найбільш простим для даного кола є метод контурних струмів.

3.ПРОГРАМИ – ФУНКЦІЇ

3.1.Опис програми – функції і локальний оператор присвоєння

Програми-функції призначенні для того, щоб можна було багаторазово виконувати деякі фрагменти програми без повторення їх запису. Особо корисним може бути використання програм-функцій, якщо вони використовуються у багаторазово повторюючій циклі.

Перед тим як використовувати програму-функцію потрібно її створити, тобто виконати опис. Опис програми-функції розміщується у робочому документі перед викликанням програми-функції і включає в себе ім'я програми-функції, список формальних параметрів (який може бути відсутній) і тіло програми-функції. Розглянемо ці поняття. Кожна програма-функція MathCAD має оригінальне ім'я, використовуючи яке, здійснюється звернення до цієї програми-функції. Через це ж ім'я (і тільки через це ім'я) “повертається” у робочий документ результат виконання програми-функції. Після імені програми-функції іде список формальних параметрів замкнений у круглі дужки. Через формальні параметри “в середину” програми-функції “передаються” необхідні дані для виконання обчислень всередині програми. В якості формальних параметрів можуть використовуватися імена простих змінних, масивів і функцій. Формальні параметри відокремлюються один від одного комою. Програма-функція може не мати формальних параметрів і тоді дані передаються через імена змінних визначених вище опису програми-функції.

Тіло програми-функції містить будь-яке число операторів, локальних операторів присвоєння, умовних операторів і операторів циклу, а також виклик других програм-функцій і функцій користувача.

Порядок опису програми-функції Mathcad. Для введення у робочий документ опису програми-функції необхідно виконати наступні дії:

- ввести ім'я програми-функції і список формальних параметрів, замкнений у круглі дужки (див. примітку 2.1);
- ввести символ “:=” - на екрані відображається як “:=”;
- відкрити набірну панель **Програмування** (див. параграф 4) і клацнути кнопкою “Add line” . На екрані з'явиться вертикальна

риска і вертикальний стовпець з двома полями вводу для введення операторів які створюють тіло програми-функції (див. Рис. 3.1);

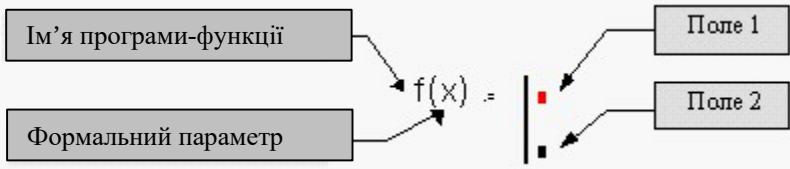


Рисунок 3.1 - Структура програми-функції.

- Перейти у поле 1 (клацнути на ньому мишкою або натиснути клавішу [Tab] і ввести перший оператор тіла програми-функції. Так як саме нижче поле завжди призначене для визначення значення повертаючого програмою, тоді як поля введення додаткових операторів відкриваються клацанням кнопки “Add line” на панелі програмування. При цьому поле введення додається знизу виділеного до цього моменту оператора. Для вилучення того або іншого оператора або поля введення з тіла програми-функції, потрібно замкнути його у віділяючу рамку і натиснути клавішу [Delete] (див. рисунок 3.2);

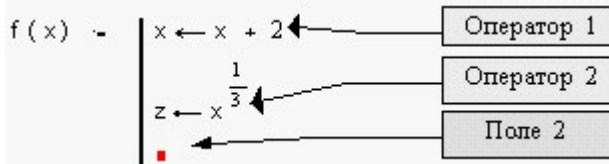


Рисунок 3.2 - Додавання операторів у тіло програми-функції

- заповнити саме нижче поле введення (поле 2), вводячи туди вираз, який визначає повертаюче ім'я програми-функції значення (див. рис. 3.2).

У наведеному прикладі формульним параметром є проста змінна x , тіло програми включає два локальних оператори присвоєння (див. наступний пункт) і значення змінної z визначає повертаючий через ім'я функції результат виконання програми-функції.

$$f(x) := \begin{array}{l} x \leftarrow x + 2 \\ \quad \quad \quad \frac{1}{3} \\ z \leftarrow x^{\frac{1}{3}} \\ z \end{array}$$

Рисунок 3.3 - Кінцева структура програми-функції.

Локальний оператор присвоєння. Для завдання в середині програми значення будь-якої змінної використовується так званий локальний оператор присвоєння, який має вигляд:

$$\langle \text{ім'я} - \text{змінної} \rangle \leftarrow \langle \text{вираз} \rangle$$

Увага! Використання «звичайного» оператора присвоєння (позначається : =) у тілі програми-функції приводить до синтаксичної помилки.

3.2. Звернення до програми-функції MathCAD

Для виконання програми-функції необхідно звернутися до ім'я програми-функції із вказівкою *списку фактичних параметрів* (якщо в опису програми присутній список формальних параметрів), таким чином

$$\langle \text{ім'я} - \text{програми} \rangle (\text{список фактичних параметрів})$$

Фактичні параметри вказують при яких конкретних значеннях здійснюються обчислення у тілі програми. Фактичні параметри відокремлюються один від одного комою. Очевидно, що між фактичними і формальними параметрами повинна бути ***відповідність по кількості, порядку слідування та типу***. Остання відповідність означає:

- якщо формальним параметром є проста змінна, тоді у якості фактичного можна використовувати константи, змінні, арифметичні вирази;
- якщо формальним параметром є вектор або матриця, тоді фактичним повинен бути вектор або матриця;

- якщо формальним параметром є ім'я вбудованої функції або іншої програми, тоді і фактичним параметром повинен бути той же об'єкт.

Звернення до програми-функції повинно знаходитись після опису програми-функції і до моменту звернення фактичні параметри повинні бути визначені.

Приклад 3.1. Звернення до програми $f(x)$, приведеної на рисунку 2.4 може мати такий вигляд:

$x := 2$ $f(x)=1.587$ $f(-3.23) = 0.556 + 0.928i$

$z := f(x + 4.5)$ $z = 2.041$

Зауважимо, що змінна z ніяк не зв'язана з “локальною” змінною z , яка використовується в середині тіла програми-функції. Передавати дані в середині програми-функції можливо, використовуючи в середині програми змінні, означені до описання програми-функції.



Хоч значення змінної x змінилося в середині програми-функції, поза описом програми-функції, ця змінна зберегла своє попереднє значення. Імена фактичних параметрів при виклику програми-функції можуть не співпадати з іменами її формальних параметрів.

3.3. Програмування у програмі-функції

Розглянемо спочатку програмування лінійних алгоритмів. Нагадаємо, що під лінійним алгоритмом розуміють обчислювальний процес, у якому необхідні операції виконуються суворо послідовно.

Оператори, які реалізують цей алгоритм у тілі програми-функції також розміщуються послідовно і виконуються усі, починаючи з першого оператора і закінчуючи останнім.

Приклад 3.2. Скласти програму-функцію обчислення комплексного опору двополюсника, зображеного на рис. 3.4.

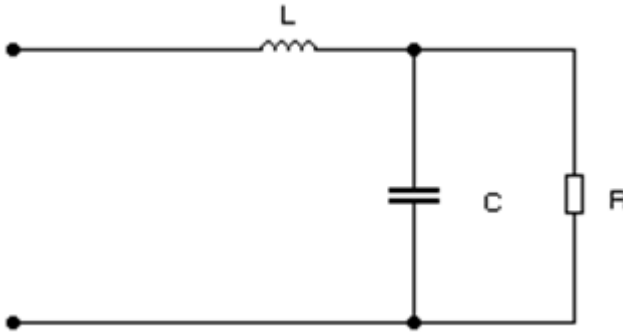


Рисунок 3.4 – Схема двополюсника

```
L := 0.01      C := 0.00005      R := 50
```

$$Z(\omega) := \left\{ \begin{array}{l} XL \leftarrow \omega \cdot L \\ XC \leftarrow \frac{1}{\omega \cdot C} \\ ZCR \leftarrow \frac{R \cdot (-XC \cdot i)}{R - XC \cdot i} \\ Z \leftarrow XL \cdot i + ZCR \end{array} \right.$$

$$Z(314) = 30.936 - 21.145i$$

3.4. Програмування у програмі-функції розгалужених алгоритмів

Нагадаємо, що у розгалужених алгоритмах присутні декілька віток обчислювального процесу. Вибір конкретної вітки залежить від виконання (або не виконання) заданих умов на значення змінних алгоритмів.

Нехай потрібно задати функцію, яка задає часову залежність напруги, заданої на рис. 3.5.

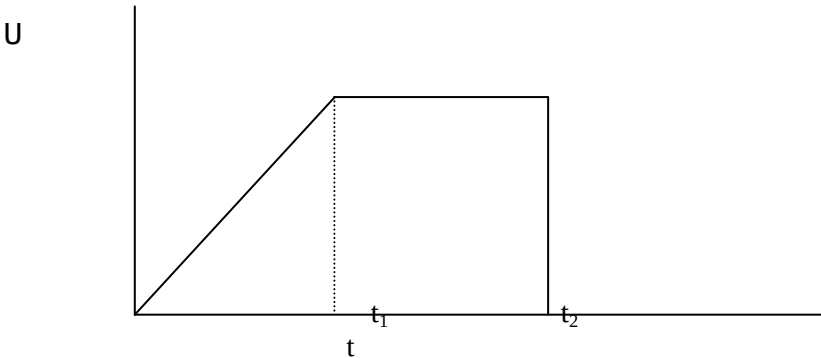


Рисунок 3.5 - Часова залежність напруги

$$u(t) = \begin{cases} k \cdot t & \text{если } 0 < t < t_1 \\ k \cdot t_1 & \text{если } t_1 \leq t < t_2 \\ 0 & \text{если } t > t_2 \end{cases}$$

Очевидно, що алгоритм обчислень містить три вітки і вибір залежить від значення змінної t .

Для програмування розгалужених алгоритмів у MathCAD є умовна функція *if* та умовний оператор. Використовуючи ці конструкції можливо “змінити” послідовне виконання операторів. У цих конструкціях можуть використовуватися наступні нові поняття.

Вирази відношень. Ці вирази використовують для порівняння двох арифметичних виразів між собою. Вираз відношень записують у вигляді:

$\langle \text{вир. A} \rangle < \text{знак відношення} \rangle \langle \text{вир. B} \rangle$,

де у якості знака відношення виступають символи, наведені у таблиці 1.1. Якщо задане відношення виконується, тоді вираз відношень приймає значення рівне 1 («істина»), а у протилежному випадку - 0 («неправда»).

Логічні операції. Визначені дві логічні операції, які ставлять між виразами відношень.

Логічна операція АБО. Позначається знаком + та записується у вигляді.

$\langle \text{логіч.вир.1} \rangle + \langle \text{логіч.вир. 2} \rangle$

Результат операції дорівнює 0, якщо обидва вирази рівні 0 та дорівнює 1 для усіх інших значень логічних виразів.

Логічна операція І. Вводиться знаком * (у тексті це крапка) та записується у вигляді:

$\langle \text{логіч.вир.1} \rangle . \langle \text{логіч.вир. 2} \rangle$

Результат дорівнює 1 і дорівнює 0 для усіх інших значень логічних виразів (порівняйте з логічним оператором АБО).

Логічний вираз. Логічним виразом називається конструкція, складена з виразів відношень, знаків логічних операцій та круглих дужок. Значення логічного виразу обчислюється зліва направо з урахуванням відомого правила про пріоритет операцій. Список пріоритетів (за їх спаданням):

- круглі дужки;
- логічна операція І;
- логічна операція АБО.

Умовна функція if. Ця функція записується у вигляді (символи if вводяться з клавіатури):

$\text{if} (\langle \text{логіч. вираз.} \rangle , \langle \text{ариф.вираз.1} \rangle , \langle \text{ариф.вираз.2} \rangle)$

Правило обчислення умовної функції if : якщо логічний вираз дорівнює 1, тоді функція приймає значення рівне значенню арифметичного виразу 1; якщо логічний вираз дорівнює 0, тоді функція приймає значення рівне значенню арифметичного виразу 2.

Умовна функція використовується в арифметичних виразах, які стоять у правій частині локального оператора присвоєння.

Умовний оператор. Цей оператор використовується тільки у тілі програми-функції і для його введення необхідно клацнути на кнопці **if** панелі програмування або клавішу [**if**]. На екрані з'явиться конструкція з двома полями введення, зображена на рис. 3.6.

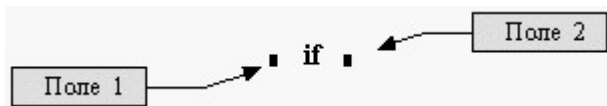


Рисунок 3.6 – Поля введення умовного оператора

У поле 2 вводиться логічний вираз (у найпростішому випадку це вираз відношень). У поле 1 вводиться вираз (як правило, арифметичний), значення якого використовується, якщо перевіряючий логічний вираз приймає значення 1. Умовний оператор може знаходитися тільки в середині тіла програми-функції. Наприклад:

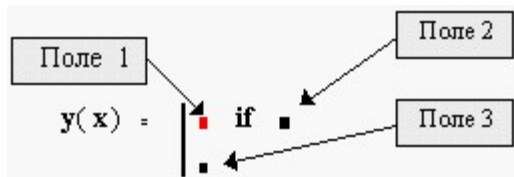


Рисунок 3.7 – Умовний оператор в середині тіла підпрограми

У полі 3 задається вираз, значення якого використовується, якщо логічний вираз дорівнює 0. Для введення у поле 3 необхідно:

- замкнути це поле у відділяючу рамку;
- клацнути на кнопці “otherwise” панелі програмування;
- у полі, яке залишилося, вводиться відповідний вираз.

Приклад 3.3: Складемо MathCAD – програму, яка реалізує обчислення функції, заданої на рис. 3.5:

$k := 100$ $t1 := 0.001$ $t2 := 0.001$

$$u(t) := \begin{cases} (k \cdot t) & \text{if } (t > 0) \cdot (t < t1) \\ (k \cdot t1) & \text{if } (t \geq t1) \cdot (t < t2) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$u(0) = 0$$

$$u(0.0005) = 0.05$$

$$u(0.001) = 0$$

$$u(t2) = 0$$

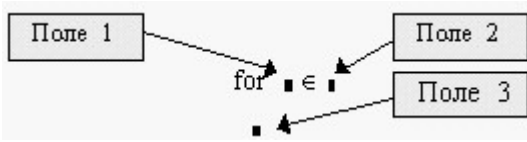
Таким чином, вираз, який стоїть перед словом otherwise виконується тільки в тому разі, якщо не виконана задана перед цим умова. У програмі можливо використовувати декілька умовних операторів, що йдуть один за одним, з одним виразом перед словом otherwise.

3.5. Програмування у програмі-функції циклічних алгоритмів

Нагадаємо, що циклічні алгоритми (або простіше цикли) містять обчислення, які повторюються і які залежать від деякої змінної. Така змінна називається параметром циклу, а самі обчислення, які повторюються складають тіло циклу.

Програмування циклу типу арифметичної прогресії. Для програмування таких циклів використовують оператор циклу for. Для введення такого оператора необхідно виконати наступні дії:

клацнути на кнопці **for** набірної панелі **Програмування**. На екрані з'являться поля введення, зображені на рис. 3.8.

Рисунок 3.8 - Структура оператора циклу **for**

- у поле введення 1 ввести ім'я параметра циклу;
- у поле 2 ввести діапазон значень параметрів циклу, використовуючи для цього дискретний аргумент;
- у поле введення 3 вводяться оператори, які складають тіло циклу. Якщо одного рядка не досить, тоді додаткові поля введення (додаткові рядки) створюються, клацнувши кнопкою “Add line” на панелі програмування і тоді зліва від тіла циклу з'явиться вертикальна риска.

Приклад 3.4: Складемо програму, яка буде амплітудно-частотну характеристику опору двополюсника, показаного на рисунку 2.5.

$R := 50$ $C := 0.00005$ $L := 0.01$ $N := 200$ $\Omega := 10000$

$$Z(\omega) := \left| \begin{array}{l} XL \leftarrow \omega \cdot L \\ XC \leftarrow \frac{1}{\omega \cdot C} \\ ZRC \leftarrow \frac{R \cdot (-XC \cdot 1i)}{R - XC \cdot 1i} \\ Z \leftarrow XL \cdot 1i + ZRC \end{array} \right.$$

$$h\omega := \frac{\Omega}{N}$$

$$MZ := \begin{array}{|l} \text{for } k \in 1.. N \\ \quad \omega \leftarrow k \cdot h\omega \\ \quad Z_{\text{compl}} \leftarrow Z(\omega) \\ \quad MZ_k \leftarrow |Z_{\text{compl}}| \\ MZ \end{array}$$

3.6. Побудова графіку амплітудно-частотної характеристики

Для побудови графіку значень масиву MZ від частоти, яка дорівнює номеру елемента масива, помноженому на крок зміни частоти $h\omega$, необхідно виконати наступну послідовність дій:

1. Задати ранжирувану змінну, яка задає увесь діапазон номерів елементів масиву, що підлягають виводу на графік. Значення ранжируваної змінної задається по наступному формату:
 $\langle \text{номер першого елемента} \rangle, \langle \text{номер другого елемента} \rangle .. \langle \text{номер останнього елемента} \rangle$

Якщо номери елементів, які виводяться, змінюються через одиницю, тоді номер другого елемента можна не задавати. Символ крапки з'являється на екрані після того як натиснути клавішу “;” (крапка з комою).

$k := 1.. N$

2. Ставимо візир у точці, де повинен бути лівий верхній кут графіка.
3. У меню виберемо, за допомогою мишки Insert/Graph/x-y plot і на екрані з'явиться область графіка.
4. На плейсхолдер у горизонтальній вісі помістимо вираз, який обчислює частоту через номер елемента масива.
5. На плейсхолдер у вертикальній вісі помістимо ідентифікатор масива з індексом заданої ранжирної змінної.
6. Клацнемо мишкою на вільному полі екрана і на екрані побудується графік.

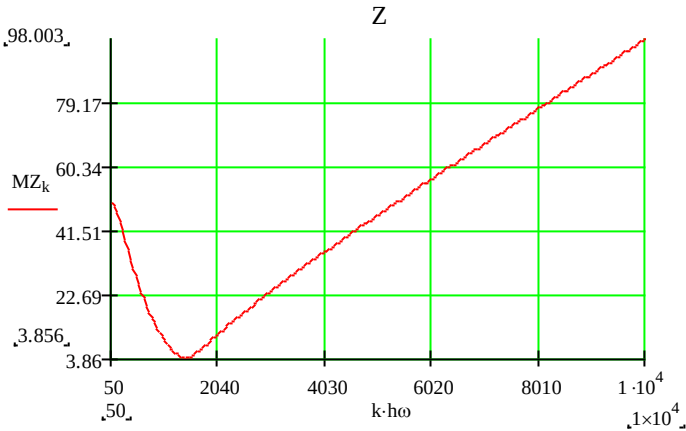


Рисунок 3.9 – Графік амплітудно-частотної характеристики.

4 ВИКОРИСТАННЯ В ТЕОРЕТИЧНІЙ ЕЛЕКТРОТЕХНІЦІ ВБУДОВАНИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ РЯДКІВ ТА ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ

4.1 Розрахунок числовим методом визначених інтегралів

В теоретичній електротехніці часто буває необхідно визначити визначені інтеграли вельми складних математичних виразів. В системі MathCAD маємо вбудовану функцію для чисельного розрахунку визначених інтегралів, яка викликається шляхом натискання клавіші “&”. На екрані при цьому з’явиться знак інтегралу.

Приклад 4.1. Визначити інтеграл функції

$$f(x) := 2 \cdot x + 3 + \cos(x)^2$$

$$a := -23 \quad b := 1.2$$

$$S := \int_a^b f(x) dx \quad S = -442.466$$

4.2. Вбудована функція для розрахунку рядків

Для розрахунку суми рядка у системі MathCAD маємо вбудовану функцію, яка викликається шляхом одночасного натискання клавіш «shift + \$». На екрані з'явиться знак суми:

$$\sum$$

На місті нижнього плейсходера необхідно задати змінну, визначаючу індекс членів рядка. На місті правого плейсходера потрібно задати математичний вираз, у який в якості змінної входить індекс. Перед тим, як задати знак суми, необхідно визначити усі значення індексу як ранжирувану змінну. Індекс не може приймати значення, дорівнююче нулю.

Приклад 4.2. Обчислити суму рядка

$$k := 1..12$$

$$S := \sum_k \frac{1}{k} \quad S = 3.103$$

4.3. Методика розрахунку встановлених несинусоїдальних струмів в лінійних електричних колах

Встановлені несинусоїдальні токи будемо розраховувати методом накладання. Для цього несинусоїдальні ЕРС джерел розкладемо в ряд Фур'є, таким чином представимо у вигляді нескінченної суми синусоїдальних функцій часу. Як показують розрахунки, щоб забезпечити точність, достатню для практики, можна використовувати не більше 5-7 членів рядка.

Приклад 4.3: Покажемо, як зміниться форма апроксимуючої функції, якщо змінювати кількість членів апроксимуючого рядка. Розглянемо функцію ЕРС, котра виходить, якщо послідовно синусоїдальному джерелу ЕРС підключити діод.

$$T := 0.02 \quad E_m := 200 \quad N := 5 \quad R_1 := 5 \quad R_2 := 10 \quad C := 0.001 \quad \omega := \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$e(t) := \begin{cases} E_m \cdot \sin(\omega \cdot t) & \text{if } \sin(\omega \cdot t) > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Вигляд такої функції покажемо на графіку (рисунок 4.1).

Уявимо тепер цю функцію у вигляді суми кількох членів рядка Фур'є. Представимо спочатку кількість членів суми $N=7$. Вирахуємо коефіцієнти рядка Фур'є по відомих формулам.

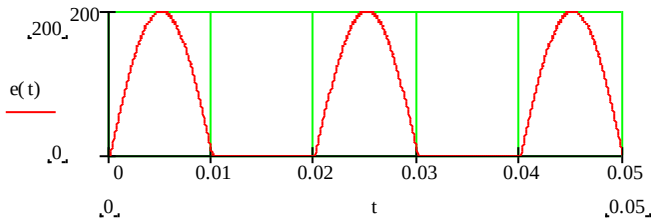


Рисунок 4.1 – Залежність від часу несинусоїдальної ЕРС

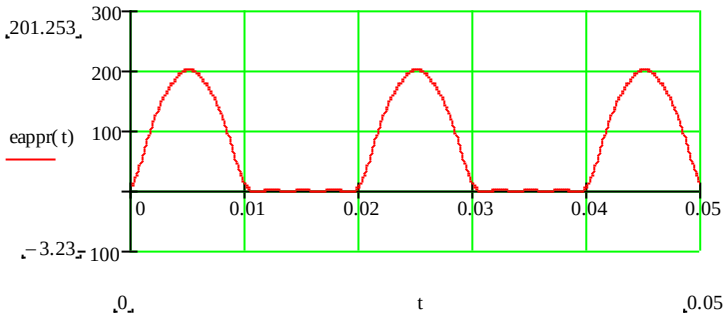
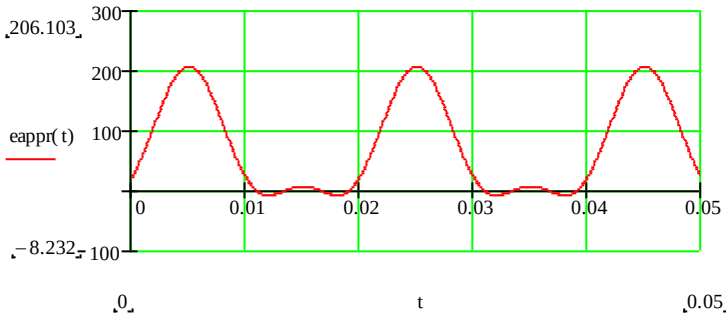
```

E := for k ∈ 1.. N
|
|   ak ←  $\frac{2}{T} \cdot \int_0^T e(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt$ 
|
|   bk ←  $\frac{2}{T} \cdot \int_0^T e(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt$ 
|
|   Ak ←  $\sqrt{ak^2 + bk^2}$ 
|
|    $\psi k \leftarrow \begin{cases} \text{atan}\left(\frac{ak}{bk}\right) + \pi & \text{if } (ak < 0) \cdot (bk < 0) \\ \text{atan}\left(\frac{ak}{bk}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$ 
|
|   Ek,0 ← Ak
|   Ek,1 ←  $\psi k$ 
|
|   E0,0 ←  $\frac{1}{T} \cdot \int_0^T e(t) dt$ 
|   E0,1 ← 0
|
E

```

На вказаній MathCAD - підпрограмі E представляє собою двовимірний масив, кількість стовбців якого дорівнює кількості членів суми; у нульову строку заносяться значення амплітуд гармонік, а у першу строку заносяться їх аргументи.

На рис. 4.2 показана форма апроксимуючої функції при N=7, а на рис. 4.3 – теж при N=3.

Рисунок 4.2 – Форма апроксимуючої функції при $N=7$ Рисунок 4.3 – Форма апроксимуючої функції при $N=3$

Як видно на рис. 4.3 при $N=5$ форма кривої апроксимується з точністю, достатньою для практики. Щоб розрахувати несинусоїдальні токи необхідно N раз виконати розрахунок синусоїдальних токів всіх гармонічних складових, а також виконати розрахунок постійних токів, викликаних постійною складовою ЕРС. Синусоїдальні токи гармонік розраховуються за допомогою рівнянь Кірхгофа у комплексній формі.

Приклад 4.4. Розрахуємо струми у всіх вітках кола, вказаного на рис. 4.4 при впливі ЕРС, вказаній на рис. 4.1.

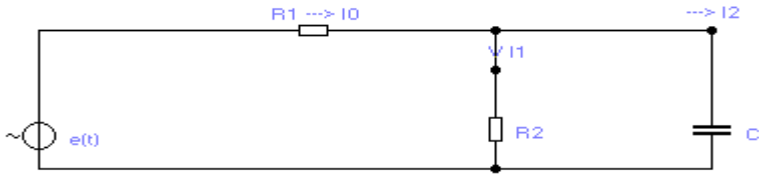


Рисунок 4.4 – Схема електричного кола несинусоїдальних струмів

```

E := for k ∈ 1.. N
    ak ←  $\frac{2}{T} \cdot \int_0^T e(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt$ 
    bk ←  $\frac{2}{T} \cdot \int_0^T e(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt$ 
    Ak ←  $\sqrt{ak^2 + bk^2}$ 
    ψk ←  $\begin{cases} \text{atan}\left(\frac{ak}{bk}\right) + \pi & \text{if } (ak < 0) \cdot (bk < 0) \\ \text{atan}\left(\frac{ak}{bk}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$ 
    Ek,0 ← Ak
    Ek,1 ← ψk
    E0,0 ←  $\frac{1}{T} \cdot \int_0^T e(t) dt$ 
    E0,1 ← 0
E

```

Рівняння за законами Кірхгофа для k -ї гармоніки мають вигляд:

$$I_0 - I_1 - I_2 = 0$$

$$R_1 \cdot I_0 - \frac{i}{k \cdot \omega \cdot C} \cdot I_2 = E_{k,0} \cdot e^{E_{k,1}i}$$

$$R_2 \cdot I_1 + \frac{i}{k \cdot \omega \cdot C} = 0$$

$$I := \begin{array}{l} \text{for } k \in 1..N \\ \quad \left| \begin{array}{l} M \leftarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R1 & 0 & \frac{-1i}{k \cdot \omega \cdot C} \\ 0 & R2 & \frac{1i}{k \cdot \omega \cdot C} \end{pmatrix} \\ V \leftarrow \begin{pmatrix} 0 \\ E_{k,0} \cdot \exp(E_{k,1} \cdot 1i) \\ 0 \end{pmatrix} \\ I^{(k)} \leftarrow M^{-1} \cdot V \\ I_{0,0} \leftarrow \frac{E_{0,0}}{R1 + R2} \\ I_{1,0} \leftarrow \frac{E_{0,0}}{R1 + R2} \\ I_{2,0} \leftarrow 0 \\ I \end{array} \right. \end{array}$$

Миттєві несинусоїдальні струми розрахуємо як суми гармонік:

$$k := 1.. N$$

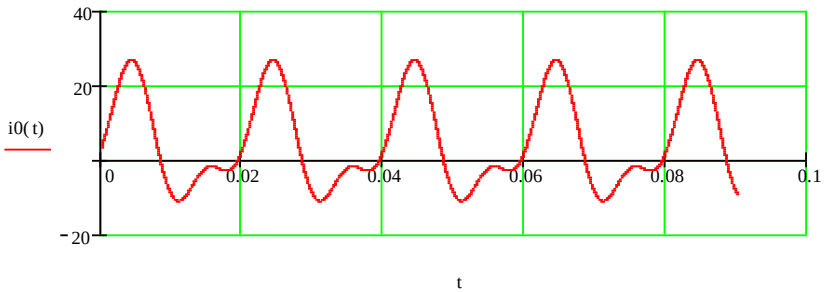
$$i0(t) := \sum_k (|I_{0,k}| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(I_{0,k}))) + I_{0,0}$$

$$i1(t) := \sum_k (|I_{1,k}| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(I_{1,k}))) + I_{1,0}$$

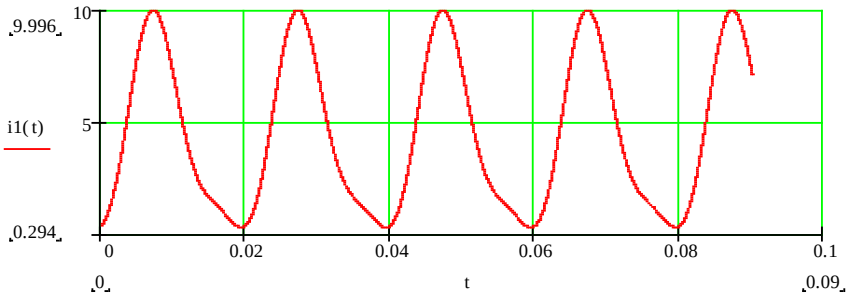
$$i2(t) := \sum_k |I_{2,k}| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(I_{2,k}))$$

Побудуємо графіки залежності від часу несинусоїдальних струмів у всіх вітках:

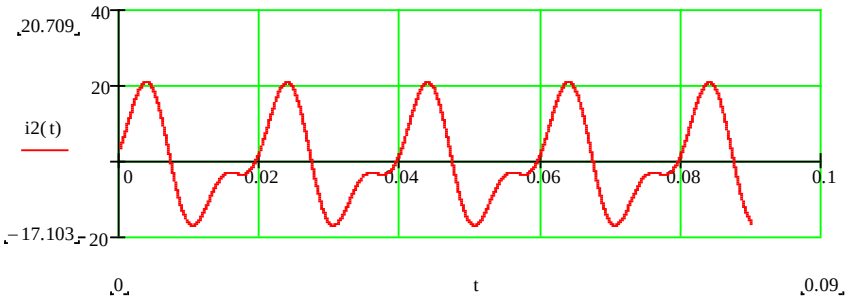
$$t := 0, 0.00001.. 0.09$$



a)



б)



в)

Рисунок 4.5 – Часові залежності несинусоїдальних струмів у всіх вітках

Розрахуємо похибку розрахунку шляхом підставки отриманих токів в рівнянні, складеному по другому закону Кірхгофа, при цьому залежність ЕРС від часу візьмемо початкову, а не апроксимовану рядом Фур'є.

$$\varepsilon(t) := R1 \cdot i0(t) + R2 \cdot i1(t) - e(t)$$

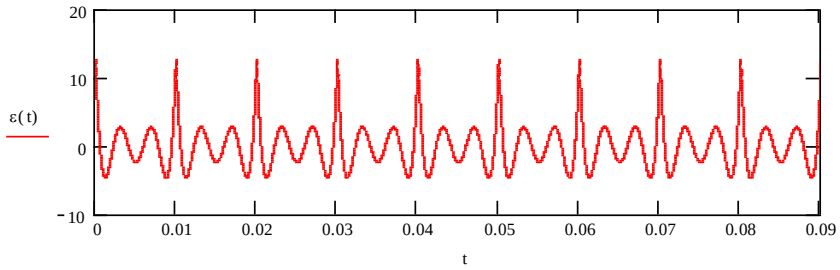


Рисунок 4.6 – Залежність похибки розрахунку від часу при $N=5$

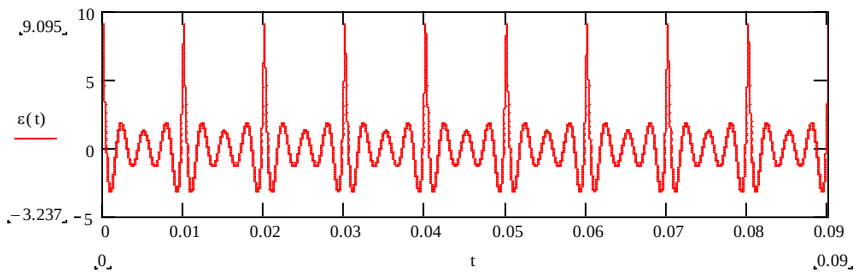


Рисунок 4.7 - Залежність похибки розрахунку від часу при $N=7$

Висновок: для забезпечення точності, достатньої для практики, можна використовувати розрахунок по 7 гармонікам рядка Фур'є. Для збільшення точності потрібно збільшити кількість гармонік N .