

УДК 539.3

Антоненко Н.М.

канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

**ПРО ОДИН ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ДВОВИМІРНОЇ  
СТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ДВОШАРОВОЇ  
ПЛИТИ З ТЕПЛОІЗОЛОВАНОЮ НИЖНЬОЮ МЕЖЕЮ**

Розглянемо двошарову плиту, що складається з двох плоскопаралельних шарів. Шари плити нумеруватимемо зверху донизу. В кожному шарі введемо локальну декартову систему координат  $O_i x z_i$ ,  $i = 1, 2$  (рис. 1).

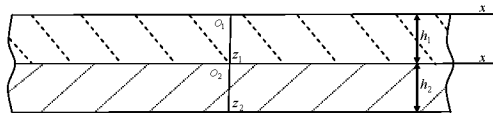


Рисунок 1 – Двошарова плита.

На верхній межі плити задано закон розподілу температури, а нижня межа теплоізована:

$$T_1(x, 0) = f(x), \quad \frac{\partial T}{\partial z}(x, h_2) = 0. \quad (1)$$

На стику шарів виконуються умови ідеального теплового контакту:

$$T_2(x, 0) = T_1(x, h_1), \quad k_{T2} \frac{\partial T_2}{\partial z}(x, 0) = k_{T1} \frac{\partial T_1}{\partial z}(x, h_1). \quad (2)$$

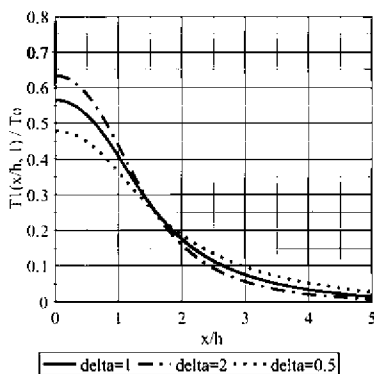
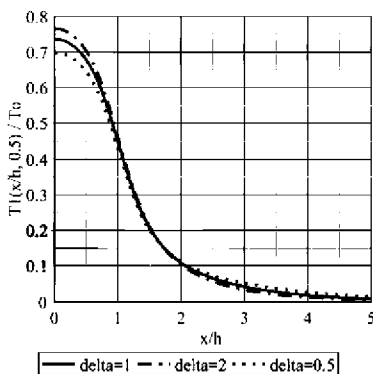
Задача розв'язується за допомогою одномірного інтегрального перетворення Фур'є. Відомо [1], що трансформанту температури точок шару можна представити у вигляді лінійної комбінації допоміжних функцій, що є трансформантами температури та потоку в точках його верхньої межі. Застосовуючи інтегральне перетворення Фур'є до крайових умов (1) та умов на спільній межі шарів (2), отримуємо систему відносно допоміжних функцій шарів плити. Знайдені з неї допоміжні функції підставляємо у вирази для трансформант температури та застосовуємо до них обернене перетворення Фур'є. Формули для обчислення температури точок шарів плити набувають вигляду:

$$T_i(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (chpz - r_i shpz) \eta_i(\xi) e^{-i\xi z} d\xi,$$

$$\text{де} \quad r_2 = thp_2, \quad r_1 = \frac{\Delta S_1 + r_2 C_1}{\Delta C_1 + r_2 S_1}, \quad \eta_i(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{i\xi x} dx,$$

$$\eta_2(\xi) = (C_1 - S_1 r_1) \eta_1(\xi), \quad S_i = shp_i, \quad C_i = chp_i, \quad p_i = p h_i, \quad \Delta = \frac{k_{T1}}{k_{T2}}, \quad i = 1, 2.$$

Чисельні результати виконано для двошарової плити, що складається з шарів однакової товщини  $h_1 = h_2 = h$  при  $T(x, 0) = \begin{cases} T_0, & |x| \leq h, \\ 0, & |x| > h. \end{cases}$  На рис. 2 наведено графіки, які ілюструють вплив коефіцієнтів теплопровідності шарів на розподіл температури на глибині  $h/2$  в точках верхнього шару плити (рис. 2а) та в точках спільної межі шарів (рис. 2б).



а – середина верхнього шару; б – нижня межа верхнього шару.

Рисунок 2 – Розподіли температури в точках  
верхнього шару двошарової плити.

### **СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ**

1. Величко І.Г. Плоска термопружна деформація багатошарової основи / І.Г. Величко, І.Г. Ткаченко // Вісник дніпропетровського університету. Механіка. – 2004. – Вип. 8. – Т. 1. – С. 154–161.