

УДК 517.9+537.311.322

Онуфрієнко В.М.¹, Килимник І.М.², Слюсарова Т.І.³

¹ д-р фіз.-мат. наук, проф. НУ «Запорізька політехніка»

² канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

³ асист. НУ «Запорізька політехніка»

ДИФЕРЕНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ НЕПЕРЕРВНОСТІ ПУАССОНА У ФРАКТАЛЬНИХ МОДЕЛЯХ P-N ПЕРЕХОДІВ

При дії на напівпровідники деяких зовнішніх факторів виникає ненульова упорядкована швидкість носіїв зарядів. При цьому, у напівпровіднику, звичайно порушуються стани термодинамічної рівноваги [1].

1. У напівпровідниках з фрактальними неоднорідностями рух носіїв змінюється під дією електричного поля або різниці потенціалів, а це змінює дрейфові струми, що виникають.

Якщо подіяти на фрактально неоднорідний напівпровідник електричним полем E , то на фоні хаотичного руху носіїв виникає α -характеристика швидкості дрейфу ${}_a D_{x_i}^\alpha v(x) d^\alpha x$, де дробовий диференціал

$$d^\alpha x = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{dx}{(t-x)^{1-\alpha}}, \quad \text{що пов'язаний з дробовою похідною}$$

$$d^\alpha L(x) = {}_a D_{x_i}^\alpha L(x) d^\alpha x, \quad {}_a D_{x_i}^\alpha L(x) \text{ використовується у формі Рімана-Ліувілля} [2].$$

Густина (струм на одиницю фрактального відрізка) дрейфових струмів електронів і дірок пропорційна концентраціям та α -характеристикам швидкості [3] дрейфу $j_n^{(\alpha)} = q n D^\alpha(v_n)$; $j_p^{(\alpha)} = q p D^\alpha(v_p)$. З урахуванням рухливості електронів і дірок α -характеристики пов'язані з електричним полем E , отже $j_n^{(\alpha)} = q n \mu_n D^\alpha E$; $j_p^{(\alpha)} = q p \mu_p D^\alpha E$.

2. За рахунок руху носіїв заряду у фрактальному середовищі змінюється їх просторова неоднорідність концентрації, на фоні хаотичного теплового руху (фрактального броунівського) спостерігається направлене перенесення носіїв з області високої концентрації в область з низькою концентрацією, що впливає на виникнення дифузійних струмів $j_n^{(\alpha)}_{dif} = q n dif_n D^\alpha(n)$, $j_p^{(\alpha)}_{dif} = -q n dif_p D^\alpha(p)$, які є пропорційними градієнтам концентрацій носіїв з коефіцієнтами дифузії електронів $D^\alpha(n)$ і дірок $D^\alpha(p)$.

Таким чином рівняння переносу для електронів та дірок у фрактально конфігурованому напівпровіднику маємо у вигляді

$$\begin{aligned} j_n^{(\alpha)} &= q \cdot n \cdot \mu_n \cdot D^\alpha E + q \cdot \text{dif}_n \cdot D^\alpha n, \\ j_p^{(\alpha)} &= q \cdot p \cdot \mu_p \cdot D^\alpha E - q \cdot \text{dif}_p \cdot D^\alpha p. \end{aligned} \quad (1)$$

У двох рівняннях переносу (1) для фрактального напівпровідника невідомими є нестационарні концентрації електронів $n(x,t)$ і дірок $p(x,t)$, густини струмів $j_n^{(\alpha)}(x,t)$, $j_p^{(\alpha)}(x,t)$ та поле E .

До системи цих рівнянь з п'ятьма невідомими вводимо рівняння неперервності, а третім рівнянням може бути рівняння Пуассона.

3. Для урахування збереження числа частинок в одиниці фрактального об'єму та умови фрактальної неперервності потоків електронів і дірок вводимо у розгляд рівняння неперервності в диференціальній формі з просторовим стоко-джерелом $(-1)^\alpha D^\alpha \sigma$ на осі розглядаємо у вигляді $\text{div}^\alpha J + D_t^\beta \rho = (-1)^\alpha D^\alpha \sigma$, де J - густина потоку, ρ - густина заряду, вклад у потік стоко-джерела (за значень $\alpha = 1$ потік від'ємний (стік); додатний потік (джерело), коли $\alpha = 1$). Таким чином, можна досліджувати застосування рівняння неперервності в диференціальній формі як для опису процесів в точці, так і для будь-якої скінченної області. Значення показників β та α пов'язані з фрактальними відповідно у часі і просторі властивостями напівпровідникового середовища.

Рівняння неперервності для електронів та дірок мають відповідно види

$$\begin{aligned} D_t^\beta(n) &= \frac{1}{q} D_x^\alpha(j_n) + G_n - R_n; \\ D_t^\beta(p) &= -\frac{1}{q} D_x^\alpha(j_p) + G_p - R_p, \end{aligned} \quad (2)$$

де G - темп генерації нерівноважних носіїв, R - темп рекомбінації.

4. Рівняння Пуассона зв'язує розподіл поля E або потенціалу $\phi(x)$ з розподілом густини заряду $\rho(x)$:

$$D_x^\alpha(E) = -\frac{d}{dx} D_x^\alpha(\phi) = \frac{D_x^\alpha \rho(x)}{\epsilon \epsilon_0}. \quad (3)$$

Для фрактального напівпровідника для дослідження переходів розглядаємо густина заряду у вигляді

$$D_x^\alpha p(x) = q[p(x) - n(x) + N_D(x) - N_A(x)], \quad (4)$$

де $N_{D(A)}$ позначає кількість донорних і акцепторних частинок.

Рівняння з α – характеристиками фрактального напівпровідника показують можливість застосування наведеної моделі для вивчення явищ аномальної дифузії, коли частинки у фракталах рухаються не за гаусівським розподілом (зокрема, у нафтових пластах, для аналізу фільтрації рідини в пористому ґрунті або розгалужених кровосудинах).

Модель застосовна для розгляду характеристик, електричних і механічних імпедансів фрактально конфігурованого наносередовища.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Sze S.M., Kwok K.Ng. Physics of Semiconductor Devices. New York: Wiley-Interscience Publ. 2007. 815 p.
2. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Elsevier, Amsterdam. 2006. 523 p.
3. Onufriyenko V.M. Physical and Geometric Interpretation of α - Characteristics. Telecommunication and Radio Engineering. 1991. Vol.53, No. 4-5. P. 136-139.