

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
для самостійних робіт з дисципліни**

«Основи теорії транспортних процесів і систем»
для студентів денної та заочної форм навчання
спеціальності 275
«Транспортні технології (за видами)»

Методичні вказівки для самостійних робіт дисципліни “ Основи теорії транспортних процесів і систем” для студентів денної та заочної форм навчання спеціальності 275 “Транспортні технології (за видами)” / Укл. проф. Кузькін О.Ф., ст. викл. Райда І.М. – Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2024.– 66 с.

Укладачі: проф., д.т.н. Кузькін О.Ф.
ст. викл. Райда І.М.

Рецензент: проф., д.т.н. Турпак С.М.

Відповідальний за випуск: ст. викл. Лебідь Г.О.

Затверджено на засіданні
кафедри «Транспортні технології»
Протокол № 4
від «07» грудня 2023 р.
Рекомендовано до видання
НМК транспортного факультету
Протокол № 107
від «12» лютого 2024 р.

ЗМІСТ

Самостійна робота № 1. Дослідження стаціонарності попиту на пасажирські перевезення.....	4
Самостійна робота № 2. Розрахунок кількості вимірювачів пасажирських перевезень.....	11
Самостійна робота № 3. Моделювання сезонних коливань обсягів вантажопереробки.....	24
Самостійна робота № 4. Розподіл пасажирського рухомого складу за маршрутами.....	31
Самостійна робота № 5. Графоаналітичне моделювання роботи рухомого складу на маршрутах.....	38
Самостійна робота № 6. Маршрутизація перевезень масових вантажів.....	55
Перелік рекомендованої літератури.....	64
Додаток А.....	65
Додаток Б.....	66

САМОСТІЙНА РОБОТА №1

ДОСЛІДЖЕННЯ СТАЦІОНАРНОСТІ ПОПИТУ НА ПАСАЖИРСЬКІ ПЕРЕВЕЗЕННЯ

Мета заняття: ознайомлення з методикою оцінки стаціонарності попиту на пасажирські перевезення з використанням імовірісно-статистичних методів.

Стисла теоретична довідка

При виборі типу моделі імовірісного процесу важливим є встановлення його *стаціонарності*.

В реальних системах часто зустрічаються випадкові процеси, що протікають у часі приблизно незмінно і мають вигляд *неперервних випадкових коливань* навколо деякого *середнього* значення, причому *ані середня амплітуда, ані характер* цих коливань не виявляють суттєвих змін на протязі часу. Такі випадкові процеси називаються *стаціонарними*. В протилежність стаціонарним, *нестационарні* випадкові процеси розвиваються у відповідності з певною тенденцією і суттєво змінюються у часі. Характеристики такого процесу залежать від вибору початку відліку часу.

Для більшості динамічних систем випадкові процеси починаються з *нестационарної стадії*, яка надалі переходить у *сталій* режим, а випадкові процеси, що протікають в ній, можна вважати *стаціонарними*. Прикладом нестационарного випадкового процесу є зміна відносних значень величини пасажиропотоку за часом протягом доби. Спочатку пасажиропотік зростає ($t = 7:00 - 9:00$ год.), потім дещо спадає ($t = 8:00 - 10:00$ год.), стабілізується ($t = 10:00 - 14:00$ год.), збільшується ($t = 15:00 - 18:00$ год.), і, нарешті, спадає ($t = 18:00 - 24:00$ год.). Цей процес у деякому проміжку часу (наприклад, в інтервалі $t = 10 - 14$ год.) приблизно може бути прийнятим як стаціонарний.

Випадковий процес x_t називається стаціонарним, якщо його *математичне очікування* $m_x(t)$ і *дисперсія* $D_x(t)$ мають однакові значення у всіх точках числової осі, а *кореляційна функція* $K_r(t_1; t_2)$

залежить тільки від величини інтервалу $\tau = t_2 - t_1$ між двома точками t_1 і t_2 , і не залежить від його розташування на числовій осі, тобто:

$$m_x(t) = m_x = \text{const}; \quad D_x(t) = D_x = \text{const}; \quad K_r(t_1, t_2) = K_r(t_2 - t_1) = K_r(\tau).$$

Випадковий процес може бути стаціонарним в *середньому* і в *дисперсії*. У деяких випадках перевірка стаціонарності функції розподілу не потрібна, так як просте зображення її на графіку показує, що функція або *зростає*, або *спадає*, або має *коливання* зі змінною *амплітудою*. У цьому випадку необхідно безпосередньо переходити до ідентифікації моделі, яка описує поведінку об'єкта.

Про стаціонарність чи нестаціонарність імовірнісних процесів судять за зміною в часі *параметрів розподілу випадкових величин* – математичного очікування $m_x(t)$ і дисперсії $D_x(t)$. Основні підходи до ідентифікації властивості стаціонарності визначаються способами отримання вихідних даних.

Одним з методів, який дозволяє перевірити випадковий процес на стаціонарність, є метод **Фостера-Стюарта**. Цей метод дає можливість визначити стаціонарність за середніми і дисперсією. Реалізація методу здійснюється за чотири етапи.

На *першому* етапі виконується порівняння випадкової функції у кожному перерізі, починаючи з *другого*, із *всіма попередніми*. При цьому визначаються дві числові послідовності:

$$u_t = \begin{cases} 1, & \text{якщо } X_t \text{ більше за всі попередні значення,} \\ 0, & \text{у протилежному разі;} \end{cases}$$

$$w_t = \begin{cases} 1, & \text{якщо } X_t \text{ менше за всі попередні значення,} \\ 0, & \text{у протилежному разі,} \end{cases}$$

де $t = 1, 2, \dots, n$ – дискретні моменти часу.

На *другому етапі* розраховуються величини r і d :

$$r = \sum_{t=2}^n (u_t + w_t); \quad d = \sum_{t=2}^n (u_t - w_t). \quad (1.1)$$

Величина r характеризує змінювання функції і приймає значення від 0 (всі значення функції однакові між собою) до $n - 1$ (функція змінюється монотонно). Величина d характеризує змінювання дисперсії значень функції і змінюється від $-(n - 1)$ (функція монотонно спадає) до $(n - 1)$ (функція монотонно зростає).

Третій етап полягає у перевірці таких гіпотез:

1) випадковості відхилення величини r від математичного очікування $\mu(n)$;

2) випадковості відхилення величини d від нуля.

Ця перевірка виконується з використанням розрахункових значень t -критерію Стюдента для *середнього* та для *дисперсії*:

$$t_r = \frac{|r - \mu(n)|}{\sigma_1}; \quad \sigma_1 = \sqrt{2 \ln n - 3,4253}; \quad (1.2)$$

$$t_d = \frac{|d - 0|}{\sigma_2}; \quad \sigma_2 = \sqrt{2 \ln n - 0,8456},$$

де σ_1 – стандартне відхилення для величини r ;

σ_2 – стандартне відхилення для величини d .

Для зручності розрахунків величини $\mu(n)$, σ_1 і σ_2 табульовані (таблиця 1.1).

Таблиця 1.1 – Табульовані значення $\mu(n)$, σ_1 і σ_2

n	$\mu(n)$	σ_1	σ_2	n	$\mu(n)$	σ_1	σ_2
10	3,858	1,288	1,964	60	7,360	2,201	2,713
20	5,195	1,677	2,279	70	7,666	2,268	2,769
30	5,990	1,882	2,447	80	7,931	2,324	2,816
40	6,557	2,019	2,561	90	8,165	2,373	2,857
50	6,998	2,121	2,645	100	8,375	2,416	2,894

На *четвертому етапі* розрахункові значення t_r і t_d порівнюються з табличним значенням t_α – критерію Стюдента за прийнятим рівнем значущості α і кількістю ступенів вільності $f_1 = n - 3$.

Алгоритм методу полягає у наступному.

1. Розраховуються величини u_t і w_t ;
2. Обчислюються суми r і d ;
3. За табл. 1.1 в залежності від кількості спостережень n знаходяться значення m_x , σ_1 і σ_2 ;
4. Обчислюються розрахункові значення t_r і t_d ;
5. За таблицею для t – статистики Стюдента визначаються критичні значення критерію Стюдента t_α в залежності від обраного рівня значимості (зазвичай $\alpha = 0,05$ і кількості ступенів вільності $f_1 = n - 3$);
6. Роблять висновок:
 - а) якщо $t_r > t_\alpha$ і $t_d > t_\alpha$, то процес вважається *нестационарним у середньому і в дисперсії*;
 - б) якщо $t_r > t_\alpha$ і $t_d < t_\alpha$, то процес вважається *нестационарним у середньому і стаціонарним у дисперсії*. У цьому випадку порушення стаціонарності можна вважати незначимим і доцільним буде прийняти припущення про стаціонарність процесу $x(t)$;
 - в) якщо $t_r < t_\alpha$ і $t_d > t_\alpha$, то процес вважається *стаціонарним у середньому і нестационарним у дисперсії*. Випадковий процес $x(t)$ навіть приблизно не може вважатися стаціонарним;
 - г) якщо $t_r < t_\alpha$ і $t_d < t_\alpha$, то процес вважається *стаціонарним і в середньому і в дисперсії*.

Зміст самостійної роботи та вихідні дані до її виконання

На підставі статистичних даних про обсяги перевезень пасажирів на приміському маршруті по днях місяця встановити стаціонарність попиту на перевезення методом Фостера-Стюарта. Вихідні дані про обсяги перевезень пасажирів по варіантах наведені у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Статистичні дані про обсяги перевезень пасажирів на приміському маршруті

t	Добовий обсяг перевезень пасажирів y_t по варіантах																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	54	56	52	54	57	58	63	61	52	60	57	60	58	52	65	61	56	53	57	55	63	59	61	52	60	53	61	55	55	54
2	67	53	64	61	63	56	60	54	53	59	66	59	50	60	58	59	56	51	55	59	62	54	61	56	58	55	54	54	58	53
3	61	64	59	66	54	61	63	54	59	61	59	55	50	50	62	60	63	54	52	64	51	59	51	60	59	58	57	64	65	53
4	52	59	61	58	52	66	52	62	58	51	56	54	61	60	64	51	63	62	64	54	48	62	54	68	60	49	52	57	61	63
5	54	59	58	53	62	63	62	60	63	57	61	61	47	52	65	52	62	56	53	56	56	66	57	60	56	50	57	48	55	61
6	60	70	62	56	58	65	60	57	62	64	59	56	63	49	66	57	57	58	59	61	55	55	56	59	58	61	52	63	63	61
7	51	62	52	61	53	70	60	60	53	50	63	58	49	47	57	60	55	52	56	61	53	67	58	53	64	50	57	65	63	64
8	56	56	62	48	55	62	61	72	52	55	58	61	49	47	63	51	58	61	54	59	49	60	54	57	64	57	64	51	55	62
9	62	61	63	59	51	58	66	61	53	58	69	61	54	54	59	52	59	51	61	56	51	53	63	63	53	55	59	60	61	68
10	62	67	53	57	56	61	63	55	61	49	67	58	55	55	54	52	63	55	58	62	50	56	59	65	53	55	61	44	54	69
11	51	57	53	61	63	63	65	60	62	56	63	55	47	54	63	55	60	54	51	64	55	51	46	55	59	51	52	56	56	60
12	55	52	56	53	57	56	57	65	58	52	68	56	60	52	52	51	61	62	53	62	54	51	44	61	53	60	53	47	57	61
13	63	59	58	54	54	55	61	65	63	64	61	65	63	50	62	44	65	56	63	61	48	55	53	55	62	45	67	55	70	63
14	51	63	65	50	54	72	68	55	64	54	73	56	61	50	60	50	66	65	58	53	44	63	44	71	62	46	52	40	56	67
15	62	62	58	45	53	62	70	59	61	46	65	63	56	45	59	41	71	51	46	68	44	51	51	62	64	56	62	50	51	64
16	59	56	65	42	59	69	64	61	61	52	70	60	58	56	57	48	63	52	51	65	43	53	42	64	59	50	62	53	59	59
17	60	66	53	57	51	68	69	55	51	54	74	51	44	46	67	49	67	51	45	75	43	51	52	63	64	50	57	57	63	69
18	55	60	54	53	55	70	56	67	58	50	68	56	37	59	60	55	67	63	51	79	46	61	55	67	60	45	59	46	65	65
19	61	64	60	49	58	73	76	62	56	48	70	59	53	42	58	51	63	59	51	72	37	62	63	54	57	50	58	43	54	64
20	54	71	65	39	63	68	60	65	56	48	68	64	60	51	52	51	66	62	49	76	48	51	37	79	65	43	53	49	72	56
21	60	64	56	53	57	62	70	64	54	41	82	61	54	51	55	47	59	57	45	62	52	64	50	68	64	56	51	43	70	71
22	63	77	51	43	67	58	62	77	65	59	68	51	46	55	65	35	62	51	37	71	54	52	51	78	66	53	58	37	82	80
23	58	64	52	50	59	59	66	78	52	58	71	52	48	44	63	47	64	55	34	72	45	62	47	67	51	43	56	43	62	61
24	60	77	52	59	60	68	79	72	64	60	74	56	48	59	51	56	73	53	36	67	37	58	45	58	52	42	56	45	60	67
25	53	78	57	53	56	79	70	77	62	45	59	54	45	43	52	49	76	58	46	72	48	63	60	79	54	54	61	48	72	71

Приклад виконання завдання

Розглянемо приклад виконання завдання для заданих $n = 25$ спостережень обсягів перевезень пасажирів на маршруті по днях місяця:

54, 53, 53, 55, 59, 52, 57, 59, 59, 64, 56, 52, 64, 52, 58,
61, 62, 64, 54, 62, 51, 61, 58, 61, 61.

Розв'язок.

1. Розрахунок значень u_t , w_t , r , d виконуємо в таблиці 1.3.

Таблиця 1.3 – Розрахунок значень u_t , w_t , r , d

t	y_t	u_t	w_t	s_t	d_t
1	54	–	–	–	–
2	53	0	1	1	–1
3	53	0	0	0	0
4	55	1	0	1	1
5	59	1	0	1	1
6	52	0	1	1	–1
7	57	0	0	0	0
8	59	0	0	0	0
9	59	0	0	0	0
10	64	1	0	1	1
11	56	0	0	0	0
12	52	0	0	0	0
13	64	0	0	0	0
14	52	0	0	0	0
15	58	0	0	0	0
16	61	0	0	0	0
17	62	0	0	0	0
18	64	0	0	0	0
19	54	0	0	0	0
20	62	0	0	0	0
21	51	0	1	1	–1
22	61	0	0	0	0
23	58	0	0	0	0
24	61	0	0	0	0
25	61	0	0	0	0
				$r = 6$	$d = 0$

2. За табл. 1.1 для $n = 25$ знаходимо: $\mu = 5,593$; $\sigma_r = 1,78$;
 $\sigma_d = 2,363$.

3. Використовуючи формули (1.2), обчислюємо значення критерію Стюдента для випадкових величин r і d :

$$t_r = \frac{|6 - 5,593|}{1,78} = 0,229; \quad t_s = \frac{|0 - 0|}{2,363} = 0.$$

4. За таблицею квантилей розподілу Стюдента (додаток А) для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і кількості ступенів вільності $f = 25 - 3 = 22$ знаходимо критичне значення $t_\alpha = 2,07$.

5. Так як $t_r = 0,229 < t_\alpha = 2,07$ і $t_s = 0 < t_\alpha = 2,07$, то попит на перевезення пасажирів на приміському маршруті вважаємо **стаціонарним** і в середньому і в дисперсії. Графік попиту на перевезення наведений на рисунку 1.1.

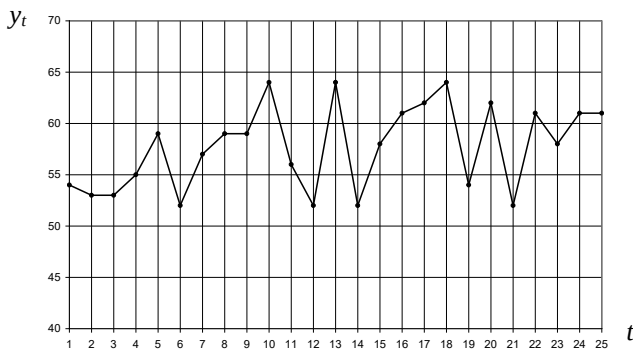


Рисунок 1.1 – Динаміка попиту на пасажирські перевезення на приміському маршруті

Контрольні запитання

1. Які властивості притаманні стаціонарним процесам ?
2. Викладіть умови стаціонарності процесу.
3. Викладіть порядок оцінки стаціонарності процесу за методом Фостера-Стюарта.
4. Як визначається стаціонарність за середнім значенням ?
5. Як визначається стаціонарність за дисперсією ?

САМОСТІЙНА РОБОТА №2

РОЗРАХУНОК КІЛЬКІСНИХ ВИМІРЮВАЧІВ ПАСАЖИРСЬКИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

Мета заняття: ознайомлення з основними кількісними вимірювачами пасажирських перевезень та методикою їх розрахунку.

Стисла теоретична довідка

Основними кількісними вимірювачами пасажирських перевезень є обсяг перевезень A , пасажиропотік F , обсяг транспортної роботи (пасажирообіг) Q , середня довжина поїздки пасажирів $L_{\text{ср}}$, питоме навантаження транспортної мережі пасажирів $\bar{A}$, питомий пасажирообіг $\bar{Q}$.

Обсягом пасажироперевезень A називається кількість пасажирів, що перевезені на маршруті, ділянці мережі, на всій мережі розглядуваного виду міського транспорту чи на всіх мережах міського транспорту в одиницю часу (година, доба, місяць, квартал, рік), яка визначається за формулою

$$A = \sum_i A_{\text{вх}} / T = \sum_j A_{\text{вих}} / T, \quad (2.1)$$

де $A_{\text{вх}}$ – сума пасажирів, що увійшли до транспортних засобів у пунктах посадки;

$A_{\text{вих}}$ – сума пасажирів, що вийшли з транспортних засобів у пунктах висадки;

T – період часу, за який розраховується пасажиропотік.

Обсягом транспортної роботи чи **пасажирообігом** називається кількість виконаних транспортом на маршруті, ділянці мережі, всій мережі розглядуваного виду міського транспорту чи на всіх мережах міського транспорту в одиницю часу пасажиро-кілометрів, яка визначається за формулою

$$Q = \sum_{i,j} A_{ij} l_{ij} / T, \quad (2.2)$$

де A_{ij} – кількість пасажирських кореспонденцій між пунктами посадки i та висадки j за розглядуваний період часу;
 l_{ij} – відстань пасажирської кореспонденції A_{ij} , км.

Середня довжина поїздки пасажирів визначається як середня довжина всіх пасажирських кореспонденцій на розглядуваному маршруті чи на всій мережі в цілому та розраховується за формулою

$$L_{\text{ср}} = Q / A. \quad (2.3)$$

Питомим навантаженням транспортної мережі пасажирями називають відношення обсягу пасажироперевезень до довжини маршруту, ділянки транспортної мережі чи транспортної мережі в цілому, яке визначається за формулою

$$\bar{A} = A / L_m, \quad (2.4)$$

де L_m – довжина розглядуваного маршруту, транспортної мережі, км.

Питомим пасажирообігом називається обсяг транспортної роботи, що припадає на 1 км довжини транспортної мережі, який визначається за формулою

$$\bar{Q} = Q / L_m. \quad (2.5)$$

Пасажиропотоком F називається напруженість потоку пасажирів у перерізах транспортної мережі в одиницю часу. **Пасажиропотік перегону** маршруту – це кількість пасажирів, що проїжджають у перерізі перегону в одиницю часу, **пасажиропотік ділянки мережі** – це кількість пасажирів, що проїжджають ділянкою

мережі в одиницю часу. Пасажиропотоки зручно представляти у вигляді картограм.

Картограмою пасажиропотоку називають графічну схему розподілу пасажиропотоку за довжиною маршруту чи ділянках транспортної мережі. Картограма має вигляд ступеневої кривої. Картограму використовують для організації маршрутів, виборі маршрутної системи, розрахунку необхідної кількості рухомого складу, в процесі організації руху для оперативного регулювання розподілу рухомого складу по ділянках та напрямках. Основні типи картограм пасажиропотоків наведені на рис. 2.1.

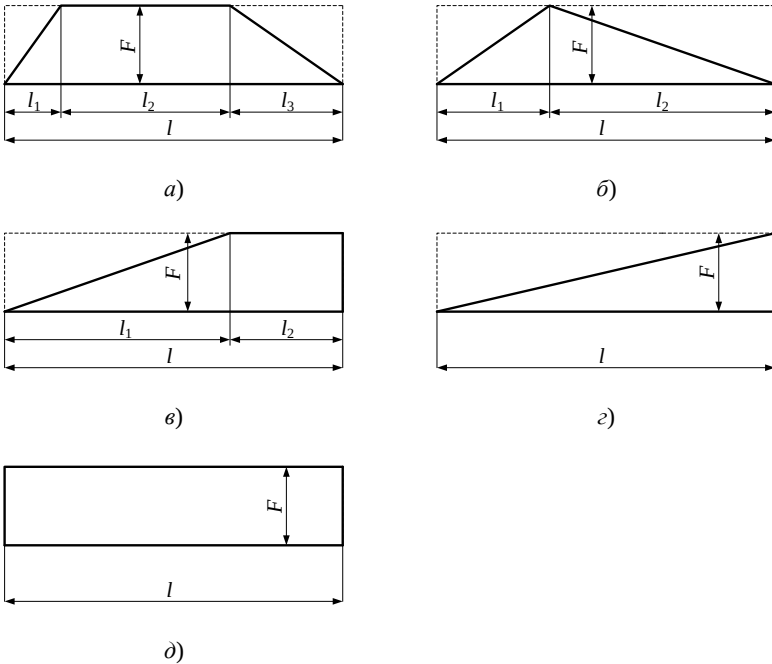


Рисунок 2.1 – Характерні розрахункові картограми пасажиропотоку

Трапецієподібна та трикутна картограми (рис. 2.1, а, б) характерні для діаметральних маршрутів, що з'єднують периферійні райони міста крізь його центр. Для підвізних та розвізних маршрутів характерні картограми, що мають вигляд прямокутної трапеції (рис. 2.1, в) чи трикутника (рис. 2.1, г). На рис. 2.1, д показана **повна** картограма, до якої необхідно прагнути при створенні маршрутів.

Основними характеристиками картограми є *максимальний, середній та еквівалентний* пасажиропотоки.

Максимальним називається пасажиропотік $F_{\max}$ найбільш завантаженого перегону чи групи перегонів маршруту (ділянки мережі). При перетворенні картограми по максимальному пасажиропотоку фактична картограма замінюється на розрахункову з висотою $F_{\max}$ та довжиною верхньої основи $a_{\max}$

$$a_{\max} = \frac{2Q}{F_{\max}} - L_m. \quad (2.6)$$

Середнім називається пасажиропотік, який визначається за формулою

$$F_{\text{ср}} = \frac{\sum_{s=1}^n F_s l_s}{L_m}, \quad (2.7)$$

де n – кількість перегонів маршруту;

F_s – пасажиропотік на s -му перегоні маршруту;

l_s – довжина s -го перегону маршруту.

Еквівалентним називається пасажиропотік, що визначається за формулою

$$F_{\text{э}} = \sqrt[m]{\frac{F_s^m l_s}{L_m}}, \quad (2.8)$$

де $m = 4 \div 5$ – емпіричний коефіцієнт.

При перетворенні картограми за еквівалентним пасажиропотоком фактична картограма замінюється розрахунковою трапецієподібною з величиною верхньої основи, що визначається аналогічно (2.6)

$$a_e = \frac{2Q}{F_e} - L_m. \quad (2.9)$$

Розрахунок еквівалентного пасажиропотоку виконується в три етапи:

- знаходять середній пасажиропотік ділянки мережі чи маршруту;
- доповнюють фактичний пасажиропотік до середнього на перегонах чи ділянках, де він менше ніж отриманий середній;
- визначають середній пасажиропотік отриманої таким чином картограми та приймають його рівним еквівалентному пасажиропотоку маршруту.

Для оцінки використання місткості рухомого складу маршрутів та ділянок транспортної мережі вводять поняття коефіцієнту заповнення картограми пасажиропотоків $k_{зк}$, що є відношенням площ фактичної картограми до повної, що має ту ж величину пасажирообігу

$$k_{зк} = \frac{Q}{F_{розр} L_m}. \quad (2.10)$$

Зміст самостійної роботи та вихідні дані до її виконання

На підставі даних про кількість пасажирів, що увійшли та вийшли на зупиночних пунктах міського маршруту, що налічує шість зупинок, за ранкові години пік (6:00 – 9:00) та заданої довжини перегонів маршруту необхідно:

- розрахувати обсяг пасажироперевезень, обсяг транспортної роботи, питома навантаження маршруту пасажирями, питомий пасажирообіг маршруту, середню дальність поїздки пасажирів на маршруті;

➤ побудувати картограму пасажиропотоку та виконати її перетворення за максимальним та еквівалентним пасажиропотоками. Розрахувати коефіцієнт заповнення фактичної та розрахункових картограм пасажиропотоку.

Кількість пасажирів, що увійшли та вийшли на зупинках маршруту по варіантах наведені у таблиці 2.1. Довжина перегонів маршруту по варіантах наведена у таблиці 2.2.

Таблиця 2.1 – Вихідні дані до виконання самостійної роботи 2

Вар.		Кількість пасажирів, що увійшли та вийшли на зупинках маршруту					
		1	2	3	4	5	6
1	увійшло	189	261	100	39	15	–
	вийшло	–	43	34	188	209	127
2	увійшло	243	130	174	36	15	–
	вийшло	–	15	88	140	164	191
3	увійшло	274	168	116	52	24	–
	вийшло	–	37	56	205	131	206
4	увійшло	233	79	67	44	12	–
	вийшло	–	35	61	119	140	79
5	увійшло	277	183	125	58	22	–
	вийшло	–	25	103	203	133	199
6	увійшло	223	250	69	74	28	–
	вийшло	–	11	79	203	171	180
7	увійшло	182	242	38	50	24	–
	вийшло	–	44	82	133	143	134
8	увійшло	240	182	97	33	17	–
	вийшло	–	19	83	117	203	149
9	увійшло	150	91	162	67	27	–
	вийшло	–	14	88	53	140	201
10	увійшло	222	196	152	70	20	–
	вийшло	–	10	33	201	248	167
11	увійшло	139	127	138	72	22	–
	вийшло	–	10	35	79	186	187
12	увійшло	92	238	54	44	27	–
	вийшло	–	10	32	141	142	130

Продовження таблиці 2.1

Вар.		Кількість пасажирів, що увійшли та вийшли на зупинках маршруту					
		1	2	3	4	5	6
13	увійшло	123	181	103	57	15	–
	вийшло	–	10	34	90	137	209
14	увійшло	151	137	111	53	31	–
	вийшло	–	10	40	110	154	170
15	увійшло	111	135	45	56	18	–
	вийшло	–	10	27	51	135	142
16	увійшло	120	130	138	60	12	–
	вийшло	–	10	26	138	146	139
17	увійшло	123	115	123	43	28	–
	вийшло	–	10	39	77	147	159
18	увійшло	133	161	137	49	15	–
	вийшло	–	10	43	134	116	193
19	увійшло	120	184	96	70	12	–
	вийшло	–	10	33	135	164	139
20	увійшло	140	167	63	46	28	–
	вийшло	–	10	31	115	162	127
21	увійшло	105	219	116	26	14	–
	вийшло	–	10	44	144	117	165
22	увійшло	132	155	84	50	19	–
	вийшло	–	10	27	86	169	147
23	увійшло	125	226	89	29	37	–
	вийшло	–	10	33	157	112	194
24	увійшло	131	203	136	58	38	–
	вийшло	–	10	34	150	185	187
25	увійшло	106	121	184	39	11	–
	вийшло	–	10	38	98	114	201
26	увійшло	138	246	79	23	27	–
	вийшло	–	10	38	169	160	135
27	увійшло	113	170	121	28	11	–
	вийшло	–	10	41	89	162	140
28	увійшло	75	153	151	50	17	–
	вийшло	–	10	37	85	108	206

Продовження таблиці 2.1

Вар.		Кількість пасажирів, що увійшли та вийшли на зупинках маршруту					
		1	2	3	4	5	6
29	увійшло	124	272	146	31	13	–
	вийшло	–	10	38	184	187	165
30	увійшло	115	215	144	53	18	–
	вийшло	–	10	31	178	172	154

Таблиця 2.2 – Довжина перегонів маршруту

Вар.	Довжина перегонів маршруту, км.				
	1 – 2	2 – 3	3 – 4	4 – 5	5 – 6
1	0,21	1,67	1,06	0,64	0,94
2	1,42	1,98	0,59	0,96	1,56
3	1,33	1,69	0,52	0,12	1,78
4	1,93	1,55	1,83	1,33	0,84
5	0,66	0,86	1,00	1,94	0,51
6	0,22	1,26	0,17	0,47	0,44
7	1,72	1,40	0,35	1,45	0,56
8	1,23	1,02	1,37	0,53	0,38
9	1,40	1,20	0,25	1,93	0,79
10	1,21	1,78	0,55	0,89	0,36
11	1,09	1,45	0,55	0,34	0,55
12	0,87	1,59	1,83	0,20	0,60
13	0,14	0,59	1,18	1,54	0,35
14	0,63	1,80	1,80	0,88	0,78
15	0,87	1,70	0,38	1,40	0,71
16	1,20	1,98	0,37	0,94	0,74
17	0,88	1,92	0,77	0,30	1,38
18	0,94	0,23	0,94	1,04	0,27
19	1,25	1,12	0,32	0,67	1,25
20	1,76	1,70	0,47	1,64	0,35
21	0,41	1,33	1,94	0,74	1,33
22	1,61	0,93	0,21	1,47	1,27
23	0,27	1,50	1,67	0,13	0,33
24	1,19	0,68	1,40	1,92	1,15

Продовження таблиці 2.2

Вар.	Довжина перегонів маршруту, км.				
	1 – 2	2 – 3	3 – 4	4 – 5	5 – 6
25	0,87	1,54	1,60	0,65	0,30
26	0,66	0,40	0,55	1,42	0,58
27	0,38	0,59	1,92	0,26	1,30
28	1,34	1,77	0,60	1,88	0,38
29	0,80	0,80	1,30	0,39	1,07
30	0,57	1,97	1,53	1,97	0,21

Приклад виконання завдання

Розглянемо приклад виконання завдання для таких вихідних даних:

	Кількість пасажирів, що увійшли та вийшли на зупинках маршруту					
	1	2	3	4	5	6
увійшло	213	249	125	39	36	–
вийшло	–	33	96	160	162	211

Довжина перегонів маршруту, км.				
1 – 2	2 – 3	3 – 4	4 – 5	5 – 6
0,75	1,2	0,4	0,9	1,0

Розв'язок.

Загальна довжина маршруту складає $L_m = 4,25$ км. Сумарна кількість всіх пасажирів, що увійшли та вийшли на зупинках складає:

$$A_{\text{вх}} = 213 + 249 + 125 + 39 + 36 = 663 \text{ пас.}$$

$$A_{\text{вих}} = 33 + 96 + 160 + 162 + 211 = 663 \text{ пас.}$$

Таким чином, годинний обсяг пасажироперевезень пасажирів на маршруті за період часу $T = 3$ години складає

$$A = \frac{663}{3} = 221 \text{ пас./год.}$$

Пасажиропотік на кожному з перегонів маршруту за розглянутий період часу може бути знайдений як різниця між сумою пасажирів, що увійшли на зупинках до даного перегону, та сумою пасажирів, що вийшли на зупинках до даного перегону:

$$\text{перегін 1 – 2: } F_{1-2} = 213 \text{ пас.};$$

$$\text{перегін 2 – 3: } F_{2-3} = 213 + 249 - 33 = 429 \text{ пас.};$$

$$\text{перегін 3 – 4: } F_{3-4} = 213 + 249 + 125 - 33 - 96 = 458 \text{ пас.};$$

$$\text{перегін 4 – 5: } F_{4-5} = 213 + 249 + 125 + 39 - 33 - 96 - 160 = 337 \text{ пас.};$$

$$\text{перегін 5 – 6: } F_{5-6} = 211 \text{ пас.}$$

Поділивши отримані значення на тривалість періоду часу $T = 3$ год., отримаємо годинні пасажиропотоки на перегонах маршруту: $F_{1-2} = 71 \text{ пас./год.}$; $F_{2-3} = 143 \text{ пас./год.}$; $F_{3-4} = 153 \text{ пас./год.}$; $F_{4-5} = 112 \text{ пас./год.}$; $F_{5-6} = 70 \text{ пас./год.}$

Середній годинний пасажиропотік маршруту складе

$$F_{\text{сер}} = \frac{71 \cdot 0,75 + 143 \cdot 1,2 + 153 \cdot 0,4 + 112 \cdot 0,9 + 70 \cdot 1,0}{4,25} \approx 107 \text{ пас./год.}$$

Годинний пасажирообіг маршруту можна визначити як суму добутків пасажиропотоків всіх перегонів маршруту на їх довжину:

$$Q = \sum_{s=1}^n F_s l_s = 71 \cdot 0,75 + 143 \cdot 1,2 + 153 \cdot 0,4 + 112 \cdot 0,9 + 70 \cdot 1,0 = 456,85 \text{ пас-км/год.}$$

Середня довжина поїздки пасажира складає

$$L_{\text{сер}} = \frac{456,85}{221} = 2,07 \text{ км.}$$

Питоме годинне навантаження транспортної мережі пасажирами та питомий годинний пасажирообіг складуть

$$\bar{A} = \frac{221}{4,25} = 52 \text{ пасс./км.};$$

$$\bar{Q} = \frac{456,85}{4,25} = 107 \text{ пасс.-км/(год.-км.)};$$

Результати розрахунків зображуємо на фактичній картограмі пасажиропотоку (рис. 2.1, а). По осі абсцис у масштабі довжини відкладаються перегони маршруту, а по осі ординат у вигляді стовпчиків – відповідний їм годинний пасажиропотік.

Для знаходження еквівалентного пасажиропотоку F_e проводимо горизонтальну пунктирну лінію $F_{\text{сер}}$, що відповідає середньому годинному пасажиропотоку, та перегонах, де фактичний пасажиропотік менше середнього, доповнюємо пасажиропотік до середнього. У нашому прикладі це перегони 1–2 та 5–6 (доповнення показане штриховкою). Приймаючи на цих перегонах пасажиропотік рівний середньому, розраховуємо еквівалентний пасажиропотік:

$$F_e = \frac{107 \cdot 0,75 + 143 \cdot 1,2 + 153 \cdot 0,4 + 112 \cdot 0,9 + 107 \cdot 1,0}{4,25} \approx 123 \text{ пас/год.}$$

Для перетворення картограми за еквівалентним пасажиропотоком розраховуємо величину верхньої основи трапецієподібної картограми за формулою (2.9):

$$a_e = \frac{2 \cdot 456,85}{123} - 4,25 = 3,18.$$

Перетворена за еквівалентним пасажиропотоком картограма наведена на рис. 2.1, б. При побудові картограми необхідно

розміщувати верхню основу трапеції таким чином, щоб забезпечити по можливості більш близьке співпадіння перетвореної картограми з фактичною.

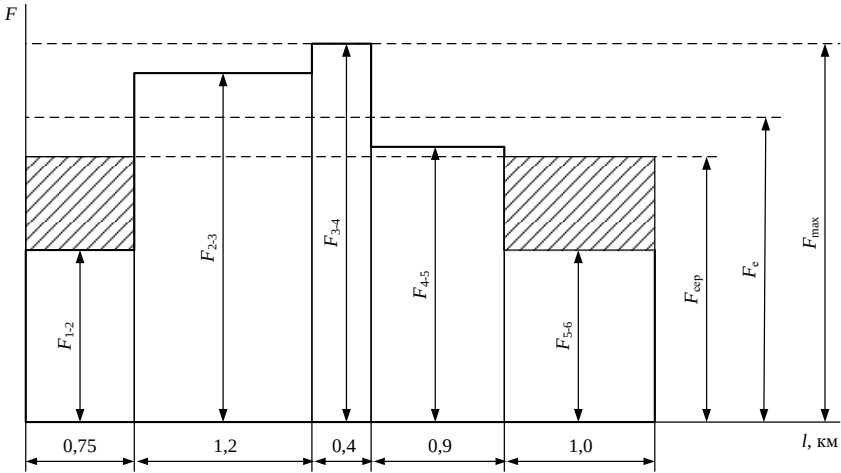
Розраховуємо коефіцієнти заповнення картограм:

– фактичної картограми

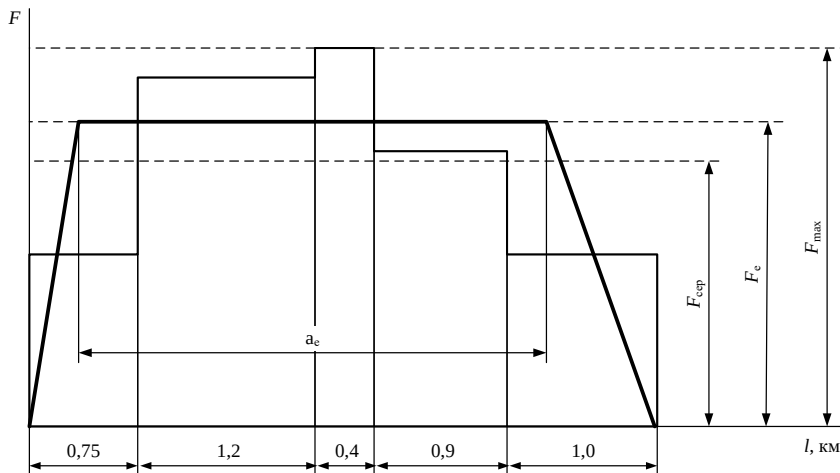
$$k_{\text{зк.ф.}} = \frac{Q}{F_{\text{max}} L_{\text{M}}} = \frac{456,85}{153 \cdot 4,25} = 0,703;$$

– перетвореної за еквівалентним пасажиропотоком

$$k_{\text{зк.е.}} = \frac{Q}{F_{\text{e}} L_{\text{M}}} = \frac{456,85}{123 \cdot 4,25} = 0,87.$$



a)



б)

a – фактична, b – перетворена за еквівалентним пасажиропотоком

Рисунок 2.1 – Картограми пасажиропотоку

Контрольні запитання

1. Дайте визначення понять: *обсяг перевезень пасажирів, пасажиропотік, пасажиробіг, питоме навантаження транспортної мережі пасажирами, питомий пасажиробіг* ?
2. Як визначається середня довжина поїздки пасажирів ?
3. Що таке картограма пасажиропотоку і як вона будується ?
4. Наведіть схеми основних типів картограм пасажиропотоку та дайте їм характеристику.
5. Як визначається середній та еквівалентний пасажиропотік ?
6. Викладіть порядок перетворення фактичної картограми пасажиропотоку на картограму еквівалентного пасажиропотоку.
7. Що таке коефіцієнт заповнення картограми пасажиропотоку і як він визначається ?

САМОСТІЙНА РОБОТА №3

МОДЕЛЮВАННЯ СЕЗОННИХ КОЛИВАНЬ ОБСЯГІВ ВАНТАЖОПЕРЕРОБКИ

Мета заняття: закріплення знань і придбання навичок використання математико-статистичних методів дослідження і аналізу величини фактичного обсягу вантажопереробки в окремі періоди часу планового періоду.

Стисла теоретична довідка

При періодичних (сезонних) коливаннях обсягів перевезень і вантажообігу шукають функцію, що виражає змінювання досліджуваних показників у часі, подають нескінченим рядом синусоїдних і косинусоїдних функцій з певним періодом (рядом Фур'є).

Кожен член суми є *гармонікою*, причому період першої гармоніки дорівнює довжині заданого основного періоду, другої – половині основного періоду, третьої – третині основного періоду і т.д.

У загальному випадку, якщо є n спостережень, то кількість гармонік k не перевищує $m = n/2$. Відповідні їм значення функції записуються сумою

$$\tilde{y}_t = a_0 + \sum_{k=1}^{m=n/2} a_k \sin\left(\frac{2\pi}{n} kt\right) + b_k \cos\left(\frac{2\pi}{n} kt\right), \quad (3.1)$$

де n – повний період (загальна кількість спостережень);
 k – номер гармоніки.

Використовуючи метод найменших квадратів, параметри ряду Фур'є визначають за формулами.

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k; \quad (3.2)$$

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n y_k \sin\left(\frac{2\pi}{n} kt\right); \quad (3.3)$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n y_k \cos\left(\frac{2\pi}{n} kt\right). \quad (3.4)$$

Для зручності розрахунків основний період доцільно поділити на 12 частин. Тоді для окремих часових періодів величина змінної $z = \frac{2\pi}{n}t$ в формулах (3.3) і (3.4) приймає значення, наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Величина змінної $z = \frac{2\pi}{n}t$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
z	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

Приймаючи кількість гармонік $k = 1, 2, 3, \dots$ визначають всі значення $\sin(kz)$ і $\cos(kz)$ (таблиця 3.2).

Таблиця 3.2 – Значення $\sin(kz)$ і $\cos(kz)$ для $m = 6$ гармонік

t	$\sin(kz)$						$\cos(kz)$					
	k						k					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1	0,500	0,866	1	0,866	0,500	0	0,866	0,500	0	-0,500	-0,866	-1
2	0,866	0,866	0	-0,866	-0,866	0	0,500	-0,500	-1	-0,500	0,500	1
3	1,000	0,000	-1	0,000	1,000	0	0,000	-1,000	0	1,000	0,000	-1
4	0,866	-0,866	0	0,866	-0,866	0	-0,500	-0,500	1	-0,500	-0,500	1
5	0,500	-0,866	1	-0,866	0,500	0	-0,866	0,500	0	-0,500	0,866	-1
6	1,000	0,000	0	0,000	0,000	0	-1,000	1,000	-1	1,000	-1,000	1
7	-0,500	0,866	-1	0,866	-0,500	0	-0,866	0,500	0	-0,500	0,866	-1
8	-0,866	0,866	0	-0,866	0,866	0	-0,500	-0,500	1	-0,500	-0,500	1
9	-1,000	0,000	1	0,000	-1,000	0	0,000	-1,000	0	1,000	0,000	-1
10	-0,866	-0,866	0	0,866	0,866	0	0,500	-0,500	-1	-0,500	0,500	1

t	$\sin(kz)$						$\cos(kz)$					
	k						k					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
11	-0,500	-0,866	-1	-0,866	-0,500	0	0,866	0,500	0	-0,500	-0,866	-1
12	0,000	0,000	0	0,000	0,000	0	1,000	1,000	1	1,000	1,000	1

Наприклад, перша гармоніка ряду Фур'є

$$\tilde{y}_1 = a_0 + a_1 \sin z + b_1 \cos z ,$$

$$\text{де } a_0 = \frac{\sum_{k=1}^n y_k}{12} ; \quad a_1 = \frac{\sum_{k=1}^n y_k \sin z}{6} ; \quad b_1 = \frac{\sum_{k=1}^n y_k \cos z}{6} .$$

Ряд Фур'є з двома гармоніками має вигляд

$$\tilde{y}_2 = a_0 + a_1 \sin z + b_1 \cos z + a_2 \sin 2z + b_2 \cos 2z .$$

$$\text{Тут } a_2 = \frac{\sum_{k=1}^n y_k \sin 2z}{6} ; \quad b_2 = \frac{\sum_{k=1}^n y_k \cos 2z}{6} .$$

Кількість гармонік k , яка включається в математичну модель, визначається мінімальним значенням основної похибки моделі

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \tilde{y}_t)^2}{n-1}} , \quad (3.5)$$

де y_t – фактичні значення показника;

$\tilde{y}_t$ – теоретичні значення показника, обчислені з використанням гармонічного ряду;

n – кількість спостережень.

Зміст самостійної роботи та вихідні дані до її виконання

На підставі статистичних даних про обсяги перевезень пасажирів на міському маршруті по місяцях року виконати згладжування динамічного ряду рядом Фур'є, включивши до нього $m = 3$ гармоніки.

Вихідні дані до виконання завдання наведені у таблиці 3.3. Побудувати графіки динамічного ряду та обчислених рядів Фур'є.

Таблиця 3.3 – Вихідні дані до виконання самостійної роботи 3

Вар.	Обсяги перевезень пасажирів по місяцях року, тис. чол.											
1	168	221	222	238	171	197	182	161	223	239	247	127
2	131	245	267	260	231	177	106	198	207	282	169	192
3	172	218	193	292	236	103	133	241	274	235	151	124
4	359	329	320	258	320	364	357	308	283	273	281	371
5	305	345	293	241	293	350	378	282	247	286	340	358
6	374	262	226	213	264	380	347	321	290	245	300	396
7	128	189	239	226	188	156	176	219	203	209	198	155
8	188	200	175	298	198	136	116	181	177	257	158	102
9	195	219	242	272	240	117	182	156	258	274	220	103
10	381	253	230	215	250	314	306	303	297	233	283	320
11	319	275	249	285	292	333	343	290	272	238	269	314
12	102	160	143	179	176	138	145	137	121	101	119	106
13	108	131	142	193	155	145	140	121	128	112	105	91
14	113	162	167	164	156	154	123	128	100	108	117	98
15	170	179	238	237	222	159	134	165	247	207	226	106
16	134	248	232	245	155	120	112	162	207	270	250	196
17	169	242	243	205	152	126	181	249	210	212	194	196
18	366	300	254	278	298	339	354	329	267	220	344	367
19	327	335	297	247	259	312	382	337	252	273	280	386
20	321	342	291	227	322	330	311	326	298	215	316	400
21	101	164	166	169	140	140	122	108	137	129	101	100
22	135	158	167	170	177	154	122	114	111	108	114	98
23	109	133	149	176	166	125	128	135	136	117	112	93
24	105	121	143	174	165	134	133	146	119	123	119	106
25	197	162	228	222	167	124	143	250	233	267	155	104

Продовження таблиці 3.3

Вар.	Обсяги перевезень пасажирів по місяцях року, тис. чол.											
26	142	183	215	298	164	186	190	195	271	255	226	162
27	169	197	219	275	224	165	164	204	249	292	225	187
28	395	331	260	239	317	351	313	288	242	233	320	316
29	376	284	309	211	250	332	369	312	278	240	263	367
30	378	256	294	241	277	394	376	276	280	285	313	394

Приклад виконання завдання

Розглянемо приклад виконання завдання для таких вихідних даних:

Місяць t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Кількість пасажирів, y_t , чол.	360	342	393	378	388	403	398	402	384	383	376	381

Розв'язок.

Обчислюємо параметр a_0 .

$$a_0 = \frac{1}{12} \sum_{t=1}^n y_t = 382.$$

Подальший розрахунок значень функції гармонічного ряду наведено в табл. 3.4.

На рисунку 3.1 показані емпіричний і теоретичний (для $m = 1, 2, 3$ гармоніки) графіки змінювання кількості перевезених пасажирів за період 12 місяців.

Теоретична модель змінювання обсягів перевезень пасажирів на маршруті описується наступним рівнянням

$$\bar{N} = 382 + 10,07 \sin z - 15,48 \cos z - 3,33 \sin 2z + 2,58 \cos 2z - \\ - 5,83 \sin 3z + 5,5 \cos 3z$$

де
$$z = \frac{2\pi}{n} t.$$

Таблиця 3.5 – Розрахунок значень функції гармонічного ряду для $m = 3$ гармонік

Номер гармоніки	Складові елементи функції	Періоди часу t												a_k	b_k	σ_k
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
1	y_{sinkt}	180	296,1	393	327,3	194	0	-199	-348,1	-384	-331,1	-188	0	$a_1 = -10,07$	$b_1 = -15,48$	$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1360,1}{11}} = 11,1$
	y_{tcoskt}	311,7	171	0	-189	-336	-403	-344,7	-201	0	191,5	325,6	381			
	$a_1 \text{sinkt}$	-5,03	-8,71	-10,07	-8,71	-5,03	0	5,03	8,71	10,07	8,71	5,03	0			
	$b_1 \text{coskt}$	-13,41	-7,74	0	7,74	13,41	15,48	13,41	7,74	0	-7,74	-13,41	-15,48			
	$\tilde{y}_1$	363,6	365,6	371,9	381	390,4	397,5	400,4	398,5	392,1	383	373,6	366,5			
	$\Delta_1 = y_t - \tilde{y}_1$	-3,6	-23,6	21,1	-3	-2,4	5,5	-2,4	3,5	-8,1	0	2,4	14,5			
2	y_{sinkt}	311,7	296,1	0	-327,3	-336	0	344,7	348,1	0	-331,7	-325,6	0	$a_2 = -3,33$	$b_2 = 2,58$	$\sigma_2 = \sqrt{\frac{12528}{11}} = 10,7$
	y_{tcoskt}	180	-171	-393	-189	194	403	199	-201	-384	-191,5	188	381			
	$a_2 \text{sinkt}$	-2,88	-2,88	0	2,88	2,88	0	-2,88	-2,88	0	2,89	2,88	0			
	$b_2 \text{coskt}$	1,29	-1,29	-2,58	-1,29	1,29	2,58	1,29	-1,29	-2,58	-1,29	1,29	2,58			
	$\tilde{y}_2$	362	361,4	369,3	382,6	394,6	400,1	398,8	394,3	389,5	384,6	377,8	369,1			
	$\tilde{y}^2 = \tilde{y}_1^2 - \tilde{y}_2^2$	-2	-19,4	23,7	-4,6	-6,6	2,3	-0,8	7,7	-5,5	-1,6	-1,8	11,9			
3	y_{sinkt}	360	0	-393	0	388	0	-398	0	384	0	-376	0	$a_3 = -5,83$	$b_3 = 5,5$	$\sigma_3 = \sqrt{\frac{867,2}{11}} = 8,9$
	y_{tcoskt}	0	-342	0	378	0	-403	0	402	0	-383	0	381			
	$a_3 \text{sinkt}$	-5,83	0	5,83	0	5,83	0	5,83	0	-5,83	0	5,83	0			
	$b_3 \text{coskt}$	0	-5,5	0	5,5	0	-5,5	0	5,83	0	-5,83	0	5,83			
	$\tilde{y}_3$	356,2	355,9	375,1	388,1	388,8	394,6	404,6	399,8	383,7	379,1	383,6	374,6			
	$\Delta_3 = y_t - \tilde{y}_3$	3,8	-13,9	18	-10,1	-0,8	8,4	-6,6	2,2	0,3	3,9	-7,6	6,4			

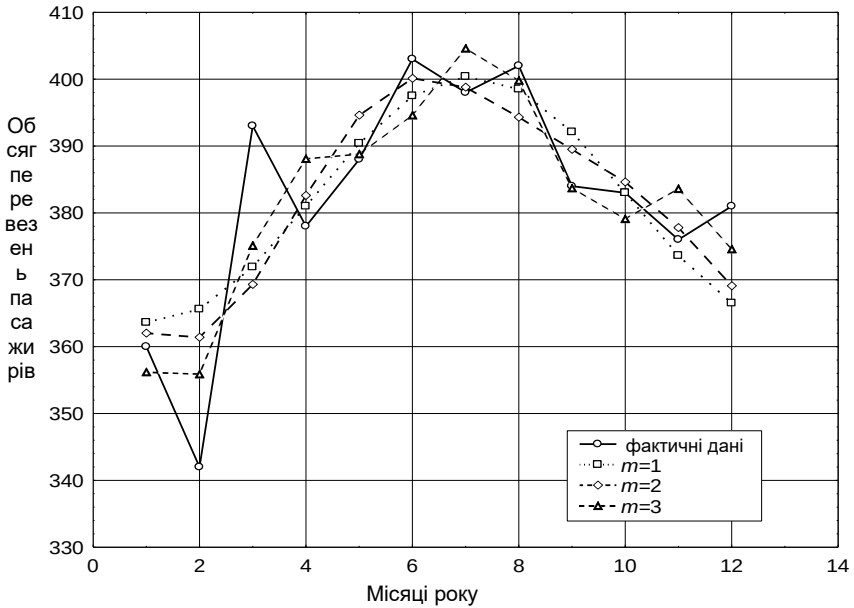


Рисунок 3.1 – Згладжування часового ряду рядами Фур'є з різною кількістю гармонік

Контрольні запитання

1. Наведіть приклади статистично змінюваних техніко-економічних показників та транспортних процесів, що мають сезонну складову.
2. У яких випадках для згладжування динамічного ряду застосовують гармонічні ряди ?
3. Дайте визначення гармоніки ряду.
4. Як залежить максимальна кількість гармонік ряду Фур'є від кількості рівнів динамічного ряду ?
5. Як обчислюються гармонічні коефіцієнти ряду ?
6. За якою ознакою визначається кількість гармонік, що включається у будовану математичну модель?

САМОСТІЙНА РОБОТА №4

РОЗПОДІЛ ПАСАЖИРСЬКОГО РУХОМОГО СКЛАДУ ЗА МАРШРУТАМИ

Мета заняття: ознайомлення з принципами оптимального розподілу рухомого складу міського пасажирського транспорту за маршрутами за критерієм забезпечення рівних умов обслуговування пасажирів.

Стисла теоретична довідка

Однією з постановок задачі розподілу пасажирського рухомого складу по маршрутах перевезень є задача такого його розподілу, за якого забезпечується однаковий показник якості транспортного обслуговування пасажирів для всіх маршрутів. Показником якості транспортного обслуговування пасажирів може служити імовірність відмови пасажирів у посадці у транспортний засіб $P_{\text{відм}}$.

Відмова пасажирів у посадці та перевищення розрахункового максимального наповнення можливі за будь-якої кількості рухомого складу на маршруті (через випадковий характер підходу пасажирів до зупинок, випадкових відхилень маршрутного інтервалу від заданого розкладом та інших причин), але зі збільшенням кількості рухомого складу та відповідного зменшення маршрутного інтервалу імовірність відмови у посадці $P_{\text{відм}}$ зменшується.

Імовірність відмови пасажирів у посадці визначається за формулою

$$P_{\text{відм}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = 0,5 - \Phi(x), \quad (4.1)$$

де
$$x = \frac{q + 0,5 - \Gamma\lambda}{\sqrt{\Gamma\lambda}};$$

q – номінальна гранична пасажиромісткість одиниці рухомого складу, пас.;

I – маршрутний інтервал руху, хв.;

λ – середня інтенсивність пасажиропотоку на розрахунковому перегоні маршруту, пас./хв.

$\Phi(x)$ – функція Лапласа (додаток Б).

Маршрутний інтервал руху визначається за формулою

$$I = \frac{t_0}{N}, \quad (4.2)$$

де t_0 – тривалість оборотного рейсу на маршруті, хв.;

N – кількість рухомого складу на маршруті.

Мінімально необхідна кількість рухомого складу на маршруті може бути визначена за формулою

$$N_{\min} = \frac{\lambda t_0}{q}. \quad (4.3)$$

Алгоритм графоаналітичного методу розподілу рухомого складу на маршрутах складається з таких кроків:

➤ для заданих маршрутів за відомими величинами λ , t_0 та q розраховують мінімально необхідну кількість рухомого складу за формулою (4.3);

➤ значення $N_{\min}$ для кожного маршруту послідовно збільшують на одиницю, при цьому для кожної кількості рухомого складу N розраховують величину маршрутного інтервалу I за формулою (4.2) та імовірності відмови пасажирові у посадці $P_{\text{відм}}$ за формулою (4.1). Збільшення кількості рухомого складу (і, відповідно, зменшення маршрутного інтервалу) припиняють при досягненні необхідного рівня якості обслуговування пасажирів (зазвичай достатньою є величина $P_{\text{відм}} = 0,01$;

➤ будують у одній системі координат для кожного маршруту графіки залежностей $P_{\text{відм}} = f(N)$;

➤ методом послідовних наближень за графіками знаходять значення необхідної кількості рухомого складу на кожному з

маршрутів, яке забезпечує однаковий рівень якості обслуговування пасажирів на них.

Зміст самостійної роботи та вихідні дані до її виконання

Автотранспортне підприємство, яке має парк рухомого складу номінальної граничної пасажиромісткості q пас. обслуговує два міських маршрути перевезень пасажирів.

По заданих середній інтенсивності пасажиропотоку на маршрутах λ_1 та λ_2 (пас./хв.), тривалостях оборотного рейсу на маршрутах t_{01} та t_{02} (хв.) визначити:

- мінімально необхідну кількість рухомого складу на кожному з маршрутів;
- необхідну кількість рухомого складу та його розподіл за маршрутами, який забезпечує рівень якості обслуговування пасажирів з імовірністю відмови у посадці $P_{\text{відм}} = 0,2$;
- необхідну кількість рухомого складу та його розподіл за маршрутами, який забезпечує рівну імовірність відмови пасажирів у посадці на кожному з маршрутів, якщо фактична кількість рухомого складу на маршрутах збільшиться по відношенню до мінімально необхідного на 20%.

Вихідні дані до виконання завдання по варіантах наведені у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані до виконання самостійної роботи 4

Вар.	λ_1 , пас./хв.	t_{01} , хв.	λ_2 , пас./хв.	t_{02} , хв.	q , пас.
1	9	60	10	73	110
2	7	83	15	52	81
3	10	64	25	30	95
4	9	71	19	30	58
5	10	61	14	47	106
6	10	72	24	40	49
7	12	75	11	56	94
8	11	77	17	73	97
9	11	64	11	59	22
10	11	74	11	55	84

Продовження таблиці 4.1

Вар.	λ_1 , пас./хв.	t_{01} , хв.	λ_2 , пас./хв.	t_{02} , хв.	q , пас.
11	8	70	9	42	47
12	9	62	14	46	30
13	10	89	10	59	45
14	11	65	21	38	60
15	10	88	20	69	58
16	12	61	11	70	75
17	5	78	18	33	47
18	11	66	18	50	43
19	8	66	21	35	49
20	7	87	20	49	83
21	9	76	14	57	46
22	9	72	14	37	53
23	10	87	17	37	43
24	11	87	16	66	41
25	7	87	10	45	32
26	6	78	14	39	35
27	11	60	19	30	30
28	12	68	12	49	58
29	8	85	12	75	29
30	6	71	11	35	23

Приклад виконання завдання

Розглянемо приклад виконання завдання для таких вихідних даних:

λ_1 , пас./хв.	t_{01} , хв.	λ_2 , пас./хв.	t_{02} , хв.	q , пас.
12	65	20	33	38

Розв'язок.

1. За формулою (4.3) знаходимо мінімально необхідну кількість рухомого складу на кожному з маршрутів

$$N_{1\min} = \frac{\lambda_1 t_{01}}{q} = \frac{12 \cdot 65}{38} = 21; \quad N_{2\min} = \frac{\lambda_2 t_{02}}{q} = \frac{20 \cdot 33}{38} = 18.$$

Таким чином, мінімально необхідний парк рухомого складу для забезпечення перевезень складає

$$N_{\Sigma\min} = N_{1\min} + N_{2\min} = 21 + 18 = 39 \text{ од.}$$

2. Послідовно збільшуємо значення $N_{1\min}$ та $N_{2\min}$ на одиницю. Для кожного значення кількості рухомого складу за формулою (4.2) визначаємо маршрутний інтервал руху I та імовірність відмови пасажирів у посадці $P_{\text{відм}}$ за формулою (4.1). Розрахунок проводимо до досягнення значення $P_{\text{відм}} \leq 0,01$. Результати розрахунку зводимо до таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 – Результати розрахунку імовірності відмови пасажирів у посадці в залежності від кількості рухомого складу

N_1 , од.	I_1 , хв.	x_1	$P_{\text{відм}1}$	N_2 , од.	I_2 , хв.	x_2	$P_{\text{відм}2}$
21	3,10	0,223	0,412	18	1,83	0,303	0,381
22	2,95	0,511	0,305	19	1,74	0,638	0,262
23	2,83	0,788	0,215	20	1,65	0,957	0,169
24	2,71	1,052	0,146	21	1,57	1,261	0,104
25	2,60	1,307	0,096	22	1,50	1,552	0,060
26	2,50	1,552	0,060	23	1,43	1,830	0,034
27	2,41	1,788	0,037	24	1,38	2,098	0,018
28	2,32	2,016	0,022	25	1,32	2,355	0,009
29	2,24	2,237	0,013				
30	2,17	2,451	0,007				

3. За даними розрахунків таблиці 4.2 будуємо графіки залежностей $P_{\text{відм}} = f(N)$ (рисунки 4.1).

Проводячи горизонтальну лінію, що відповідає заданій імовірності відмови у посадці $P_{\text{відм}} = 0,2$ знаходимо абсциси точок перетину її з кривими $P_{\text{відм}} = f(N)$ (точки A та B). Таким чином, у для забезпечення перевезень пасажирів з імовірністю відмови у посадці

$P_{\text{відм}} = 0,2$ необхідно мати $N'_1 = 24$ автобуси на першому маршруті та $N'_2 = 20$ автобусів на другому маршруті.

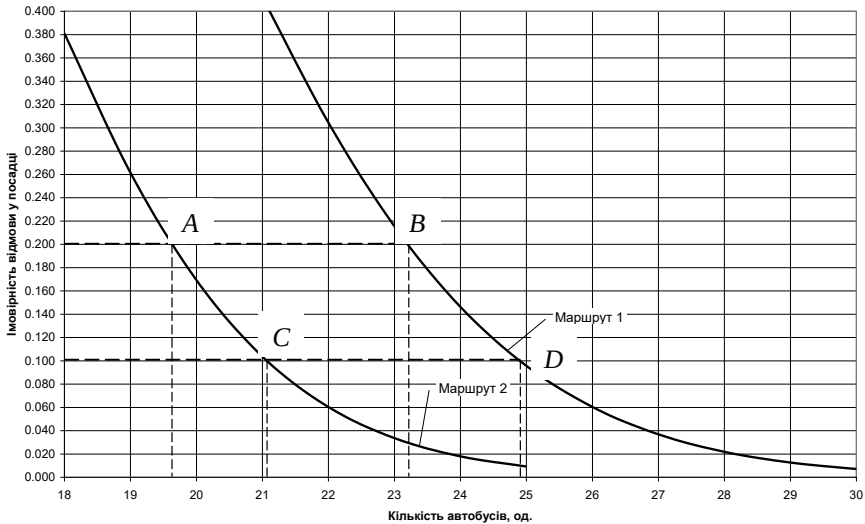


Рисунок 4.1 – Графіки залежностей $P_{\text{відм}} = f(N)$

Загальний необхідний парк рухомого складу для виконання перевезень необхідно збільшити до

$$N_{\Sigma} = N'_1 + N'_2 = 24 + 20 = 44 \text{ автобусів.}$$

4. Для умов, якщо фактичний парк рухомого складу збільшується на 20% порівняно з мінімально необхідним, тобто

$$N_{\text{факт}} = 1,2 N_{\Sigma \min} = 1,2 \cdot 39 = 47 \text{ одиниць,}$$

методом послідовних наближень знаходимо таку горизонтальну пряму, сума абсцис точок перетину якої з графіками $P_{\text{відм}} = f(N)$ (точки C та D) дає сумарну кількість рухомого складу на маршрутах у 47 одиниць. Робимо висновок, що у цьому випадку необхідно мати 22 автобуси на першому маршруті та 25 автобусів на другому маршруті. При цьому

досягається якість транспортного обслуговування пасажирів на рівні відмови пасажирів у посадці $P_{\text{відм}} \approx 0,1$, що є однаковою для обох маршрутів.

Контрольні запитання

1. Якими критеріями користуються при обґрунтуванні рішень про розподіл рухомого складу пасажирського транспорту по маршрутах перевезень?
2. У чому полягає фізичний сенс величини імовірності відмови пасажирів у посадці на зупинці? Які фактори спричиняють ці відмови?
3. Від чого залежить та як розраховується імовірність відмови пасажирів у посадці?
4. Викладіть алгоритм графоаналітичного методу розподілу рухомого складу пасажирського транспорту по маршрутах перевезень.

САМОСТІЙНА РОБОТА №5

ГРАФОАНАЛІТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ РУХОМОГО СКЛАДУ НА МАРШРУТАХ

Мета заняття: ознайомлення з методикою графоаналітичного моделювання аналізу роботи автомобільного рухомого складу в транспортних системах.

Стисла теоретична довідка

Транспортні системи в залежності від особливостей функціонування в них транспортних засобів і методів їх опису можна розділити на **насичені** та **ненасичені**.

Під **насиченою** системою розуміють таку, у якій пропускна спроможність навантажувальних та розвантажувальних пунктів забезпечується одночасно групою автомобілів і додавання до неї хоча б одного автомобіля призводить до утворення черг. Для такої системи насичення визначається за умови

$$I_a = R_c, \quad (5.1)$$

де I_a – інтервал руху автомобілів у системі;

R_c – ритм роботи системи.

Ненасиченою називається така система, у якій можливості навантажувальних та розвантажувальних пунктів та потреба системи у вантажах перевищує сумарну продуктивність автомобілів, які виконують перевезення вантажів у системі на даний момент часу. Якщо в таку систему додати ще один автомобіль, то він не викличе утворення черги з транспортних засобів. Для таких систем характерна властивість $I_a > R_c$.

За умов, коли випуск автомобілів у насиченій системі на лінію організовано у відповідності до ритму роботи навантажувального пункту ($R_{нп}$), а час розвантаження перевищує час навантаження, то у пункті розвантаження буде утворюватись *черга* з автомобілів.

Якщо організувати випуск автомобілів у відповідності з найбільшою тривалістю обслуговування в одному з вантажних пунктів, то *черга з автомобілів відсутня*, але наявні неминучі втрати системою часу на очікування автомобілями якої-небудь вантажної операції. Таким чином, ритм роботи системи R_c визначається найбільшим значенням ритму роботи вантажних пунктів, тобто

$$R_c = \max \{ R_{nj}; R_{pj}; R_{npj} \}, \quad (5.2)$$

де R_{nj} , R_{pj} , R_{npj} – відповідно, ритми роботи навантажувальних, розвантажувальних та навантажувально-розвантажувальних пунктів системи, які розраховуються за формулами

$$R_{nj} = t_{nj} / m_{nj}; R_{pj} = t_{pj} / m_{pj}; R_{npj} = (t_{nj} + t_{pj}) / m_{npj}; \quad (j = 1, 2, \dots, n), \quad (5.3)$$

де t_{nj} , t_{pj} – тривалість відповідно навантаження і розвантаження автомобіля у j -му пункті навантаження (розвантаження);
 m_{nj} , m_{pj} , m_{npj} – відповідна кількість постів навантаження, розвантаження та навантаження-розвантаження в j -му вантажному пункті.

Інтервал руху автомобілів у системі у такому випадку визначається за формулою

$$I_a = t_0 / A_c, \quad (5.3)$$

де t_0 – час обороту автомобіля на маршруті;

A_c – наявна кількість автомобілів, що працюють у системі.

При детермінованому процесі роботи автомобілів з навантажувально-розвантажувальними пунктами (НРП) і необмеженими обсягами перевезень із формули (5.3) можна визначити необхідну кількість автомобілів A_c , яка забезпечує функціонування системи і безперервну роботу в системі рухомого складу і вантажних пунктів

$$A_c = t_0 / R_c . \quad (5.4)$$

При встановленні співвідношень між параметрами системи I_a , R_c , A_c слід виходити з наступних міркувань:

- якщо інтервал руху автомобілів буде *перевищувати* ритм роботи системи ($I_a > R_c$), то будуть виникати *простої вантажних постів* в очікуванні прибуття автомобілів;
- якщо ж інтервал руху автомобілів *менший* за ритм роботи системи ($I_a < R_c$), то будуть виникати *простої автомобілів* в очікуванні вантажних операцій.

Можливий час роботи i -го автомобіля на маршруті визначається з врахуванням черговості прибуття його на вантажний пункт і ритму роботи системи

$$T_{mi} = T_c - R_c (a_i - 1) , \quad (i = 1, 2, \dots, A_c), \quad (5.5)$$

де T_c – запланований час роботи системи;
 a_i – порядковий номер i -го автомобіля.

Загальна кількість їздок, яку може виконати i -й автомобіль на k -й ланці маршруту за час T_{mi} визначається за формулою

$$Z_{aik} = Z_{mi}^n + Z_{ki}^{bo} , \quad (5.6)$$

де $Z_{mi}^n = [T_{mi} / t_0]$ – кількість повних обертів автомобіля на маршруті за час T_{mi} ;
 Z_{ki}^{bo} – кількість їздок, яку може виконати i -й автомобіль за залишок часу ΔT_{mi} на останньому оберті на k -й ланці маршруту;
 $[...]$ – позначає цілу частину числа, що стоїть у дужках.

Величина Z_{ki}^{bo} визначається із умови

$$Z_{ki}^{bo} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \Delta T_{mi} \geq t_{\min} \\ 0, & \text{у протилежному разі,} \end{cases} \quad (5.7)$$

де $\Delta T_{mi} = T_{mi} - [T_{mi}/t_0]t_0 - \sum_{j=1}^s t_{очj}^a$ – залишок робочого часу i -го

автомобіля після виконання Z_{mi}^{Π} обертів;

s – кількість вантажних пунктів на маршруті;

$t_{\min} = l_{bk}/v_{tk} + t_k^H + t_k^P$ – мінімально необхідний час, що визначає можливість здійснення на останньому оберті вантажної їздки на k -й ланці маршруту;

l_{bk} – довжина вантажної їздки на k -й ланці маршруту.

Інтервал прибуття i -го автомобіля у початковий пункт під навантаження визначається у відповідності до ритму роботи системи

$$\tau_i^{\text{пр}} = (a_i - 1)R_c. \quad (5.8)$$

Роботу автомобілів в системі за визначений час T_c характеризують наступні показники: **виріток, транспортна робота, загальний пробіг, фактичний час роботи.**

У загальному випадку для багатоланкового (кільцевого) маршруту виробіток i -го автомобіля розраховується за формулою

$$Q_i = q_n \sum_{k=1}^M \gamma_{ik} Z_{aik}, \quad (5.9)$$

де q_n – номінальна вантажопідйомність i -го автомобіля, т;

γ_{ik} – статичний коефіцієнт використання вантажопідйомності i -го автомобіля при виконанні вантажної їздки на k -й ланці маршруту.

Транспортна робота, що виконується i -м автомобілем розраховується за формулою

$$P_i = q_n \sum_{k=1}^M \gamma_{ik} Z_{aik} l_{bk}. \quad (5.10)$$

Загальний пробіг i -го автомобіля визначається в залежності від умов виконання робочого циклу перевезень за формулами:

➤ у випадку, якщо автомобіль за один оберт на всіх ланках маршруту виконує завантажені їздки і за залишок часу ΔT_{mi} не може додатково виконати жодної завантаженої їздки

$$L_{ai} = Z_{0i}^n l_m + 2l_n^{\text{пр}}, \quad (5.10)$$

де l_m – довжина маршруту, км;

$l_n^{\text{пр}}$ – нульовий пробіг від АТП до початкового пункту завантаження, км;

➤ за умовами попереднього пункту на N_x останніх ланках маршруту завантажена їздка не виконується

$$L_{ai} = Z_{0i}^n l_m - \sum_{N_x} l_x + l_n^{\text{пр}} + l_n^{\text{оп}}, \quad (5.11)$$

де $\sum_{N_x} l_x$ – сумарна довжина останніх ланок маршруту з порожнім пробігом автомобіля, км;

$l_n^{\text{оп}}$ – нульовий пробіг автомобіля від останнього пункту розвантаження до АТП на останньому оберті, км;

➤ у випадку виконання автомобілем на останньому оберті декількох додаткових навантажених їздок

$$L_{ai} = Z_{0i}^n l_m + \sum_{M_b} l_{bk} Z_{aik} + \sum_{N_{\text{пх}}} l_{\text{пх}} + l_n^{\text{пр}} + l_n^{\text{оп}}, \quad (5.12)$$

де $\sum_{M_b} l_{bk} \cdot Z_{aik}$ – сумарна довжина ланок маршруту з додатковою завантаженою їздкою на останньому оберті, км;

$\sum_{N_{\text{пх}}} l_{\text{пх}}$ – сумарна довжина проміжних ланок маршруту з порожнім пробігом автомобіля на останньому оберті, км.

Технологічний (без врахування простоїв у навантажувально-розвантажувальних пунктах) час роботи автомобіля в системі протягом запланованого часу визначається за формулами:

- при виконанні автомобілем закінченого повного числа обертів Z_{0i}^n і розвантаженні на останньому оберті в початковому пункті

$$T_{\pi i} = t_0 Z_{0i}^n + 2l_n^{\text{пп}} / v_{\text{т}}^{\text{пп}}, \quad (5.13)$$

де $v_{\text{т}}^{\text{пп}}$ – середня технічна швидкість автомобіля на ділянці руху до початкового пункту, км/год;

- при виконанні автомобілем закінченого повного числа обертів Z_{0i}^n і порожнім пробігом на останніх ділянках маршруту

$$T_{\pi i} = t_0 Z_{0i}^n + \frac{l_n^{\text{пп}}}{v_{\text{т}}^{\text{пп}}} + \frac{l_n^{\text{оп}}}{v_{\text{т}}^{\text{оп}}} + \frac{\sum N_x l_x}{v_{\text{т}}^x}, \quad (5.14)$$

де $v_{\text{т}}^{\text{оп}}$ – середня технічна швидкість автомобіля на ділянці руху від останнього пункту розвантаження до АТП, км/год;

$v_{\text{т}}^x$ – середня технічна швидкість порожнього пробігу на останніх ланках маршруту, км/год;

- якщо на останньому оберті автомобіль має можливість за залишок часу $\Delta T_{\text{мі}}$ виконати додатково вантажні їздки

$$T_{\pi i} = t_0 Z_{0i}^n + \sum_{M_b} t_{\text{вк}}^{\text{oc}} + \frac{l_n^{\text{пп}}}{v_{\text{т}}^{\text{пп}}} + \frac{l_n^{\text{оп}}}{v_{\text{т}}^{\text{оп}}} + \sum_{N_{\text{іх}}} t_{\text{іх}}, \quad (5.15)$$

де $\sum_{M_b} t_{\text{вк}}^{\text{oc}} = \sum_{M_b} (t_{\text{п}}^{\text{oc}} + t_{\text{во}}^{\text{oc}})$ – сумарний час на виконання вантажних їздок на останньому оберті;

$t_{\text{п}}^{\text{oc}}$ – час руху на останньому оберті, год;

$t_{\text{во}}^{\text{oc}}$ – час на виконання вантажних операцій на останньому оберті, год;

$\sum_{N_{\text{пх}}} t_{\text{пх}}$ – сумарний час на виконання порожніх їздок на останньому оберті, год.

Фактичний час роботи автомобілів на маршруті визначається формулою

$$T_{\text{фi}} = T_{\text{тi}} + t_{\text{очi}}^{\text{a}}. \quad (5.16)$$

Зміст самостійної роботи та вихідні дані до її виконання

Виконати аналіз роботи автомобілів на маятниковому маршруті зі зворотним частково завантаженим пробігом, для чого:

- 1) визначити ритми роботи вантажних пунктів та системи;
- 2) визначити тривалість обороту автомобіля на маршруті та необхідну кількість автомобілів у системі;
- 3) проаналізувати роботу системи за кількості автомобілів, що відповідає її насиченості та ненасиченості;
- 4) виконати аналіз роботи автомобілів та вантажних пунктів та побудувати графіки їх сумісної роботи;
- 5) розрахувати для кожного випадку обсяг перевезень, транспортну роботу, загальний пробіг автомобілів, фактичний та технологічний час роботи автомобілів у системі.

Вихідні дані до виконання завдання прийняти згідно з варіантом з таблиці 5.1. Непарні варіанти виконують розрахунок за схемою, наведеною на рисунку 5.1, *а.*, парні – за схемою, наведеною на рисунку 5.1, *б.* Прийняти для всіх варіантів тривалість роботи системи $T_{\text{с}} = 8,0$ год., номінальну вантажопідйомність автомобіля $q_{\text{н}} = 6,0$ т., коефіцієнт статичного використання вантажопідйомності $\gamma_{\text{с}} = 1,0$, технічну швидкість руху автомобілів на всіх ланках маршруту $v_{\text{т}} = 25$ км/год, кількість постів навантаження-розвантаження у вантажних пунктах $m_{\text{иj}} = m_{\text{pj}} = 1$, нульові пробіги не враховувати

Таблиця 5.1 – Вихідні дані до виконання самостійної роботи 5

Вар.	l_{AB} , км	l_{BB} , км	l_{BA} , км	t_n^A , год.	t_p^A , год.	t_n^B , год.	t_p^B , год.	t_n^B , год.	t_p^B , год.
1	12	8	4	0,18	0,28	-	0,25	0,75	-
2	20	5	15	0,28	-	0,43	0,38	-	0,25
3	13	11	2	0,28	0,28	-	0,83	0,47	-
4	11	6	5	0,73	-	0,32	0,23	-	1,00
5	24	9	15	1,00	0,22	-	0,17	0,58	-
6	13	6	7	0,43	-	0,23	0,25	-	0,90
7	18	5	13	0,25	0,97	-	0,87	0,93	-
8	10	4	6	0,98	-	0,65	0,40	-	0,68
9	14	12	2	0,45	0,77	-	0,93	0,82	-
10	16	10	6	0,98	-	0,62	0,22	-	0,43
11	17	12	5	0,48	0,27	-	1,00	0,50	-
12	19	12	7	0,35	-	0,48	0,28	-	0,97
13	26	8	18	0,32	0,98	-	0,75	0,72	-
14	13	6	7	0,47	-	0,23	0,35	-	0,88
15	18	5	13	0,65	0,22	-	0,20	0,58	-
16	14	8	6	0,38	-	0,22	0,50	-	0,32
17	11	6	5	0,30	0,20	-	0,90	0,65	-
18	21	7	14	0,53	-	0,47	0,67	-	0,65
19	23	13	10	0,67	0,18	-	0,27	0,35	-
20	15	13	2	0,63	-	0,48	0,50	-	0,38
21	12	9	3	0,22	0,62	-	0,80	0,90	-
22	16	4	12	0,88	-	0,33	0,42	-	0,53
23	20	13	7	0,48	0,93	-	0,75	0,65	-
24	16	15	1	0,72	-	0,60	0,38	-	0,80
25	25	19	6	0,75	0,47	-	0,27	0,50	-
26	24	20	4	0,52	-	0,60	0,50	-	0,72
27	24	6	18	0,80	0,58	-	0,93	0,25	-
28	10	6	4	0,65	-	0,48	0,38	-	0,62
29	13	6	7	0,22	0,42	-	0,88	0,67	-
30	25	12	13	0,40	-	0,55	0,45	-	0,42

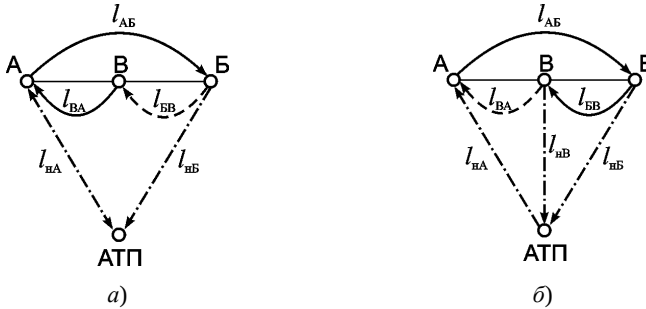


Рисунок 5.1 – Схеми маятникових маршрутів зі зворотним частково завантаженим пробігом

Приклад виконання завдання

Розглянемо приклад виконання завдання для маршруту, наведеного на рисунку 5.1, б та таких вихідних даних:

Напрямок руху		γ	l , км	l_n , км	l_x , км	v_r , км/год.	t_n , год.	t_p , год.	m_n	m_p
пункт відправлення вантажів	пункт завезення вантажів									
А	Б	1,0	12	6	—	20	0,44	1,20	2	2
Б	В	0,8	8	4	—	25	0,80	0,60	2	1
В	А	—	—	5	4	20	—	—	—	—

На перевезенні задіяні автомобілі вантажопідйомністю $q_n = 10,0$ т. Час роботи системи $T_c = 8,0$ год.

Розв'язок.

1. Визначаємо ритм роботи вантажних пунктів і ритм роботи системи:

$$R_A = 0,44/2 = 0,22 \text{ год.}; \quad R_B = (0,8 + 1,2)/2 = 1,0 \text{ год.};$$

$$R_B = 0,6/1 = 0,6 \text{ год.}; \quad R_c = \max\{0,22; 1,0; 0,6\} = 1,0 \text{ год.}$$

2. Визначаємо тривалість оберту автомобіля на маршруті

$$t_0 = t_n^A + \frac{l_B^{AB}}{v_T^{AB}} + t_p^B + t_n^B + \frac{l_B^{BB}}{v_T^{BB}} + t_p^B + \frac{l_B^{BA}}{v_T^{BA}} =$$

$$= 0,44 + \frac{12}{20} + 1,2 + 0,8 + \frac{8}{25} + 0,6 + \frac{4}{20} = 4,16 \text{ год.}$$

3. Розраховуємо необхідну кількість автомобілів в системі

$$A_c = 4,16/1,0 = 4,16 \text{ автомобілів.}$$

Надалі проаналізуємо роботу системи для кількості автомобілів $A_c = 4$ та $A_c = 5$.

4. Визначаємо інтервал руху автомобілів на маршруті:

$$A_c = 4 \quad I_a = 4,16/4 = 1,04 \text{ год.};$$

$$A_c = 5 \quad I_a = 4,16/5 = 0,83 \text{ год.};$$

Так як $I_a \neq R_c$, то при функціонуванні системи можливі простой як вантажних пунктів, так і автомобілів.

5. Визначаємо для першої їздки інтервал часу до початку завантаження i -го автомобіля:

$$\tau_1^{\text{III}} = \tau_2^{\text{III}} = 0; \quad \tau_3^{\text{III}} = \tau_4^{\text{III}} = R_c = 1,0 \text{ год.}; \quad \tau_5^{\text{III}} = 2R_c = 2,0 \text{ год.}$$

6. Проводимо детальний аналіз роботи автомобілів у системі. Результати аналізу наведені у таблицях 5.2 і 5.3. В рядках, що відповідають закінченню вантажних операцій у вантажних пунктах, в знаменнику показані номери вантажних постів, що задіяні на даних операціях.

Таблиця 5.2 – Аналіз роботи автомобілів на маршруті при $A_c = 4$

Стан автомобіля	Накопичена тривалість роботи автомобіля за їздку до моменту зміни стану. Порядковий номер їздки.							
	1				2			
	автомобілі				автомобілі			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Прибуття в пункт А	0	0	1,00	1,00	4,16	4,76	6,16	
	0	0	0,44	0,44	1,44	1,44	4,60	

Продовження таблиці 5.2

Стан автомобіля	Накопичена тривалість роботи автомобіля за їздку до моменту зміни стану. Порядковий номер їздки.							
	1				2			
	автомобілі				автомобілі			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Кінець завантаження у пункті А	$\frac{0,44}{\Pi_1}$	$\frac{0,44}{\Pi_2}$	$\frac{1,44}{\Pi_1}$	$\frac{1,44}{\Pi_2}$	$\frac{4,60}{\Pi_1}$	$\frac{5,20}{\Pi_2}$	$\frac{6,60}{\Pi_1}$	
Прибуття в пункт Б	$\frac{1,04}{0}$	$\frac{1,04}{0}$	$\frac{2,04}{3,04}$	$\frac{2,04}{3,04}$	$\frac{5,20}{5,04}$	$\frac{5,80}{5,04}$		
Кінець розвантаження у пункті Б	$\frac{2,24}{\Pi_1}$	$\frac{2,24}{\Pi_2}$	$\frac{4,24}{\Pi_1}$	$\frac{4,24}{\Pi_2}$	$\frac{6,40}{\Pi_1}$	$\frac{7,00}{\Pi_2}$		
Кінець завантаження у пункті Б	$\frac{3,04}{\Pi_1}$	$\frac{3,04}{\Pi_1}$	$\frac{5,04}{\Pi_1}$	$\frac{5,04}{\Pi_2}$				
Прибуття в пункт В	$\frac{3,36}{0}$	$\frac{3,36}{3,96}$	$\frac{5,36}{4,56}$	$\frac{5,36}{5,96}$				
Кінець розвантаження у пункті В	3,96	4,56	5,96	6,56				
Повернення до пункту А	4,16	4,76	6,16	6,76				

Таблиця 5.3 – Аналіз роботи автомобілів на маршруті при $A_c = 5$

Стан автомобіля	Накопичена тривалість роботи автомобіля за їздку до моменту зміни стану. Порядковий номер їздки.									
	1					2				
	автомобілі					автомобілі				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Прибуття в пункт А	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{1,00}{0,44}$	$\frac{1,00}{0,44}$	$\frac{2,00}{1,44}$	$\frac{4,16}{1,44}$	$\frac{4,76}{2,44}$			
Кінець завантаження у пункті А	$\frac{0,44}{\Pi_1}$	$\frac{0,44}{\Pi_2}$	$\frac{1,44}{\Pi_1}$	$\frac{1,44}{\Pi_2}$	$\frac{2,44}{\Pi_1}$	$\frac{4,60}{\Pi_2}$	$\frac{5,20}{\Pi_1}$			
Прибуття в пункт Б	$\frac{1,04}{0}$	$\frac{1,04}{0}$	$\frac{2,04}{3,04}$	$\frac{2,04}{3,04}$	$\frac{3,04}{5,04}$	$\frac{5,20}{5,04}$	$\frac{5,80}{6,04}$			
Кінець розвантаження у пункті Б	$\frac{2,24}{\Pi_1}$	$\frac{2,24}{\Pi_2}$	$\frac{4,24}{\Pi_1}$	$\frac{4,24}{\Pi_2}$	$\frac{6,24}{\Pi_1}$	$\frac{6,40}{\Pi_2}$	$\frac{7,60}{\Pi_2}$			
Кінець завантаження у пункті Б	$\frac{3,04}{\Pi_1}$	$\frac{3,04}{\Pi_2}$	$\frac{5,04}{\Pi_1}$	$\frac{5,04}{\Pi_2}$	$\frac{7,04}{\Pi_1}$	$\frac{7,20}{\Pi_2}$	$\frac{8,40}{\Pi_2}$			

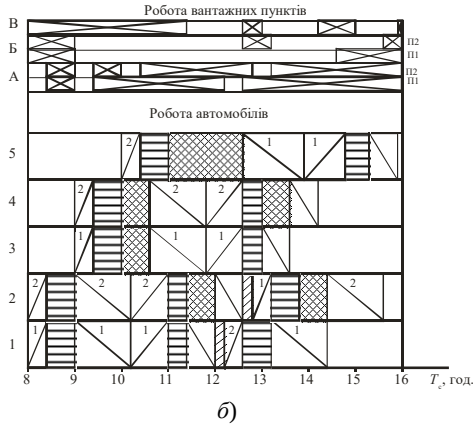
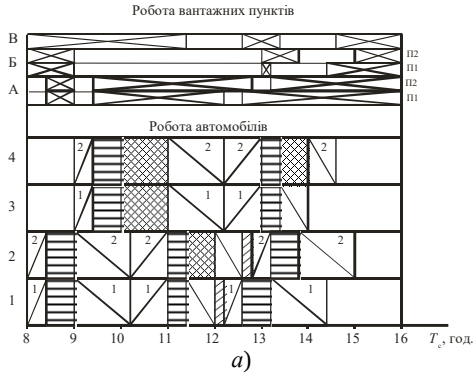
Продовження таблиці 5.3

Стан автомобіля	Накопичена тривалість роботи автомобіля за їздку до моменту зміни стану. Порядковий номер їздки.									
	1					2				
	автомобілі					автомобілі				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Прибуття в пункт В	3,36 0	3,36 3,96	5,36 4,56	5,36 5,96	7,36 6,56	7,52 7,96				
Кінець розвантаження у пункті В	3,96	4,56	5,96	6,56	7,96	8,56				
Повернення до пункту А	4,16	4,76	6,16	6,76	8,16					

В першій графі таблиць фіксуються по порядку відповідні стани автомобіля при виконанні транспортного процесу, в наступних – накопичена тривалість роботи автомобілів до моменту зміни відповідного стану за кожну їздку. Для зручності аналізу у рядках таблиці, в яких зафіксовано прибуття автомобіля до вантажного пункту, відмічають дві часові характеристики: у *чисельнику* дробу – час $t_{i+1}^{па}$ прибуття $(i + 1)$ -го автомобіля до даного вантажного пункту; у *знаменнику* – час $t_i^{зп}$ звільнення вантажного пункту після обслуговування попереднього автомобіля. Якщо $t_{i+1}^{па} > t_i^{зп}$, це означає, що буде простоювати вантажний пункт в очікуванні автомобілів протягом часу $t_{оч}^п = t_{i+1}^{па} - t_i^{зп}$. Інакше будуть простоювати автомобілі в очікуванні початку вантажних операцій протягом часу $t_{оч}^п = t_i^{зп} - t_{i+1}^{па}$.

Жирною лінією відокремлено граничне положення ефективного використання автомобіля на маршруті.

7. За даними таблиць 5.2 і 5.3 будуємо графіки сумісної роботи автомобілів і вантажних пунктів (рисунок 5.2).



- | | | | |
|--|------------------------------|--|-------------------------------|
| | – навантаження автомобіля; | | – розвантаження автомобіля; |
| | – рух автомобіля з вантажем; | | – рух автомобіля без вантажу; |
| | – простій автомобілів; | | – простій вантажних пунктів. |

а) для чотирьох ($A_c = 4$) автомобілів; б) для п'яти ($A_c = 5$) автомобілів
Рисунок 5.2 – Графік сумісної роботи автомобілів і вантажних пунктів

8. Визначаємо тривалість простоїв автомобілів та вантажних пунктів на підставі розрахунків таблиць 5.2 і 5.3. Результати зведені до таблиці 5.4.

Таблиця 5.4 – Величина простоїв автомобілів і вантажних пунктів

Об'єкти системи			Кількість автомобілів у системі і порядковий номер обертів на маршруті						
			4			5			
			1	2	$\Sigma t_{\text{оч}}$	1	2	$\Sigma t_{\text{оч}}$	
Автомобілі і пункти їх простою	2	Б					0,60	0,60	
		В	0,60		0,60	0,60		0,60	
	3	Б	1,00		1,00	1,00		1,00	
		В							
	4	Б	1,00		1,00	1,00		1,00	
		В	0,60		0,60	0,60		0,60	
	5	Б				2,00		2,00	
		В							
	$\Sigma t_{\text{оч}}^A$		3,20		3,20	5,20	0,60	5,80	
Вантажні пункти і порядковий номер очікуваного автомобіля	A	1	П ₁		$\frac{2,72}{(3,40)}$	6,12		$\frac{2,72}{(3,40)}$	6,12
		2	П ₂		$\frac{3,32}{(2,80)}$	6,12		$\frac{3,32}{(2,80)}$	6,12
		3	П ₁	0,56		0,56	0,56		0,56
		4	П ₂	0,56		0,56	0,56		0,56
		5	П ₂				0,56		0,56
	$\Sigma t_{\text{оч}}^A$	П ₁	1,12	6,12	6,68	0,56	6,12	6,68	
		П ₂	1,12	6,12	6,68	1,12	6,12	7,24	
	B	1	П ₁	$\frac{(1,04)}{-}$	$\frac{0,16}{(1,60)}$	2,80	$\frac{(1,04)}{-}$		1,04
			П ₂					0,16	0,16
		2	П ₂	$\frac{(1,04)}{-}$	$\frac{0,76}{(1,00)}$	2,80	$\frac{(1,04)}{-}$	$\frac{-}{(0,40)}$	1,44
			5	П ₁					$\frac{-}{(0,96)}$
		$\Sigma t_{\text{оч}}^B$	П ₁	1,04	1,76	2,80	1,04	0,96	2,00
	П ₂		1,04	1,76	2,80	1,04	0,56	1,60	
	B	1	1	$\frac{(3,36)}{-}$		3,36	$\frac{(3,36)}{-}$		3,36
			3	0,80		0,80	0,80		0,80
			4	$\frac{-}{(1,44)}$		1,44			
			5				$\frac{0,80}{(0,04)}$		0,84
		$\Sigma t_{\text{оч}}^B$		5,60		5,60	5,00		5,00

9. Визначаємо загальний час роботи i -го автомобіля на маршруті:

$$T_{m1} = T_{m2} = 8,0 - 1,0 \cdot (1 - 1) = 8,0 \text{ год.};$$

$$T_{m3} = T_{m4} = 8,0 - 1,0 \cdot (2 - 1) = 7,0 \text{ год.};$$

$$T_{m5} = 8,0 - 1,0 \cdot (3 - 1) = 6,0 \text{ год.}$$

10. Визначаємо кількість повних обертів автомобілів за час перебування їх на маршруті:

$$Z_{m1}^n = Z_{m2}^n = [8,0/4,16] = 1;$$

$$Z_{m3}^n = Z_{m4}^n = [7,0/4,16] = 1;$$

$$Z_{m5}^n = [6,0/4,16] = 1.$$

11. Визначаємо залишок часу після виконання автомобілями Z_{mi}^n обертів. Для цього спочатку проаналізуємо роботу автомобілів у системі. Згідно з даними таблиць 5.2 – 5.3 та рисунку 5.2 маємо такі результати:

– при використанні у системі $A_c = 4$ автомобілів наявні простой у другого автомобіля у пункті В ($t_{оч}^{(2)} = 0,6$ год.), у третього автомобіля у пункті Б ($t_{оч}^{(3)} = 1,0$ год.) і у четвертого автомобіля у пунктах Б і В загальною тривалістю $t_{оч}^{(4)} = 1,6$ год.;

– при використанні у системі $A_c = 5$ автомобілів простой складають: другий автомобіль $t_{оч}^{(2)} = 1,2$ год. (пункти Б і В); третій автомобіль $t_{оч}^{(3)} = 1,0$ год. (пункт Б); четвертий автомобіль $t_{оч}^{(4)} = 1,6$ год. (пункти Б і В); п'ятий автомобіль $t_{оч}^{(5)} = 2,0$ год. (пункт Б).

На підставі цього розраховуємо величину ΔT_{mi} :

– для $A_c = 4$

$$\Delta T_{m1} = 8,0 - 4,16 \cdot 1 - 0 = 3,84 \text{ год.};$$

$$\Delta T_{m2} = 8,0 - 4,16 \cdot 1 - 0,6 = 3,78 \text{ год.};$$

$$\Delta T_{m3} = 7,0 - 4,16 \cdot 1 - 1,0 = 1,84 \text{ год.};$$

$$\Delta T_{m4} = 7,0 - 4,16 \cdot 1 - 1,6 = 1,24 \text{ год.};$$

– для $A_c = 5$

$$\Delta T_{m1} = 8,0 - 4,16 \cdot 1 - 0 = 3,84 \text{ год.};$$

$$\Delta T_{m2} = 8,0 - 4,16 \cdot 1 - 1,2 = 2,64 \text{ год.};$$

$$\Delta T_{m3} = 7,0 - 4,16 \cdot 1 - 1,0 = 1,84 \text{ год.};$$

$$\Delta T_{m4} = 7,0 - 4,16 \cdot 1 - 1,6 = 1,24 \text{ год.};$$

$$\Delta T_{m4} = 6,0 - 4,16 \cdot 1 - 2,0 = -0,16 \text{ год.}$$

Знак “мінус” у останнього значення ΔT_{m5} свідчить про те, що п’ятий автомобіль через нестачу часу не має можливості повністю закінчити останній оберт і його робота на маршруті припиняється у попередньому розвантажувальному пункті.

12. Визначаємо мінімально необхідний час для виконання автомобілем вантажної їздки на останньому оберті:

до пункту Б

$$t_{\min}^B = 0,44 + 12/20 + 1,2 = 2,24 \text{ год.};$$

до пункту В

$$t_{\min}^B = t_{\min}^B + t_n^B + \frac{l_B^{BB}}{v_T^{BB}} + t_p^B = 2,24 + 0,8 + \frac{8}{25} + 0,6 = 3,96 \text{ год.}$$

13. Визначаємо можливість i -го автомобіля виконати на останньому оберті вантажну їздку і загальну кількість їздок автомобілів за час T_{mi} :

– для $A_c = 4$

$$t_{\min}^B < \Delta T_{m1} < t_{\min}^B; Z_{1AB}^{BO} = 1; Z_{1BB}^{BO} = 0; Z_{a1}^{AB} = 1 + 1 = 2; Z_{a1}^{BB} = 1;$$

$$t_{\min}^B < \Delta T_{m2} < t_{\min}^B; Z_{2AB}^{BO} = 1; Z_{2BB}^{BO} = 0; Z_{a2}^{AB} = 1 + 1 = 2; Z_{a2}^{BB} = 1;$$

$$t_{\min}^B > \Delta T_{m3} < t_{\min}^B; Z_{3AB}^{BO} = 0; Z_{3BB}^{BO} = 0; Z_{a3}^{AB} = 1 + 0 = 1; Z_{a3}^{BB} = 1;$$

$$t_{\min}^B > \Delta T_{m4} < t_{\min}^B; Z_{4AB}^{BO} = 0; Z_{4BB}^{BO} = 0; Z_{a4}^{AB} = 1 + 0 = 1; Z_{a4}^{BB} = 1;$$

– для $A_c = 5$

$$\begin{aligned}
t_{\min}^B &< \Delta T_{m1} < t_{\min}^B; Z_{1AB}^{BO} = 1; Z_{1BB}^{BO} = 0; Z_{a1}^{AB} = 1+1=2; Z_{a1}^{BB} = 1; \\
t_{\min}^B &< \Delta T_{m2} < t_{\min}^B; Z_{2AB}^{BO} = 1; Z_{2BB}^{BO} = 0; Z_{a2}^{AB} = 1+1=2; Z_{a2}^{BB} = 1; \\
t_{\min}^B &> \Delta T_{m3} < t_{\min}^B; Z_{3AB}^{BO} = 0; Z_{3BB}^{BO} = 0; Z_{a3}^{AB} = Z_{a3}^{BB} = 1; \\
t_{\min}^B &> \Delta T_{m4} < t_{\min}^B; Z_{4AB}^{BO} = 0; Z_{4BB}^{BO} = 0; Z_{a4}^{AB} = Z_{a4}^{BB} = 1; \\
t_{\min}^B &> \Delta T_{m5} > t_{\min}^B; Z_{5AB}^{BO} = 0; Z_{5BB}^{BO} = 0; Z_{a5}^{AB} = Z_{a5}^{BB} = 1;
\end{aligned}$$

14. Визначаємо показники роботи автомобілів у системі (таблиця 5.5).

Таблиця 5.5 – Показники роботи автомобілів у системі

Показник	Значення для кількості автомобілів у системі								
	$A_c = 4$				$A_c = 5$				
	1	2	3	4	1	2	3	4	5
Кількість вантажних їздок на ділянках АБ / БВ	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1}$
Обсяг перевезень, т	28	28	18	18	28	28	18	18	18
Транспортна робота, ткм	304	304	184	184	304	184	184	184	184
Загальний пробіг, км	46	46	31	31	46	31	31	31	31
Тривалість роботи, год.									
технологічна	6,86	6,86	4,42	4,42	6,86	6,86	4,42	4,42	4,42
фактична	6,86	7,46	5,42	6,02	6,86	8,06	5,42	6,02	6,42

Контрольні запитання

1. Дайте визначення насиченої та ненасиченої транспортної системи. У чому полягає їх відмінність ?
2. Що таке ритм роботи вантажних пунктів системи та ритм роботи системи? Як вони визначаються ?
3. Як визначити кількість транспортних засобів у системі, що робить її насиченою ?
4. Викладіть методику графоаналітичного аналізу роботи транспортної системи. З яких етапів вона складається.
5. Які показники характеризують роботу рухомого складу у системі та як вони розраховуються ?

САМОСТІЙНА РОБОТА №6

МАРШРУТИЗАЦІЯ ПЕРЕВЕЗЕНЬ МАСОВИХ ВАНТАЖІВ

Мета заняття: ознайомлення з методикою розробки раціональних маршрутів на перевезеннях масових вантажів методом попередньої оптимізації порожнього пробігу.

Стисла теоретична довідка

У загальному вигляді задача маршрутизації формулюється таким чином: за заданою множиною пунктів виробництва, споживання, розміщення рухомого складу, обсягів поставок та споживання вантажів і обмеженнях на ресурси рухомого складу необхідно визначати припустимі та упорядковані підмножини пов'язаних пунктів (маршрутів), при реалізації яких досягається екстремальне значення цільової функції, що відображає ефективність процесу поставок вантажів.

Задача маршрутизації *помашинних* відправок виникає у тих випадках, коли у будь-якого відправника кожний окремий автомобіль завантажуються (частіше повністю) на адресу тільки одного одержувача. Прикладами таких перевезень є перевезення різноманітних масових вантажів: металопрокат, пісок, щебінь, залізобетонні вироби, лісні матеріали тощо. Маршрутизацію перевезень масових вантажів можна виконувати тільки при наявності груп вантажів, що потребують для перевезення однотипного рухомого складу.

Одним з основних завдань, що виконуються при оперативному плануванні перевезень масових помашинних відправок є оптимізація їх маршрутів з метою підвищення коефіцієнту використання пробігу.

Розглядається сукупність постачальників $A_1, A_2, \dots, A_m$ з обсягами постачання відповідно $a_1, a_2, \dots, a_m$ і споживачів $B_1, B_2, \dots, B_n$ з обсягами споживання відповідно $b_1, b_2, \dots, b_n$, що утворюють деяку систему постачання масових вантажів. Обсяг перевезень з i -го пункту відправлення до j -го пункту призначення складає q_{ij} тонн вантажу. Задана вантажомісткість використовуваних для перевезення

автомобілів ($q\gamma_c$) та найкоротші відстані між кожною парою пунктів «постачальник–одержувач» $l_{ij} = l_{ji}$.

При виконанні перевезень до пункту B_j доставляється $b_j = \sum_{i=1}^m P_{ij}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) та відповідно прибуває $n_j = \sum_{i=1}^m \frac{P_{ij}}{q\gamma_c}$ завантажених автомобілів, які після розвантаження подаються до пунктів навантаження A_i . Так як з пунктів необхідно вивезти $a_i = \sum_{j=1}^n P_{ij}$ ($i = 1, 2, \dots, m$) тонн вантажу, то для пунктів A_i необхідно здійснити відповідно $m_i = \sum_{j=1}^n \frac{P_{ij}}{q\gamma_c}$ подач порожніх автомобілів.

Нехай x_{ji} – кількість подач порожніх автомобілів від j -го пункту розвантаження до i -го пункту навантаження. Тоді фактичний порожній пробіг автомобілів складе

$$L_{\text{пор}} = \frac{1}{q\gamma_c} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m l_{ji} x_{ji} . \quad (6.1)$$

Таким чином, необхідно мінімізувати функцію $L_{\text{пор}} \Rightarrow \min$ (порожній пробіг автомобілів) при виконанні умов

$$\sum_{i=1}^m x_{ji} = n_j \quad j = 1, 2, \dots, n ; \quad (6.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = m_i \quad i = 1, 2, \dots, m . \quad (6.3)$$

Сформульована задача є класичною транспортною задачею лінійного програмування. Після попередньої оптимізації порожнього пробігу для складання маршрутів використовують один з методів: *таблиць зв'язків* чи *суміщених планів*.

Побудова маршрутів за методом суміщених планів полягає в наступному:

- відшуковують оптимальний план порожніх пробігів, вирішуючи транспортну задачу лінійного програмування з умовами (6.1) – (6.3);

- у матрицю перевезень у відповідні клітинки записують знайдений план повернення порожніх автомобілів. Таким чином отримують суміщений план;

- якщо у деякій клітинці матриці присутні значення як завантажених так і порожніх їздок, то така клітинка відповідає маятниковому маршруту зі зворотним порожнім пробігом. Кількість їздок на такому маршруті визначається меншим з двох цифр, що вказують кількість завантажених їздок та подач порожніх автомобілів. Заплановані на маятникових маршрутах перевезення (завезення вантажу та повернення порожніх автомобілів) виключають з матриці;

- у суміщеному плані будують замкнені чотирьохланкові контури, всі вершини якого лежать у заповнених клітинках, при цьому у вершинах контуру повинні чергуватися завантажені їздки з подачами порожніх автомобілів. Після знаходження такого контуру кількість оборотів на кільцевому маршруті визначається найменшим зі значень, що лежать у вершинах контуру. Маршрут фіксується, а всі значення у вершинах контуру зменшуються на визначену кількість оборотів;

- після того, як знайдені всі чотирьохланкові контури, у суміщеному плані відшуковують шестиланкові, восьмиланкові і так далі доти, доки план перевезень не буде виконано (у матриці не залишиться жодної заповненої клітинки);

- для кожного маршруту розраховують коефіцієнт використання пробігу. Якщо на деякому кільцевому маршруті він дорівнює $\beta = 0,5$, такий маршрут є нераціональним і його розбивають на декілька маятникових.

Зміст самостійної роботи та вихідні дані до її виконання

Задані обсяги перевезень (у вантажних місцях) однорідного вантажу від чотирьох постачальників ($A_1 - A_4$) п'яти одержувачам ($B_1 - B_5$). Для перевезення використовуються автомобілі вантажомісткістю q вантажних місць (в.м.). Задані також найкоротші відстані між постачальниками та одержувачами. Скласти раціональні маятникові та

кільцеві маршрути методом суміщених планів. Для кожного маршруту визначити кількість оборотів та коефіцієнт використання пробігу.

Вихідні дані до виконання самостійної роботи 6 наведені у таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 – Вихідні дані для виконання самостійної роботи 6

Варіант	Вантажомісткість автомобіля, в.м.	Варіант плану перевезень (рисунок 6.1)	Варіант матриці відстаней (рисунок 6.2)
1	6	<i>a</i>	<i>a</i>
2	8	<i>б</i>	<i>a</i>
3	9	<i>в</i>	<i>a</i>
4	6	<i>г</i>	<i>a</i>
5	5	<i>д</i>	<i>a</i>
6	7	<i>e</i>	<i>a</i>
7	10	<i>a</i>	<i>б</i>
8	9	<i>б</i>	<i>б</i>
9	6	<i>в</i>	<i>б</i>
10	9	<i>г</i>	<i>б</i>
11	10	<i>д</i>	<i>б</i>
12	12	<i>e</i>	<i>б</i>
13	8	<i>a</i>	<i>в</i>
14	10	<i>б</i>	<i>в</i>
15	7	<i>в</i>	<i>в</i>
16	5	<i>г</i>	<i>в</i>
17	6	<i>д</i>	<i>в</i>
18	9	<i>e</i>	<i>в</i>
19	10	<i>a</i>	<i>г</i>
20	8	<i>б</i>	<i>г</i>
21	6	<i>в</i>	<i>г</i>
22	9	<i>г</i>	<i>г</i>
23	4	<i>д</i>	<i>г</i>
24	10	<i>e</i>	<i>г</i>
25	7	<i>a</i>	<i>б</i>
26	12	<i>б</i>	<i>a</i>
27	10	<i>в</i>	<i>г</i>
28	8	<i>г</i>	<i>в</i>
29	8	<i>д</i>	<i>a</i>
30	5	<i>e</i>	<i>б</i>

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	35				50
A_2		80			
A_3			40		
A_4				90	

а)

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1		90			
A_2	45				80
A_3				40	
A_4			15		

б)

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1			75		
A_2				50	
A_3	20	60			
A_4					70

в)

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1				70	
A_2		65			
A_3			10		
A_4	40				80

г)

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1			25		30
A_2				15	
A_3		80			
A_4	60				

д)

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1			60		95
A_2	75				
A_3				25	
A_4		30			

е)

Рисунок 6.1 – Варіанти плану перевезень (в.м.)

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	5	8	15	7	4
A_2	1	9	12	10	3
A_3	4	5	7	4	9
A_4	2	6	5	8	6

а)

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	8	4	7	12	11
A_2	5	4	4	9	8
A_3	3	10	9	14	5
A_4	9	6	8	10	7

б)

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	10	12	9	6	3
A_2	5	10	4	5	4
A_3	8	12	6	10	1
A_4	6	8	8	7	5

в)

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	6	5	8	3	6
A_2	8	3	14	5	9
A_3	12	9	3	3	8
A_4	5	11	15	2	5

г)

Рисунок 6.2 – Варіанти матриці відстаней (км)

Приклад виконання завдання

Розглянемо приклад виконання завдання для наступного плану перевезень (обсяги перевезень вказані у вантажних місцях, відстані зазначені у верхніх правих кутах клітинок у кілометрах).

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	⁴ 90	⁵ 3	¹ 9	
A_2	⁶ 70	⁷ 10	⁴ 25	⁸ 50
A_3	⁵ 7	¹⁰ 9	¹² 6	³ 50
A_4	⁷ 7	⁹ 9	⁶ 6	³ 50

Для перевезень використовуються автомобілі вантажомісткістю $q = 10$ вантажних місць.

Розв'язок.

Перейдемо від вантажних місць до їздок, розділивши обсяги перевезень на вантажомісткість автомобілів (у випадку отримання дробового значення його слід округлити у *більший* бік). Отримаємо план перевезень у їздах (рисунок 6.3). Підсумуємо також їздки у рядках та стовпчиках плану. За допомогою ЕОМ знаходимо оптимальний план подач порожніх автомобілів. В якості вихідних даних використовуємо відстані та підсумки плану перевезень у їздах.

	B_1	B_2	B_3	B_4	Разом
A_1	⁴ 9	⁵ 3	¹ 9		9
A_2	⁶ 7	⁷ 10	⁴ 25	⁸ 50	7
A_3	⁵ 7	¹⁰ 9	¹² 6	³ 50	3
A_4	⁷ 7	⁹ 9	⁶ 6	³ 50	5
Разом	7	9	3	5	

Рисунок 6.3 – План перевезень у їздах з підсумками

Результати розрахунку на ЕОМ плану повернення порожніх автомобілів наведений на рисунку 6.4.

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	4 ⁴	5 ⁵	3	1
A_2	6	4 ⁷	3 ⁴	9
A_3	3 ⁵	10	12	8
A_4	7	9	6	5 ³

Рисунок 6.4 – Оптимальний план подачі порожніх автомобілів

Суміщаємо план перевезень (рисунок 6.3) та план повернення порожніх автомобілів (рисунок 6.4) у суміщений план (рисунок 6.5). Вантажні їздки з плану перевезень записуємо в центрі клітинок, порожні їздки з плану подачі порожніх автомобілів записуємо у нижньому лівому куті клітинок.

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	4 ⁴ 5 ⁹	5 ⁵	3	1
A_2	7 ⁶	4 ⁷	3 ⁴	9
A_3	3 ⁵	10	3 ¹²	8
A_4	7	9	6	5 ⁵ ³

Рисунок 6.5 – Суміщений план

Спочатку виписуємо з суміщеного плану маятникові маршрути зі зворотним порожнім пробігом. Їм відповідають клітинки матриці, в яких одночасно присутні як завантажені так і порожні їздки. Таким чином маємо два маятникових маршрути:

Маршрут №1. $A_1 - B_2 - A_1$. Кількість їздок $\lambda = \min\{9; 5\} = 5$.

Маршрут №2. $A_4 - B_4 - A_4$. Кількість їздок $\lambda = \min\{5; 5\} = 5$.

Виключаємо заплановані за маятниковими маршрутами перевезення (рисунок 6.6).

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	4 ⁴	4 ⁵	3	1
A_2	7	6 ⁴	3 ⁴	9
A_3	3 ⁵	10	3 ¹²	8
A_4	7	9	6	3

Рисунок 6.6 – Вибір першого кільцевого маршруту

Надалі відшукуємо кільцеві маршрути, будуючи замкнені контури, у вершинах яких чергуються завантажені та порожні їздки. Вибір першого кільцевого маршруту наведений на рисунку 6.6.

Маршрут №3. $A_1 - B_2 - A_2 - B_1 - A_1$. Кількість оборотів $\lambda = \min\{4; 4; 7; 4\} = 4$.

Зменшуємо кількість їздок у клітинках-вершинах контуру на 4 (рисунок 6.7). З отриманої матриці остаточно вибираємо другий кільцевий маршрут.

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	4	5	3	1
A_2	3 ⁶	7	3 ⁴	9
A_3	3 ⁵	10	3 ¹²	8
A_4	7	9	6	3

Рисунок 6.6 – Вибір другого кільцевого маршруту

Маршрут №4. $A_2 - B_1 - A_3 - B_3 - A_2$. Кількість оборотів $\lambda = \min\{3; 3; 3; 3\} = 3$.

Процес складання маршрутів завершено, оскільки у суміщеному плані не залишилось жодної невиконаної їздки. Таким чином, отримані два маятникових та два кільцевих маршрути.

Для кільцевих маршрутів розраховуємо коефіцієнт використання пробігу. Результати розрахунку зводимо до таблиці 6.2.

Таблиця 6.2 – Результати складання маршрутів

Маршрут	Кількість їздок (оборотів)	Пробіг, км		Коефіцієнт використання пробігу
		з вантажем	загальний	
$A_1 - B_2 - A_1$	5	5	10	0,50
$A_4 - B_4 - A_4$	5	3	6	0,50
$A_1 - B_2 - A_2 - B_1 - A_1$	4	11	22	0,50
$A_2 - B_1 - A_3 - B_3 - A_2$	3	18	27	0,67

З таблиці 6.2 бачимо, що коефіцієнт використання пробігу на першому кільцевому маршруті дорівнює 0,5, що вказує на його нераціональність та необхідність заміни маятниковими маршрутами. Остаточні результати маршрутизації зводимо до таблиці 6.3.

Таблиця 6.3 – Остаточні результати маршрутизації

Маршрут	Кількість їздок (оборотів)	Пробіг, км		Коефіцієнт використання пробігу
		з вантажем	загальний	
$A_1 - B_2 - A_1$	9	5	10	0,50
$A_4 - B_4 - A_4$	5	3	6	0,50
$A_2 - B_1 - A_2$	4	6	12	0,50
$A_2 - B_1 - A_3 - B_3 - A_2$	3	18	27	0,67

Контрольні запитання

1. Дайте поняття масових помашинних перевезень.
2. Що ставить за мету організація кільцевих маршрутів перевезень вантажів?
3. Запишіть математичну постановку задачі кільцевої маршрутизації методом попередньої оптимізації порожніх пробігів.

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. М.Ф.Дмитриченко, Л.Ю.Яцківський, С.В.Ширяева, В.З.Докуніхін. Основи теорії транспортних процесів і систем. Навчальний посібник для ВНЗ. - К.: Видавничий Дім «Слово», 2009. - 336 с.
2. Лашених О.А., Кузькін О.Ф. Методи і моделі оптимізації транспортних процесів і систем. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2006.– 435 с.
3. Горбачов П.Ф. Основи теорії транспортних систем: навч. посіб. / П.Ф. Горбачов, І.А. Дмітрієв; ХНАДУ – Х.: 2002. – 202 с.

Додаток А

Критичні точки розподілу Стюдента

Кількість ступенів вільності k	Рівень значимості α		
	0,1	0,05	0,01
1	6,31	12,71	63,66
2	2,92	4,30	9,92
3	2,35	3,18	5,84
4	2,13	2,78	4,60
5	2,02	2,57	4,03
6	1,94	2,45	3,71
7	1,89	2,36	3,50
8	1,86	2,31	3,36
9	1,83	2,26	3,25
10	1,81	2,23	3,17
11	1,80	2,20	3,11
12	1,78	2,18	3,05
13	1,77	2,16	3,01
14	1,76	2,14	2,98
15	1,75	2,13	2,95
16	1,75	2,12	2,92
17	1,74	2,11	2,90
18	1,73	2,10	2,88
19	1,73	2,09	2,86
20	1,72	2,09	2,85
21	1,72	2,08	2,83
22	1,72	2,07	2,82
23	1,71	2,07	2,81
24	1,71	2,06	2,80
25	1,71	2,06	2,79
26	1,71	2,06	2,78
27	1,70	2,05	2,77
28	1,70	2,05	2,76
29	1,70	2,05	2,76
30	1,70	2,04	2,75
40	1,68	2,02	2,70
60	1,67	2,00	2,66
120	1,66	1,98	2,62
∞	1,64	1,96	2,58

Додаток Б

Значення функції Лапласа $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0,00	0,0000	0,75	0,2734	1,50	0,4332
0,05	0,0199	0,80	0,2881	1,55	0,4394
0,10	0,0398	0,85	0,3023	1,60	0,4452
0,15	0,0596	0,90	0,3159	1,65	0,4505
0,20	0,0793	0,95	0,3289	1,70	0,4554
0,25	0,0987	1,00	0,3413	1,75	0,4599
0,30	0,1179	1,05	0,3531	1,80	0,4641
0,35	0,1368	1,10	0,3643	1,85	0,4678
0,40	0,1554	1,15	0,3749	1,90	0,4713
0,45	0,1736	1,20	0,3849	1,95	0,4744
0,50	0,1915	1,25	0,3944	2,00	0,4772
0,55	0,2088	1,30	0,4032	2,25	0,4878
0,60	0,2257	1,35	0,4115	2,50	0,4938
0,65	0,2422	1,40	0,4192	3,00	0,4987
0,70	0,2580	1,45	0,4265	4,00	0,5000