

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять з дисципліни
ФІЗИКА НАНОПЛІВОК І КЛАСТЕРІВ

Для бакалаврів спеціальності
6.050801 “Мікро- та наноелектроніка”,
денної і заочної форм навчання

2010

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни “Фізика наноплівкок і кластерів” для бакалаврів спеціальності 6.050801 “Мікро- та наноелектроніка”, денної і заочної форм навчання/ Укл.: Погосов В.В., А.В. Бабіч, А.В.Коротун – Запоріжжя: ЗНТУ, 2010. – 30 с.

Укладачі:

В.В. Погосов, проф, д-р фіз.-матем. наук.

А.В. Бабіч, асист.

А.В.Коротун, асист.

Рецензент: В.П. Курбацький, доц., канд.фіз.-матем.наук

Відповідальний за випуск: Г.В. Сніжной, доц., канд.фіз.-матем.наук

Затверджено

на засіданні кафедри

“Мікро- та наноелектроніка”

Протокол №7

від 01.07.2010 р.

ЗМІСТ

1	Мета практикуму	4
2	Теорія	4
2.1	Прямокутна потенціальна одновимірна яма	5
2.2	Яма-паралелепіпед	8
2.3	Сферично-симетрична яма	10
2.4	Яма-циліндр	12
2.5	Густина станів	13
3	Задачі	16
4	Запитання і завдання для самостійної роботи	26
	Перелік посилань	29

1 МЕТА ПРАКТИКУМУ

Мета практикуму – поглиблення і розширення теоретичних знань у галузі фізики низькорозмірних структур; формування у студентів навичок орієнтування в потоці науково-технічної інформації та використання фізичних законів з метою застосування найбільш ефективних методів розрахунку і засобів обчислювальної техніки; розвинення навичок користування спеціальною науковою і довідковою літературою, а також діючими стандартами.

Розвиток наноелектроніки і нанотехнологій пов'язаний з успіхами багатьох наукових напрямків теоретичної й експериментальної фізики. Досвід, набутий під час практичних занять, може бути використаний студентом у подальшій роботі над дипломним проектом і в майбутній інженерній діяльності. В результаті вивчення дисципліни студент повинен знати:

- основні фізичні явища в ультрадисперсних системах;
- методи теоретичної фізики;
- методи фізичних досліджень;
- внутрішні зв'язки між окремими розділами науки;

та вміти:

- використовувати фізичні моделі для вирішення практичних задач.

2 ТЕОРІЯ

Нині накопичено значний досвід у розробці приладів, дія яких ґрунтується на квантово-механічних принципах. Укладаючи атоми в декілька шарів, створюють штучні кристали. Такі структури мають нанометрові розміри. Електрони в цих структурах поведуться як квантові об'єкти. Вивчення цих структур не лише відкриває нові сторінки електронної інженерії, а й супроводжується відкриттями фундаментального характеру [1 – 6].

2.1 Прямокутна потенціальна одновимірна яма

Рух частинки маси спокою M описують рівнянням Шредінгера

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x). \quad (2.1)$$

Для *дискретного спектра* енергія має бути меншою від потенціальної енергії на нескінченності, тобто має виконуватися співвідношення $E < V_0$. Тоді стаціонарне рівняння Шредінгера для області II (рис. 2.1) має вигляд

$$\psi'' + k^2\psi = 0, \quad (2.2)$$

де $\psi'' \equiv \nabla^2\psi = d^2\psi(x)/dx^2$, а

$$k = \frac{\sqrt{2ME}}{\hbar} = \frac{p}{\hbar}. \quad (2.3)$$

Загальний розв'язок рівняння (2.2) має вигляд

$$\psi_2 = A_2 \sin(kx + \delta), \quad (2.4)$$

де A_2 і δ – довільні сталі.

В областях I і III рівняння Шредінгера можна подати у формі

$$\psi'' - \kappa^2\psi = 0, \quad (2.5)$$

де

$$\kappa = \frac{\sqrt{2M(V_0 - E)}}{\hbar} = \frac{|p|}{\hbar}. \quad (2.6)$$

Розв'язок рівняння (2.5) (потенціальний бар'єр)

$$\psi_{1,3} = A_{1,3}e^{\kappa x} + B_{1,3}e^{-\kappa x}, \quad (2.7)$$

($A_{1,3}$ і $B_{1,3}$ – довільні сталі) містить дві частини: експоненціальну спадну та експоненціально висхідну (рис. 2.1, б).

Власні значення для енергії частинки знаходимо з граничних умов, за якими експоненціально висхідний розв'язок має обернутися на

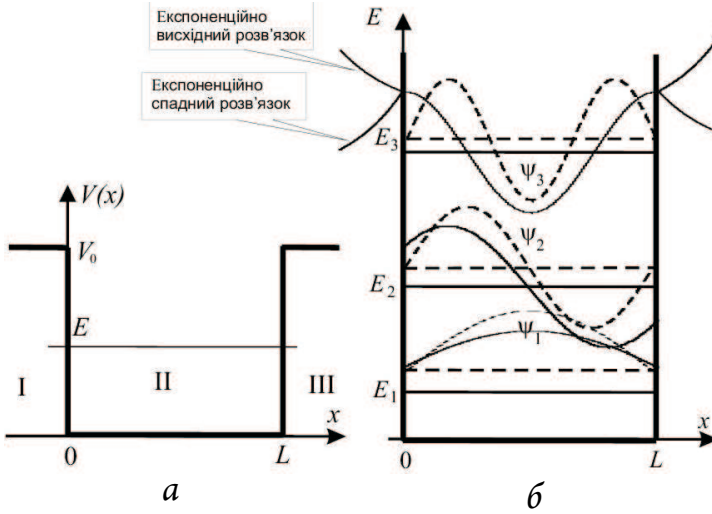


Рисунок 2.1 – Рух частинки в потенціальній ямі (а). Схематичне розміщення енергетичних рівнів та власні функції частинки в ямі скінченної глибини (суцільні лінії) та у нескінченно глибокій прямокутній потенціальній ямі (штрихові лінії) (б)

нуль. Для цього покладемо в I області $A_1 = A$ і $B_1 = 0$ і в III області $A_3 = 0$ і $B_3 = Be^{\kappa L}$. Тоді матимемо

$$\psi_1 = Ae^{\kappa x} = Ae^{-\kappa|x|}, \quad x < 0, \quad (2.8)$$

$$\psi_3 = Be^{-\kappa(x-L)}, \quad x > L. \quad (2.9)$$

“Зшиваючи” хвильові функції ψ_1 і ψ_2 в точці $x = 0$, а також ψ_2 і ψ_3 в точці $x = L$ (під “зшиванням” слід розуміти прирівнювання хвильових функцій та їх похідних в заданих точках), отримаємо

$$\operatorname{tg} \delta = k/\kappa; \quad (2.10)$$

$$\operatorname{tg}(kL + \delta) = -k/\kappa. \quad (2.11)$$

Рівності (2.10) і (2.11) можна звести до вигляду

$$\sin \delta = k/k_0; \quad \sin(kL + \delta) = -k/k_0, \quad (2.12)$$

де $k_0 = \sqrt{2MV_0/\hbar}$, $\kappa = \sqrt{k_0^2 - k^2}$.

Виключаючи з рівняння (2.12) величину δ , для обчислення власних значень дістанемо рівняння

$$k_n L = n\pi - 2 \arcsin(k_n/k_0), \quad (2.13)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ – цілі позитивні числа. Оскільки величина $k > 0$, а аргумент $k/k_0 < 1$, завжди можемо вважати, що $\arcsin(k_n/k_0)$ лежить у межах від 0 до $\pi/2$. У загальному випадку рівняння (2.13) можна розв'язати графічно.

Розглянемо спочатку випадок $V_0 \gg E$, тобто коли потенціальна яма обмежена нескінченно високими потенціальними стінками ($k_n/k_0 = 0$). Тоді з рівняння (2.13) знаходимо

$$k_n = n\pi/L. \quad (2.14)$$

Звідси для енергії E_n (власні значення) і для відповідної хвильової функції (власні функції) отримаємо

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m_e} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e L^2} n^2 \quad (2.15)$$

і

$$\psi_n = A_n \sin(\pi n x/L). \quad (2.16)$$

У цьому разі фаза δ згідно з (2.12) обертається на нуль, а вираз для хвильової функції (2.16) дійсний всередині потенціальної ями. У потенціальному бар'єрі ψ_n перетворюється на нуль при $\kappa \rightarrow 0$. Коефіцієнт A_n можна визначити з умови нормування

$$\int_0^L \psi_n^2 dx = A_n^2 L/2 = 1. \quad (2.17)$$

Звідси знаходимо власні функції

$$\int_0^L \psi_{n'} \psi_n dx = 0, \quad n' \neq n, \quad (2.18)$$

які задовольняють також умові ортонормованості. У цьому неважко впевнитись.

Розв'язки хвильового рівняння зображені на рис. 2.1 б. Вони подібні до відомих розв'язків для коливань струни, що утворюють стійні хвилі. Випадок $n = 1$ відповідає основному тону, випадок $n = 2$ – першій гармоніці і т. д.

Зазначимо, що для дійсних хвильових функцій густина струму завжди дорівнює нулю. Цей результат цілком природний, оскільки коливання є стійними хвилями, які не можуть утворювати потоки частинок.

2.2 Яма-паралелепіпед

Уявімо тривимірну яму з вертикальними стінками у вигляді паралелепіпеда об'ємом $L_x \times L_y \times L_z$. Для такої геометрії доцільним є використання декартової системи координат. У цьому разі рівняння Шредінгера для частинки у тривимірному потенціалі має вигляд:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(x, y, z) \right\} \Psi(x, y, z) = \varepsilon_p \Psi(x, y, z). \quad (2.19)$$

Для ями з плоским дном і вертикальними стінками потенціал завжди можна записати у вигляді

$$V(x, y, z) = U_0 \theta(x \pm L_x/2) \theta(y \pm L_y/2) \theta(z \pm L_z/2), \quad (2.20)$$

де за початок координат обрано центр ями, ступінчаста функція $\theta(\xi \pm L_\xi/2)$ дорівнює 1 на проміжках $-L_{x,y,z}/2 < x, y, z < +L_{x,y,z}/2$ і дорівнює 0 зовні ями. Рівняння Шредінгера в декартових координатах дає змогу розділити змінні, тому розв'язок (2.19) шукаємо у вигляді

$$\Psi(x, y, z) = \psi(x)\psi(y)\psi(z). \quad (2.21)$$

Тоді, враховуючи (2.20), (2.21),

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

а також подаючи ε_p як суму $\varepsilon_p = \varepsilon_j + \varepsilon_s + \varepsilon_i$, з рівняння (2.19) отримуємо три ідентичних рівняння для кожної із компонент, наприклад, для z компоненти:

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \left[\psi(x)\psi(y) \frac{\partial^2 \psi(z)}{\partial z^2} \right] + \psi(x)\psi(y)V(x, y, z)\psi(z) = \psi(x)\psi(y)\varepsilon_i\psi(z). \quad (2.22)$$

При скороченні на $\psi(x)\psi(y)$ рівняння (2.22) набуває вигляду

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \psi(z)}{\partial z^2} + U_0 \theta(z \pm L_z/2) \psi(z) = \varepsilon_i \psi(z), \quad (2.23)$$

де $\varepsilon_i = U_0 + \hbar^2 k_i^2 / (2M)$, тобто енергію відлічуємо від рівня енергії частинки у вакуумі.

Аналогічні рівняння можна записати і для інших осей координат. При цьому передбачається, що часткою об'єму і поверхні поблизу ребер і кутів можна знехтувати. Справа в тому, що на ребрах похідні хвильових функцій є невизначеними і граничні умови для зшивання функцій неможливо виконати.

Граничні умови далеко від ребер і кутів приводять до рівняння (2.13), розв'язуючи яке визначають компоненти хвильових векторів. Щоб відрізнити реальні рівні від віртуальних, у квантових точках різної форми необхідно ввести критерій

$$k_\alpha / k_0 < 1, \quad \alpha \equiv j, s, i. \quad (2.24)$$

Для кластера-паралелепіпеда зі сторонами L_x, L_y, L_z і потенціальним профілем з нескінченно високими стінками вираз для енергетичного спектру зводиться до вигляду

$$\frac{\hbar^2 k_p^2}{2M} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2M} \left(\frac{j^2}{L_x^2} + \frac{s^2}{L_y^2} + \frac{i^2}{L_z^2} \right).$$

2.3 Сферично-симетрична яма

Якщо яма є сферою радіусом R , то зручно скористатися сферичними координатами (див., наприклад, [3]). Використовуючи сферично-симетричний потенціал $V(r)$, який залежить лише від модуля радіуса-вектора $r = |\mathbf{r}|$, проведеного з центра сфери, вважаючи

$$\Psi(r, \vartheta, \varphi) = \psi(r)Y(\vartheta, \varphi), \quad (2.25)$$

можна розділити змінні рівняння Шредінгера

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(r) \right\} \Psi(r, \vartheta, \varphi) = \varepsilon_p \Psi(r, \vartheta, \varphi) \quad (2.26)$$

на радіальну і кутову складові. Для цього розділимо обидві частини (2.26) на Ψ і врахуємо явний вигляд оператора Лапласа ∇^2 у сферичних координатах:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\psi(r)} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi(r)}{dr} \right) + \frac{2Mr^2}{\hbar^2} [\varepsilon_p - V(r)] = \\ & = -\frac{1}{Y(\vartheta, \varphi)} \left[\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial Y(\vartheta, \varphi)}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 Y(\vartheta, \varphi)}{\partial \varphi^2} \right]. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Ліва частина (2.27) залежить лише від r , а права – лише від ϑ і φ , звідки випливає, що вони мають дорівнювати деякій сталій λ . Отже, з виразу (2.27) отримуємо радіальне хвильове рівняння

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi(r)}{dr} \right) + \left\{ \frac{2M}{\hbar^2} [\varepsilon_p - V(r)] - \frac{\lambda}{r^2} \right\} \psi(r) = 0 \quad (2.28)$$

і кутове рівняння

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial Y(\vartheta, \varphi)}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 Y(\vartheta, \varphi)}{\partial \varphi^2} + \lambda Y(\vartheta, \varphi) = 0. \quad (2.29)$$

Розв'язком хвильового рівняння є сферична функція

$$Y_{lm}(\vartheta, \varphi) = A_{lm} P_l^{|m|}(\cos \vartheta) e^{im\varphi}, \quad (2.30)$$

яка має фізично допустимі значення лише при $\lambda = l(l+1)$, де l – позитивне ціле число або нуль (орбітальне квантове число); $P_l^{|m|}(\cos(\vartheta))$ – приєднані поліноми Лежандра; A_{lm} – сталі нормування для приєднаних поліномів Лежандра; m – число, яке набуває будь-яких цілих значень від $-l$ до l (квантове магнітне число).

Дозволені значення енергії повністю визначаються радіальним рівнянням Шредінгера (2.28), яке не залежить від m . Кожному значенню енергії відповідає стільки незалежних хвильових функцій, скільки при даному l є можливих значень магнітного квантового числа, тому в цьому випадку енергія окрім виродження за спіном має $(2l+1)$ -разове виродження за магнітним квантовим числом m .

Якщо у вираз (2.28) підставити $\psi(r) = \chi(r)/r$ і врахувати, що оператор

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} r,$$

для нової радіальної хвильової функції $\chi(r)$ отримаємо

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2 \chi(r)}{dr^2} + \left[V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2Mr^2} \right] \chi(r) = \varepsilon_p \chi(r). \quad (2.31)$$

Для *прямокутного потенціалу* $U_0 \theta(r-R)$ умова неперервності функції $\chi(r)$ та її логарифмічної похідної в точці $r=R$ дає змогу отримати рівняння

$$k_{nl} \frac{j'_l(k_{nl}R)}{j_l(k_{nl}R)} = i \varkappa_{nl} \frac{h_l^{(1)'}(i \varkappa_{nl}R)}{h_l^{(1)}(i \varkappa_{nl}R)}, \quad (2.32)$$

де $k = \sqrt{k_0^2 - \varkappa_{nl}^2}$, $\hbar k_0 = \sqrt{2m|U_0|}$, $\hbar \varkappa_{nl} = \sqrt{2m|\varepsilon_{nl}|}$, $i = \sqrt{-1}$, $h_l^{(1)}$ і j_l – сферичні функції l -го порядку Ханкеля першого роду і Бесселя (штрихом позначено похідну за всім аргументом); $\varepsilon_{nl} \equiv \varepsilon_p -$

енергетичний спектр; n – радіальне квантове число ($n = 1, 2, 3, \dots$), яке нумерує корені рівняння (2.32) для заданого значення l . З рівняння (2.32) неважко отримати рівні енергії зв'язаних станів, які саме нас цікавлять: $\varepsilon_p = U_0 + \hbar^2 k_{nl}^2 / (2M) < 0$.

Для *потенціального профілю* з нескінченно високими стінками рівняння (2.28) набирає вигляду

$$j_l(k_{nl}^\infty R) = 0. \quad (2.33)$$

2.4 Яма-циліндр

Якщо яма має циліндричну симетрію, то рівняння Шредінгера доцільно розв'язувати в циліндричній системі координат, вісь z якої збігається з аксіальною віссю системи. Початок координат оберемо в центрі ями. Для ями циліндричної форми (радіусом R і висотою H) постійної глибини ($U_0 < 0$) і вертикальними стінками рівняння Шредінгера має вигляд

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + U_0 \theta(\rho - R) \theta(z \pm H/2) \right\} \Psi(\rho, \varphi, z) = \varepsilon_p \Psi(\rho, \varphi, z), \quad (2.34)$$

де

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Добуток ступінчастих функцій означає відмінність від нуля потенціальної енергії тільки всередині ями-циліндра. Розв'язок рівняння (2.34) простіше шукати (див., наприклад [3]) у вигляді

$$\Psi(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} u(\rho) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} \psi(z). \quad (2.35)$$

Нехтуючи областями поблизу ребер основи, де зшивання хвильових функцій всередині й поза ямою неможливе (аналогічна проблема виникає і при розрахунку спектра в кубічній ямі), запишемо

$$\varepsilon_p = \varepsilon_\perp + \varepsilon_\parallel. \quad (2.36)$$

Тоді змінні в рівнянні (2.34) розділяються, і треба окремо розв'язувати два рівняння: для радіального і подовжнього руху. Для радіальної хвильової функції ($\varepsilon_{\perp} = U_0 + \hbar^2 k_{\perp}^2 / (2M)$) рівняння має вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2 u(\rho)}{d\rho^2} + \left[\frac{m^2 - 1/4}{\rho^2} + U_0 \theta(\rho - R) \right] u(\rho) = \varepsilon_{\perp} u(\rho), \quad (2.37)$$

а для подовжньої ($\varepsilon_{\parallel} = U_0 + \hbar^2 k_{\parallel}^2 / (2M)$) – (2.23) і $L \rightarrow H$.

Граничні умови неперервності логарифмічної похідної хвильової функції на межах ями дають змогу ($k_{\perp} \rightarrow k_{nm}$) отримати рівняння

$$k_{nm} \frac{I'_m(k_{nm}R)}{I_m(k_{nm}R)} = \varkappa_{nm} \frac{K'_m(\varkappa_{nm}R)}{K_m(\varkappa_{nm}R)}, \quad (2.38)$$

де $k_{nm} = \sqrt{k_0^2 - \varkappa_{nm}^2}$, $\hbar k_0 = \sqrt{2M|U_0|}$, I_m – функція Бесселя, K_m – функція Макдональда, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (азимутальне квантове число), головне квантове число $n = 1, 2, 3, \dots$ нумерує корені рівняння (2.38) для заданого значення m . Розв'язавши рівняння (2.38), можна визначити енергії частинкового спектра.

Квантування компоненти хвильового вектора вздовж осі циліндра ($k_{\parallel} \rightarrow k_i$) визначають з рівняння (2.13). Спектр частинок у ямі дископодібної форми розраховують за виразом (2.36). Слід зазначити, що для ферміонів крім виродження за спіном в цьому випадку також має місце дворазове виродження за знаком індексу m , оскільки $k_{n,m} = k_{n,-m}$.

2.5 Густина станів

Найважливішою характеристикою електронної системи нарівні з її законом дисперсії є густина станів, тобто кількість станів в одиничному інтервалі енергії. Оскільки електрони підкоряються принципу Паулі, то густина станів визначає ту максимальну кількість електронів, яка може розміститися в цьому інтервалі енергій, а вже розподіл електронів за енергіями визначає решту їх властивостей.

Основне питання тут полягає в тому, наскільки мають відрізнятися імпульси двох електронів, щоб вони могли вважатися такими, що належать до різних квантових станів і не підкоряються принципу Паулі. Нехай розмір зразка уздовж осі x дорівнює L_x . Із співвідношення невизначеності випливає, що різними можуть вважатися стани із значеннями імпульсу, які відрізняються на $2\pi\hbar/L_x$. Аналогічні міркування стосуються й інших напрямків, в яких електрони рухаються як вільні.

Обчислимо повну кількість станів $D(E)$, що мають енергію, меншу від E . У *тривимірній структурі* (3D)

$$Z(E) = \frac{\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z L_x L_y L_z}{(2\pi\hbar)^3} \equiv \frac{\Omega_p(E)\Omega}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (2.39)$$

де $\Omega_p(E)$ – об'єм імпульсного простору, тобто області в координатах p_x, p_y, p_z , для якої енергія $(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)/2m_e$ менша від E . Ця область є сферою радіуса $\sqrt{2m_e E}$ і об'єму $(4\pi/3)(2m_e E)^{3/2}$; Ω – звичайний об'єм зразка.

Переходячи до густини станів та враховуючи два протилежних напрямки спіну електрона, для тривимірної структури остаточно отримаємо

$$D_{3D}(E) = \frac{2}{\Omega} \frac{dZ(E)}{dE} = \frac{2^{1/2} m_e^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} E^{1/2}. \quad (2.40)$$

У *двовимірній структурі* (2D) для кожного квантового рівня з енергією E_i повна кількість станів

$$Z(E) = \frac{m_e(E - E_i)S}{(2\pi\hbar)^2}, \quad (2.41)$$

де S – площа зразка.

Густина станів, яку в цьому разі розраховують на одиницю площі, визначається сумою по номерам усіх рівнів, енергії яких E_i лежать нижче від E :

$$D_{2D}(E) = \frac{2}{S} \sum_i \frac{dZ(E_i)}{dE} = \frac{m_e}{\pi \hbar} \sum_i 1. \quad (2.42)$$

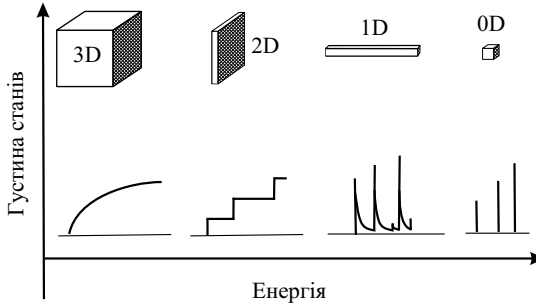


Рисунок 2.2 – Густина станів $D(E)$ для носіїв заряду з різною розмірністю

Для кожного рівня E_i квантової нитки (1D) завдовжки L маємо

$$Z(E) = \frac{\sqrt{2m_e(E - E_i)}L}{\pi\hbar}, \quad (2.43)$$

і густина станів на одиницю довжини

$$D_{1D}(E) = \frac{2}{L} \sum_i \frac{dZ(E_i)}{dE} = \frac{m_e}{\pi\hbar} \sum_i \frac{1}{\sqrt{E - E_i}}, \quad (2.44)$$

де $E \geq E_i$.

Для квантової точки (0D)

$$D_{0D}(E) = 2 \sum_i \delta_D(E - E_i), \quad (2.45)$$

де $\delta_D(x)$ – дельта-функція Дірака.

Функції густини станів для всіх структур схематично зображено на рис. 2.2. З рисунку видно, що вони мають якісно різний характер. У тривимірній структурі густина станів монотонно зростає із зростанням енергії, у двовимірній – має вигляд горизонтальних сходинок, у квантових нитках – необмежено зростає щоразу, коли ми наближаємося *зверху* (по шкалі енергій) до енергії чергового квантового рівня, а для квантових точок – набуває вигляду набору дельта-функцій.

3 ЗАДАЧІ

3.1 Розв'язати задачу (рис. 2.1 *a*) для різних ефективних мас електронів під бар'єрами m_{e1} та у ямі m_{e2} (значення ефективних мас можна знайти, наприклад, у книзі [8]).

Вказівка: використати граничну умову

$$\left. \frac{\psi'_1(x)}{m_{e1}} \right|_{x=0, L} = \left. \frac{\psi'_2(x)}{m_{e2}} \right|_{x=0, L},$$

яка відображає умову неперервності потоку ймовірності через межу ями. Нагадаємо, що для частинки $\psi'/M \sim \hat{p}\psi/M = \hat{v}\psi$, де $\hat{v}$ – оператор швидкості.

3.2 Визначити повну кількість атомів N у кластері-кубоектаєдрі, зображеному на рис. 3.1, *a*.

Розв'язання. Поверхня кубоектаєдра складається з шести квадратів та восьми рівнобічних трикутників. Кубоектаєдр має 24 ребра та 12 вершин. Нехай на ребрі кубоектаєдра розміщується κ атомів ($\kappa \geq 2$). Позначимо кількість вершин у кластері p ($p = 12$), кількість ребер q ($q = 24$), кількість квадратів r ($r = 6$), кількість трикутників s ($s = 8$). Тоді кількість атомів на повністю заповненій поверхні визначимо так:

$$\Delta N = p + q(\kappa - 2) + r(\kappa - 2)^2 + \frac{s(\kappa - 2)(\kappa - 3)}{2} = 10\kappa^2 - 20\kappa + 12.$$

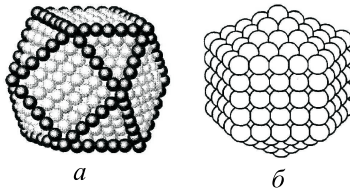


Рисунок 3.1 – Щільноупаковані кластери-багатогранники: кубоектаєдр (*a*), зрізаний декаедрон (*б*)

Звідси випливає, що повна кількість атомів у кубоектаєдрі

$$N = 1 + \sum_{\kappa'=1}^{\kappa'=\kappa-1} (10\kappa'^2 - 20\kappa' + 12) = \frac{10}{3}\kappa^3 - 5\kappa^2 + \frac{11}{3}\kappa - 1. \quad (3.1)$$

Для кластера, зображеного на 3.1, $\kappa = 7$ і $N = 923$.

Формулу (3.1) легко перевірити. Нехай $\kappa = 2$, тоді $N = 13$. Цей кластер складається з одного атома в центрі і 12 атомів у першій координаційній сфері (першому шарі навколо центрального атома).

3.3 Визначити кількість атомів у кластері – зрізаному декаедроні, зображеному на рис. 3.1, б.

Розв'язання. На одному ребрі декаедрона кількість атомів $\kappa = 5$. Тому повна кількість атомів у такому кластері складає $N = 309$.

3.4 Визначити енергію квантів світла для переходів електрона у ямі-кубі з 1-го рівня на 9-й, з 7-го на 8-й, з 5-го на 4-й. У яких випадках світло поглинається електроном, а в яких випромінюється? Використати модель ями з нескінченно високими стінками. Довжина ребра куба – 0,5 нм.

3.5 Кластер містить N атомів металу. Енергія йонізації масивного металевого зразка W_0 . Визначити максимальне зарядне число $Z_{\max}$ такого кластера, якщо частота лазерного випромінення, що поглинається кластером, ν .

Розв'язок. Енергію, необхідну для багатозарядної йонізації,

$$M_n^{+Z} \Rightarrow M_n^{+(Z+1)} + e^-$$

можна розділити на два доданки: енергію W_0 , необхідну для йонізації масивного зразка, та електростатичну енергію

$$\frac{Z^2 e^2}{2R},$$

де R – радіус кластера. Відповідно, потенціал однократної іонізації нейтральної металевої сфери

$$I_1 = W_0 + \frac{e^2}{2R}, \quad R = r_s N^{\frac{1}{3}},$$

де r_s – радіус комірки Вігнера – Зейтца.

Для потенціалу іонізації I_Z металевої сфери, що має заряд $+e(Z-1)$, отримуємо

$$I_Z = W_0 + \frac{Z^2 e^2}{2R} - \frac{e^2(Z-1)^2}{2R} = W_0 + \frac{(2Z-1)e^2}{2R}.$$

Вважаючи $\hbar\omega = I_{Z_{\max}}$, маємо

$$\hbar\omega = W_0 + \frac{(2Z_{\max}-1)e^2}{2R}.$$

Звідси визначимо $Z_{\max}(\hbar\omega)$.

На рис. 3.2 наведене порівняння цього результату з експериментом.

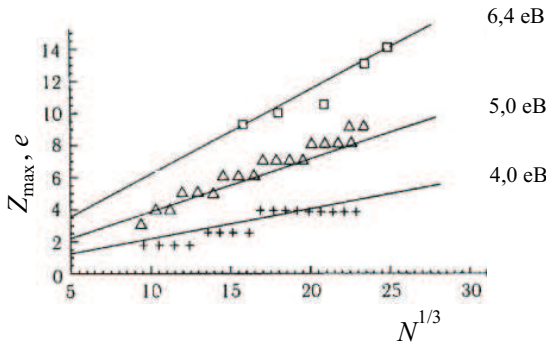


Рисунок 3.2 – Експериментальні значення максимального заряду $eZ_{\max}$ для кластерів Na [9] як функції розміру кластера для низки значень енергії квантів світла. Лінії відповідають розрахунку $Z_{\max}$

3.6 Визначити, як зміниться спектр екситону, якщо він локалізований у кластері інертного газу радіуса R за умови слабкого конфаймента: $R \gg a_{\text{exc}}$, a_{exc} – ефективний (чи борівський) радіус екситону.

Енергія зв'язку екситону, тобто енергія, необхідна для того, щоб розірвати екситон на електрон і дірку,

$$E_{\text{exc}}^{3\text{D}} = \frac{e^4 m_{\text{e,h}}^*}{2\epsilon^2 \hbar^2} \equiv \frac{e^2}{2\epsilon a_{\text{exc}}}, \quad (3.2)$$

де

$$a_{\text{exc}} = \frac{\epsilon \hbar^2}{e^2 m_{\text{e,h}}^*} \quad (3.3)$$

– ефективний (чи борівський) радіус екситону; індекс 3D означає, що екситон може рухатись у будь-якому напрямку. Як і для атома Гідрогену, енергетичний спектр екситону можна записати як

$$E_n^{3\text{D}} = -E_{\text{exc}}^{3\text{D}} \frac{1}{n^2}, \quad (3.4)$$

де n – ціле число, а енергію відраховують від дна зони провідності.

Оскільки у більшості напівпровідників ефективна маса електрона приблизно на порядок менша від маси вільного електрона, з виразу (3.2) випливає, що екситони в напівпровідниках - це досить розряджені квазічастинки. Для них енергія зв'язку в тисячі разів менша, ніж енергія зв'язку електрона в атомі Гідрогену (13,5 еВ). Ефективний радіус екситонів у напівпровідниках у сотні разів перевищує радіус Бора для атома Гідрогену. Так, для кристала GaAs енергія зв'язку $E_{\text{exc}}^{3\text{D}} = 4,2$ меВ, $a_{\text{exc}} = 15$ нм.

Розв'язання. Розмірне рівняння отримаємо, використовуючи модель ями з нескінченно високими стінками:

$$E_{\text{exc}}^{0\text{D}} = E_{\text{exc}}^{3\text{D}} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{MR^2},$$

де $E_{\text{exc}}^{\text{0D}}$ – спектр екситону в кластері; $E_{\text{exc}}^{\text{3D}}$ – спектр екситону в кластері з $R \rightarrow \infty$; другий доданок – мала поправка; $M = m_e^* + m_h^*$ – маса екситону.

3.7 На рис. 3.3 наведено схему вимірювання струму в наноплівці. При якій товщині плівки можна спостерігати квантово-розмірні явища при кімнатній температурі, якщо:

- а) плівка металева, а ефективна маса носіїв заряду $m^* = m_e$?
- б) плівка напівпровідникова, а ефективна маса носіїв заряду $m^* = 0,1m_e$?

Розв'язання. Якщо підвести напругу до плівки в точках 1 і 2, то вектор струму

$$\mathbf{j}_\alpha = \sigma_{\alpha\beta} \mathbf{E}_\beta,$$

де $\sigma_{\alpha\beta}$ – тензор провідності; $\mathbf{E}_\beta$ – напруженість електричного поля; індекси $\alpha, \beta \equiv \{x, y, z\}$.

Якщо підвести напругу у точках 3 і 4, то компоненту струму можна записати так:

$$j_{yy} \approx \sigma_{yy} E_y = \mp en v_y = \mp e \bar{n} \mu_y E_y,$$

де $\bar{n}$ – концентрація електронів (дірок) провідності; v_y – швидкість носіїв; $\mu_y = v_y / E_y$ – рухливість носіїв; $\sigma_{yy} = e \bar{n} \mu_y$.

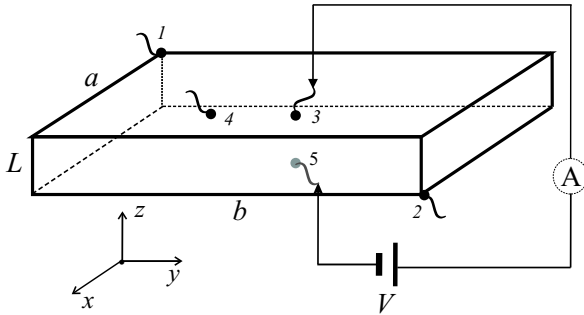


Рисунок 3.3 – Схема вимірювання струму в наноплівці

Якщо підвести напругу в точках 3 і 5, то

$$j_{zz} \approx \sigma_{zz} E_z = \mp e n v_z = \mp e \bar{n} \mu_z E_z.$$

Концентрація електронів $\bar{n}$ у металевій плівці визначається концентрацією атомів металу і валентністю. Газ електронів у такій плівці є виродженим, і його властивості майже не залежать від температури твердого стану [7].

Якщо плівка напівпровідникова, то треба з'ясувати, чи є газ електронів виродженим. Ця умова визначається шириною забороненої зони, концентрацією домішок, ефективною масою (типом напівпровідника) та температурою. Це справа класичної фізики твердого тіла (відомо, що енергія Фермі E_F має лежати приблизно на $5k_B T$ вище від дна зони провідності E_C на шкалі енергії [8]). Тоді й визначають концентрацію електронів у зоні провідності [8].

Якщо ($a = b = L$), то маємо справу з квантовою точкою, спектр якої дискретний. Струм протікає через ці стани, тобто резонансним чином, тому залежність струму від напруги (вольт-амперна характеристика) буде *східчастою*.

У плівці ($a, b \gg L$) енергетичний спектр носіїв – квазінеперервний, оскільки у напрямках x і y рух їх “необмежений”. Квантування енергії носіїв заряду відбувається лише в напрямку z . Щоб оцінити роль квантування, припустимо, що рух носіїв заряду у цьому напрямку ідентичний рухові частинки в одновимірній нескінченно глибокій потенціальній ямі. Тоді

$$E_{n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* L^2} n_z^2,$$

де $n_z = 1, 2, 3, \dots$ – квантове число; L – товщина плівки. З мінімальної енергії E_1 (не нуль!) починається неперервний спектр, тобто енергію квазічастинок відраховуємо від $E_C + E_1$.

Якщо товщина плівки не перевищує декількох нанометрів, то вона менше, ніж довжина вільного руху носіїв у цьому матеріалі (необмежених розмірів). Тому носії балістично рухаються від стінки

до стінки без зіткнень всередині плівки. Це означає, що компоненти імпульсу p_z і швидкість $v_z = p_z/m = \sqrt{2mE_{n_z}}/m$ квантуються, $v_z \equiv v_{n_z}$, а вольт-амперна характеристика плівки буде східчастою, як у квантової нитки.

Тому для виродженого електронного газу (E_F – енергія Фермі, яку відраховуємо від E_1) граничну товщину плівки L^* можна визначити, якщо східець “розмивається” температурним збудженням:

$$k_B T \sim \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* L^{*2}} (n_z + 1)^2 - (E_1 + E_F).$$

Потрібне $n_z > 1$ треба визначити з простих міркувань.

Для неvirодженого електронного газу

$$k_B T \sim \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* L^{*2}},$$

але ефект квантування буде малопомітним, якщо концентрація вільних електронів на рівні E_1 буде незначною.

3.8 Оцінити граничну товщину плівки (рис. 3.3), при якій можна спостерігати квантово-розмірні явища, якщо рухливість електронів у плівці $\mu_z = 1 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

Розв’язання. Швидкість електронів

$$v_z = \mu_z \frac{V}{L^*},$$

де V – різниця потенціалів, L^* – гранична товщина плівки. Квантово-розмірні явища можна спостерігати, якщо виконується умова

$$E_{\min} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e L^{*2}} = \frac{m_e v_z^2}{2} = eV,$$

тому

$$\frac{m_e v_z^2}{2} = e \frac{v_z}{\mu_z L^*}, \quad v_z = \frac{2eL^*}{m_e \mu_z},$$

звідки

$$\frac{m_e}{2} \frac{4e^2 L^{*2}}{m_e^2 \mu_z^2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e L^{*2}}$$

і $L^* = \sqrt{\pi \hbar \mu_z / (2e)} = 32 \text{ нм}$.

3.9 Знайти зв'язок між концентрацією електронів і рівнем Фермі для виродженого одновимірного електронного газу (металевий квантовий дріт).

3.10 Знайти зв'язок між концентрацією електронів і рівнем Фермі для виродженого двовимірного електронного газу (металева квантова плівка).

3.11 Провідний еліпсоїдальний кластер із зарядом q та півосями a , b , c розміщено в однорідному діелектрику з проникністю ϵ . Визначити потенціал φ , ємність кластера C і поверхневу густину його заряду σ . Вважайте, що $a > b > c$.

Розв'язок. Використаємо еліпсоїдні координати ξ , η , ζ , пов'язані з декартовими координатами x , y , z такими співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{a^2 + \xi} + \frac{y^2}{b^2 + \xi} + \frac{z^2}{c^2 + \xi} &= 1, \quad \xi \geq -c^2; \\ \frac{x^2}{a^2 + \eta} + \frac{y^2}{b^2 + \eta} + \frac{z^2}{c^2 + \eta} &= 1, \quad -c^2 \leq \eta \leq -b^2; \\ \frac{x^2}{a^2 + \zeta} + \frac{y^2}{b^2 + \zeta} + \frac{z^2}{c^2 + \zeta} &= 1, \quad -b^2 \leq \zeta \leq -a^2. \end{aligned}$$

Виразимо декартові координати x , y , z через еліпсоїдні ξ , η , ζ :

$$\begin{aligned} x &= \pm \sqrt{\frac{(\xi + a^2)(\eta + a^2)(\zeta + a^2)}{(b^2 - a^2)(c^2 - a^2)}}; \quad y = \pm \sqrt{\frac{(\xi + b^2)(\eta + b^2)(\zeta + b^2)}{(c^2 - b^2)(a^2 - b^2)}}; \\ z &= \pm \sqrt{\frac{(\xi + c^2)(\eta + c^2)(\zeta + c^2)}{(a^2 - c^2)(b^2 - c^2)}}. \end{aligned}$$

Коефіцієнти Ламе:

$$h_1 = \frac{\sqrt{(\xi - \eta)(\xi - \zeta)}}{2R_\xi}; \quad h_2 = \frac{\sqrt{(\eta - \xi)(\eta - \zeta)}}{2R_\eta};$$

$$h_3 = \frac{\sqrt{(\zeta - \xi)(\zeta - \eta)}}{2R_\zeta}.$$

Оператор Лапласа в еліпсоїдній системі координат

$$\Delta = \frac{4}{(\xi - \eta)(\xi - \zeta)(\eta - \zeta)} \left[(\eta - \zeta) R_\xi \frac{\partial}{\partial \xi} \left(R_\xi \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \right. \\ \left. + (\zeta - \xi) R_\eta \frac{\partial}{\partial \eta} \left(R_\eta \frac{\partial}{\partial \eta} \right) + (\xi - \eta) R_\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(R_\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) \right],$$

де

$$R_u = \sqrt{(u + a^2)(u + b^2)(u + c^2)}, \quad u = \xi, \eta, \zeta.$$

Потенціал шукаємо у вигляді $\varphi = \varphi(\xi)$, тому

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(R_\xi \frac{d\varphi}{d\xi} \right) = 0.$$

Граничні умови: $\varphi = \text{const}$ при $\xi = 0$ (на поверхні еліпсоїда), $\varphi \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow \infty$. Щоб визначити сталу інтегрування, використаємо той факт, що $\xi \rightarrow r^2$ при $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty$. Тоді

$$\varphi(\xi) = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon} \int_\xi^\infty \frac{d\xi}{R_\xi}, \quad C = \frac{8\pi\varepsilon_0\varepsilon}{\int_0^\infty \frac{d\xi}{R_\xi}}.$$

Звідси

$$\sigma = -\varepsilon_0\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\xi=0} = -\varepsilon_0\varepsilon \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} = \frac{\varepsilon_0 q}{abc \sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}}.$$

Густина зарядів на кінцях півосей прямо пропорційна їхнім довжинам: $\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c = a : b : c$. Отже маємо:

$$\varphi(\xi) = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon} \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{R_{\xi}}; \quad C = \frac{8\pi\varepsilon_0\varepsilon}{\int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{R_{\xi}}}; \quad \sigma = \frac{\varepsilon_0 q}{abc \sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}}. \quad (3.5)$$

3.12 Виходячи з виразів для потенціалу та ємності еліпсоїдального кластеру, визначити потенціали та ємності кластерів, які мають форму витягнутого ($a > b = c$) та сплюсненого ($a = b > c$) еліпсоїдів обертання. Необхідно розглянути граничні випадки тонкого довгого стрижня та тонкого диску.

Розв'язок. Вирази для потенціалу та ємності кластера-еліпсоїда мають вигляд (3.5), $R_{\xi} = \sqrt{(\xi + a^2)(\xi + b^2)(\xi + c^2)}$.

Розглянемо випадок, коли кластер має форму сплюсненого ($a = b > c$) еліпсоїду обертання. Тоді $R_{\xi} = (\xi + a^2) \sqrt{(\xi + c^2)}$ і

$$\int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{R_{\xi}} = \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi + a^2) \sqrt{(\xi + c^2)}} = \frac{2}{\sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{\xi + c^2}};$$

$$\int_0^{\infty} \frac{d\xi}{R_{\xi}} = \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi + a^2) \sqrt{(\xi + c^2)}} = \frac{2}{\sqrt{a^2 - c^2}} \arccos \frac{c}{a};$$

$$\varphi(\xi) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \sqrt{a^2 - c^2}} \arctan \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{\xi + c^2}}; \quad C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \sqrt{a^2 - c^2}}{\arccos \frac{c}{a}}.$$

Для тонкого диску $c = 0$ і

$$\varphi(\xi) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a} \arctan \frac{a}{\sqrt{\xi}}; \quad C = 8\pi\varepsilon_0\varepsilon.$$

Розглянемо випадок, коли кластер має форму витягнутого еліпсоїду ($a > b = c$). Тоді $R_\xi = (\xi + b^2) \sqrt{(\xi + a^2)}$ і

$$\int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{R_\xi} = \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi + b^2) \sqrt{(\xi + a^2)}} = \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \frac{\sqrt{\xi + a^2} + \sqrt{a^2 - b^2}}{\sqrt{\xi + a^2} - \sqrt{a^2 - b^2}};$$

$$\int_0^{\infty} \frac{d\xi}{R_\xi} = \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi + b^2) \sqrt{(\xi + a^2)}} = \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} 2 \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{b};$$

$$\varphi(\xi) = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \frac{\sqrt{\xi + a^2} + \sqrt{a^2 - b^2}}{\sqrt{\xi + a^2} - \sqrt{a^2 - b^2}}; \quad C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\sqrt{a^2 - b^2}}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{b}}.$$

У випадку тонкого довгого стрижня ($a \gg b$):

$$\varphi(\xi) = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon a} \ln \frac{\sqrt{\xi + a^2} + a}{\sqrt{\xi + a^2} - a}; \quad C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a}{\ln \frac{2a}{b}}.$$

4 ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

- 1 Зробіть огляд енергетичних властивостей у напрямку атом – кластер – конденсоване середовище. Де діють методи фізики твердого тіла і рідини, квантової хімії (метод Хартрі–Фока)?
- 2 Сформулюйте основні співвідношення спостереження квантових ефектів у малорозмірних системах.
- 3 Запишіть реакції електронної йонізації, випаровування Атома і поясніть їх.
- 4 Дайте визначення потенціалу йонізації та поверхневого натягу. Накресліть енергетичну діаграму для електронів у кластері.
- 5 Наведіть експериментальну залежність потенціалу йонізації кластерів різного розміру і прокоментуйте її.
- 6 Прокоментуйте експерименти з дослідження кулонівського вибуху багаторазово заряджених металевих кластерів.

- 7 У чому проблема визначення потенціалу йонізації металевих кластерів? Дайте опис експериментів де Хіра.
- 8 Явище кулонівського вибуху. Версії. Нові результати для критичного заряду кластерів порівняно з формулою Релея.
- 9 У чому суть релеєвської моделі нестійкості зарядженої краплі? Сформулюйте критерій нестійкості Релея.
- 10 Розмірні залежності хімічного потенціалу електронів, енергії когезії (роботи виходу атомів).
- 11 Виведіть вираз для критичного заряду металевого кластера у квазікласичному наближенні.
- 12 Яка відмінність результатів двох моделей нестійкості?
- 13 За яким принципом розділяють змінні у рівнянні Шредінгера при розрахунках енергетичного спектра частинок у потенціальних ямах різної симетрії?
- 14 У чому полягає суть дифракційних, мас-спектрометричних методів і методів електронної мікроскопії для дослідження кластерів, наноматеріалів і композитів?
- 15 Опишіть експериментальні методи досліджень кластерних пучків.
- 16 Наведіть принциповий опис мас-спектрометра, мас-аналізатора, явища фотойонізації.
- 17 Які принципи роботи скануючої тунельної і силової мікроскопії? Наведіть приклади практичного застосування.
- 18 Які існують технології вирощування квантових точок?
- 19 Наведіть приклади застосування кластерних пучків.
- 20 Визначте питому поверхневу енергію і роботу виходу електронів.
- 21 Опишіть суперечності експериментальних і теоретичних досліджень розмірної залежності поверхневого натягу крапельки.
- 22 Дайте визначення енергії утворення вакансії та теплоти випаровування атомів.
- 23 Сформулюйте правило Френкеля – Ленгмюра. Дайте визначення способу Фогельсбергера для перевизначення еквімолекулярної поверхні крапельки.
- 24 Дайте визначення роботи виходу позитрона з металу. Вкажіть

відмінності від роботи виходу електронів.

25 У чому полягає суть позитронної діагностики?

26 У чому полягає проблема вимірювання методом Кельвіна роботи виходу електронів?

27 Поясніть помилковість поняття анізотропії роботи виходу.

28 Опишіть залежність роботи виходу електронів від деформації металу і діелектричного покриття поверхні.

29 Які відмінності характеристик екситонів у напівнескінчених матеріалах і низькорозмірних структурах?

30 Наведіть принципові результати експериментів з дослідження стану плівок за допомогою сканувального тунельного мікроскопа.

31 У чому полягає суть магічних висот острівців?

32 Опишіть експеримент, в якому спостерігалися флуктуації енергетичних і силових характеристик металевого наноконтакту.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- [1] **Шик А.Я.**, Физика низкоразмерных систем / А. Я. Шик, Л. Г. Бакуева, С. Ф. Мусихин, С. А. Рыков. Физика низкоразмерных систем. – СПб: Наука, 2001. – 160 с.
- [2] **Ляхно В.Д.**, Кластеры в физике, химии, биологии / В.Д. Ляхно. Кластеры в физике, химии, биологии. – Москва-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2002. – 252 с.
- [3] **Ткач М.В.**, Квазічастинки у наногететеросистемах. Квантові точки та дроти / М.В. Ткач. Квазічастинки у наногететеросистемах. Квантові точки та дроти. – Чернівці: Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича, 2003. – 312 с.
- [4] **Погосов В.В.**, Введение в физику зарядовых и размерных эффектов. Поверхность, кластеры, низкоразмерные системы / В.В. Погосов. Введение в физику зарядовых и размерных эффектов. Поверхность, кластеры, низкоразмерные системы. – Москва: Физматлит, 2006. – 328 с.
- [5] **Шпак А.П.**, Введение в физику ультрадисперсных сред / А.П. Шпак, В.В. Погосов, Ю.А. Куницкий. Введение в физику ультрадисперсных сред. – Киев: Академперіодика, 2006. – 424 с.
- [6] **Погосов В.В.**, Основи нанофізики і нанотехнологій / В.В. Погосов, Г.В. Корніч, Є.В. Васютін, К. В. Пугіна, В.І. Кіпріч. Основи нанофізики і нанотехнологій. Запоріжжя: ЗНТУ, 2008. – 630 с. (електронний підручник [http://www.zntu.edu.ua/base/persons/el_txtbook/])
- [7] **Ашкрофт Н.**, Физика твердого тела / Н. Ашкрофт, Н. Мермин. Физика твердого тела. Т.1, 2, – Москва: Мир, 1979.
- [8] **Шалимова К.В.**, Физика полупроводников / К.В. Шалимова. Физика полупроводников. – Москва: Энергия, 1970. – 416 с.

- [9] Näher, U / Näher U. Bjornholm S., Frauendorf S., Garcias F., Guet C. // Phys. Rep. – 1997. – **285**. – P. 245.
- [10] **Находкін М.Г.** Фізичні основи мікро- та наноелектроніки / М.Г. Находкін, Д.І. Шека. Фізичні основи мікро- та наноелектроніки. – Київ: КНУ ім. Т.Г. Шевченка, 2005. – 431 с.