

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»
Кафедра фізики

Лекції
«ФІЗИЧНІ ЯВИЩА В КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ»
для студентів спеціальності 123 «Комп'ютерна інженерія»
Частина 2

2025 рік

Лекції «Фізичні явища в комп'ютерних системах» для студентів спеціальності 123 «Комп'ютерна інженерія». Частина 2. Укладач: С.В. Лоскутов.- Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка, 2025 р.- 148 с.

Рецензент: Р.К. Кудерметов, гарант освітній програми спеціальності 123 бакалаврського рівня.

ЛЕКЦІЯ 7. МАГНІТНІ ЯВИЩА В КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ

Досліди показали, що навколо провідників зі струмом і постійних магнітів існує **магнітне поле**, яке можна виявити за силовою дією, якою воно впливає на інші провідники зі струмом або постійні магніти.

Якщо підвісити заряджену кульку на нитці коло магнітної стрілки, то не помітимо будь-якої дії з боку нерухомих електричних зарядів кульки на магнітну стрілку. У свою чергу, магнітне поле стрілки не діє на заряджену кульку. Отже, нерухомі електричні заряди не створюють магнітного поля і постійне магнітне поле не діє на нерухомі електричні заряди.

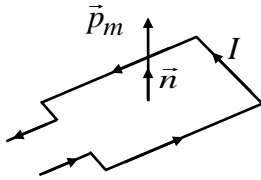


Рисунок 7.1

А якщо пропустити постійний струм I через провідник, то магнітна стрілка повернеться навколо своєї осі так, щоб стати перпендикулярно до провідника зі струмом (рис. 7.2). Це явище відкрив Ерстед.

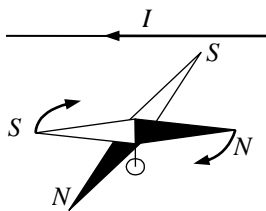


Рисунок 7.2

Він виявив, що напрямок повороту північного полюсу стрілки змінюється на протилежний, якщо змінити напрямок струму в провіднику.

Струм у провіднику - впорядкований рух електричних зарядів. Навколо всякого рухомого заряду існує магнітне поле. При цьому матеріал провідника і характер його провідності, а також процеси, що відбуваються в ньому, ніякої ролі не відіграють.

Отже, *навколо будь-якого рухомого заряду, чи то буде електрон, іон або заряджене тіло, крім електричного поля, існує також і магнітне поле.*

Електричне поле діє як на рухомі, так і на нерухомі електричні заряди. Магнітне поле діє лише на рухомі в цьому полі електричні заряди.

Щоб охарактеризувати магнітне поле, треба розглянути його дію на певний струм. Розглянемо замкнений плоский контур зі струмом, розміри якого малі порівняно з відстанню до струмів, що утворюють поле. За позитивний напрямок нормалі приймається напрямок поступального руху свердлика, головка якого обертається в напрямку струму, що тече в контурі (рис. 7.3)

Контур зі струмом характеризується магнітним моментом \vec{p}_m , який дорівнює добутку сили струму I , що протікає у контурі, на площу поверхні контуру S :

$$\vec{p}_m = I S \vec{n}, \quad (7.1)$$

де \vec{n} одиничний вектор нормалі до поверхні рамки. Напрямок вектора \vec{p}_m збігається з напрямком позитивної нормалі рамки.

Контур зі струмом в магнітному полі повертається, набуваючи рівноважного положення і його

позитивна нормаль розміщується вздовж осі стрілки в напрямку від її магнітного полюса (рис.).

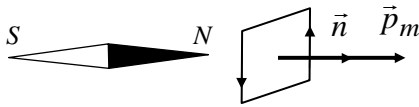


Рисунок 7.3

Контуром зі струмом можна скористатись і для кількісного опису магнітного поля. На контур в магнітному полі діє пара сил. Обертальний момент сил M залежить від властивостей контуру:

$$M \sim p_m. \quad (7.2)$$

Якщо контур зі струмом повернути на 90° від рівноважного положення, то на нього буде діяти максимальний обертальний момент M_{max} .

Якщо в дане місце магнітного поля поміщати контури з різними магнітними моментами, то на них діятимуть різні обертальні моменти, але відношення M_{max}/p_m для всіх контурів однакове і служить кількісною характеристикою магнітного поля:

$$B = \frac{M_{max}}{p_m}. \quad (7.3)$$

Магнітна індукція \vec{B} в даному місці магнітного поля визначається максимальним обертальним моментом, що діє на контур з одиничним магнітним моментом.

Одиниця магнітної індукції – тесла: 1 Тл – магнітна індукція такого магнітного поля, в якому на рамку з магнітним моментом $1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ діє максимальний момент сили $1 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

За напрямком магнітної індукції \vec{B} приймається напрямком магнітного моменту контуру p_m , який знаходиться в рівноважному положенні у цьому полі.

Для графічного зображення магнітних полів зручно користуватись лініями магнітної індукції.

Лініями магнітної індукції називають такі лінії, дотичні до яких в кожній точці збігаються з напрямком вектора \vec{B} в цих точках поля.

Напрямок ліній індукції магнітного поля струму визначається за правилом свердлика: якщо вкручувати свердлик за напрямком руху струму в провіднику, то напрямком руху його рукоятки покаже напрям ліній магнітної індукції.

Лінії магнітної індукції можна спостерігати за допомогою дрібних металевих ошурків, які в магнітному полі поводять себе, як маленькі магнітні стрілки.

Вигляд ліній магнітної індукції простих магнітних полів показаний на рис. .

Лінії магнітної індукції охоплюють провідник зі струмом, який створює поле. Поблизу провідника лінії лежать в площині, що перпендикулярна до провідника.

Лінії індукції магнітного поля ні в яких точках не можуть обриватися, вони завжди замкнені. Лінії індукцій постійного магніту виходять із його північного полюса і входять у південний.

Магнітне поле соленоїда, тобто довгої котушки зі струмом (рис.7.4а), подібне до магнітного поля штабового магніту. Північний полюс магніту збігається з тим кінцем соленоїда, з якого струм у витках тече проти годинникової стрілки. Магнітне поле колового струму (рис.7.4а), який є одним витком соленоїда, подібне на поле дуже короткого штабового магніту, що розташований в центрі витка, так щоб його вісь була перпендикулярна до площини витка.

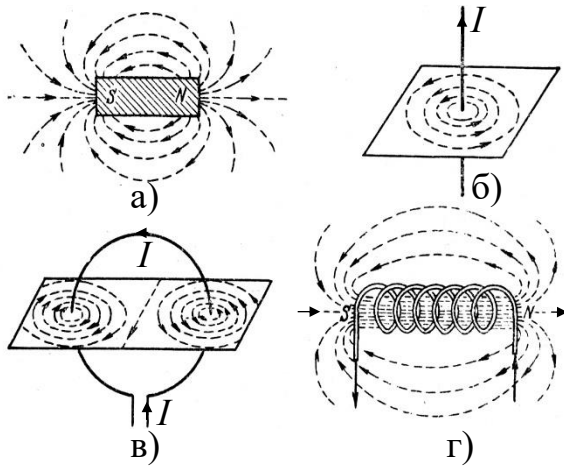


Рисунок 7.4

Закон Біо - Савара - Лапласа

У 1820 р. французькі вчені Ж. Біо і Ф. Савар дослідили магнітні поля, створені в повітрі прямолінійним струмом, коловим струмом, котушкою із струмом тощо. На основі численних дослідів вони дійшли таких висновків:

а) у всіх випадках індукція B магнітного поля електричного струму пропорційна до сили струму I ;

б) магнітна індукція залежить від форми і розмірів провідника зі струмом;

в) магнітна індукція B у будь-якій точці поля залежить від розташування цієї точки відносно провідника зі струмом.

Біо і Савар намагалися знайти загальний закон, який дав би змогу обчислити магнітну індукцію в кожній точці поля, створеного електричним струмом, що протікає по провіднику будь-якої форми. Однак зробити це їм не вдалося. Розв'язав це завдання П. Лаплас.

Лаплас узагальнив результати експериментів Біо і Савара у вигляді диференціального закону, який називається законом **Біо - Савара - Лапласа**:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \vec{r}]}{r^3}, \quad (7.4)$$

де $d\vec{l}$ – вектор, що чисельно дорівнює довжині dl елемента провідника і збігається за напрямком з напрямком електричного струму, \vec{r} – радіус-вектор, проведений від елемента провідника dl до точки поля A , що розглядається, μ_0 – магнітна стала.

Отже, модуль індукції $d\vec{B}$ магнітного поля малого елемента dl провідника зі струмом прямо пропорційний до сили струму I , довжини елемента dl провідника, обернено пропорційний до квадрата відстані r від елемента провідника до розглядуваної точки поля, а також залежить від кута α між напрямками струму і радіус-вектора \vec{r} :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}. \quad (7.5)$$

Напрямок вектора $d\vec{B}$ перпендикулярний до $d\vec{l}$ і \vec{r} , тобто перпендикулярний до площини, в якій вони лежать, і збігається з дотичною до лінії магнітної індукції. Напрямок $d\vec{B}$ визначається з векторного добутку $[d\vec{l} \vec{r}]$ і може бути знайдений за правилом свердлика.

Закон Біо-Савара-Лапласа дає змогу розрахувати індукцію магнітного поля електричного струму, що проходить по провіднику скінченних розмірів і будь-якої форми.

Дослід показує, що для магнітного поля справедливий **принцип суперпозиції**:

магнітна індукція поля, яке створену декількома струмами або рухомими зарядами, дорівнює векторній сумі індукцій магнітних полів, що створені кожним струмом або рухомих зарядом окремо.

Відповідно до принципу суперпозиції магнітна індукція \vec{B} у будь-якій точці магнітного поля провідника зі струмом I дорівнює векторній сумі індукцій $\Delta\vec{B}_i$ елементарних магнітних полів, створених окремими ділянками Δl_i цього провідника:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \Delta\vec{B}_i. \quad (7.6)$$

Необмежено збільшуючи кількість ділянок n і переходячи до границі при n , що прямує до нескінченності, можна замінити суму інтегралом:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}, \quad (7.7)$$

Отже, магнітна індукція поля, яке створене у вакуумі струмом I , що тече по провіднику скінченної довжини і довільної форми, дорівнює

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{[d\vec{l} \vec{r}]}{r^3}. \quad (7.8)$$

Розрахунок характеристик магнітного поля за наведеними формулами в загальному випадку досить складний. Однак, якщо розподіл струму має певну симетрію, то застосування закону Біо-Савара-Лапласа разом з принципом суперпозиції дає змогу досить просто розрахувати магнітну індукцію конкретних полів.

Магнітне поле прямолінійного провідника зі струмом

Розглянемо **прямий провідник** довільної довжини, по якому проходить струм силою I , наприклад згори вниз (рис. 7.5). Відповідно до закону Біо-Савара-Лапласа вектор магнітної індукції $d\vec{B}$ поля у вакуумі, створеного в точці A елементом dl провідника зі струмом I , чисельно дорівнює

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}, \quad (7.9)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{r} .

У точці A , яка знаходиться на відстані R від осі провідника, всі вектори $d\vec{B}$, які характеризують магнітні поля, створені окремими ділянками цього провідника, напрямлені перпендикулярно до площини рисунка. Вектор \vec{B} числово дорівнює алгебраїчній сумі модулів векторів $d\vec{B}$:

$$B = \int_l dB = \int_l \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_l \frac{dl \sin \alpha}{r^2}. \quad (7.10)$$

Замінімо dl і r через одну незалежну змінну α :

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{CD}{\sin \alpha}, \quad CD = r d\alpha. \quad (7.11)$$

Тоді:

$$dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{R d\alpha}{\sin^2 \alpha}. \quad (7.12)$$

У результаті індуція магнітного поля прямолінійного провідника MN у точці A дорівнює:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{R d\alpha \cdot \sin \alpha}{\sin^2 \alpha \frac{R^2}{\sin^2 \alpha}} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin \alpha d\alpha}{R} = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \end{aligned} \quad (7.13)$$

Якщо провідник MN нескінченно довгий, то $\alpha_1 = 0$, а $\alpha_2 = \pi$.

Отже, магнітна індукція нескінченно довгого провідника зі струмом дорівнює ($\cos 0 = 1$, $\cos \pi = -1$),

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R}. \quad (7.14)$$

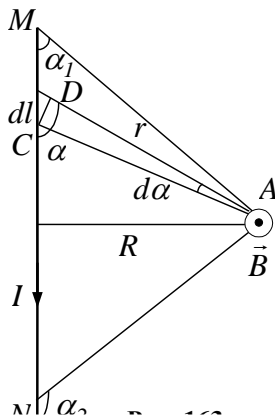


Рисунок 7.5

Магнітне поле колового струму

Знайдемо індукцію магнітного поля в центрі O , **колового струму** радіусом R , по якому протікає струм I (рис. 7.6):

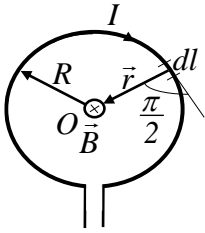


Рисунок 7.6

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin(\widehat{dl \vec{r}})}{r^2}, \quad (7.15)$$

$$\sin(\widehat{dl \vec{r}}) = 1, \quad r = R. \quad (7.16)$$

Тоді

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{R^2}. \quad (7.17)$$

Усі вектори $d\vec{B}$ магнітних полів, які створені в точці O різними ділянками dl колового струму, напрямлені перпендикулярно до площини рисунка „від нас”. Тоді:

$$B = \int_0^l dB = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R. \quad (7.18)$$

Отже, магнітна індукція поля колового струму дорівнює:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2R}. \quad (7.19)$$

Закон Ампера

На провідники зі струмом, що знаходяться в магнітному полі, діють **сили Ампера**.

Узагальнюючи результати дослідження дії магнітного поля на різні провідники зі струмом, Ампер встановив, що

сила $d\vec{F}$, з якою магнітне поле діє на елемент довжини dl провідника зі струмом, що знаходиться в магнітному полі, прямо пропорційна до сили струму I в провіднику і до векторного добутку елемента довжини $d\vec{l}$ на магнітну індукцію \vec{B} :

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \vec{B}]. \quad (7.20)$$

Це співвідношення називається **законом Ампера**.

Напрямок сили $d\vec{F}$ можна знайти за правилом векторного добутку і за правилом лівої руки: якщо долоню лівої руки поставити так, щоб у неї входили лінії магнітної індукції, а чотири витягнуті пальці спрямувати в напрямку електричного струму в провіднику, то відставлений на 90° великий палець покаже напрямок сили, що діє на провідник з боку поля. Це правило зручне, коли елемент провідника зі струмом перпендикулярний до напрямку магнітного поля.

В загальному випадку для визначення напрямку сили Ампера $d\vec{F}$ слід скористатись правилом векторного добутку: вектор $d\vec{F}$ напрямлений перпендикулярно до площини, утвореної векторами

$d\vec{l}$ і \vec{B} так, щоб з кінця вектора $d\vec{F}$ обертання від вектора $d\vec{l}$ до вектора \vec{B} найкоротшим шляхом відбувалося проти годинникової стрілки (рис. 7.).

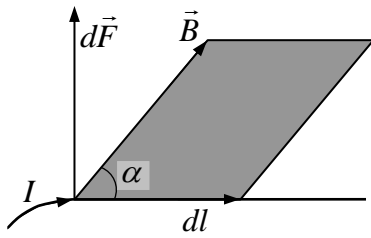


Рисунок 7.7

Модуль сили Ампера розраховується за формулою

$$dF = IBdl \sin \alpha, \quad (7.21)$$

де α - кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{B} .

Закон Ампера дає змогу визначити іншим способом, ніж раніше, фізичний зміст магнітної індукції \vec{B} .

Припустимо, що елемент провідника dl із струмом I перпендикулярний до напрямку магнітного поля ($\sin \alpha = 1$), тоді закон Ампера можна записати у вигляді:

$$B = \frac{1}{I} \frac{dF_{max}}{dl}. \quad (7.22)$$

Звідси, **магнітна індукція \vec{B}** числове дорівнює силі, що діє з боку поля на одиницю довжини провідника, по якому протікає електричний струм одиничної сили і який розташовано перпендикулярно до напрямку магнітного поля.

Отже, **магнітна індукція є силовою характеристикою магнітного поля.**

Використовуючи закон Ампера, розраховуємо силу взаємодії між двома прямими нескінченно довгими провідниками зі струмами I_1 і I_2 , які розміщені паралельно один до одного на відстані R . Кожен із провідників створює магнітне поле, яке діє згідно закону Ампера на другий провідник. Якщо електричні струми I_1 і I_2 однакового напрямку, то провідники притягуються один до одного (рис. 7.8а), а якщо напрямки струмів взаємно протилежні, то провідники відштовхуються один від одного (рис.7.8).

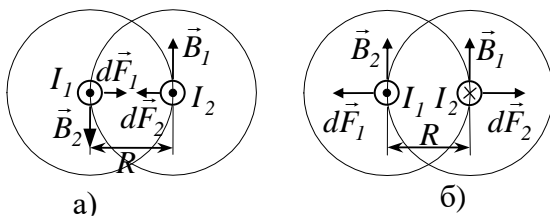


Рисунок 7.8

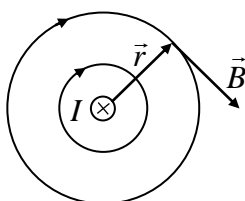


Рисунок 7.9

За законом Ампера на елемент $d\vec{l}$ провідника зі струмом I_2 діє сила $d\vec{F}_2$, яка числово дорівнює:

$$dF_2 = I_2 B_1 dl \sin \alpha, \quad (7.23)$$

де $B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{R}$ - магнітна індукція поля, створеного струмом I_1 , враховуючи, що кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{B}_1 - прямий, отримуємо:

$$dF_2 = |d\vec{F}_2| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl. \quad (7.24)$$

Відповідно на ділянку dl провідника зі струмом I_1 діє сила $d\vec{F}_1$, модуль якої:

$$d\vec{F}_1 = |d\vec{F}_1| = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl. \quad (7.25)$$

Отже, для сил $d\vec{F}_1$ і $d\vec{F}_2$ можна написати загальну формулу:

$$dF = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl. \quad (7.26)$$

Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі.

Вихровий характер магнітного поля

Введемо циркуляцію вектора магнітної індукції. Циркуляцією вектора \vec{B} по замкненому контуру називається інтеграл

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = \oint_L B_l dl, \quad (7.27)$$

де $d\vec{l}$ - вектор елемента довжини контуру, напрямлений вздовж обходу контуру, $B_l = B \cos \alpha$ - проекція вектора \vec{B} на дотичну до контуру, α - кут між векторами \vec{B} і $d\vec{l}$.

Розглянемо магнітне поле нескінченного прямолінійного провідника зі струмом I , що знаходиться у вакуумі (рис. 7.). Лінії магнітної індукції цього поля є кола, площини яких перпендикулярні до провідника, а центри лежать на осі провідника. Знайдемо циркуляцію вектора \vec{B} вздовж кола радіуса r . У всіх точках кола вектор \vec{B} числово дорівнює

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r} \quad (7.28)$$

і напрямлений по дотичній до кола, тому $\cos \alpha = 1$.

Тоді

$$\oint_L B dl \cos \alpha = \int_0^{2\pi r} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} dl = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} \int_0^{2\pi r} dl = \mu_0 I. \quad (7.29)$$

Звідси можна зробити два висновки:

1. Магнітне поле прямолінійного струму – **вихрове поле**, бо циркуляція вектора \vec{B} вздовж лінії індукції не дорівнює 0;
2. Циркуляція вектора \vec{B} магнітної індукції поля прямолінійного струму однакова вздовж будь-якої лінії індукції і дорівнює $\mu_0 I$.

Цю формулу можна використати до замкненого контуру L довільної форми, який охоплює нескінченно довгий прямолінійний провідник зі струмом I (рис. 7.10).

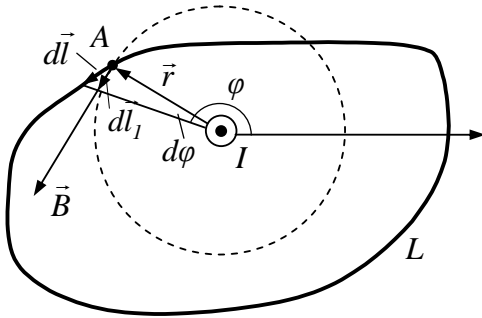


Рисунок 7.10

У точці A контуру L вектор індукції \vec{B} перпендикулярний до радіус-вектора \vec{r} . Проекція $d\vec{l}$ на напрямок вектора \vec{B} дорівнює

$$dl_1 = dl \cos(\widehat{\vec{B} d\vec{l}}) \quad (7.30)$$

і збігається з малою дугою кола радіуса r :

$$dl_1 = r d\varphi, \quad (7.31)$$

де $d\varphi$ – центральний кут, під яким видно dl елемент контуру L з центром кола. Тоді

$$B dl \cos(\widehat{\vec{B} d\vec{l}}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\varphi. \quad (7.32)$$

Інтегруючи вздовж всього замкненого контуру L і враховуючи, що при цьому кут φ змінюється від 0 до 2π , знаходимо

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{l}) = \oint_L B dl \cos(\widehat{\vec{B} d\vec{l}}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I. \quad (7.33)$$

Якщо контур L_1 не охоплює провідник зі струмом (рис. 7.11), то

$$\oint_{L_1} B dl \cos \alpha = \int_{1a}^2 B dl \cos \alpha + \int_{2b}^1 B dl \cos \alpha =$$

$$= \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi + \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi = 0. \quad (7.34)$$

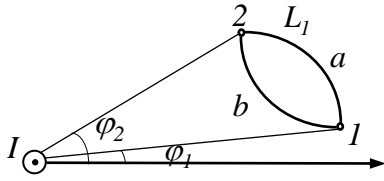


Рисунок 7.11

У всіх випадках, які розглядались вище, кут α гострий, тобто з кінця вектора густини струму \vec{j} , напрямленого по осі провідника в бік струму, обхід по контуру L відбувається проти годинникової стрілки. При протилежному напрямку обходу контуру L або при протилежному напрямку струму в провіднику отримуємо

$$\oint_L B dl \cos \alpha = -\mu_0 I. \quad (7.35)$$

Надалі використовуватимемо таке правило знаків струмів: **позитивним** вважається струм, напрямком якого зв'язаний з напрямком обходу по контуру правилом свердлика; струм протилежного напрямку вважається **негативним**.

На практиці магнітне поле, переважно, створюється кількома провідниками, по яких проходять струми I_1, I_2, I_3 тощо. На основі принципу суперпозиції магнітна індукція \vec{B} результуючого поля дорівнює

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i. \quad (7.36)$$

Тоді

$$\oint_L B dl \cos \alpha = \oint_L \sum_{i=1}^n B_i dl \cos \alpha = \sum_{i=1}^n \oint_L B_i dl \cos \alpha. \quad (7.37)$$

Кожен з інтегралів, що стоїть під знаком суми, дорівнює або $\mu_0 I$, якщо струм охоплюється контуром, або 0 , якщо струм не охоплюється контуром. Отже,

$$\oint_L B dl \cos \alpha = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i, \quad (7.38)$$

де n – кількість провідників зі струмами, що охоплюються контуром L довільної форми. Кожний струм враховується стільки разів, скільки разів він охоплюється контуром.

Наприклад, для системи струмів, зображених на рис. 7.12, алгебраїчна сума струмів

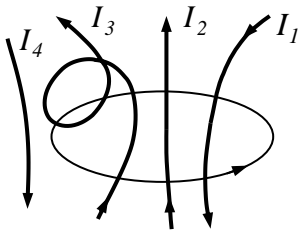


Рисунок 7.12

$$\sum_{i=1}^n I_i = -I_1 + I_2 + 2 \cdot I_3 - 0 \cdot I_4. \quad (7.39)$$

Рівняння

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i \quad (7.40)$$

є математичним виразом **закону повного струму** для струмів провідності: *циркуляція вектора \vec{B} по довільному замкненому контуру дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на алгебраїчну суму струмів, що охоплюються цим контуром.*

Отриманий вираз закону повного струму справедливий лише для **магнітного поля у вакуумі**, оскільки для поля у речовині слід враховувати молекулярні струми.

Магнітне поле тороїда і довгого соленоїда

Закон повного струму

$$\oint_L B dl \cos \alpha = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i \quad (7.41)$$

можна використати для розрахунку магнітних полів тороїда і довгого соленоїда.

Тороїдом називають кільцеву котушку, витки якої намотано на осердя, що має форму тора (рис. 7а). Лінії магнітної індукції поля тороїда повинні мати форму кіл, центри яких лежать на прямій, що проходить через центр тороїда і перпендикулярна до площини рисунка.

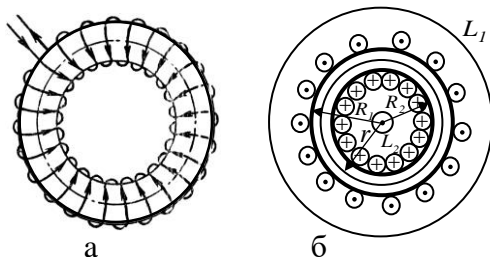


Рисунок 7.13

Циркуляція вектора \vec{B} вздовж кола радіусом r дорівнює (рис.7.13):

$$\oint_L B dl \cos \alpha = B \int_0^{2\pi r} dl = 2\pi r B. \quad (7.42)$$

Позначимо кількість витків обмотки тороїда N , а струм у ній - I . Якщо $r < R_2$, то коло радіусом $r(L_2)$ не охоплює провідник зі струмом, тому $\sum_{i=1}^n I_i = 0$ і за законом повного струму

$$\oint_L B dl \cos \alpha = 2\pi Br = 0, \text{ тобто } B = 0. \quad (7.43)$$

Якщо $r > R_1$, то коло радіусом $r(L_1)$ охоплює $2N$ провідників зі струмом I . В N з них струм іде в одному напрямку, а в інших N провідниках – у зворотному. Тому алгебраїчна сума струмів у всіх провідниках дорівнює нулю. Й із закону повного струму $2\pi rB = 0$ і $B = 0$.

Отже, поза тороїдом магнітного поля нема. Воно цілком локалізується всередині об'єму тороїда ($R_2 < r < R_1$). Коло радіусом r , яке лежить всередині тороїда, охоплює N провідників, струми в яких дорівнюють I і однаково напрямлені. Тому

$$\oint_L B dl \cos \alpha = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i = \mu_0 NI. \quad (7.44)$$

Отже,

$$2\pi Br = \mu_0 NI \quad \text{і} \quad B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r}. \quad (7.45)$$

Магнітна індукція поля всередині тороїда зменшується зі збільшенням відстані від його центра:

$$B_{max} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi R_2}, \quad (7.46)$$

$$B_{min} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi R_1} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi(R_2 + d)}, \quad (7.47)$$

де d – діаметр тора.

Індукція на основній лінії тороїда

$$r = R_{cp} = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) \quad (7.48)$$

Дорівнює

$$B_{cp} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi R_{cp}} = \mu_0 nI, \quad (7.49)$$

де n – кількість витків на одиницю довжини середньої лінії тороїда.

Розглянемо магнітну індукцію поля всередині **соленоїда** (рис. 7.14) – циліндричної котушки, яка складається з великої кількості витків, рівномірно намотаних на загальне осердя. Розглянемо соленоїд завдовжки l , що має N витків, по якому тече струм.

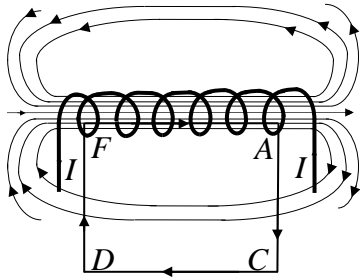


Рисунок 7.14

Циркуляція вектора \vec{B} вздовж контуру у вигляді прямокутника $ACDF$, в якому сторона CD дуже віддалена від соленоїда і який охоплює всі N витків соленоїда, дорівнює

$$\oint_{ACDFA} B dl \cos \alpha = \mu_0 NI. \quad (7.50)$$

$ACDFA$

Інтеграл вздовж контуру $ACDA$ можна подати у вигляді чотирьох інтегралів:

$$\begin{aligned} \oint B dl \cos \alpha &= \int_L B dl \cos \alpha + \int_{DF} B dl \cos \alpha + \\ &+ \int_{AC} B dl \cos \alpha + \int_{CD} B dl \cos \alpha. \end{aligned} \quad (7.51)$$

Магнітне поле соленоїда практично локалізовано в його об'ємі і на великій відстані від соленоїда магнітна індукція поля дорівнюватиме нулю:

$$\int_{CD} B dl \cos \alpha = 0, \quad (7.52)$$

CD

А також

$$\int_{DF} B dl \cos \alpha = \int_{AC} B dl \cos \alpha = 0, \quad (7.53)$$

DF

AC

тому що $\cos \alpha = 0$. Тоді

$$\oint_L B dl \cos \alpha \approx \int_{FA} B dl \cos \alpha. \quad (7.54)$$

L

FA

Вектори магнітної індукції в усіх точках всередині довгого соленоїда однакові, тобто числові рівні і мають однакові напрямки. Таке магнітне поле називається **однорідним**. Крім того, напрямок вектору індукції та переміщення збігаються, тому $\cos \alpha = 1$. Отже,

$$\int_{FA} B dl = B \int_0^l dl = Bl = \mu_0 IN. \quad (7.55)$$

FA

0

В результаті магнітна індукція поля всередині соленоїда у вакуумі дорівнює:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I, \quad (7.56)$$

де n – число витків на одиницю довжини соленоїда.

Сила Лоренца

Виникнення макроскопічної сили Ампера, що діє на провідник із струмом у магнітному полі,

можна пояснити так. При проходженні струму носії заряду в провіднику рухаються напрямлено. Тому магнітне поле відхиляє їх в один бік. При цьому вони стикаються з кристалічною ґраткою металу і передають їй певний імпульс, якого набули під дією магнітного поля. Макроскопічним результатом елементарних процесів зіткнення окремих носіїв заряду з кристалічною ґраткою провідника є виникнення сили Ампера.

Магнітне поле діє на вільні електрони в металі і без електричного струму в провіднику. Оскільки електрони в цьому випадку рухаються тільки хаотично, то сумарний імпульс, який вони надають кристалічній ґратці провідника, дорівнює нулю і провідник залишається нерухомим.

Для обчислення сили, що діє на рухомий заряд в магнітному полі, розглянемо елемент провідника dl зі струмом I у магнітному полі з індукцією \vec{B} . На цей елемент діє сила Ампера $dF = B I dl \sin \alpha$. Якщо елемент dl містить dN вільних носіїв заряду, то сила F_L , що припадає на один електрон, дорівнює:

$$F_L = \frac{dF}{dN}, \quad (7.57)$$

де F_L – сила Лоренца.

Кількість носіїв заряду dN в елементі провідника dl запишемо через їх концентрацію n та об'єм dV елемента: $dN = n dV = n S dl$, S – площа поперечного перерізу провідника. Тоді

$$F_L = \frac{B I dl \sin \alpha}{n S dl} = \frac{B I}{n S} \sin \alpha = \frac{B j \sin \alpha}{n}. \quad (7.58)$$

Оскільки за електронною теорією $j = neu$, то $F_L = Beu \sin \alpha$, або $\vec{F}_L = e[\vec{u} \vec{B}]$,

де α – кут між векторами \vec{u} і \vec{B} .

В загальному випадку

$$\vec{F}_L = q[\vec{u} \vec{B}]. \quad (7.59)$$

Напрямок сили Лоренца визначається за правилом векторного добутку або правилом лівої руки: якщо долоню лівої руки розмістити так, щоб в неї входив вектор \vec{B} , а чотири витягнуті пальці спрямовувати вздовж вектора швидкості \vec{u} руху позитивних зарядів, то відігнутий на 90° великий палець покаже напрямок сили, що діє на позитивний заряд. На негативний заряд сила діє в протилежному напрямку (рис. 7.15).

Отже, магнітне поле не діє на електричні заряди, що не рухаються.

Сила Лоренца завжди перпендикулярна до швидкості руху зарядженої частинки, тому вона змінює лише напрямок цієї швидкості, не змінюючи її модуля. Отже, сила Лоренца роботи не виконує і кінетична енергія частинки при русі в магнітному полі не змінюється.

Якщо на рухомий електричний заряд, крім магнітного поля з індукцією \vec{B} , діє і електричне поле з напруженістю \vec{E} , то результуюча сила \vec{F} , яка прикладена до заряду:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{u} \vec{B}]. \quad (7.60)$$

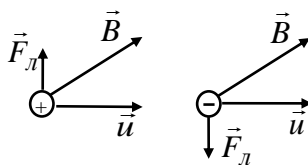


Рисунок 7.15

Якщо заряджена частинка рухається в магнітному полі зі швидкістю \vec{u} вздовж ліній магнітної індукції або в протилежний бік до напрямку магнітної індукції, то $\alpha = 0$, або $\alpha = \pi$. У такому разі $F_n = 0$, магнітне поле на частинку не діє і вона рухається рівномірно і прямолінійно.

Якщо заряджена частинка рухається в магнітному полі з швидкістю \vec{u} перпендикулярно до вектора \vec{B} , то сила Лоренца є стала за модулем і нормальна до траєкторії частинки. Частинка рухатиметься по колу, бо сила Лоренца за другим законом Ньютона буде створювати доцентрове прискорення. Отже,

$$quB = \frac{mu^2}{r}. \quad \text{Звідси} \quad r = \frac{m u}{q B}, \quad (7.61)$$

де r - радіус кола.

Використавши зв'язок $u = \omega r$, знайдемо циклічну частоту ω та період T обертання частинки навколо ліній індукції в магнітному полі:

$$\omega = \frac{u}{r} = \frac{q}{m} B, \quad T = \frac{2\pi r}{u} = \frac{2\pi m}{B q}. \quad (7.62)$$

Період обертання частинки в однорідному магнітному полі не залежить від її швидкості (при $u \ll c$). На цьому ґрунтується дія циклічних прискорювачів заряджених частинок.

Якщо швидкість \vec{u} зарядженої частинки напрямлена під кутом α до вектора \vec{B} (рис. 7.16), то її рух можна подати у вигляді суперпозиції:

- 1) рівномірного прямолінійного руху вздовж поля з швидкістю $u_{\parallel} = u \cos \alpha$;
- 2) рівномірного руху з швидкістю $u_{\perp} = u \sin \alpha$ вздовж кола, яке перпендикулярне до поля. Радіус кола

$$r = \frac{mu \sin \alpha}{qB}. \quad (7.63)$$

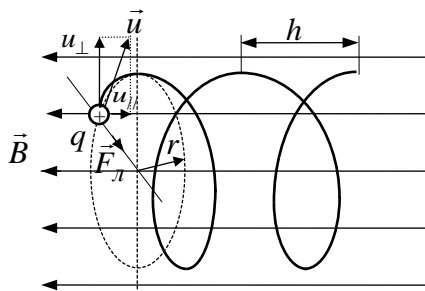


Рисунок 7.16

В результаті складання обох рухів виникає рух вздовж спіралі, вісь якої паралельна до магнітного поля. Крок гвинтової лінії

$$h = u_{\parallel} T = u T \cos \alpha = \frac{2\pi m u \cos \alpha}{qB}. \quad (7.64)$$

Напрямок, в якому закручується спіраль, залежить від знака заряду частинки.

Ефект Холла

В 1879 р. Е. Холл здійснив наступний експеримент. Він пропускав електричний струм I через золоту пластинку у вигляді паралелепіпеда і вимірював різницю потенціалів $\Delta\phi$ між точками C і D

на верхній і нижній гранях (рис. 7.17).

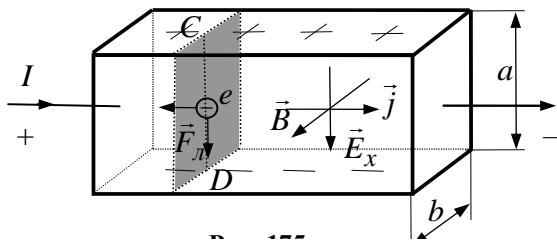


Рисунок 7.17

Ці точки лежать у одному і тому поперечному перерізі пластинки. Тому виявилось, що $\Delta\varphi=0$. Коли пластинку зі струмом Холл помістив в однорідне магнітне поле, лінії магнітної індукції якого перпендикулярні до бічних граней пластинки, то було встановлено, що різниця потенціалів $\Delta\varphi = \varphi_C - \varphi_D \neq 0$ і вона прямопропорційна силі струму I , магнітній індукції поля B і обернено пропорційна ширині b пластинки, тобто

$$\Delta\varphi = \varphi_C - \varphi_D = R_X \frac{IB}{b}, \quad (7.65)$$

де R_X - коефіцієнт пропорційності і названий *сталю Холла*. А явище, яке експериментально виявив Холл, дістало назву *ефект Холла*.

Наступні дослідження показали, що ефект Холла спостерігається в усіх провідниках і напівпровідниках. Зміна напрямку струму або напрямку магнітного поля на протилежний викликає зміну різниці потенціалів $\Delta\varphi$.

Розглянемо, як можна пояснити ефект Холла. Помістимо металеву пластинку зі струмом густиною \vec{j} в магнітне поле з індукцією \vec{B} , лінії індукції якого перпендикулярні до \vec{j} . На електрони діє сила Лоренца, яка напрямлена вниз і дорівнює: $F_L = e\vec{v} \times \vec{B}$. Тому на нижній границі пластинки збиратиметься некомпенсований негативний заряд і вона заряджатиметься негативно, а на верхній границі пластинки виникатиме нестача негативних зарядів і вона заряджатиметься позитивно. Внаслідок цього між краями пластинки виникає додаткове поперечне електричне поле, напрямлене зверху вниз. Розглянемо момент динамічної рівноваги, коли сили F_L і F_X , з якими діють на електрони магнітне поле та холлівське електричне поле, стануть рівними (ця рівність настає вже через 10^{-12} с після замикання кола):

$$F_L = F_X, \quad e\vec{v} \times \vec{B} = eE_X, \quad (7.66)$$

звідси

$$E_X = uB. \quad (7.67)$$

Невідому швидкість \vec{u} напрямленого руху виразимо через густину струму \vec{j} :

$$\vec{j} = ne\vec{u}, \quad u = \frac{j}{en}. \quad (7.68)$$

Тоді

$$E_X = \frac{Bj}{ne}. \quad (7.69)$$

Помножимо ліву частину виразу на ab , а праву на S :

$$E_X ab = \frac{Bj}{ne} S. \quad (7.70)$$

Оскільки $E_X a = \Delta\varphi_X$, а $jS = I$, то

$$\Delta\varphi_X = \frac{I}{ne} \frac{BI}{b}. \quad (7.71)$$

Порівнюючи цей вираз для $\Delta\varphi$ з виразом, який отриманий на основі експерименту, отримуємо що стала Холла обернено пропорційна до добутку заряду електрона e на їх концентрацію n :

$$R_X = \frac{1}{ne}. \quad (7.72)$$

За вимірними значеннями сталої Холла можна:

1) **визначити концентрацію носіїв струму**, якщо характер провідності і заряд носіїв струму відомі, а саме

$$n = \frac{I}{qR_X}. \quad (7.73)$$

Так, для одновалентних металів виявилось, що концентрація електронів провідності збігається з концентрацією атомів.

Оскільки за електронною теорією питому електропровідність речовини обчислюють за формулою

$$\sigma = neu_q, \quad (7.74)$$

де u_q - рухливість носіїв заряду, то

$$\sigma = \frac{I}{R_X} u_q, \text{ і } u_q = R_X \sigma, \quad (7.75)$$

тобто добуток $R_X \sigma$ визначає рухливість носіїв заряду.

2) **зробити висновок про природу провідності напівпровідників**, оскільки знак сталої Холла збігається із знаком заряду q носіїв струму. При електронній провідності $R_X < 0$, а при дірковій $R_X > 0$. Якщо в напівпровіднику водночас існують обидва типи провідності, то за знаком R_X можна судити про те, який з них переважає.

3) **оцінити величину $\langle \lambda \rangle$ середньої довжини вільного пробігу електронів:**

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\sigma 2m \langle v \rangle}{ne^2} = \frac{2m \langle v \rangle \sigma R_X}{e}, \quad (7.76)$$

де σ - питома електропровідність провідника, $\langle v \rangle$ - середня швидкість теплового руху електронів у провіднику. Виявилось, що середня довжина вільного пробігу електронів $\langle \lambda \rangle \sim 10^{-8}$ м, що на два порядки перевищує міжвузлові відстані в металі.

Контур зі струмом в магнітному колі

Розглянемо поведінку в магнітному полі замкнених провідників зі струмом. Помістимо в однорідне магнітне поле електромагніту провідник, який зігнутий у вигляді прямокутної рамки A , що підвішена на пружній нитці C (рис.7.18).

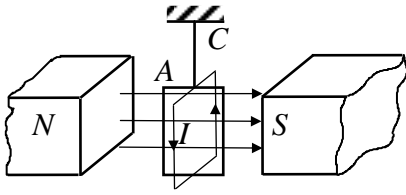


Рисунок 7.18

При відсутності струму в рамці, вона перебуває в стані байдужої рівноваги.

Якщо пропускати постійний електричний струм через рамку, то вона повертається навколо осі нитки C так, що її площина розташовується перпендикулярно до вектора \vec{B} магнітної індукції поля. Рамка із струмом завжди встановлюється у зовнішньому однорідному магнітному полі в тому положенні, при якому власний магнітний момент \vec{p}_m рамки збігається з напрямком \vec{B} . З кінця цього вектора ми бачимо, що струм у рамці тече проти ходу стрілки годинника.

Знайдемо вираз для моменту сил, що діють на прямокутну рамку $1-2-3-4$ зі струмом I , яка знаходиться в однорідному магнітному полі, вектор магнітної індукції \vec{B} якого утворює кут α з вектором \vec{p}_m власного магнітного моменту рамки (рис. 7.19). Сторони рамки $2-3$ і $4-1$ лежать у площинах, паралельних до індукції зовнішнього магнітного поля \vec{B} .

Сили \vec{F}_2 і \vec{F}_4 , які діють на ці прямолінійні провідники, за законом Ампера дорівнюють

$$\begin{aligned} F_2 = F_4 &= IbB \sin(\widehat{\vec{b} \vec{B}}) = \\ &= IbB \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = IbB \cos \alpha. \end{aligned} \quad (7.77)$$

Сили \vec{F}_2 і \vec{F}_4 напрямлені вздовж вертикальної осі рамки у протилежні боки. Вони деформують рамку у вертикальному напрямку.

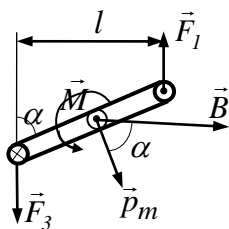


Рисунок 7.19

Сторони рамки $1-2$ і $3-4$ перпендикулярні до вектора \vec{B} магнітної індукції поля (рис. 7.20). Сили \vec{F}_1 і \vec{F}_3 , які прикладені до прямолінійних провідників $1-2$ і $3-4$, числово дорівнюють:

$$F_1 = F_3 = IaB \sin(\widehat{\vec{a} \vec{B}}) = IaB \sin \frac{\pi}{2} = IaB. \quad (7.78)$$

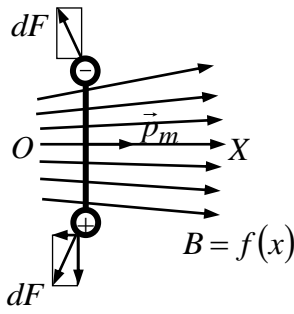


Рисунок 7.20

Результуючий обертальний момент M , який діє на рамку, дорівнює моменту пари сил

$$\vec{F}_1 \text{ і } \vec{F}_3 = -\vec{F}_1, \text{ тобто } M = F_1 l, \quad (7.79)$$

де $l = b \sin \alpha$. Тоді

$$\begin{aligned} M &= IabB \sin \alpha = ISB \sin \alpha = \\ &= p_m B \sin \alpha = p_m B \sin(\hat{p}_m \vec{B}), \end{aligned} \quad (7.80)$$

де $S = ab$ – площа рамки, $IS = p_m$ – числове значення вектора магнітного моменту рамки зі струмом.

Обертання рамки під дією пари сил \vec{F}_1 і \vec{F}_3 відбувається навколо вертикальної осі, яка перпендикулярна як до вектора \vec{B} , так і до вектора \vec{p}_m . Вектор \vec{M} напрямлений до спостерігача перпендикулярно до площини рисунка.

Вектор обертального моменту \vec{M} , який діє на рамку зі струмом у магнітному полі, дорівнює векторному добутку магнітного моменту \vec{p}_m рамки на магнітну індукцію \vec{B} зовнішнього поля:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]. \quad (7.81)$$

Якщо магнітний момент \vec{p}_m конуру паралельний або антипаралельний до напрямку зовнішнього поля \vec{B} ($\sin \alpha = 0$), то обертальний момент \vec{M} дорівнює нулю і контур перебуває в рівновазі.

Стійким є тільки таке положення контуру, коли вектори \vec{p}_m і \vec{B} паралельні один до одного.

Розглянемо вплив неоднорідного магнітного поля на поведінку плоского контуру зі струмом. Припустимо, що і магнітна індукція поля змінюється в напрямку осі OX , тобто $B_x = B(x)$ і в цьому напрямку існує градієнт індукції

$$\text{grad} \vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dx}, \quad (7.82)$$

який напрямлений у бік зростання величини \vec{B} . Плоский контур вміщено в однорідне поле так, що його магнітний момент \vec{p}_m напрямлено вздовж осі OX . Розглянемо два елементи контуру dl , які лежать на кінцях його вертикального діаметра. Лінії вектора \vec{B} в цих місцях утворюють з вектором \vec{p}_m кут α . Сили $d\vec{F}$, які діють на розглядувані елементи dl , напрямлені під таким самим кутом α до площини контуру. Розкладаючи кожен із сил $d\vec{F}$ на дві складові: dF_S – в площині контуру та

dF_n - паралельну до нормалі площини контуру, знаходимо, що:

в неоднорідному магнітному полі, крім сил, що деформують контур, виникають сили, які переміщують його в область поля з більшою магнітною індукцією:

Магнітний потік. Теорема Остроградського-Гаусса

Потоком вектора магнітної індукції (магнітним потоком) через площадку dS називається скалярна фізична величина, яка дорівнює добутку проекції B_n вектора \vec{B} на напрямок нормалі \vec{n} до площадки dS і величини цієї площадки:

$$d\Phi_B = B_n dS = (\vec{B} d\vec{S}),$$

де $B_n = B \cos \alpha$ - проекція вектора \vec{B} на напрямок нормалі до площадки dS (α - кут між векторами \vec{n} і \vec{B}) (рис. 7.21), $d\vec{S} = dS \vec{n}$ - вектор, модуль якого дорівнює dS , а напрямок збігається з нормаллю \vec{n} до площадки dS .

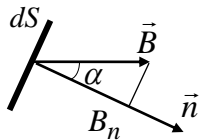


Рисунок 7.21

Потік вектора \vec{B} може бути як позитивним, так і негативним залежно від знаку $\cos \alpha$ (визначається вибором позитивного напрямку нормалі \vec{n}).

Потік вектора магнітної індукції $\vec{\Phi}_B$ через довільну поверхню S дорівнює

$$\Phi_B = \int_S B_n dS = \int_S (\vec{B} d\vec{S}). \quad (7.83)$$

Для однорідного поля і плоскої поверхні, розміщеної перпендикулярно до вектора \vec{B} , $B_n = B = \text{const}$ і $\Phi_B = BS$.

Розрахуємо потік вектора \vec{B} через переріз соленоїда. Всередині соленоїда індукція однорідного поля у вакуумі дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}. \quad (7.84)$$

Магнітний потік через один виток соленоїда площею S :

$$\Phi_I = BS. \quad (7.85)$$

Повний магнітний потік через соленоїд, який називається потокозчепленням ψ , дорівнює:

$$\psi = \Phi_I N = NBS = \mu_0 \frac{N^2 I}{l} S. \quad (7.86)$$

В електродинаміці доводиться **теорема Остроградського-Гауса для магнітного поля**: магнітний потік крізь довільну замкнену поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = \oint_S B_n dS = 0. \quad (7.87)$$

Ця теорема є наслідком того, що в природі нема магнітних „зарядів” і лінії індукції будь-якого магнітного поля є замкненими кривими.

Покажемо справедливість теореми Остроградського-Гауса на простому прикладі. Розглянемо магнітне поле нескінченно довгого прямолінійного провідника зі струмом I . За замкнену поверхню S візьмемо поверхню прямого колового циліндра, вісь якого збігається з віссю провідника.

Лінії індукції магнітного поля прямолінійного струму є концентричними колами, центри яких лежать на осі провідника, а площини перпендикулярні до нього. Тому лінії індукції не перетинають ні бічної поверхні циліндра, ні його основ. Отже, в будь-якій точці поверхні циліндра проекція вектора \vec{B} на напрямок нормалі \vec{n} до поверхні $D_n = 0$ і

$$\oint_S B_n dS = 0. \quad (7.88)$$

Робота при переміщенні провідника і контуру зі струмом у магнітному полі

На провідник зі струмом у магнітному полі діє сила Ампера. Якщо провідник не закріплено, то під впливом сили Ампера він переміщуватиметься у магнітному полі.

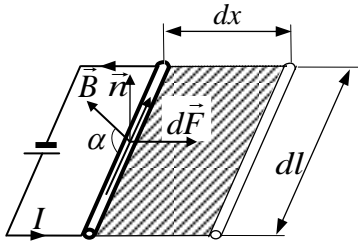


Рисунок 7.22

Обчислимо роботу dA , виконану силою Ампера при переміщенні елемента dl провідника зі струмом I у магнітному полі (рис. 7.22).

Елемент провідника переміщується в напрямку сили $d\vec{F}$, яка діє на нього на відстані dx . Робота dA дорівнює

$$dA = dF dx. \quad (7.89)$$

За законом Ампера

$$dF = IB dl \sin \alpha. \quad (7.90)$$

Тоді

$$dA = IB \sin \alpha dl dx. \quad (7.91)$$

Сила $d\vec{F}$ і переміщення $d\vec{x}$ напрямлені перпендикулярно до елемента провідника $d\vec{l}$. Добуток $dl dx = dS$ – площа поверхні, яка описана елементом провідника dl при його переміщенні на dx .

З рис. 6. видно, що $B \sin \alpha = B_n$ – проекція вектора \vec{B} на напрямок нормалі \vec{n} до площини dS . Добуток $B_n dS = d\Phi_B$ – магнітний потік крізь поверхню dS . Тоді

$$dA = IB_n dS = Id\Phi_B. \quad (7.92)$$

Вважаючи силу струму сталою i , інтегруючи цей вираз, отримаємо

$$A = I\Phi_B. \quad (7.93)$$

Робота, яку виконує сила Ампера при переміщенні в магнітному полі провідника, струм в якому постійний, дорівнює добутку сили струму на величину магнітного потоку крізь поверхню, яку описує провідник під час свого руху.

Знайдемо вираз для роботи, яку виконують сили Ампера при переміщенні в магнітному полі замкненого контуру, по якому проходить постійний струм I .

Нехай внаслідок нескінченно малого переміщення контур C зайняв положення C' (рис. 7.23).

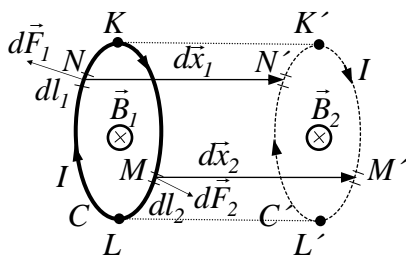


Рисунок 7.23

Контур C уявно розіб'ємо на два провідники LNK і KML , які з'єднані своїми кінцями. Повна робота dA , виконана силами Ампера при переміщенні контуру, дорівнює алгебраїчній сумі робіт переміщення провідників LNK (dA_1) і KML (dA_2), тобто $dA = dA_1 + dA_2$.

Припустимо, що вектор \vec{B} магнітної індукції напрямлений перпендикулярно до площини рисунка і в початковому положенні контуру дорівнює B_1 , а в кінцевому - B_2 , причому $B_2 > B_1$.

Сила Ампера $d\vec{F}_2$, що діє на довільний елемент dl_2 , провідника KML утворює гострий кут з напрямком його переміщення $d\vec{x}_2$ і виконує позитивну роботу.

Сила $d\vec{F}_1$, що діє на елемент dl_1 провідника LNK , утворює з напрямком його переміщення $d\vec{x}_1$ тупий кут і виконує негативну роботу, тому роботи dA_1 і dA_2 переміщення провідників LNK і KML мають різні знаки. Щоб отримати абсолютні значення роботи dA_1 і dA_2 , треба продиференціювати вираз $A = I\Phi_B$. Тому

$$\begin{aligned} dA &= dA_1 + dA_2 = -Id\Phi_{B_1} + Id\Phi_{B_2} = \\ &= I(d\Phi_{B_2} - d\Phi_{B_1}), \end{aligned} \quad (7.94)$$

де $d\Phi_{B_1}$ – магнітний потік крізь поверхню $LNK K'N'L'$; $d\Phi_{B_2}$ – крізь поверхню $LMK K'M'L'$; $d\Phi_{B_2} - d\Phi_{B_1} = d\Phi_B$ – зміна магнітного потоку, що пронизує поверхню, обмежену контуром, при переміщенні контуру з положення C в положення C' . Остаточний вираз для елементарної роботи dA буде

$$A = Id\Phi_B. \quad (7.95)$$

Інтегруючи цей вираз, знайдемо роботу A , яку виконує сила Ампера при будь-якому

переміщенні контуру в магнітному полі

$$A = I\Delta\Phi_B. \quad (7.96)$$

Робота, яку виконує сила Ампера при переміщенні в магнітному полі замкненого контура, по якому проходить постійний струм, дорівнює добутку сили струму на зміну магнітного потоку крізь поверхню, обмежену контуром.

Розглянемо кілька прикладів.

1. Замкнений жорсткий ($S = \text{const}$) провідник поступально переміщується в магнітному полі так, що його площина залишається перпендикулярно до вектора \vec{B} . При цьому робота A , яка виконана при переміщенні провідника з деякого початкового в кінцеве положення, дорівнює

$$A = I(\Phi_{B_2} - \Phi_{B_1}). \quad (7.97)$$

Оскільки вектор \vec{B} перпендикулярний до площини замкненого провідника, то

$$\Phi_{B_2} = B_2 S, \quad \Phi_{B_1} = B_1 S, \quad (7.98)$$

де S – площа поверхні, яка охоплена провідником. Тоді

$$A = IS(B_2 - B_1) = p_m(B_2 - B_1), \quad (7.99)$$

де p_m – магнітний момент струму

Якщо поле однорідне, тобто

$$B_2 = B_1, \quad \text{то} \quad A = 0. \quad (7.100)$$

2. Виймання замкненого провідника з струмом з магнітного поля. Якщо через контур, що охоплений замкненим струмом I , проходив магнітний потік Φ_{B_1} , то при вийманні провідника зміна магнітного потоку дорівнюватиме

$$\Delta\Phi_B = \Phi_{B_2} - \Phi_{B_1} = -\Phi_{B_1}. \quad (7.101)$$

Тоді

$$A = -I\Phi_{B_1} = -p_m B. \quad (7.102)$$

3. Повертання замкненого провідника зі струмом в однорідному магнітному полі. Розглянемо провідник у вигляді кільця площею S . Припустимо, що спочатку площина контуру провідника перпендикулярна до вектора магнітної індукції і через контур проходить максимальний магнітний потік Φ_B . Якщо повернути провідник навколо діаметра кільця на кут 90° , то площина контуру розміститься паралельно вектору \vec{B} і жодна з них не пронизуватиме його. Отже,

$$\Phi_{B_1} = \Phi_B, \quad \Phi_{B_2} = 0. \quad (7.103)$$

Тоді

$$A = -I\Phi_B = -p_m B. \quad (7.104)$$

При повертанні рамки на кут 180° її кінцеве і початкове положення відрізнятимуться лише

напрямком вектора \vec{B} відносно вектора магнітного моменту контуру \vec{p}_m і $\Phi_{B_1} = \Phi_B$, $\Phi_{B_2} = -\Phi_B$.
Тоді

$$A = -2 p_m B = -2 I \Phi_B. \quad (7.105)$$

ЛЕКЦІЯ 8. МАГНІТНІ ВЛАСТИВОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ

Магнітні моменти атомів. Намагніченість. Атом в магнітному полі

Розглянемо процеси, що відбуваються в речовині під впливом зовнішнього магнітного поля на атоми і молекули речовини. В будь-якій речовині, вміщеній у зовнішнє магнітне поле, виникає особливий стан намагніченості і створюється внутрішнє магнітне поле.

Розглянемо причини цього явища з погляду будови атомів і молекул, поклавши в основу гіпотезу Ампера, згідно з якою в будь-якому тілі існують мікроскопічні струми, обумовлені рухом електронів в атомах і молекулах.

Електрони в атомах рухаються по деяких замкнених орбітах. Електрон, що рухається по одній з таких орбіт (рис. 6.), еквівалентний коловому струму, тому він має **орбітальний магнітний момент** $\vec{p}_{ml} = IS\vec{n}$, модуль якого $p_{ml} = IS$, де S – площа орбіти електрона: $S = \pi r^2$.

Вектор \vec{p}_m напрямлений в той самий бік, що й індукція магнітного поля в центрі колового струму I . Кількість обертів електронів в секунду

$$v = \frac{v}{2\pi r}. \quad (8.1)$$

Тоді сила струму

$$I = ev = \frac{ev}{2\pi r} \quad \text{і} \quad p_{ml} = \frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{evr}{2}. \quad (8.2)$$

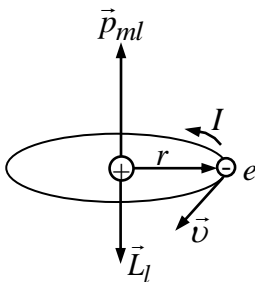


Рисунок 8.1

З іншого боку, кожний електрон, що рівномірно рухається по орбіті, має **орбітальний механічний момент імпульсу**, який числово дорівнює $L_l = mvr$. Тоді

$$\frac{p_{ml}}{L_l} = \frac{e}{2m}. \quad (8.3)$$

Вектори p_{ml} і \vec{L}_l напрямлені у взаємно протилежні сторони. Тому

$$\vec{p}_{ml} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_l, \quad \vec{p}_{ml} = -g\vec{L}_l, \quad (8.4)$$

де $g_l = \frac{e}{2m}$ – гіромагнітне відношення орбітальних моментів.

Гіромагнітне відношення, яке експериментально визначили Ейнштейн і де Гааз, виявилось в два рази більшим від гіромагнітного відношення орбітальних моментів.

Щоб пояснити результат експерименту, припустили, що електрон, крім орбітальних моментів

\vec{p}_{ml} і \vec{L}_l , має **власний механічний момент імпульсу** \vec{L}_s , що називається **спіном електрона**. Спін є невід'ємною властивістю електрона, подібно до того, як заряд e і маса m . Спін електрона виявляється в багатьох експериментальних фактах. Спіну електрона \vec{L}_s відповідає власний (спіновий) магнітний момент \vec{p}_{ms} , який дорівнює:

$$\vec{p}_{ms} = -g_s \vec{L}_s = -\frac{e}{m} \vec{L}_s \quad (8.5)$$

де g_s – гіромагнітне відношення спінових моментів.

Магнітний момент електрона складається з його орбітального і спінового магнітних моментів. Відповідно магнітний момент атома дорівнює сумі магнітних моментів електронів, що входять до складу атома, і магнітного моменту ядра, який значно менший від моментів електрона. Тому магнітним моментом ядра, як правило, нехтують. Отже,

$$\vec{P}_{ma} = \sum_{i=1}^Z \vec{p}_{mli} + \sum_{i=1}^Z \vec{p}_{msi}, \quad (8.6)$$

де Z – атомний номер хімічного елемента.

За відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти орієнтовані хаотично, внаслідок чого сумарний магнітний момент речовини дорівнює нулю і результуюча магнітна індукція поля, яке створене мікроскопічними струмами, дорівнює нулю. Під дією зовнішнього магнітного поля магнітні моменти орієнтуються в певному напрямку і виникає внутрішнє магнітне поле, сумарний магнітний момент відмінний від нуля і речовина намагнічується.

Для кількісного опису намагнічування магнетиків введемо векторну величину – **намагніченість** \vec{J} , яка числово дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \vec{P}_{mai}, \quad (8.7)$$

де N – кількість атомів (молекул), що знаходяться в об'ємі V , \vec{P}_{mai} - магнітний момент i -го атома (молекули). Об'єм V повинен бути настільки малим, щоб в його межах магнітне поле можна вважати однорідним.

Розглянемо вплив зовнішнього магнітного поля \vec{B} на рух електронів в атомах речовини.

Нехай навколо ядра атома рівномірно рухається по коловій орбіті електрон. Якщо магнітне поле відсутнє, то кулонівська сила є доцентровою і

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mu_0^2}{r} = m\omega_0^2 r, \quad (8.8)$$

де u_0 - лінійна швидкість електрона, ω_0 - кутова швидкість, r - радіус орбіти.

В однорідному магнітному полі, лінії індукції якого перпендикулярні до площини орбіти електрона, на кожен електрон діятиме ще сила Лоренца

$$F_L = euB = e\omega rB \quad (8.9)$$

де ω - кутова швидкість при наявності магнітного поля (рис. 8.2)

Тепер

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} - e\omega rB = m\omega^2 r, \quad (8.10)$$

$$mr(\omega^2 - \omega_0^2) = -e\omega rB, \quad (8.11)$$

$$(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0) = -\frac{e}{m}B\omega. \quad (8.12)$$

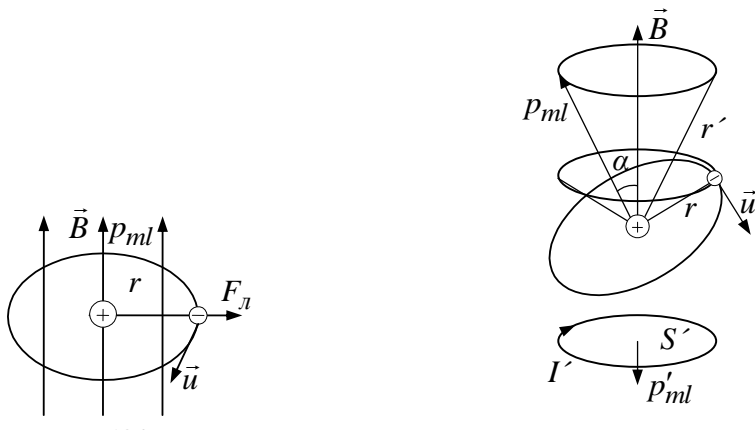


Рисунок 8.2

Оскільки $\omega + \omega_0 \approx 2\omega$, то

$$\omega_L = \omega - \omega_0 = -\frac{e}{m}B. \quad (8.13)$$

Отже, магнітне поле викликає зміну кутової швидкості обертання електрона по орбіті. У випадку, коли \vec{B} не перпендикулярне площині орбіти, то дія поля полягає у збудженні процесії орбіти навколо поля (рис. 8.2). Магнітний момент електрона \vec{p}_{ml} описує конус навколо \vec{B} . В цьому випадку кутова швидкість ω_L такої процесії теж виражається формулою

$$\omega_L = -\frac{e}{m}B. \quad (8.14)$$

Кутова швидкість ω_L називається **кутовою швидкістю прецесії Лармора**. Вона є однаковою для всіх електронів атома, тому нахилу орбіти α відносно вектора \vec{B} , ні від радіуса орбіти або швидкості електрона.

Теорема Лармора: єдиним наслідком впливу магнітного поля на орбіту електрона в атомі є прецесія орбіти і вектора \vec{p}_{ml} з кутовою швидкістю ω_L навколо осі, що проходить через ядро атома і паралельна вектору \vec{B} індукції магнітного поля.

Прецесія орбіти обумовлює додатковий рух електрона навколо напрямку поля. Якщо б відстань r електрона від осі, що проходить через центр орбіти, не змінювалась, то додатковий рух електрона відбувався би по колу радіуса r . Йому відповідав би коловий струм

$$I' = e \frac{\omega_L}{2\pi} = \frac{e^2 B}{4\pi m}, \quad (8.15)$$

магнітний момент якого дорівнює

$$p'_{ml} = I'S' = \frac{e^2}{4\pi m} S'B \quad (8.16)$$

і напрямлений в сторону, протилежну до вектора \vec{B} :

$$\vec{p}'_{ml} = -\frac{e^2}{4\pi m} S'\vec{B}. \quad (8.17)$$

Магнітний момент \vec{p}'_{ml} називається індукованим магнітним моментом.

Розрахунок показує, що $S' = \frac{2}{3} \pi r^2$. В результаті отримуємо середнє значення індукованого магнітного моменту одного електрона:

$$\langle p'_{ml} \rangle = \frac{e^2 B}{6m} r^2. \quad (8.18)$$

При отриманні виразу для $\langle p'_{ml} \rangle$ передбачалось, що електрони рухаються по колових орбітах. В загальному випадку, наприклад для еліптичної орбіти, потрібно замість r^2 у виразі для $\langle p'_{ml} \rangle$ брати $\langle r^2 \rangle$, тобто середній квадрат відстані електрона від ядра.

Індукований магнітний момент атома дорівнює сумі індукованих моментів електронів, що входять до складу атома:

$$P'_{ma} = \sum_{i=1}^Z \langle p'_{ml} \rangle = \frac{e^2 B}{6m} \sum_{i=1}^Z \langle r_i^2 \rangle. \quad (8.19)$$

Прецесія Лармора виникає у всіх без винятку речовинах.

Елементарна теорія діа - і парамагнетизму

Досліди і теорія показують, що всі речовини, які поміщені в магнітне поле, набувають магнітних властивостей, тобто намагнічуються і тому деякою мірою змінюють зовнішнє поле.

При цьому виявляється, що одні речовини послаблюють зовнішнє поле, а інші – підсилюють його; перші називаються **діамагнетиками**, другі – **парамагнетиками**. Більшість речовин належить до діамагнетиків.

Діамагнетиками називають речовини, магнітні моменти атомів або молекул яких дорівнюють нулю, коли немає зовнішнього магнітного поля.

В цих речовинах спінові та орбітальні магнітні моменти електронів взаємно скомпенсовані.

До діамагнетиків належать інертні гази *He, Ne, Ar, Kr, Xe*, а також такі речовини, як *H₂O, C, Cu, Zn, Ag, Sb, Hg, Pb, Bi*, багато органічних сполук тощо.

Для пояснення природи діамагнетизму розглянемо вплив магнітного поля на рух електронів в атомах речовини.

Коли внести діамагнетик у зовнішнє магнітне поле, у кожному його атомі індукується магнітний момент \vec{P}'_{ma} , який напрямлений протилежно до вектора \vec{B} магнітної індукції поля. В межах малого об'єму V ізотропного діамагнетика вектори \vec{P}'_{ma} всіх N атомів (молекул) однакові. Вони пропорційні до вектора \vec{B} і протилежні йому за напрямком. Тому вектор намагнічування дорівнює:

$$\bar{J} = \frac{N\bar{P}'_{ma}}{V} = n\bar{P}'_{ma} = -\frac{ne^2 \sum_{i=1}^Z \langle r_i^2 \rangle}{6m} \bar{B} = \chi \frac{\bar{B}}{\mu_0}, \quad (8.20)$$

де n – концентрація атомів (молекул), χ – безрозмірний коефіцієнт пропорційності, який залежить від природи речовини:

$$\chi = -\frac{ne^2 \sum_{i=1}^Z \langle r_i^2 \rangle \mu_0}{6m}. \quad (8.21)$$

Коефіцієнт χ називається **магнітною сприйнятливістю** речовини. Як видно, для всіх діаманетиків $\chi < 0$ і за величиною $|\chi| \sim 10^{-6} \div 10^{-5}$, тобто $|\chi| \ll 1$. Тому діаманетичний ефект малопомітний, цей ефект виникає у всіх речовинах, які внесені у магнітне поле.

Стрижень з діаманетичного матеріалу намагнічується в напрямку, протилежному до напрямку зовнішнього магнітного поля. Тому в неоднорідному магнітному полі діаманетик виштовхується в область слабшого поля і встановлюється так, щоб його вісь була перпендикулярна до вектора магнітної індукції \bar{B} поля.

Якщо векторна сума орбітальних магнітних моментів усіх електронів атома або молекули не дорівнює нулю, то атом загалом має деякий магнітний момент \bar{P}'_{ma} . Такі атоми (молекули) називаються парамагнітними, а речовини, що складаються з них - парамагнетиками.

До парамагнетиків належать речовини, атоми яких мають незабудовану до кінця зовнішню електронну підоболонку: *Mg, Al, Ca, Cr, Mn, Pt*, кисень атомарний і молекулярний, солі заліза, кобальту, нікелю, рідкісноземельних елементів тощо.

За відсутності зовнішнього магнітного поля парамагнетик ненамагнічений, оскільки внаслідок теплового руху власні магнітні моменти атомів орієнтовані хаотично ($J = 0$).

Розглянемо, що станеться при внесенні парамагнетика в однорідне магнітне поле, магнітна індукція якого дорівнює \bar{B} .

Кожен електрон атома парамагнітного тіла бере участь у двох рухах: орбітальному і прецесійному. Згідно з теоремою Лармора, всі магнітні моменти електронів атома і результуючий магнітний момент атома прецесують навколо напрямку \bar{B} з однаковою кутовою швидкістю ω_L .

Тепловий рух атомів парамагнетика і їх зіткнення спричиняють поступове згасання прецесії магнітних моментів атомів, а також зменшення кутів між напрямками \bar{P}'_{ma} і \bar{B} . Отже, незважаючи на утворюване тепловим рухом „розкидання” атомів, цей рух водночас сприяє переважній орієнтації магнітних атомів у напрямку зовнішнього магнітного поля, оскільки саме по собі магнітне поле може спричинювати лише процесію \bar{P}'_{ma} навколо напрямку \bar{B} .

Магнітний момент \bar{P}'_{ma} окремого атома має величину $\sim 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}}$, але сукупна дія магнітних моментів усіх атомів, що містяться в одиниці об'єму речовини приводить до ефекту намагнічування, що значно перевищує діаманетичний ефект. Тому парамагнетик намагнічується „за полем”, тобто в напрямку магнітної індукції \bar{B} зовнішнього магнітного поля.

Класичну теорію парамагнетизму розвинув П. Ланжевен, який розглянув задачу про поведінку молекулярних струмів в однорідному магнітному полі.

Орієнтуюча дія магнітного поля на атом залежить від магнітного моменту атома і від магнітної індукції \bar{B} поля. „**Розкидаюча**” дія теплового руху визначається величиною kT , пропорційною до середньої теплової енергії однієї частинки. Виявилось, що результуюча дія двох протилежних

факторів залежить від відношення

$$\alpha = \frac{P_{ma}B}{kT}. \quad (8.22)$$

Ланжевєн знайшов залежність намагніченості J парамагнетика від параметра α :

$$J = nP_{ma}L(\alpha), \quad (8.23)$$

де $L(\alpha)$ - класична функція Ланжавєна, яка має вигляд:

$$L(\alpha) = \left\{ \frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{e^\alpha - e^{-\alpha}} - \frac{1}{\alpha} \right\}. \quad (8.24)$$

Якщо $\alpha \ll 1$, то $L(\alpha) \sim \frac{\alpha}{3}$; якщо $\alpha \gg 1$, тоді $L(\alpha) \rightarrow 1$.

При $T \approx 300K$ умова $\alpha = 1$ може справджуватися лише в дуже сильних магнітних полях.

У дуже сильних магнітних полях або при дуже низьких температурах, коли більша частина векторів \vec{P}_m „орієнтована” вздовж напрямку індукції магнітного поля, спостерігається **явище насиченості**: намагніченість не залежить від \vec{B} .

Далеко від області насиченості $L(\alpha) \sim \frac{\alpha}{3}$, тоді

$$\vec{J} = \frac{nP_{ma}^2\mu_0}{3kT} \vec{B} = \chi \frac{\vec{B}}{\mu_0}. \quad (8.25)$$

Магнітна сприйнятливість парамагнітних речовин $\chi = \frac{nP_{ma}^2\mu_0}{3kT}$. Отже $\chi > 0$ і значення $\chi \sim 10^{-3} - 10^{-5}$.

Макроскопічно парамагнетизм виявляється в тому, що парамагнетики втягуються в неоднорідне магнітне поле, а в однорідному полі парамагнітний стрижень орієнтується паралельно до ліній індукції магнітного поля.

При нагріванні парамагнетика, який внесений у зовнішнє магнітне поле, тепловий рух атомів зростатиме і руйнуватиме ту орієнтацію елементарних магнітних моментів частини атомів, яка встановилася під дією зовнішнього поля. Отже, магнітна сприйнятливість парамагнетиків χ як величина, що характеризує з макроскопічного погляду магнітні властивості речовини, повинна залежати від T :

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (8.26)$$

де $C = \frac{n\mu_0 P_{ma}^2}{3k}$ - стала Кюрі.

Це співвідношення виражає **закон Кюрі**: магнітна сприйнятливість парамагнетика обернено пропорційна до його термодинамічної температури.

Магнітне поле в речовині. Закон повного струму для магнітного поля в речовині. Напруженість магнітного поля

При вивченні магнітного поля в речовині (магнетику) розрізняють два типи струмів:

макроструми і мікроструми. Макрострумами називають електричні струми провідності, а також конвекційні струми, які зв'язані з рухом заряджених макроскопічних тіл. Мікрострумами, або молекулярними струмами, називаються струми, які обумовлені рухом електронів в атомах, іонах і молекулах.

Магнітне поле в речовині складається з двох полів: зовнішнього поля \vec{B}_0 , яке створюється макрострумами, і внутрішнього поля $\vec{B}_{вн}$, яке створюється молекулярними струмами.

Вектор \vec{B} магнітної індукції результуючого магнітного поля в речовині дорівнює векторній сумі магнітних індукцій зовнішнього і внутрішнього полів:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{вн}. \quad (8.27)$$

Вектор \vec{B} залежить від магнітних властивостей речовини.

Для опису поля $\vec{B}_{вн}$, що створюється молекулярними струмами, розглянемо однорідний ізотропний діамagnetик у вигляді колового циліндра перерізом S і довжиною l , який внесений у однорідне зовнішнє магнітне поле з індукцією \vec{B}_0 (рис.8.3).

Внутрішнє поле, що виникає в діамagnetику, буде напрямлене протилежно зовнішньому. При цьому площини всіх молекулярних струмів розташовуються перпендикулярно до напрямку зовнішнього поля \vec{B}_0 так, щоб вектори їхніх магнітних моментів \vec{p}_m були антипаралельні до вектора \vec{B}_0 .

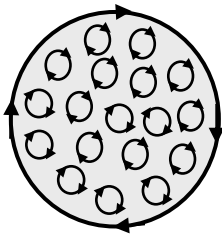


Рис. 186

Рисунок 8.3

На внутрішніх ділянках будь-якого перерізу S циліндра молекулярні струми сусідніх атомів напрямлені назустріч один одному і взаємно компенсуються (рис.). Нескомпенсованими будуть лише молекулярні струми, які виходять на бічну поверхню циліндра.

Струми, які проходять по бічній поверхні циліндра, подібні до струму в соленоїді. Вони утворюють всередині циліндра поле, магнітну індукцію якого $\vec{B}_{вн}$ можна обчислити за допомогою формули для магнітного поля всередині довгого соленоїда:

$$B_{вн} = \mu_0 \frac{N}{l} I_{мол}^{(1)} = \mu_0 n I_{мол}^{(1)} = \mu_0 I_{мол}^{(n)}, \quad (8.28)$$

де $I_{мол}^{(1)}$ - величина молекулярного струму одного кільця, n - кількість кільцевих струмів $I_{мол}^{(1)}$, що припадають на одиницю довжини циліндра, $I_{мол}^{(n)} = n I_{мол}^{(1)}$ - величина молекулярного струму одиниці довжини циліндра.

Магнітний момент циліндра-соленоїда, об'єм якого $V = lS$, дорівнює

$$P_m = I_{мол}^{(N)} S = N I_{мол}^{(n)} S = n I_{мол}^{(1)} l S = I_{мол}^{(n)} V. \quad (8.29)$$

Звідси намагніченість магнетика

$$J = \frac{P_m}{V} = I_{\text{мол}}^{(n)}, \quad (8.30)$$

а магнітна індукція $B_{\text{ен}}$ дорівнює:

$$B_{\text{ен}} = \mu_0 I_{\text{мол}}^{(n)} = \mu_0 J. \quad (8.31)$$

Вектори $\vec{B}_{\text{ен}}$ і \vec{J} мають однакові напрямки, тому

$$\vec{B}_{\text{ен}} = \mu_0 \vec{J}. \quad (8.32)$$

Закон повного струму для магнітного поля в речовині (теорема про циркуляцію вектора B) є узагальненням закону повного струму для магнітного поля у вакуумі:

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{l}) = \oint_L \vec{B}_L dl = \mu_0 \left(\sum_i I_i + \sum I_{\text{мол}} \right), \quad (8.33)$$

де $\sum_i I_i$ і $\sum I_{\text{мол}}$ – відповідно, алгебраїчні суми сил макрострумів (струмів провідності) і мікрострумів (молекулярних струмів), що охоплюються заданим контуром.

Обчислюючи циркуляцію вектора \vec{B} в магнетиках, стикаємося з такою трудностю: для того, щоб визначити циркуляцію вектора \vec{B} , треба знати силу не лише макроскопічних струмів, але також і молекулярних струмів. Сила ж молекулярних струмів у свою чергу залежить від значення вектора \vec{B} . Щоб обійти це затруднення, можна знайти таку допоміжну величину, циркуляція якої визначається лише силою макроскопічних струмів.

Щоб встановити вигляд цієї допоміжної величини, виразимо силу молекулярних струмів $I_{\text{мол}}$ через намагніченість.

Для цього розглянемо однорідний ізотропний діамagnetик, який має форму колового циліндра завдовжки l , що поміщений в зовнішнє магнітне поле (рис. 8.4).

Виберемо контур L у вигляді прямокутника $ACDF$ сторони CD , DF , DA якого лежать поза магнетиком, а сторона AC паралельна до напрямку магнітного поля і вектору намагніченості \vec{J} (рис. 8.4).

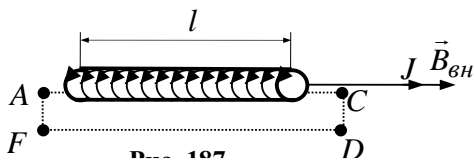


Рисунок 8.4

В усіх точках контуру L , які лежать поза магнетиком $J = 0$. У точках прямої AC вектори \vec{J} і $d\vec{l}$ паралельні, причому $J = \text{const}$. Тому

$$\oint_L (\vec{J} d\vec{l}) = \int_L J dl = Jl. \quad (8.34)$$

Вектор \vec{J} числово дорівнює сумі молекулярних струмів, що припадають на одиницю довжини магнетика. Отже, Jl дорівнює сумі молекулярних струмів, що припадають на всю довжину l

магнетика, тобто охоплених замкненим контуром L :

$$\oint_L (\vec{J} d\vec{l}) = JI = \sum I_{\text{мол}}. \quad (8.35)$$

Цей результат не залежить ні від форми контуру L , ні від форми і природи магнетика, ні від того, однорідне магнітне поле чи ні. Тоді закон повного струму для магнітного поля в речовині можна записати у вигляді

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{l}) = \mu_0 \sum_i I_i + \mu_0 \oint_L (\vec{J} d\vec{l}) \quad (8.36)$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = \sum_i I_i. \quad (8.37)$$

Вираз в дужках $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$ і є шукана допоміжна величина, циркуляція якої визначається лише макроскопічними струмами і

$$\oint_L (\vec{H} d\vec{l}) = \sum_i I_i. \quad (8.38)$$

Вектор \vec{H} називається **напруженістю магнітного поля**.

Отримана формула виражає теорему про циркуляцію вектора \vec{H} (закон повного струму для магнітного поля в середовищі):

циркуляція вектора напруженості магнітного поля по деякому контуру дорівнює алгебраїчній сумі макроскопічних струмів, що охоплюються цим контуром.

Напруженість магнітного поля \vec{H} є аналогом електричного зміщення \vec{D} .

У вакуумі $\vec{J} = 0$, тому

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \text{ і } \vec{B} = \mu_0 \vec{H}. \quad (8.39)$$

Як показують досліди, в несильних полях намагніченість \vec{J} прямо пропорційна до напруженості поля \vec{H} , що викликає намагнічення, тобто

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (8.40)$$

де χ - магнітна сприйнятливність речовини. Тоді

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H}, \quad (8.41)$$

звідки

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + \chi)}. \quad (8.42)$$

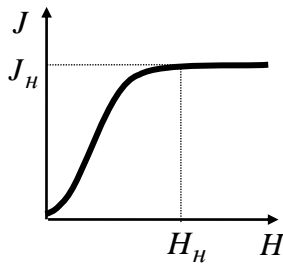


Рисунок 8.5

Безрозмірна величина $\mu = 1 + \chi$ називається **відносною магнітною проникністю** речовини.

Оскільки магнітна сприйнятливість діамagnetиків $\chi \sim -(10^{-6} \div 10^{-5})$, то відносна магнітна проникність цих магнетиків $\mu < 1$, а сприйнятливість парамагнетиків $\chi \sim 10^{-3} \div 10^{-5}$, то їх проникність незначно більша від одиниці, тобто $\mu > 1$.

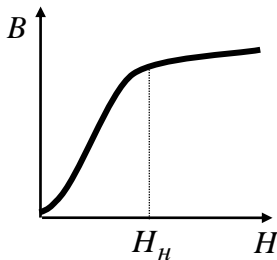


Рисунок 8.6

Вираз для напруженості поля можна записати у вигляді

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}. \quad (8.43)$$

Отже, напруженість магнітного поля \vec{H} – це вектор, що має той же напрям, що і вектор \vec{B} , але в $\mu\mu_0$ разів менший за модулем.

Феромагнетики

У дев'яти чистих хімічних елементів, а саме залізі (*Fe*), нікелі (*Ni*), кобальті (*Co*) і ланоганидах - гадолінію, тербію, диспрозію, гольмію, ербію (*Er*) і тулію (*Tu*) та їх численних сплавах виявлено властивість миттю намагнічуватися навіть у слабких магнітних полях. Усі вони утворюють групу речовин - **феромагнетиків**. Феромагнетики підсилюють зовнішнє поле в сотні і тисячі разів.

Експериментальне вивчення феромагнетиків було розпочате **О.Г. Столетовим**. Він дослідив залежність намагніченості заліза від напруженості магнітного поля.

На рис. показано залежність намагніченості J заліза від напруженості H магнітного поля. Починаючи з деякого числового значення намагніченість залишається сталою і дорівнює J_n . Це явище Столетов назвав **магнітним насиченням**.

На рис. 8.7 зображено криву залежності магнітної індукції B від H . При $H > H_n$ магнітна індукція $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J})$ зростає за лінійним законом залежно від напруженості поля \vec{H} . Це пояснюється тим, що намагніченість \vec{J} при цій напруженості поля вже не змінюється і вектор магнітної індукції \vec{B} залежить лише від напруженості \vec{H} .

Відносна магнітна проникність μ феромагнетика спочатку швидко зростає із збільшенням H , досягає максимуму і потім спадає, прямуючи до одиниці при сильних намагнічуючих полях (рис. 8.8). Це пов'язано з тим, що

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\mu_0 H + J}{\mu_0 H} = 1 + \frac{J}{\mu_0 H}. \quad (8.44)$$

Тому при $J = J_H = \text{const}$ із зростанням H відношення $\frac{J}{H} \rightarrow 0$, а $\mu \rightarrow 1$.

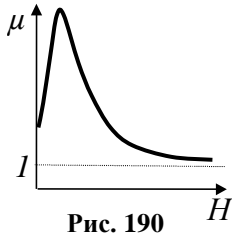


Рис. 190

Рисунок 8.7

О. Столетов вивчив явище намагнічування феромагнетика у змінному за величиною і напрямком зовнішньому магнітному полі.

Залежність намагніченості J від напруженості поля H визначається передісторією намагнічення феромагнетика (рис. 8.8).

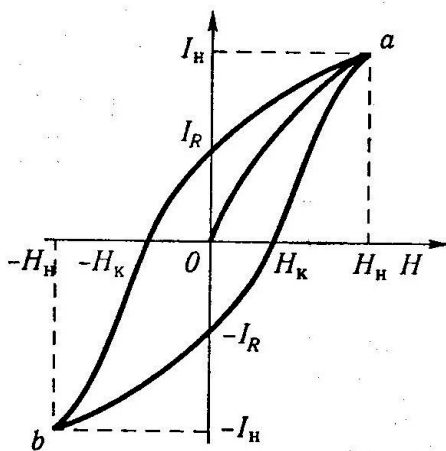


Рисунок 8.8

Це явище називається **магнітним гістерезисом**.

Помістимо стрижень з феромагнетика, який після виготовлення ні разу не був у зовнішньому магнітному полі, у соленоїд і монотонно збільшуватимемо струм у його обмотці. При цьому зростатиме напруженість H поля та намагнічення J стрижня (крива Oa), при напруженості поля H_H намагнічення досягає насичення J_H .

Якщо поступово зменшувати струм в обмотці соленоїда, то зменшується напруженість H поля соленоїда і намагнічення J стрижня. Але крива $J(H)$ вже не збігається з первинною кривою намагнічення Oa . В той момент, коли намагнічуюче поле $H = 0$, у феромагнітного стрижня спостерігатиметься залишкове намагнічення J_R .

Після зміни на клемках соленоїда полярності джерела і монотонного збільшення струму виникає магнітне поле, яке напрямлене протилежно до залишкового намагнічення, і стрижень розмагнічуватиметься. Та напруженість H_k поля, яка потрібна, щоб повністю розмагнітити попередньо намагнічений стержень, називається **коерцитивною напруженістю** (коерцитивною силою).

При подальшому збільшенні магнітного поля, протилежного початковому, намагнічення стрижня знову досягає намагнічення насичення - J_n при $H = -H_n$. Повертаючись поступово до напруженості магнітного поля H_n , дістанемо замкнену криву, яка називається **петлею гістерезису**.

Коерцитивна сила характеризує властивість феромагнетика зберігати намагніченість. Матеріали з великою коерцитивною напруженістю дають широку петлю гістерезису і називаються „твердими” магнітними матеріалами. З них виготовляють постійні магніти.

„М’які” магнітні матеріали мають малу коерцитивну силу і дають вузьку петлю гістерезису. Ці матеріали використовують для виготовлення осердь трансформаторів. Перемагнічення феромагнетика пов’язане з повертанням областей спонтанного намагнічення. Робота, необхідна для цього, здійснюється за рахунок енергії зовнішнього магнітного поля. Кількість тепла, яке виділяється під час перемагнічування, пропорційна до площі петлі гістерезису.

В експериментах із залізом П. Кюрі встановив, що при певній температурі воно втрачає властивість феромагнетика і переходить в парамагнітний стан. Цю температуру називають точкою Кюрі.

Залежність магнітної сприйнятливості феромагнетиків від абсолютної температури T речовини у феромагнітному стані наближено описується законом Кюрі:

$$\chi = C(T_c - T)^{\gamma}, \quad (8.45)$$

де $\gamma \neq 1$ і набуває різних значень у різних температурних інтервалах. Наприклад, при температурах T , близьких до точки фазового переходу T_c , $\gamma = \frac{4}{3}$.

Магнітна сприйнятливості феромагнетика в парамагнітній фазі змінюється за законом Кюрі-Вейса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}. \quad (8.46)$$

Перехід речовини з феромагнітного стану в парамагнітний не супроводжується виділенням або поглинанням тепла.

Класична теорія феромагнетизму була розроблена П. Вейсом. В основу цієї теорії покладено дві гіпотези. **Перша гіпотеза** полягає в тому, що в певній області температур (від $T = 0$ до $T = T_c$) феромагнетикам властива спонтанна намагніченість, яка не залежить від наявності зовнішнього магнітного поля. Проте досліді показали, що у разі відсутності зовнішнього магнітного поля, якщо не брати до уваги явище магнітного гістерезису, будь-яке феромагнітне тіло буде в цілому розмагнічене. Це примусило ввести **другу гіпотезу** про те, що при $T < T_c$ будь-яке феромагнітне тіло розділяється на малі області, яким властива однорідна спонтанна намагніченість. Такі області називаються **доменами**. Лінійні розміри доменів досягають $10^{-2} - 10^{-3}$ см. Межі доменів (доменні стінки) не слід уявляти у вигляді геометричних площин. Фактично це області, що охоплюють сотні атомних шарів, в яких напрямок намагнічення змінюється монотонно.

Коли зовнішнього магнітного поля немає, вектори магнітних моментів окремих доменів орієнтуються в просторі хаотично, так що результуючий магнітний момент усього тіла дорівнює нулю. Зовнішнє магнітне поле, яке діє на феромагнетика, орієнтує магнітні моменти не окремих частинок як у парамагнетиках, а цілих областей спонтанної намагніченості, домени починають збільшуватись в об’ємі за рахунок сусідніх доменів, що мають інші орієнтації намагніченості (рис. 8.9).

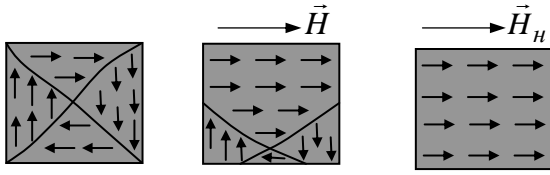


Рис. 192

Рисунок 8.9

При досить сильному полі H_n всі домени повертаються в напрямку поля і ферромагнетик намагнічується до насичення.

Класична теорія ферромагнетизму дала змогу пояснити існування магнітного насичення, яке полягає в тому, що вектори магнітних моментів в усіх областях спонтанної намагніченості встановлюються паралельно до зовнішнього магнітного поля. Подальший розвиток теорії ферромагнетизму Гейзенбергом і Френкелем, а також ряд експериментальних фактів дозволили з'ясувати природу елементарних носіїв ферромагнетизму. Магнітні властивості ферромагнетиків визначаються **спіновими магнітними моментами електронів**.

Ферромагнітні властивості можуть мати лише кристалічні речовини, в атомах яких недобудовані внутрішні електронні оболонки з некомпенсованими спінами. У цих кристалах можуть виникати сили, які примушують спінові магнітні моменти електронів орієнтуватися паралельно один до одного, що і призводить до виникнення областей спонтанного намагнічення. Ці сили, що називаються **обмінними силами**, мають квантову природу - вони зумовлені хвильовими властивостями електронів.

Явище електромагнітної індукції. Закон Ленца. Закон електромагнітної індукції (закон Фарадея)

Після відкриття Ерстеда, в якому було доведено, що навколо провідників із струмом існує магнітне поле, природно було поставити питання про можливість утворення електричного струму у провідниках за допомогою магнітного поля. Це питання розв'язав М. Фарадей, який в 1831 р. показав, що в замкненому провіднику виникає електричний струм при будь-яких змінах магнітного потоку через поверхню, охоплену цим провідником.

Явище виникнення електрорушійної сили при зміні магнітного потоку, що пронизує поверхню, яка охоплена провідним, контуром, називається електромагнітною індукцією.

Струм, що виникає у провідниках при електромагнітній індукції, називається індукційним.

Виникнення індукційного струму завжди пов'язане із зміною магнітного потоку через поверхню, яку охоплює провідник. Ці зміни можуть відбуватися з різних причин, зокрема через:

- переміщення постійного магніту відносно нерухомого провідника;
- переміщення контуру відносно нерухомого магніту;
- замикання та розмикання струму в обмотці нерухомого електромагніту, розміщеного поблизу провідника;
- відносне переміщення контуру і електромагніту;
- зміну магнітної індукції поля електромагніту (виймання осердя при сталому струмі в обмотці або зміну струму реостатом);
- зміну комутатором напрямку струму в обмотці електромагніту;
- постійний рух контуру в неоднорідному магнітному полі;
- обертальний рух контуру в однорідному магнітному полі.

Отже, індукційний струм в замкненому провідному контурі виникає тільки тоді, коли змінюється магнітний потік, який проходить через площу, охоплену контуром.

Фарадей встановив, що напрямок індукційного струму в провіднику залежить від характеру зміни (збільшення чи зменшення) магнітного потоку ($\Delta\Phi > 0$ чи $\Delta\Phi < 0$) через його контур. Якщо

при внесенні постійного магніту в котушку стрілка гальванометра відхиляється в один бік, то при вийманні магніту вона відхиляється в протилежний бік.

Загальне правило, за допомогою якого можна визначити напрямок індукційного струму в замкненому провіднику, сформулював Е.Х. Ленц:

індукційний струм у замкненому провіднику завжди має такий напрямок, що створений цим струмом власний магнітний потік протидіє тим змінам зовнішнього магнітного потоку, які збуджують індукційний струм.

Використовуючи закон Ленца для **визначення напрямку індукційного струму**, треба:

- 1) знайти причину, яка створює індукційний струм;
- 2) вважаючи, що індукційний струм протидіє цій причині, знайти напрямок його магнітного поля;
- 3) визначити напрямок індукційного струму за напрямком його магнітного поля.

Із закону Ленца можна встановити, що енергія індукційного струму у провіднику утворюється за рахунок тієї енергії, яка витрачається на подолання протидії магнітного поля індукційного струму.

Завдяки явищу електромагнітної індукції можна перетворити механічну енергію в електричну, а також передавати електричну енергію з одного кола в інше.

Якщо індукційний струм виникає у прямому провіднику, який є ділянкою замкненого кола і рухається в зовнішньому магнітному полі перпендикулярно до ліній індукції, напрямок струму можна визначити **за правилом правої руки**: праву руку треба помістити в магнітному полі так, щоб лінії напруженості входили в долоню, а відставлений під прямим кутом великий палець збігався з напрямком переміщення провідника, тоді чотири витягнуті пальці вкажуть напрямок індукційного струму в цьому провіднику.

Індукційний струм I_i у замкненому провіднику з опором R виникає під дією \mathcal{E}_i , яку можна виразити за законом Ома

$$\mathcal{E}_i = I_i R. \quad (8.47)$$

Оскільки та сама ЕРС у провідниках з різним опором створює неоднакові струми, то для кількісної характеристики явища електромагнітної індукції зручніше користуватися величиною \mathcal{E}_i , а не силою індукційного струму I_i .

Дослідження Фарадея індукційного струму в контурах різної форми і розмірів показали, що ЕРС електромагнітної індукції \mathcal{E}_i в контурі пропорційна до швидкості зміни магнітного потоку Φ_B через поверхню, обмежену цим контуром (закон Фарадея):

$$\mathcal{E}_i = k \frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (8.48)$$

ЕРС електромагнітної індукції в контурі вважають позитивною, якщо магнітний момент \vec{p}_m відповідного їй індукційного струму утворює гострий кут з лініями магнітної індукції того поля, яке наводить цей струм (рис.8.10).

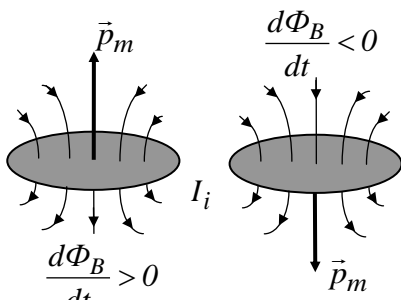


Рисунок 8.10

Тоді для випадку, зображеного на рисунку ліворуч, $\mathcal{E}_i < 0$, а для зображеного праворуч – $\mathcal{E}_i > 0$. В системі СІ $k = -1$ і

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (8.49)$$

Знак „-” є математичним виразом правила Ленца.

Ця формула, яка об’єднує закони Фарадея і Ленца, є математичним виразом основного закону електромагнітної індукції:

електрорушійна сила електромагнітної індукції в замкненому контурі числово дорівнює і протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену контуром.

Якщо ЕРС індукції виникає при зміні магнітного потоку, який пронизує котушку з N витків, то її величина буде відповідно в N разів більшою, ніж для одного витка, тобто

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d\psi}{dt}. \quad (8.50)$$

На основі закону електромагнітної індукції можна означити одиницю магнітного потоку веббер: 1 Вб – це такий магнітний потік, при зменшенні якого до нуля протягом 1 с в колі, яке він пронизував, виникає ЕРС індукції в 1 В .

Виведення закону електромагнітної індукції із закону збереження енергії, а також на основі електронної теорії

Німецький фізик Гельмгольц показав, що основний закон електромагнітної індукції - закон Фарадея - є наслідком закону збереження енергії.

Помістимо в однорідне магнітне поле з індукцією \vec{B} провідник завдовжки l з опором R , який є ділянкою замкненого кола $CDKL$ (рис.8.11).

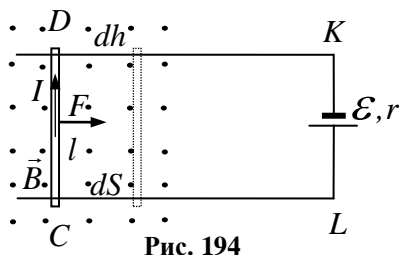


Рис. 194

Рисунок 8.11

Опором з’єднувальних провідників DK , KL і LC нехтуємо. Провідник DC рухається без тертя по ділянках DK і LC . Джерело постійного струму з ЕРС \mathcal{E} і внутрішнім опором r створює в замкненому колі струм I :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}. \quad (8.51)$$

При цьому на провідник l діє сила Ампера $F = BI l$, внаслідок чого провідник переміщуватиметься прискорено і за час dt пройде шлях dh . При проходженні струму I в замкненому колі $CDKL$

протягом часу dt відбуваються такі процеси:

а) виконується робота на подолання електричного опору $(R + r)$ кола:

$$dA_1 = I^2(R + r)dt; \quad (8.52)$$

б) виконується механічна робота при переміщенні провідника на шляху dh :

$$dA_2 = Fdh = IBldh = IBdS = Id\Phi_B. \quad (8.53)$$

За законом збереження енергії сума робіт dA_1 і dA_2 повинна дорівнювати повній роботі джерела струму $dA = \mathcal{E}Idt$, тобто

$$I^2(R + r)dt + Id\Phi_B = \mathcal{E}Idt. \quad (8.54)$$

Звідси

$$I = \frac{\mathcal{E} - \frac{d\Phi_B}{dt}}{R + r}. \quad (8.55)$$

Ця формула виражає закон Ома для замкненого кола, яке поміщене в магнітне поле. Роль діючої EPC в такому колі відіграє вираз

$$\mathcal{E} - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{або} \quad \mathcal{E} + \left(-\frac{d\Phi_B}{dt} \right). \quad (8.56)$$

Додатковий член $-\frac{d\Phi_B}{dt}$, який відрізняється від нуля тільки у разі зміни магнітного потоку через поверхню dS повинен мати розмірність EPC . Він і визначає EPC індукції \mathcal{E}_i :

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (8.57)$$

EPC електромагнітної індукції виникає не тільки в замкненому контурі, а й на відрізку провідника, який, рухаючись перетинає лінії індукції магнітного поля.

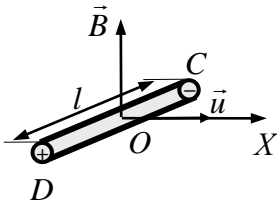


Рисунок 8.12

Для спрощення вважатимемо, що відрізок прямолінійного металевого провідника DC завдовжки l рухається із сталою швидкістю \vec{u} перпендикулярно до вектора \vec{B} магнітної індукції (рис. 8.12). На електрони провідності металу діє сила Лоренца

$$\vec{F}_L = -e[(\vec{u} + \vec{u}')\vec{B}], \quad (8.58)$$

де \vec{u}' - швидкість впорядкованого руху електронів вздовж провідника. Ця швидкість зумовлена дотичною до провідника складовою сили Лоренца $\vec{F}'_L = -e[\vec{u}' \vec{B}]$ і напрямлена від D до C . Вона відмінна від нуля лише на початку руху провідника, оскільки впорядкований рух електронів уздовж провідника від D до C викликає виникнення у провіднику електростатичного поля, яке заважає подальшому перерозподілу електронів. Вектор \vec{E} напруженості цього поля напрямлений від D до C і числово дорівнює:

$$E = \frac{\Delta\varphi}{l} = \frac{\varphi_D - \varphi_C}{l}. \quad (8.59)$$

Сила $e\vec{E}$, що діє на електрон з боку електричного поля, протилежна за напрямком до сили Лоренца. Якщо числові значення цих сил дорівнюють одне одному, то подальший рух електронів в провіднику припиниться.

Тому для рівноважного стану ($u' = 0$) маємо

$$eE = euB \quad \text{або} \quad \frac{\Delta\varphi}{l} = uB. \quad (8.60)$$

За законом Ома для розімкненого кола ($I = 0$) $\Delta\varphi = \varphi_D - \varphi_C = -\mathcal{E}$, де \mathcal{E} - електрорушійна сила, яка виникла у провіднику DC . Оскільки на ділянці DC гальванічних елементів, або інших джерел струму немає, то $\mathcal{E} = \mathcal{E}_i$. Тоді

$$\mathcal{E}_i = -Bul. \quad (8.61)$$

Тому що швидкість u руху провідника вздовж OX дорівнює $\frac{dx}{dt}$, то

$$\mathcal{E}_i = -Bl \frac{dx}{dt} = -B \frac{dS}{dt}, \quad (8.62)$$

де $dS = ldx$ – площа поверхні, яку описує провідник під час руху за час dt .

Оскільки $BdS = d\Phi_B$ – магнітний потік через цю поверхню, то,

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (8.63)$$

Зміст правої частини рівняння для контуру і відрізка провідника різний. У першому випадку $\frac{d\Phi_B}{dt}$ - швидкість зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену контуром. У другому - це відношення магнітного потоку крізь поверхню, яку описує провідник під час руху за дуже малий проміжок часу, до величини dt цього проміжку. Тому $\frac{d\Phi_B}{dt}$ - швидкість перетину провідником ліній індукції магнітного поля.

Явище самоіндукції. Індуктивність

Згідно із закону Фарадея, електрорушійна сила індукції \mathcal{E}_i виникає при будь-яких змінах магнітного потоку Φ_B через поверхню, охоплену провідним контуром, незалежно від природи цього потоку і рівна

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d\psi}{dt}. \quad (8.64)$$

Під час проходження по контуру непостійного струму власний магнітний потік змінюється і в контурі теж наводиться ЕРС індукції.

Явище виникнення в контурі ЕРС індукції при змінах власного магнітного потоку, пов'язаних із зміною струму в цьому контурі, називається **самоіндукцією**. Електрорушійна сила в цьому випадку називається ЕРС самоіндукції \mathcal{E}_c .

Отже, самоіндукція – це окремий випадок загального явища електрорушійної індукції. Розглянемо соленоїд, що має N витків, по яких проходить струм I від зовнішнього джерела. Цей струм створює в соленоїді магнітне поле, яке зосереджене в його об'ємі і це поле можна вважати однорідним. Нехай весь об'єм магнітного поля соленоїда заповнений однорідною речовиною з відносною магнітною проникністю μ . Якщо змінювати струм в соленоїді, то власний магнітний потік Φ_B , який пронизує його поперечний переріз, теж змінюватиметься. Магнітний потік Φ_{B_l} крізь площу S , що обмежена одним витком, дорівнює

$$\Phi_{B_l} = BS = \mu\mu_0 nSI = \mu\mu_0 \frac{NS}{l} I, \quad (8.65)$$

де l – довжина соленоїда.

За законом Фарадея

$$\mathcal{E}_c = -N \frac{d\Phi_{B_l}}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I \right). \quad (8.66)$$

Допустимо, що сили, які деформують соленоїд, дуже малі і тому l і S залишаються сталими. Якщо всередині соленоїда знаходиться феромагнітне осердя, то магнітний потік Φ_B змінюється не лише внаслідок зміни сили струму I , але і від зміни μ . Позначимо

$$\mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S = L. \quad (8.67)$$

Тоді

$$\mathcal{E}_c = -\frac{d}{dt}(LI) = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dt}. \quad (8.68)$$

Якщо магнітна проникність середовища μ не змінюється, то

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt}. \quad (8.69)$$

ЕРС самоіндукції прямо пропорційна швидкості зміни сили струму в контурі.

Параметр L характеризує індивідуальні властивості контуру. Його називають **коефіцієнтом індуктивності**, або просто **індуктивністю** контуру.

Індуктивність контуру залежить від форми контуру, його розмірів та відносної магнітної проникності середовища, в якому він знаходиться.

З виразів для ЕРС самоіндукції, а саме

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt} \quad \text{та} \quad \mathcal{E}_c = -N \frac{d\Phi_{B_l}}{dt} = -\frac{d\psi_c}{dt}, \quad (8.70)$$

де ψ_c - потокозчеплення самоіндукції, отримуємо, що

$$LdI = d\psi_c. \quad (8.71)$$

Після інтегрування ця рівність має вигляд:

$$LI = \psi_c. \quad (8.72)$$

Отже, **індуктивністю** замкненого контуру називається скалярна величина L , яка дорівнює відношенню потокозчеплення самоіндукції контуру ψ_c до сили струму I в цьому контурі:

$$L = \frac{\psi_c}{I}. \quad (8.73)$$

Одиниця індуктивності – генрі ($Гн$): $1 Гн$ – індуктивність такого контуру, потокозчеплення самоіндукції якого при струмі $1 А$ дорівнює $1 Вб$.

Формулу

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt} \quad (8.74)$$

можна використати для провідників довільної форми, якщо знайти потокозчеплення $\psi_c = LI$, яке зв'язане з цим провідником при силі струму I .

У виразі для EPC самоіндукції знак „-”, зумовлений правилом Ленца, показує, що наявність індуктивності контура приводить до сповільнення зміни струму в ньому. Тобто індуктивність контуру є мірою його інертності відносно зміни струму.

Якщо струм з часом збільшується, то $\frac{dI}{dt} > 0$ і, $\mathcal{E}_c < 0$, тобто струм самоіндукції напрямлений назустріч струму, який зумовлений зовнішнім джерелом і гальмує його зростання. Якщо струм з часом зменшується, то $\frac{dI}{dt} < 0$, і $\mathcal{E}_c > 0$, тобто індукційний струм має такий напрямок, як і спадний струм в контурі, і сповільнює його зменшення.

Явище самоіндукції найбільш яскраво проявляється у виникненні так званих **екстраструмів замикання та екстраструмів розмикання** в колах, що містять котушки з великою індуктивністю.

Знайдемо закон зміни струму в колі, індуктивність якого L , а електричний опір - R , під час вмикання в це коло і вимикання з нього джерела $EPC \mathcal{E}$. Сила струму I дорівнює

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{R}, \quad (8.75)$$

де \mathcal{E} - алгебраїчна сума EPC джерел струму, ввімкнених в коло, а \mathcal{E}_i - EPC індукції. Якщо зовнішнє магнітне поле постійне, то індукційні явища в нерухомому колі зумовлені лише явищем самоіндукції, тому

$$I = \frac{\mathcal{E} - L \frac{dI}{dt}}{R}. \quad (8.76)$$

Розділимо змінні в цьому рівнянні:

$$IR = \mathcal{E} - L \frac{dI}{dt}, \quad \frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E} - IR}{L}. \quad (8.77)$$

Звідси

$$\frac{dI}{\mathcal{E} - IR} = \frac{dt}{L}. \quad (8.78)$$

Вважаючи \mathcal{E} , R та L сталими та інтегруючи, дістанемо

$$-\ln(\mathcal{E} - IR) = \frac{R}{L}t + \ln C, \quad (8.79)$$

де C - довільна стала інтегрування.

Потенціюючи дане рівняння, маємо

$$\mathcal{E} - IR = Ce^{-\frac{R}{L}t}. \quad (8.80)$$

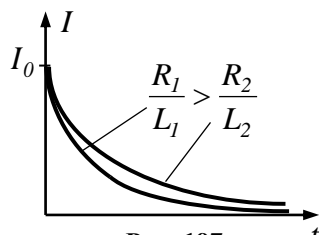


Рисунок 813

В початковий момент часу $t = 0$ сила струму дорівнює I_0 . Тоді

$$\mathcal{E} - I_0 R = C. \quad (8.81)$$

В результаті

$$\mathcal{E} - IR = (\mathcal{E} - I_0 R) e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (8.82)$$

Звідси знайдемо вираз для сили струму:

$$IR = I_0 R e^{-\frac{R}{L}t} + \mathcal{E} - \mathcal{E} e^{-\frac{R}{L}t} \quad (8.83)$$

і

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right). \quad (8.84)$$

Для випадку вмикання джерела ЕРС початковий струм $I_0 = 0$ і отримуємо вираз для екстраструму замикання

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right). \quad (8.85)$$

Струм у колі поступово збільшується від нуля при $t = 0$ до значення $\frac{\mathcal{E}}{R}$, яке відповідає величині постійного струму (рис. 8.14). Зростання струму відбувається тим швидше, чим більше відношення $\frac{R}{L}$.

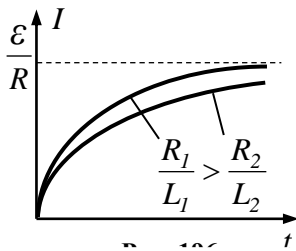


Рисунок 8.14

Для випадку вимикання джерела ЕРС $\mathcal{E} = 0$, і екстраструм розмикання змінюється за законом

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (8.86)$$

Струм у колі поступово зменшується від початкового значення I_0 до нуля за експоненціальним законом (рис. 8.14). Струм зменшується тим швидше, чим більше значення $\frac{R}{L}$, тобто чим більший опір кола і чим менша його індуктивність.

Явище взаємної індукції. Взаємна індуктивність

Якщо два контури розміщені так, що магнітний потік, який створюється струмом в одному з них, хоч частково пронизує другий контур, то такі контури індуктивно пов'язані між собою і між ними виникає *взаємоіндукція*.

Розглянемо два нерухомі контури, індуктивності яких L_1 і L_2 , що розміщені досить близько один від одного (рис. 8.). Якщо в контурі 1 тече струм I_1 , то магнітний потік, що створюється цим струмом, пропорційний до I_1 .

Позначимо $\Phi_{B_{12}}$ ту частину потоку, яка пронизує контур 2. Тоді

$$\Phi_{12} = L_{12} I_1, \quad (8.87)$$

де L_{12} - коефіцієнт пропорційності.

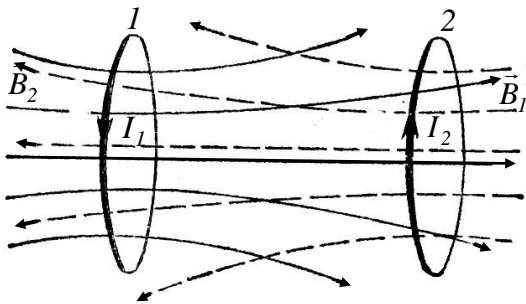


Рисунок 8.15

Якщо струм I_1 змінюється, то в контурі 1 індукція ЕРС \mathcal{E}_{i_2} , яка за законом Фарадея дорівнює швидкості зміни магнітного потоку $\Phi_{B_{12}}$:

$$\mathcal{E}_{i_2} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_1}{dt}. \quad (8.88)$$

Аналогічно, при протіканні в контурі 2 струму I_2 магнітний потік пронизує перший контур. Якщо $\Phi_{B_{12}}$ - частина потоку, що пронизує контур 1, то

$$\Phi_{B_{12}} = L_{21}I_2. \quad (8.89)$$

Якщо струм I_2 змінюється, то в контурі 1 індукується ЕРС \mathcal{E}_{i_1} :

$$\mathcal{E}_{i_1} = -\frac{d\Phi_{B_{21}}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_2}{dt}. \quad (8.90)$$

Контури 1 і 2 називаються зв'язаними. Коефіцієнти L_{12} і L_{21} називаються взаємною індуктивністю контурів.

Вони є мірою магнітного індуктивно зв'язку між двома контурами і характеризують їх здатність збуджувати ЕРС індукції в одному з них при зміні струму в другому.

Розрахунки показують, що

$$L_{12} = L_{21}. \quad (8.91)$$

Коефіцієнти L_{12} і L_{21} залежать від геометричної форми, розмірів, взаємного розміщення контурів і від магнітної проникності середовища, яке оточує контури.

Розрахуємо взаємну індуктивність двох котушок, які намотані на спільне тороїдальне осердя (рис.8.16).

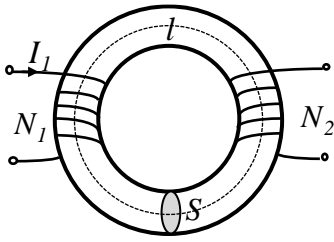


Рисунок 8.16

Магнітна індукція поля, що створюється в осерді з магнітною проникністю μ , струмом силою I_1 в першій котушці з кількістю витків N_1 , дорівнює:

$$B_1 = \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{l}, \quad (8.92)$$

де l - довжина осердя по середній лінії.

Магнітний потік через один виток другої котушки

$$\Phi_{B_2} = B_1 S = \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{l} S. \quad (8.93)$$

Тоді потокозчеплення через вторинну обмотку, що має N_2 витків,

$$\psi_2 = \Phi_{B_2} N_2 = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S I_1. \quad (8.94)$$

Потокозчеплення ψ_2 створюється струмом I_1 , тому отримуємо

$$L_{12} = \frac{\psi_2}{I_1} = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S. \quad (8.95)$$

Якщо обчислити потокозчеплення, що створюється котушкою 2 через котушку 1, коли по котушці 2 проходить струм I_2 , то отримуємо

$$L_{21} = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S. \quad (8.96)$$

Отже,

$$L_{12} = L_{21}. \quad (8.97)$$

Оскільки індуктивність контурів

$$L_1 = \mu\mu_0 \frac{N_1^2}{l} S \quad \text{і} \quad L_2 = \mu\mu_0 \frac{N_2^2}{l} S, \quad (8.98)$$

то коефіцієнти взаємодукції

$$L_{12} = L_{21} = L_1 \frac{N_2}{N_1} = L_2 \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{L_1 L_2}. \quad (8.99)$$

Енергія магнітного поля

Провідник, по якому протікає електричний струм, завжди оточений магнітним полем, причому

магнітне поле появляється і зникає разом з появою і зникненням струму. Отже, частина енергії струму йде на створення магнітного поля.

Енергія магнітного поля дорівнює роботі, яка затрачається струмом на створення цього поля.

Обчислимо енергію магнітного поля струму у випадку ізотропного середовища, в якому зв'язок індукції з напруженістю поля в ньому лінійний. Для цього розглянемо соленоїд з N витків, який має індуктивність L . Якщо за час dt струм у соленоїді зростає на величину dI , то при цьому змінюється і його власний магнітний потік відповідно на величину $d\Phi_B$. Якщо в момент часу t сила струму в соленоїді була I , то при зміні магнітного потоку на величину $d\Phi_B$, джерелом струму виконується додаткова робота dA :

$$dA = Id\Phi_B. \quad (8.100)$$

Оскільки соленоїд залишається нерухомим, то ця елементарна робота dA пов'язана із зміною енергії соленоїда, яка зумовлена наявністю в ньому магнітного поля, на величину dW_M :

$$dW_M = dA \quad \text{і} \quad dW_M = Id\Phi_B. \quad (8.101)$$

Оскільки $d\Phi_B = LdI$, то $dW_M = LIdI$.

Інтегруючи цей вираз, знаходимо

$$\int_0^{W_M} dW_M = \int_0^I LIdI; \quad W_M = \frac{LI^2}{2}. \quad (8.102)$$

Це та енергія, яку було затрачено джерелом струму на утворення в соленоїді магнітного поля. За законом збереження енергії ця енергія дорівнює енергії магнітного поля W_M , яке пов'язане зі струмом I , що проходить по провіднику з індуктивністю L .

Оскільки $LI = \psi_c$, то вираз для енергії магнітного поля контуру зі струмом можна записати в такому вигляді:

$$W_M = \frac{\psi_c I}{2}. \quad (8.103)$$

Дослідження властивостей змінних магнітних полів було доказом того, що енергія магнітного поля локалізована у просторі.

Енергію магнітного поля струму можна визначити через характеристики цього поля - значення його напруженості H та індукції B . Для цього розглянемо частковий випадок – однорідне магнітне поле всередині довгого соленоїда, індуктивність якого $L = \mu\mu_0 n^2 V$. Тоді

$$W_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2} \mu\mu_0 n^2 I^2 V. \quad (8.104)$$

Магнітна індукція поля в середині довгого соленоїда $B = \mu\mu_0 In$. Звідси

$$In = \frac{B}{\mu\mu_0}. \quad (8.105)$$

Тоді

$$W_M = \frac{1}{2} \mu\mu_0 \frac{B^2}{(\mu\mu_0)^2} V = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu\mu_0} V. \quad (8.106)$$

Оскільки $B = \mu\mu_0 H$, то

$$W_M = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2 V = \frac{1}{2} B H V. \quad (8.107)$$

Магнітне поле соленоїда однорідне і зосереджене всередині соленоїда, а енергія поля розподілена в ньому з об'ємною густиною w_M , яка дорівнює

$$w_M = \frac{W_M}{V} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (8.108)$$

У випадку неоднорідного магнітного поля його енергію в деякому об'ємі V можна визначити так. Поділимо об'єм V на нескінченно малі елементи dV так, щоб поле в кожному з них можна було вважати однорідним. Тоді енергія елемента об'єму з локальною густиною w_M в ньому дорівнює: $dW_M = w_M dV$.

Інтегруючи цей вираз по всьому об'єму поля V , отримаємо формулу для обчислення енергії неоднорідного поля:

$$W_M = \int_V w_M dV = \int_V \frac{BH}{2} dV. \quad (8.109)$$

Вплив магнітного поля

З властивостей металів слід відзначити ті, котрі кристал виявляє в сильному магнітному полі. Поки на електрон не діють ніякі зовнішні сили, він рухається у кристалі, і середня кінетична швидкість його руху досягає в 53 металах 106 м/с. Коли метал помістити в магнітне поле, то на електрон починає діяти сила Лоренца, напрямлена перпендикулярно до його швидкості. Характер руху електрона провідності в магнітному полі можна визначити з урахуванням, по-перше, того, що магнітне поле не змінює енергії електрона (вектор сили Лоренца напрямлений перпендикулярно до вектора швидкості електрона), а по-друге, що на електрон, який рухається уздовж магнітного поля, сила Лоренца зовсім не діє. Траєкторія електрона в імпульсному просторі – це зазвичай замкнута крива, по якій електрон виконує періодичний циклічний рух (рис. 8.). У деяких випадках траєкторія електрона прагне до нескінченності, і рух стає аперіодичним.

Магнетoeлектроніка

Магнетoeлектроніка – напрям функціональної мікроелектроніки, пов'язаний з появою нових магнітних матеріалів, що мають малу намагніченість насичення і з розробленням технологічних методів отримання тонких магнітних плівок. На перемагнічування тонкоплівкового елемента, товщина якого звичайно не перевищує товщини одного домена, потрібна енергія в 10-20 разів менша і час в 10-30 разів

менший, ніж на перемагнічування феритового сердечника. Найбільший інтерес становить використання тонкоплівкових металевих магнітних матеріалів (magnetic materail) в мікроелектронних запам'ятовуючих пристроях (ЗП), де як елемент пам'яті застосовуються тонкі магнітні плівки. Ці плівки дозволяють створювати надійні швидкодійні ЗП з малою потужністю управління. Вельми перспективні пристрої пам'яті на циліндрових магнітних доменах. Щільність (density) запису таких пристроїв досягає 10^5 біт/см² при швидкості оброблення інформації – $3 \cdot 10^6$ біт/с. Перевага цих пристроїв полягає також в тому, що магнітні домени можуть скласти систему ідентичних елементів, що реалізують функції логіки, пам'яті і комутації без порушення однорідності структури матеріалу носія інформації. Отже, кристал на магнітних доменах є обчислювальним середовищем, на поверхні якого за допомогою системи зовнішніх аплікацій можна розміщувати схеми, що реалізують різні комбінації логічних і перемикальних функцій і функцій пам'яті. На тонких магнітних плівках можуть бути виконані не тільки елементи пам'яті (elements memory) ЕОМ, але також логічні мікросхеми, магнітні підсилювачі (amplifier) і інші прилади. Широкі перспективи побудови різних функціональних пристроїв відкривають нові матеріали – магнітні напівпровідники. До них відносять магнетики, яким не властива металева природа електропровідності і з'єднання магнітних і немагнітних елементів. В наш час відомі такі магнітні напівпровідники, як халькогеніди Європія, халькогенідні шпінелі хрому, сильнолеговані ферити (наприклад, залізоітрієвий гранат, легований кремнієм) і т. д.

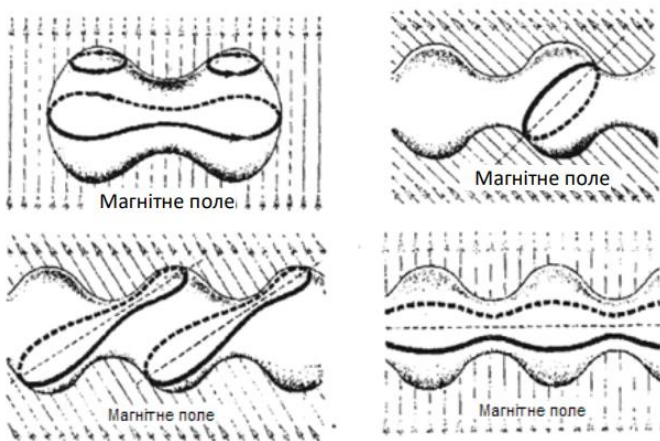


Рисунок 8.17 – Траєкторії електрона в імпульсному просторі – криві, що характеризують перетин поверхні Фермі площиною, перпендикулярною до напрямку магнітного поля (траєкторія замкнута – електрон робить по ній періодичний рух).

Магнітне поле і зіткнення

Характеризуючи рух електронів у магнітному полі, не можна нехтувати їх зіткненням з дефектами кристалічної ґратки, які завжди є в реальних кристалах. Зіткнення електрона з будь-яким порушенням періодичності змінює його траєкторію. Щоб рух електрона в магнітному полі не ідеалізувати, характер цього руху має проявитися таким чином, щоб у результаті зіткнення квазічастинка не змінювала траєкторії надто швидко, тобто щоб зіткнення відбувалися досить рідко. Це означає, що період руху електрона в магнітному полі має бути набагато меншим за час між його двома послідовними зіткненнями, або часу вільного пробігу. У свою чергу, відстань між двома послідовними зіткненнями – довжина вільного пробігу – має значно перевищувати діаметр циклічної траєкторії електрона. Період обертання електрона обернено пропорційний магнітному полю, і тому це поле має бути досить великим. Теплові коливання тим слабкіші, чим нижча

МАГНІТНІ НАПІВПРОВІДНИКИ І ДІЕЛЕКТРИКИ

Магнітооптичні явища

Магнітні речовини, залежно від виду хімічного зв'язку, поділяють на магнітні метали, діелектрики і напівпровідники. У магнітних напівпровідниках та діелектриках хімічний зв'язок є змішаним (іонно-ковалентним) і залежить від електронної спорідненості аніонів та катіонів. Для магнітних напівпровідників і діелектриків істотну роль у формуванні хімічного зв'язку відіграють спінові магнітні моменти електронів

незаповнених d- або f-оболонки магнітних іонів. Таким чином, до магнітних напівпровідників і діелектриків належать передусім сполуки перехідних та рідкісноземельних елементів, що мають феро-, антиферо- або феримагнітне спінове впорядкування, яке впливає на оптичні й електричні властивості матеріалу. Для магнітного керування оптичними властивостями (магнітооптики) важлива як оптична прозорість робочих тіл, так і сильний вплив їх магнітних властивостей на проходження або відбивання світла (електромагнітних хвиль). Для магнітного керування властивостями напівпровідників необхідний сильний взаємозв'язок вільних носіїв заряду з магнітними моментами незаповнених d- і f-оболонки магнітних іонів, завдяки якому спінове впорядкування магнітних іонів впливає на характер руху вільних носіїв заряду в кристалі, а носії заряду, в свою чергу, – на магнітний порядок у ньому. В основу фізичних явищ, які використовують у магнітооптиці, покладено залежність оптичних властивостей деяких прозорих матеріалів від напрямку поширення в них світла (анізотропія), а також реагування напівпровідника або діелектрика на вплив зовнішніх (керувальних) полів і світлового випромінювання. Розглядатимемо тільки оптичні явища, зумовлені впливом магнітного поля на сильні магнетики. Магнітні матеріали, які застосовують для створення функціональних магнітооптичних пристроїв, можна умовно поділити на дві групи. До першої групи належать матеріали з порівняно малим оптичним поглинанням. Серед магнетиків порівняно мале поглинання у «видимому» і «ближньому» інфрачервоному діапазонах спостерігають лише в неметалевих матеріалах, зокрема у залізовмісних феримагнетиках: – ферит-гранатах із загальною формулою $R_3Fe_5O_{12}$ (R – рідкісноземельний іон); – ортоферитах $RFeO_3$; – феритах зі структурою шпінелі, наприклад $CdCr_2Se_4$, $CuCr_2Te_3$ і $CuCr_2Se_3Br$. Друга група охоплює тонкі магнітні плівки на основі інтерметалічних сполук із великим коефіцієнтом поглинання у видимому й інфрачервоному діапазонах. Магнітні аморфні плівки для магнітооптичних пристроїв можна описати загальною формулою $R-Me-Z$, де R – рідкісноземельний іон; Me – перехідний метал (Mn, Ni, Fe, Co); Z – немагнітний метал (Mo, Cu, Au). Магнітооптичні ефекти спричиняє розщеплення рівнів енергії атома у магнітному полі, яке під час дослідження ізольованих атомів проявляється в ефекті Зеемана. Ефект Зеемана — явище розщеплення вироджених квантовомеханічних станів та ліній оптичних спектрів у зовнішньому магнітному полі (рис.8.18). У кристалах магнітооптичні ефекти також є наслідком цього ефекту.

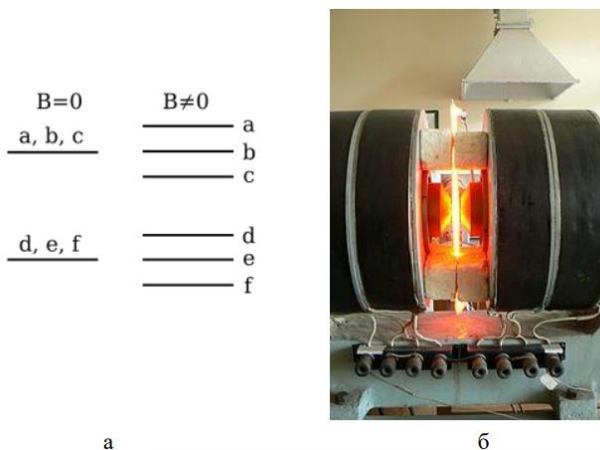


Рисунок 8.18 – Розщеплення електронних термів у магнітному полі (а) та обладнання для спостереження ефекту Зеемана: трубка з неоновим газом розташована між полюсами великого електромагніта (б)

За характером взаємодії світлового потоку з матеріалом магнітооптичні ефекти поділяють на дві основні групи: ефекти, що виникають під час проходження світла крізь магнетик, і ефекти, зумовлені відбиттям світла від поверхні магнетика. Крім того, залежно від напрямку магнітного поля вирізняють два випадки: коли хвильовий вектор світлового випромінювання k паралельний до магнітного поля H і коли хвильовий вектор світла перпендикулярний до магнітного поля. Ефект Зеемана спостерігається в обох випадках, причому розбіжність між поляризаційними характеристиками компонентів зееманівського розщеплення зумовлює різний характер індукованої магнітним полем анізотропії. У разі поширення монохроматичного світла у магнітному середовищі вздовж магнітного поля (за поздовжнього ефекту Зеемана) його право- і лівоциркулярнополяризовані складові поглинаються по-різному (магнітний циркулярний дихроїзм). Під час

поширення світла у магнітному середовищі перпендикулярно полю H (у разі поперечного ефекту Зеємана) спостерігається магнітний лінійний дихроїзм, тобто різне поглинання магнітних складових, поляризованих паралельно й перпендикулярно до магнітного поля. Якщо поширюється монохроматичне світло, яке має праву або ліву колову поляризацію, то вздовж магнітного поля H показники заломлення для світла стають різними. Цей ефект називають магнітним циркулярним подвійним променезаломленням. Оптична анізотропія середовища в магнітному полі виникає також унаслідок відбиття світла від його поверхні. У разі намагнічування середовища змінюється поляризація відбитого світла, характер і ступінь якої залежать від взаємного розміщення поверхні, площини поляризації падаючого світла й вектора намагніченості. Цей ефект, названий магнітооптичним ефектом Керра (явище зміни показника заломлення в електричному полі), виникає здебільшого у феромагнетиках. У намагніченому середовищі показники заломлення право- і лівополяризованого по колу світла розрізняються. Якщо світло поширюється паралельно вектору його намагніченості H , то ця різниця показників заломлення проявляється в обертанні площини поляризації лінійнополяризованого світла. Цей ефект називають ефектом Фарадея, за якого кут повороту площини поляризації φ пропорційний шляху d світлового променя у магнітнопорядкованому середовищі:

$$\varphi = \theta d, \quad (8.110)$$

де θ – питома фарадеївське обертання (кут повороту площини поляризації світлової хвилі на одиницю довжини магнетика).

Ефект Фарадея є непарним, тому в разі зміни напрямку вектора H на протилежний змінюється і знак φ . У магнітному полі кожен рівень енергії атома магнетика розщеплюється на два близько розміщені рівні відповідно до двох можливих напрямків спіну відносно поля (рис. 8.19, а), завдяки чому дисперсійні (частотні) залежності коефіцієнта заломлення $n=n(\omega)$ в околі лінії поглинання для лівополяризованого (n^-) і правополяризованого (n^+) по колу світла зміщуються одна відносно одної (рис. 8.19, б). Різниця показників заломлення $n^+ - n^-$ (рис. 8.19, в) зумовлює фарадеївське обертання площини поляризації лінійнополяризованого світла: $\varphi = (n^+ - n^-)\omega$. У зв'язку з тим, що поглинання для ліво- і правополяризованого по колу світла неоднакове, амплітуди цих складових на виході різні – це магнітний коловий дихроїзм, який полягає в тому, що після проходження крізь середовище світло з лінійнополяризованого перетворюється в еліптичнополяризоване.

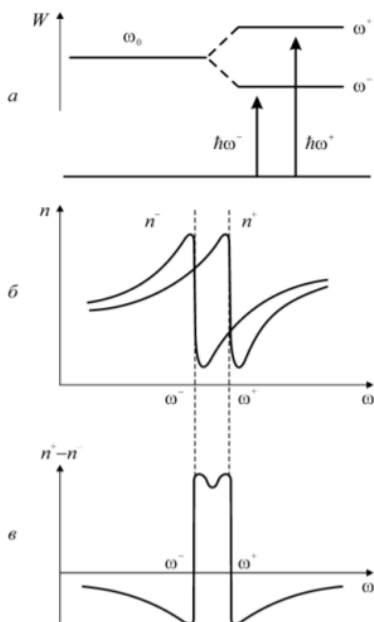


Рисунок 8.19 – Ефект Фарадея: а – схема спінового розщеплення енергетичних рівнів атома в магнітному полі; б – спектральна залежність показників заломлення $n - i n +$ для ліво- та правополяризованого по колу світла; в – різниця показників $n + i n -$, що визначає ефект Фарадея.

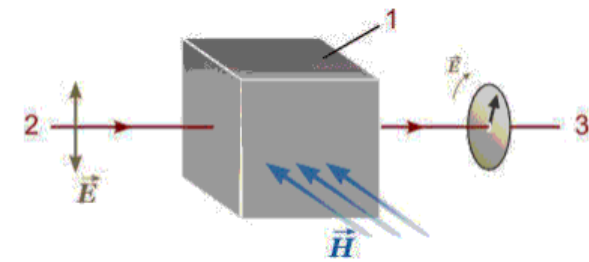


Рисунок 8.20 – Ефект Коттона–Мутона.

У поглинальному середовищі виникає і магнітний лінійний дихроїзм – різниця значень коефіцієнтів поглинання двох лінійнополяризованих хвиль у поперечнонамагніченому середовищі. Наявність дихроїзму приводить до повороту кута орієнтації еліпса у процесі поширення хвилі. Крім магнітооптичних ефектів, які виникають під час проходження світла крізь намагнічене середовище, важливими є ефекти, що спостерігаються внаслідок відбивання світла від поверхні зразка. Такі явища називають магнітооптичними ефектами Керра. Залежно від взаємної орієнтації намагніченості M , напрямку поширення світла k та нормалі n до поверхні розрізняють три види ефектів Керра: полярний, меридіональний і екваторіальний. Полярний ефект полягає в обертанні площини поляризації та появи еліптичності внаслідок відбивання лінійнополяризованого світла від поверхні матеріалу, коли намагніченість паралельна нормалі: $M \parallel n$. Меридіональний ефект Керра полягає в обертанні площини поляризації та появи еліптичності внаслідок відбивання лінійно-поляризованого світла від поверхні у разі, коли намагніченість M перпендикулярна до n і міститься у площині падіння світла. Екваторіальний ефект спостерігається в поглинальних матеріалах і полягає у зміні інтенсивності й зсуві фази лінійнополяризованого світла, відбитого від намагніченого середовища, коли намагніченість M перпендикулярна до n і площини падіння світла. Повороту площини поляризації не відбувається. Для керування прохідним світлом необхідна зміна намагніченості середовища зовнішнім полем, для чого у прозорому феромагнетикі використовують або зсув доменних стінок, або обертання вектора намагніченості магнітнонасиченого зразка у зовнішньому магнітному полі. У магнітооптичних модуляторах як прозорі оптично-активні середовища найчастіше застосовують ферит-гранати $R_3Fe_5O_{12}$ та ортоферити RFe_3 (де R – рідкісноземельний іон). В ортоферитах відбувається аномально велике фарадеївське обертання, хоча намагніченість насичення в ортоферитах істотно менша, ніж у ферит-гранатах. Фарадеївське обертання, пропорційне товщині зразка, можна спостерігати, лише якщо світло поширюється вздовж оптичної осі ортофериту. Характерною особливістю ортоферитів є висока рухливість доменних стінок.

Магнітні напівпровідники

До магнітних напівпровідників належать переважно дві групи твердих тіл: сполуки Європію (монооксид EuO , монохалькогенід EuS , моноселенід $EuSe$, монотелурид $EuTe$ й ін.); деякі халькогенідні (хромові) шпінелі. Ширина забороненої зони в антиферомагнітних і феримагнітних напівпровідниках така сама, як у звичайних напівпровідниках. Виокремлюють ще один клас – напівмагнітні напівпровідники (або розріджені магнітні напівпровідники), – що характеризується заміщенням частини власних атомів базового

напівпровідника магнітними. В основному стані магнітних напівпровідників зовнішні оболонки аніонів заповнені, зовнішні оболонки катіонів порожні, а внутрішні d- або f-оболонки катіонів заповнені лише частково. Однак їх електрони не беруть участі в перенесенні заряду, оскільки через сильний зв'язок між ними кожний d- або f-електрон локалізований на своєму іоні. Зона провідності виникає в результаті гібридизації частково заповнених і порожніх станів оболонок катіонів, валентна ж – d- або f-оболонок катіонів та зовнішніх оболонок аніонів. За звичайним уявленням про електронні енергетичні зони у твердому тілі не передбачено існування магнетизму. Ця теорія ґрунтується на одноелектронному наближенні, у якому залишають поза увагою динамічні кореляції між частинками, але магнетизм спричиняється значними кулонівськими (обмінними) силами, тому нехтувати просторовими й спіновими зв'язками між електронами не можна. У зонній теорії кожному стану з енергією електрона зі спіном $+1/2$ відповідає еквівалентний стан зі спіном $-1/2$. У результаті цього для основного стану сумарний спін вважають дуже малим, у той час як у магнітних напівпровідниках – великим. У магнітному напівпровіднику є такі типи заборонених зон: звичайна заборонена зона, що розділяє валентну зону й зону провідності, зумовлена періодичним потенціалом ґратки; заборонена зона іншого виду, зумовлена передусім енергією іонізації d- або f-оболонок. Щоб електрон незаповненої d- або f-оболонки (тобто «магнітний електрон») міг брати участь у процесах перенесення заряду, він має залишити свій атом, для чого йому необхідно надати деяку енергію E_v . Через делокалізацію електрона його енергія знижується на значення E_d . Якщо $E_v > E_d$, то виникає заборонена зона $\Delta E = E_v - E_d$ (рис. 16.4). Для d-електронів енергія E_v може бути достатньо малою, тому друга заборонена зона фактично зникає. У цьому разі d-електрони беруть участь у провідності й у твердому тілі виникають металічні властивості. З цієї причини майже всі феромагнетики – це d-метали (Fe, Ni, Co). У феромагнітних напівпровідниках (EuO, Eu, EuSe, EuTe, деяких шпінелях) обмінна взаємодія між s- і d-електронами приводить до розщеплення зони провідності на дві підзони, що відповідають станам електронів зі спінами $+1/2$ і $-1/2$, тобто з напрямком спінів електронів за і проти намагніченості. Оскільки у відомих феромагнітних напівпровідниках значення розщеплення $\Delta \gg k_B T$, то за порівняно низьких температур (коли $T \ll T_K$) енергетичні стани зайняті лише поблизу дна нижньої зони, тобто електрони цілком поляризовані за спінами.

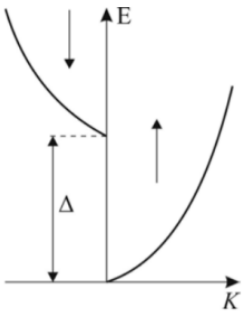


Рисунок 8.21 – Спінове розщеплення Δ зони провідності у феромагнітному напівпровіднику.

Багато феромагнітних напівпровідників є фотопровідниками. Форма кривої спектральної залежності fotocутливості слабо залежить від температури, але її максимум змінюється з підвищенням температури за тим самим законом, що і край поглинання. Максимальна чутливість підвищується зі збільшенням магнітного поля, причому тим сильніше, чим ближче температура до точки Кюрі. Антиферомагнітних напівпровідників набагато більше, ніж феромагнітних, причому їх властивості багато в чому різняться. Наприклад, в антиферомагнітних напівпровідниках не відбувається гігантського «червоного зміщення» краю поглинання ΔE_g , як у феромагнітних напівпровідників зі зниженням температури (яке спостерігається ще до появи спонтанної намагніченості), оскільки феромагнітне впорядкування сприяє підвищенню провідності (можна вважати, що провідність і феромагнетизм взаємно підсилюють один одного), у результаті чого у феромагнітних напівпровідниках зміщення краю поглинання в «червоний бік» досягає декількох десятків електрон-вольтів під час охолодження кристала й переходу через точку Кюрі. В антиферомагнітних напівпровідниках, навпаки, край поглинання зміщується у бік великих енергій («синє зміщення»), але це

зміщення незначне, оскільки антиферомагнітне впорядкування прагне локалізувати електрони провідності ще більшою мірою, ніж неупорядкованість у парамагнітній фазі. Наприклад, в антиферомагнітному напівпровіднику EuTe (що має енергетичну щілину в електронному спектрі $\Delta E_g = 2,0$ eV) зі зміною температури відбувається незначне «синє зміщення» – лише близько 0,03 eV, причому прикладене зовні магнітне поле зменшує його. У широкозонних антиферомагнітних напівпровідниках носії заряду можна вважати звичайними зонними електронами, а у вузькозонних за рахунок електрон-магнетонної взаємодії виникає квазіпружна сила, що прагне повернути електрон до того атома, який він залишив, у результаті чого електрон виконує осциляції навколо «центрального» атома. Енергія утворення вільного електрона мінімальна в разі повного феромагнітного впорядкування і збільшується через його порушення (феромагнітне впорядкування сприяє підвищеній провідності). Експериментальним свідченням цього є те, що край власного поглинання феромагнітного напівпровідника з підвищенням температури до точки Кюрі зміщується у бік високих енергій на 0,2...0,5 eV, тобто ширина забороненої зони феромагнітного напівпровідника збільшується в неупорядкованій (парамагнітній) фазі. Таким чином, електрони провідності прагнуть установити й підтримати феромагнітне впорядкування, але через малу концентрацію вільних електронів не можуть суттєво вплинути на стан кристала в цілому. Проте електрони можуть локалізуватися в деяких ділянках кристала, де вони створюють достатньо високий ступінь феромагнітного порядку, і їх енергія за рахунок цього значно знижується. Феромагнітний кластер, створений електрон-магнетонною взаємодією, може містити тисячі магнітних атомів. Такі кластери спостерігали під час експериментів у напівпровідникових сполуках EuTe і EuSe. Комплекс «електрон і навколишня мікроділянка магнітної фази» називають фероном. За порівняно низьких концентрацій вільних носіїв заряду в антиферомагнітних напівпровідниках феромагнітні ділянки мають розміри 10...100 Å. Феронні стани виникають переважно у легованих магнітних напівпровідниках. Антиферомагнітний кристал поділяється на окремі ділянки, що мають як феромагнітне, так і антиферомагнітне впорядкування, причому в перших ділянках спостерігається надлишок електронів провідності, а у других – їх нестача. В середині антиферомагнітної (низькопровідної) матриці високопровідні ферони можуть формувати періодичну структуру. Провідність антиферомагнітного напівпровідника з феронами в цілому низька, оскільки багато вільних електронів локалізовано у феромагнітних кластерах, але вона різко підвищується в зовнішньому магнітному полі, яке сприяє феромагнітному впорядкуванню у кристалі й тим самим делокалізує електрони, які без прикладання магнітного поля були замкнені у феромагнітних кластерах. Підвищення магнітного поля, що сприяє феромагнітному впорядкуванню в цих кристалах, приводить до зростання їх провідності – іноді аж на 10 порядків. Електрони разом з феромагнітними кластерами (феромами) можуть переміщуватися кристалом, хоч і з дуже малою рухливістю, аналогічно до поляронів, характерних для полярних діелектриків. За високих температур ферони (як і полярони) руйнуються, але у разі достатньої глибини потенціальної ями вони можуть бути навіть і в парамагнітній фазі. Якщо електрони провідності й не приводять до неоднорідних станів виродженого магнітного напівпровідника, то вони все-таки істотно впливають на його магнітні властивості. Наприклад, легування може вдвічі підвищити температуру Кюрі у феромагнітних напівпровідниках EuS і EuO, а також перетворити антиферомагнітний стан у кристалі MnTe у феромагнітний. Магнітні напівпровідники мають й інші незвичайні властивості, зокрема рекордне значення фарадеївського обертання площини поляризації світла та ефект гігантського магнітоопору. Розрізняють ще один клас напівпровідникових матеріалів, який характеризується довільним заміщенням частини власних атомів базового напівпровідника магнітними. Ці матеріали відомі під назвою «напівмагнітні напівпровідники», або «розріджені магнітні напівпровідники» (Diluted Magnetic Semiconductors, DMS), найбільш поширеними з яких є сполуки AІІВVI (CdTe, ZnSe, CdSe, CdS тощо) з іонами перехідних металів (Mn, Fe або Co) замість власних катіонів. Також до них належать матеріали на основі AІVВVI (PbTe, SnTe) та нещодавно синтезовані кристали AІІІВV з іонами перехідних металів (GaAs, InSb). Треба відзначити, що як магнітні атоми у DMS можна використовувати рідкісноземельні елементи. Напівмагнітні напівпровідникові сплави можна вважати такими, що містять дві взаємодійні підсистеми, однією з яких є система делокалізованих електронів провідності з характерною валентною зоною, другою – розріджена система локалізованих магнітних моментів, пов'язаних із магнітними атомами. Взаємодія локалізованих моментів зумовлює виникнення різних магнітних фаз (парамагнетизму, спінового скла, феромагнетизму та антиферомагнетизму). Широке різноманіття базових кристалів і магнітних атомів у них забезпечує можливість отримати велику кількість відмінних матеріалів, від широкозонних

напівпровідників до вироджених напівпровідників, які проявляють різні типи магнітних взаємодій. Деякі властивості цих матеріалів можна змінювати, регулюючи концентрацію магнітних іонів.

ЛЕКЦІЯ 9. ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

У 60-х роках XIX століття Д. Максвелл, взявши за основу ідеї Фарадея про електричне і магнітне поле, узагальнив закони, виведені експериментально, і розробив завершену теорію єдиного електромагнітного поля, яке утворюється довільною системою зарядів і струмів.

Теорія Максвелла є *феноменологічною теорією* електромагнітного поля. Це означає, що у цій теорії не розглядається внутрішній механізм явищ, які відбуваються в середовищі і викликають появу електричних і магнітних полів.

Електричні і магнітні властивості середовища характеризуються у теорії Максвелла трьома величинами: відносною діелектричною проникністю ε , відносною магнітною проникністю μ і питомою електропровідністю σ . В теорії Максвелла не досліджується залежність ε , μ , σ від властивостей середовища, фізичний зміст тих явищ, які відбуваються у ньому при поляризації і намагнічуванні.

Теорія Максвелла є *макроскопічною теорією* електромагнітного поля. У ній розглядаються електричні і магнітні поля, які утворюються в об'ємах набагато більших, ніж об'єми окремих атомів і молекул. Крім того, припускається, що відстані від джерел полів до розглядуваних точок у багато разів більші від розмірів молекул.

У теорії Максвелла розглядаються усереднені електричні і магнітні поля, причому усереднення відповідних мікрополів виконується для інтервалів часу, значно більших від періодів обертання або коливання електричних зарядів і для ділянок поля, об'єми яких у багато разів більші від об'ємів атомів і молекул.

Теорія Максвелла є *теорією близькодії*, згідно з якою електричні і магнітні взаємодії здійснюються за допомогою електричних і магнітних полів і у яких вони поширюються із скінченною швидкістю.

Максвелл узагальнив закон електромагнітної індукції для замкненого нерухомого провідного контуру, що знаходиться у змінному магнітному полі.

Із закону Фарадея

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (9.1)$$

можна зробити висновок, що будь-яка зміна магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром, приводить до виникнення *ЕРС* індукції і внаслідок цього виникає індукційний електричний струм. Виникнення *ЕРС* індукції можливо і в нерухомому контурі, що знаходиться в змінному магнітному полі.

Однак *ЕРС* в контурі виникає лише тоді, коли в ньому на носії струму діють сторонні сили – сили неелектростатичного походження. Тому виникає питання про природу сторонніх сил в даному випадку. Досліди показують, що ці сторонні сили не зв'язані ні з тепловими, ні з хімічними процесами в контурі. Їх не можна пояснити силами Лоренца, оскільки вони не діють на нерухомі заряди. Тому для пояснення явища електромагнітної індукції в нерухомих провідниках Максвелл висунув гіпотезу:

змінне магнітне поле збуджує в навколишньому просторі вихрове непотенціальне (тобто неелектростатичне) електричне поле, яке і є причиною виникнення індукційного струму в контурі.

Якщо \vec{E}_B - напруженість цього індукованого електричного поля, то відповідно до означення електрорушійної сили

$$\mathcal{E}_i = \oint_L (\vec{E}_B \cdot d\vec{l}). \quad (9.2)$$

Магнітний потік Φ_B через поверхню, що обмежена контуром, може змінюватись завдяки зміні форми контуру та його розміщення у магнітному полі, а також внаслідок залежності магнітної індукції \vec{B} від часу. Для нерухомого контуру потрібно врахувати залежність магнітної індукції лише від часу і тому замість $\frac{d\Phi_B}{dt}$ треба брати частинну похідну $\frac{\partial\Phi_B}{\partial t}$. Тому ЕРС індукції в нерухомому провіднику дорівнює

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\partial\Phi_B}{\partial t}. \quad (9.3)$$

Оскільки

$$\Phi_B = \int_S (\vec{B} d\vec{S}), \quad (9.4)$$

то

$$\frac{\partial\Phi_B}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S (\vec{B} d\vec{S}) = \int_S \left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \right), \quad (9.5)$$

і

$$\mathcal{E}_i = -\int_S \left(\frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S} \right), \quad (9.6)$$

Отже, циркуляція напруженості \vec{E}_B індукovanого поля вздовж замкнутого контуру L дорівнює

$$\oint_L (\vec{E}_B d\vec{l}) = -\int_S \left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \right). \quad (9.7)$$

Тут $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$, де \vec{n} – одиничний вектор нормалі до малого елемента dS поверхні S , яка натягнута на замкнений контур L .

Отже, змінне магнітне поле створює в провідному замкнутому контурі вихрове електричне поле, оскільки

$$\oint_L (\vec{E}_B d\vec{l}) \neq 0. \quad (9.8)$$

Циркуляція ж вектора електростатичного поля по довільному замкнутому контурі дорівнює нулеві:

$$\oint_L \vec{E}_q d\vec{l} = \oint_L E_{ql} dl = 0. \quad (9.9)$$

Максвелл припустив, що змінне магнітне поле у будь-якій точці простору створює вихрове електричне поле незалежно від того, чи міститься у цій точці провідник, чи ні.

Отже, циркуляція вектора $\vec{E} = \vec{E}_B + \vec{E}_q$ напруженості електричного поля по довільному нерухомому замкненому контурі, подумки проведеному в змінному електричному полі, дорівнює взятому з протилежним знаком потоку вектора $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ через поверхню S , яка натягнута на цей контур.

Якщо в контурі L , за яким обчислюється циркуляція вектора напруженості електричного поля, крім ЕРС електромагнітної індукції, ще є й інші ЕРС - $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_n$, то загальна ЕРС дорівнює їх алгебраїчній сумі

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_i + \sum_{\kappa=1}^n \mathcal{E}_\kappa. \quad (9.10)$$

Тому в загальному випадку

$$\oint_L (\vec{E} d\vec{l}) = - \int_S \left(\frac{d\vec{B}_B}{dt} d\vec{S} \right) + \sum_{\kappa=1}^n \mathcal{E}_\kappa. \quad (9.11)$$

Явище виникнення у просторі вихрового електричного поля під впливом змінного магнітного поля було використано для створення індукційного прискорювача електронів – **бетатрона**.

Максвелл узагальнив закон повного струму

$$\oint_L (\vec{H} d\vec{l}) = \sum_i I_i. \quad (9.12)$$

Він припустив, що, крім струмів, зв'язаних з впорядкованим рухом зарядів, джерелом виникнення магнітного поля є також змінне електричне поле.

За теоремою Остроградського-Гаусса потік вектора електричного зміщення через довільну замкнену поверхню S дорівнює

$$\Phi_D = \oint_S (\vec{D} d\vec{S}) = q, \quad (9.13)$$

де q - алгебраїчна сума електричних зарядів, що охоплені замкненою поверхнею. Продиференціюємо цей вираз за часом

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_S (\vec{D} d\vec{S}). \quad (9.14)$$

Якщо поверхня S нерухома і не деформується, то зміна в часі потоку зміщення через поверхню S зумовлюється лише зміною електричного зміщення \vec{D} з бігом часу. Тому повну похідну можна замінити частинною похідною по часу і диференціювання внести під знак інтеграла

$$\frac{dq}{dt} = I = \oint_S \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \right) = \oint_S \frac{\partial D_n}{\partial t} dS. \quad (9.15)$$

Порівнюючи цей вираз з формулою, яка зв'язує силу струму I в провіднику і густину \vec{j} струму провідності, а саме

$$I = \int_S (\vec{j} \cdot d\vec{S}) = \int_S j_n dS, \quad (9.16)$$

бачимо, що $\frac{\partial D_n}{\partial t}$ має розмірність густини струму.

Максвелл запропонував назвати вираз $\frac{\partial D_n}{\partial t}$ *густиною струму зміщення*:

$$\vec{j}_{зм} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (9.17)$$

Густина струму зміщення в даній точці дорівнює швидкості зміни вектора електричного зміщення в цій точці.

Струмом зміщення через довільну поверхню S називають фізичну величину, яка дорівнює потоку вектора густини струму зміщення крізь цю поверхню

$$I_{зм} = \int_S j_{змn} dS = \int_S \frac{\partial D_n}{\partial t} dS = \frac{\partial \Phi_D}{\partial t}. \quad (9.18)$$

Ввівши уявлення про струм зміщення, Максвелл зробив висновок про те, що кола будь-яких непостійних струмів замкнені так само, як і кола постійного струму. Замкненість таких кіл забезпечується струмами зміщення, які „проходять” у тих ділянках, де немає провідників, наприклад, між обкладинками конденсатора під час його заряджання або розряджання.

На рис. 8.1 зображені вектори густини струмів зміщення і вигляд ліній індукцій їхніх магнітних полів: *a* – при заряджанні конденсатора (посилення електричного поля); *б* – при розряджанні конденсатора (ослаблення електричного поля).

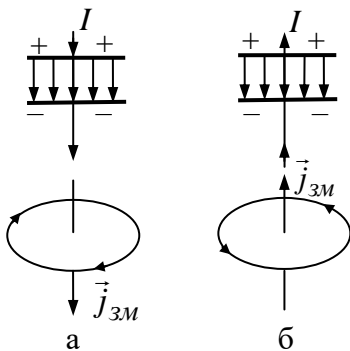


Рисунок 9.1

За Максвеллом струм зміщення, як і звичайні струми провідності, є джерелом виникнення вихрового магнітного поля, циркуляція напруженості \vec{H} якого по замкненому контуру не дорівнює нулю.

В діелектрику вектор зміщення \vec{D} складається з двох доданків: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, де \vec{E} – напруженість електростатичного поля, \vec{P} – вектор поляризації, який характеризує дійсне зміщення електричних зарядів у неполярних молекулах і поворот полярних молекул, що містяться в одиниці об'єму діелектрика.

Густина струму зміщення в діелектрику

$$\vec{j}_{зм} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \quad (9.19)$$

де $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ - густина струму зміщення у вакуумі, $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ - густина струму поляризації, що обумовлений зміщенням або поворотом зарядів в діелектрику.

Струм зміщення у вакуумі не виділяє тепла. Густина цього струму тим більша, чим більша швидкість зміни напруженості електричного поля

В загальному випадку струми провідності і зміщення в просторі не розділені, вони знаходяться в одному і тому самому об'ємі. Максвелл ввів поняття **повного струму**, що дорівнює сумі струмів провідності і конвекційних, а також струму зміщення. Густина повного струму

$$\vec{j}_{повн} = \vec{j} + \vec{j}_{зм} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (9.20)$$

Повний струм в колах змінного струму завжди замкнений.

Максвелл узагальнив закон повного струму, ввівши в його праву частину повний струм $I_{повн} = \int_S (\vec{j}_{повн} d\vec{S})$, що охоплюється замкненим контуром L .

Узагальнений закон повного струму має вигляд

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (9.21)$$

Циркуляція вектора напруженості \vec{H} магнітного поля вздовж замкнутого контура L дорівнює повному струму, що пронизує поверхню, обмежену цим контуром.

Якщо струмів провідності, конвекційних струмів і всіх ЕРС, крім ЕРС електромагнітної індукції, немає то отримуємо такі рівняння

$$\oint_L (\vec{E} d\vec{l}) = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}, \quad \oint_L (\vec{H} d\vec{l}) = \frac{\partial \Phi_D}{\partial t}. \quad (9.22)$$

Порівнюючи ці рівняння, можна зробити такі висновки:

- а) між електричним і магнітним полями існує взаємний зв'язок: зміна в часі магнітного поля веде до появи електричного поля, а змінне електричне поле є джерелом вихрового магнітного поля;
- б) знаки при швидкостях зміни потоків магнітної індукції і електричного зміщення різні, причому напрямки $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ і \vec{H} утворюють „правогвинтову” систему (рис. 8.2а), у той час як напрямки $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ і \vec{E} утворюють „лівогвинтову” систему (рис.9.2б).

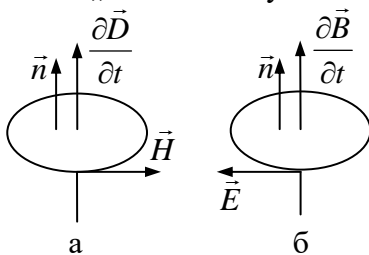


Рисунок 9.2

Різниця в знаках правих частин цих рівнянь відповідає вимогам закону збереження енергії і закону Ленца. Ця різниця в знаках є необхідною умовою існування стійкого електромагнітного поля.

Відкриття струму зміщення дозволило Максвеллу створити єдину теорію електричних і магнітних явищ. Ця теорія пояснила всі відомі того часу експериментальні факти і передбачила ряд нових явищ, існування яких підтвердилось пізніше.

Рівняння Максвелла пов'язують зміни основних характеристик електромагнітного поля - векторів \vec{E} , \vec{D} , \vec{H} , \vec{B} в даному матеріальному середовищі з розподілом у ньому електричних зарядів і струмів.

Середовище в рівняннях Максвелла враховується феноменологічно, тобто без розкриття внутрішнього механізму взаємодії речовин з полем.

В основі теорії Максвелла лежать чотири рівняння.

I. Електричне поле може бути як потенціальним (\vec{E}_q), так і вихровим (\vec{E}_B). Тому напруженість сумарного поля $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B$. Оскільки циркуляція вектора \vec{E}_q вздовж довільного замкненого контура дорівнює нулю, то циркуляція вектора \vec{E} сумарного поля

$$\oint_L (\vec{E} d\vec{l}) = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \right). \quad (9.23)$$

Це рівняння зв'язує значення \vec{E} із зміною вектора \vec{B} з часом і є виразом закону електромагнітної індукції.

Перше рівняння Максвелла вказує на те, що джерелами електричного поля можуть бути не тільки електричні заряди, але і змінні з часом магнітні поля.

II. Узагальнена теорема про циркуляцію вектора \vec{H} :

$$\oint_L (\vec{H} d\vec{l}) = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (9.24)$$

Це рівняння показує, що магнітні поля можуть збуджуватись або рухомими зарядами, або змінними електричними полями.

III. Теорема Остроградського-Гауса для потоку вектора електричного зміщення \vec{D} крізь довільну замкнену поверхню S , що охоплює сумарний заряд q :

$$\oint_S (\vec{D} d\vec{S}) = q. \quad (9.25)$$

Якщо заряд розподілений всередині замкненої поверхні з об'ємною густиною ρ , то

$$\oint_S (\vec{D} d\vec{S}) = \int_V \rho dV. \quad (9.26)$$

IV. Теорема Остроградського-Гауса для магнітного потоку крізь довільну замкнену поверхню S :

$$\oint_S (\vec{B} d\vec{S}) = 0. \quad (9.27)$$

Отже, повна система рівнянь Максвелла в інтегральній формі має такий вигляд:

$$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad \oint_S (\vec{D}, d\vec{S}) = \int_V \rho dN, \quad (9.28)$$

$$\oint_L (\vec{H}, d\vec{l}) = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}, \quad \oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0. \quad (9.29)$$

Величини, що входять в рівняння Максвелла, не є незалежними і між ними є такий зв'язок:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (9.30)$$

Зазначимо, що до першого та четвертого рівняння Максвелла входять лише основні характеристики поля \vec{E} і \vec{B} , а в друге і третє – лише допоміжні величини \vec{D} і \vec{H} .

Рівняння Максвелла несиметричні відносно полів. Це зв'язано з тим, що в природі існують електричні заряди, а нема магнітних.

Для стаціонарних полів ($E = const$ і $B = const$) рівняння Максвелла мають такий вигляд:

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{l}) = 0, \quad \oint_S (\vec{D}, d\vec{S}) = q, \quad (9.31)$$

$$\oint_L (\vec{H}, d\vec{l}) = I, \quad \oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0. \quad (9.32)$$

В даному випадку електричні і магнітні поля існують незалежно одне від одного.

За допомогою рівняння Максвелла для електромагнітного поля можна знайти співвідношення між тангенціальними і нормальними складовими векторів \vec{E} , \vec{D} і \vec{B} , \vec{H} на межі поділу двох різно-рідних діелектриків. Якщо на межі поділу відсутні вільні заряди і струми провідності, то для тангенціальних складових – проєкцій векторів \vec{E} , \vec{D} , \vec{B} , \vec{H} на дотичну площину – мають місце такі співвідношення:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad (9.33)$$

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau}, \quad (9.34)$$

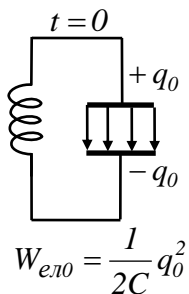


Рисунок 9.3

а для нормальних складових – проєкцій векторів \vec{E} , \vec{D} , \vec{B} , \vec{H} , на спільну нормаль до межі поділу двох середовищ:

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}, \quad B_{1n} = B_{2n}, \quad (9.35)$$

$$D_{1n} = D_{2n}, \quad \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad (9.36)$$

де $\epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2$ - відносні діелектричні і магнітні проникності відповідно першого і другого середовищ.

Розглянемо електромагнітні коливання, при яких періодично змінюються електричні величини, а саме заряд, сила струму, енергія електричного і магнітного полів. Для збудження і підтримання електромагнітних коливань потрібні певні системи, найпростішою з яких є **коливальний контур** — коло, що складається з з'єднаних послідовно котушки індуктивності L , конденсатора ємності C і резистора опором R .

Розглянемо послідовні стадії коливного процесу в ідеалізованому контурі, опір якого малий ($R=0$). Для збудження коливань в контурі конденсатор попередньо заряджають, надаючи його обкладкам заряди $\pm q_0$ (рис. 202). Тоді в початковий момент $t=0$ між обкладками конденсатора виникає електричне поле, енергія якого $W_{ел0} = \frac{1}{2C} q_0^2$. Якщо замкнути конденсатор на котушку, то він почне розряджатися і в контурі потече струм I , який з часом зростає. Цей струм створить в котушці магнітне поле, що також зростає і в свою чергу викличе появу в котушці EPC самоіндукції. Під дією EPC самоіндукції виникає індукційний струм, який сповільнює наростання струму розрядки. Оскільки швидкість зміни струму розрядки конденсатора зменшується, то зменшується EPC самоіндукції і струм розрядки наростає. В результаті енергія електричного поля буде зменшуватися, а магнітного поля котушки - зростати. Оскільки ($R=0$), то згідно із законом збереження енергії повна енергія

$$W = \frac{1}{2C} q_0^2 + \frac{1}{2} L \left(\frac{dq}{dt} \right)_0^2 = const. \quad (9.38)$$

Тому в момент $t = \frac{1}{4}T$, коли конденсатор розрядиться, (рис. 9.4), енергія електричного поля дорівнює нулю, а енергія магнітного поля і струм досягають максимального значення, відповідно $W_{маг0}$ і I_0 . З цього моменту струм в контурі починає зменшуватися і почне зменшуватися магнітне поле котушки, і в ній індукується струм, який тече в тому самому напрямку, що і струм розрядки конденсатора.

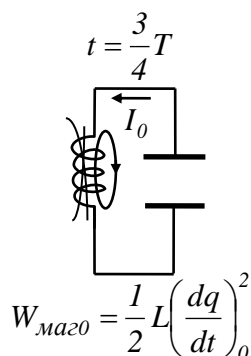


Рисунок 9.4

Конденсатор почне перезаряджатися, виникне електричне поле, що прагне зменшити струм,

який зрештою буде дорівнювати нулю, а заряд на обкладках конденсатора досягне максимуму. Далі ті самі процеси почнуть протікати в зворотному напрямку (рис. 8.5) і система прийде у початковий стан.

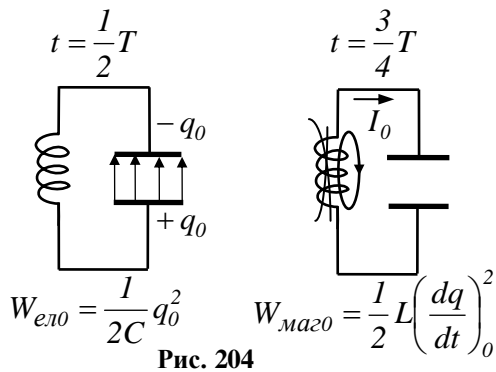


Рисунок 9.5

Після цього почнеться повторення розглянутого циклу розрядження і зарядження конденсатора. Якщо би втрати енергії не було, то в контурі здійснювались би періодичні незгасаючі коливання.

В контурі виникають коливання, які супроводжуються перетвореннями енергії електричного і магнітного полів. Такі коливання називаються **електромагнітними**.

Згідно з другим правилом Кірхгофа для довільного контуру, що містить котушку індуктивністю L , конденсатор ємністю C і резистор опором R , $IR + U = \mathcal{E}_c$, де IR - спад напруги на резисторі, $U = \frac{q}{C}$ - напруга на конденсаторі, $\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt}$ - ЕРС самоіндукції, отже,

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0. \quad (9.39)$$

Оскільки

$$I = \frac{dq}{dt} \quad \text{і} \quad \frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}, \quad (9.40)$$

то

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (9.38)$$

Якщо зовнішні ЕРС відсутні, то коливання будуть вільні. А якщо $R = 0$, то вільні коливання в контурі будуть гармонічними. Диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань заряду q в контурі:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0, \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0, \quad (9.41)$$

де $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ - власна частота контуру.

Звідси

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (9.42)$$

де q_0 - амплітуда коливань заряду конденсатора з циклічною частотою ω_0 .
Період власних коливань, які виникають в контурі,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (9.43)$$

Це співвідношення називають **формулою Томсона**.

Сила струму в коливальному контурі змінюється за законом

$$i = -q_0 \omega \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \quad (9.44)$$

де $I_0 = \omega_0 q_0$ - амплітуда сили струму.

Упродовж першої половини періоду струм іде в одному напрямку, а протягом другої половини – в протилежному.

Напруга на конденсаторі

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (9.45)$$

де $U_0 = \frac{q_0}{C}$ - амплітуда напруги.

Коливання струму i випереджують за фазою коливання заряду q на $\frac{\pi}{2}$, тобто коли струм досягає максимального значення, заряд і напруга дорівнюють нулю і навпаки.

Оскільки

$$U_0 = \frac{q_0}{C} \quad \text{і} \quad I_0 = \omega_0 q_0 = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}, \quad (9.46)$$

то

$$U_0 = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (9.47)$$

Величину $\sqrt{\frac{L}{C}}$ називають **хвильовим опором** контуру.

Згідно з теорією Максвелла змінне електричне і магнітне поле тісно взаємозв'язане, вони утворюють єдине електромагнітне поле.

Джерелами електромагнітного поля служать різні змінні струми: змінний струм у провідниках, коливальний рух іонів, електронів й інших заряджених частинок.

Простою системою, яка еквівалентна змінному струму, є електричний диполь з моментом, що гармонічно змінюється. В початковий момент заряди $+q$ і $-q$ такого диполя суміщені один з одним і тому електричний момент $p = 0$ (рис. 8.6).

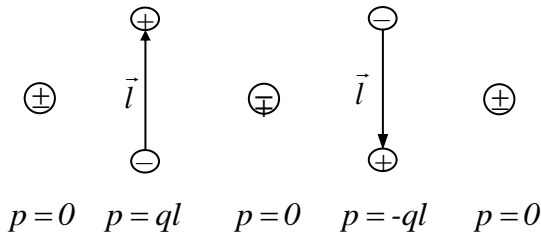


Рисунок 9.6

Через чверть періоду заряди розходяться на максимальну відстань l , момент диполя максимальний і $p = ql$. Через півперіод заряди знову сходяться ($p = 0$), а потім через $t = \frac{3}{4}T$ розходяться в протилежні сторони на відстань l і $p = -ql$. Потім процес періодично повторюється.

Змінне електричне поле, яке виникає під час руху зарядів, породжує змінне магнітне поле, а змінне магнітне поле створює змінне електричне поле. Ці вторинні змінні поля мають вихровий характер. Отже, у просторі, який оточує заряди, виникає послідовність взаємних перетворень електричних і магнітних полів, що поширюються від точки до точки. Цей процес буде періодичним у часі і просторі і, отже, є хвилею.

Електромагнітні хвилі – це сукупність електричного та магнітного полів, напруженості яких змінюються з часом за періодичним законом і які поширюються в просторі з кінцевою швидкістю окремо від зарядів.

Джерелом електромагнітних хвиль може бути і коливальний контур. Щоб випромінювання відіграло помітну роль, необхідно здійснити перехід від закритого коливального контуру, в якому електричне поле зосереджене між обкладками конденсатора, а магнітне - всередині котушки індуктивності, до відкритого коливального контуру (вібратор Герца), що має вигляд двох стрижнів, розділених іскровими проміжками. У відкритому контурі змінне електричне поле заповнює простір, що оточує контур, що істотно підвищує інтенсивність електромагнітного випромінювання.

З рівнянь Максвелла

$$\oint_L (\vec{H} d\vec{l}) = \int_S \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \right), \quad \oint_L (E d\vec{l}) = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \right) \quad (9.48)$$

можна отримати рівняння плоскої електромагнітної хвилі.

Припустимо, що в тому місці, де збуджується електромагнітне поле, вектор \vec{E} весь час залишається паралельним до координатної осі OZ , тоді $E = E_z$, $E_x = E_y = 0$, а вектор \vec{H} паралельний до координатної осі OY і $H = H_y$, $H_x = H_z = 0$.

Оскільки в рівняннях Максвелла контури L можуть бути довільної форми і розмірів, то для першого з рівнянь виберемо елементарний контур $Oabc$, що лежить в площині XOY , а для другого – контур $Odef$, що лежить в площині XOZ (рис. 8.7).

Вектори \vec{E} і \vec{H} є функціями координат і часу, тому їх значення в різних місцях контурів будуть різними. Наприклад, якщо в точці O вектор \vec{E} має значення E_z , то в точці a з координатою dx його значення дорівнюватиме:

$$E_z + \frac{\partial E_x}{\partial x} dx, \quad (9.49)$$

де частинна похідна $\frac{\partial E_x}{\partial x}$ характеризує швидкість зміни E_z в напрямку осі OX .

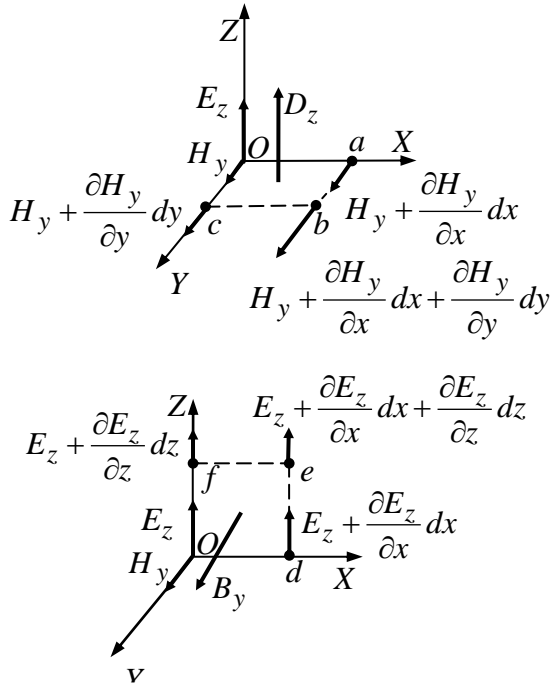


Рисунок 9.7

Розрахуємо $\oint_L (\vec{H} d\vec{l})$. На ділянках Oa і bc добуток $\vec{H} d\vec{l} = 0$, оскільки вектор \vec{H} перпендикулярний до Oa і bc . Для ділянок ab і Oc помножимо довжину кожної з цих ділянок dy на середнє значення вектора \vec{H} в межах цих ділянок; оскільки на ділянці cO вектор \vec{H} напрямлений проти обходу, то отримаємо

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[\left(H_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} dx \right) + \right. \\ & \left. \left(H_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} dx + \frac{\partial H_y}{\partial y} dy \right) \right] dy - \\ & - \frac{1}{2} \left[\left(H_y + \frac{\partial H_y}{\partial y} dy \right) + H_y \right] dy = \frac{\partial D_z}{\partial t} dx dy, \end{aligned} \quad (9.50)$$

де $dx dy$ – площа, яка охоплена контуром.

Тоді

$$\begin{aligned} & H_y dy + \frac{\partial H_y}{\partial x} dx dy + \frac{1}{2} \frac{\partial H_y}{\partial y} dy dy - H_y dy - \\ & - \frac{1}{2} \frac{\partial H_y}{\partial y} dy dy = \frac{\partial D_z}{\partial t} dx dy. \end{aligned} \quad (9.51)$$

Звідси

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{\partial D_z}{\partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}. \quad (9.52)$$

Аналогічний розрахунок для другого рівняння і контуру *Odef* дає такий результат

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t} = \mu_0 \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}. \quad (9.53)$$

Розрахуємо частинні похідні за часом від $\frac{\partial H_y}{\partial x}$ і за координатою x від $\frac{\partial E_z}{\partial t}$, вважаючи ε і μ сталими величинами.

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x \partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \mu_0 \mu \frac{\partial^2 H_y}{\partial x \partial t}. \quad (9.54)$$

Звідси отримуємо **хвильове рівняння для E_z** :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}. \quad (9.55)$$

Аналогічно, беручи частинні похідні по координаті x від $\frac{\partial H_y}{\partial x}$ і по часу від $\frac{\partial E_z}{\partial x}$, отримуємо **хвильове рівняння для H_y** :

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}. \quad (9.56)$$

Отже, змінне електромагнітне поле поширюється в просторі у вигляді електромагнітної хвилі. Фазова швидкість електромагнітних хвиль визначається виразом

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\mu \varepsilon}}, \quad (9.57)$$

де $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ - електродинамічна стала.

Для вакууму $\mu = \varepsilon = 1$ і $v = c$.

Оскільки $\varepsilon \mu > 1$, то швидкість поширення електромагнітних хвиль у речовині завжди менша, ніж у вакуумі.

Величина $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ і збігається зі швидкістю світла у вакуумі. Це привело Максвелла до думки про електромагнітну природу світла.

З рівнянь Максвелла випливає висновок про те, що вектори \vec{E} і \vec{H} електромагнітної хвилі

завжди взаємно перпендикулярні. Крім того, вони лежать у площині, перпендикулярній до напрямку поширення хвилі, тобто до вектора швидкості хвилі. Отже, електромагнітні хвилі є *поперечними*. Взаємна орієнтація трійки векторів \vec{E} , \vec{H} , і \vec{v} задовольняє таке правило: з кінця вектора \vec{v} обертання від \vec{E} до \vec{H} вздовж найкоротшої дуги виглядає таким, що відбувається проти руху стрілки годинника (рис. 8.8).

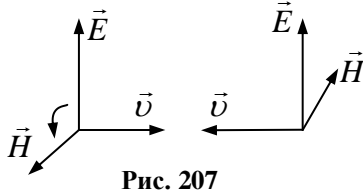


Рисунок 9.8

Інакше кажучи, вектор \vec{v} за напрямком збігається з векторним добутком \vec{E} та \vec{H} :

$$\vec{v} = \frac{v}{EH} [\vec{E} \vec{H}]. \quad (9.58)$$

Розв'язками отриманих хвильових рівнянь є функції

$$E_z = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_{01}), \quad (9.59)$$

$$H_y = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_{02}), \quad (9.60)$$

де ω - циклічна частота хвилі, k - хвильове число, яке дорівнює $\frac{\omega}{v}$, φ_{01} , φ_{02} - початкові фази коливань в точках з координатою $x = 0$.

Підставимо ці функції в рівняння

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu_0 \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad \text{і} \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}. \quad (9.61)$$

В результаті

$$\begin{aligned} E_0 k \sin(\omega t - kx + \varphi_{01}) &= \\ &= -\mu_0 \mu H_0 \omega \sin(\omega t - kx + \varphi_{02}), \\ H_0 k \sin(\omega t - kx + \varphi_{02}) &= \\ &= -\varepsilon_0 \varepsilon E_0 \omega \sin(\omega t - kx + \varphi_{01}). \end{aligned} \quad (9.62)$$

Для того, щоб ці рівняння задовольнялись, необхідним є рівність початкових фаз φ_{01} і φ_{02} і повинні виконуватися співвідношення

$$kE_0 = -\mu_0 \mu \omega H_0, \quad -\varepsilon_0 \varepsilon \omega E_0 = -kH_0. \quad (9.63)$$

Перемножимо обидві частини цих виразів, в результаті отримаємо:

$$-k\omega \varepsilon_0 \varepsilon E_0^2 = -k\omega \mu_0 \mu H_0^2 \quad \text{і} \quad \varepsilon_0 \varepsilon E_0^2 = \mu_0 \mu H_0^2. \quad (9.64)$$

Отже, коливання електричного і магнітного векторів у електромагнітній хвилі відбувається з однаковою фазою ($\varphi_{01} = \varphi_{02}$) – вони одночасно досягають максимальних значень і одночасно перетворюються в нуль, а амплітуди цих векторів зв'язані співвідношенням

$$E_0 \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} = H_0 \sqrt{\mu_0 \mu}. \quad (9.65)$$

Рівняння плоскої електромагнітної хвилі у векторній формі має вигляд

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx). \quad (9.66)$$

Косинусоїдальна або синусоїдальна електромагнітна хвиля називається монохроматичною хвилею.

В кожній точці електромагнітного поля монохроматичної хвилі проекції векторів \vec{E} та \vec{H} на осі координат інерціальної системи відліку здійснюють гармонічні коливання однакової частоти $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$, яка називається частотою хвилі.

На рис. 8.9 наведені вектори \vec{E} і \vec{H} поля плоскої монохроматичної хвилі в один і той самий момент часу. У фіксованій точці простору вектори \vec{E} і \vec{H} змінюються з часом за гармонічним законом.

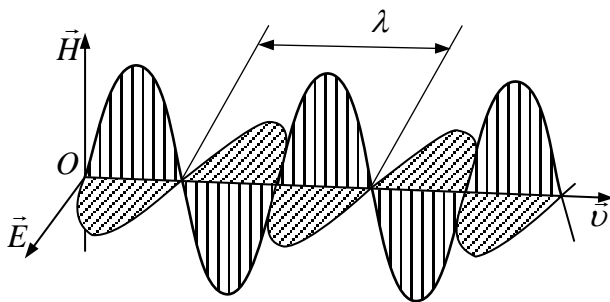


Рисунок 9.9

Вони одночасно збільшуються від нуля, потім через $\frac{1}{4}T$ досягають найбільшого значення. Ще через $\frac{1}{4}T$ обидва вектори одночасно дорівнюють нулю. Потім знову обидва вектори досягають максимального значення, але протилежного за напрямком, ніж півперіоду тому. І через час, який дорівнює періоду коливання векторів, знову стають нульовими. Така зміна векторів \vec{E} і \vec{H} відбувається у всіх точках простору, але зі зсувом за фазою, що визначається відстанню між точками, яка відрахована вздовж осі Ox .

Площина, яка проходить через вектор \vec{E} і вектор швидкості \vec{v} , називається **площиною поляризації хвилі**.

Довжина λ , період T , частота ν і швидкість поширення електромагнітної хвилі зв'язані між собою співвідношеннями

$$\lambda = \nu T = \frac{\nu}{\nu}. \quad (9.67)$$

Енергія електромагнітних хвиль. Потік енергії. Вектор Пойнтінга

Електромагнітне поле має енергію. Тому поширення електромагнітних хвиль пов'язане з

перенесенням енергії в полі, подібно до того, як поширення пружних хвиль у речовині пов'язане з перенесенням механічної енергії.

Об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі складається з об'ємних густин і електричного, і магнітних полів:

$$w = w_{el} + w_m = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (9.68)$$

Враховуючи вираз

$$\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2, \quad (9.69)$$

отримаємо, що густина енергії електричного і магнітного полів в кожен момент часу однакова, тобто $w_{el} = w_m$. Тому

$$w = 2w_{el} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0} EH = \frac{1}{v} EH. \quad (9.70)$$

У випадку плоскої лінійно-поляризованої монохроматичної хвилі, що поширюється вздовж додатного напрямку осі OX , напруженість поля

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx). \quad (9.71)$$

Відповідно об'ємна густина енергії цієї хвилі $w = \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx)$. Значення w в кожній точці поля періодично змінюється з частотою $\frac{\omega}{\pi}$ в границях від 0 до $w_{\max} = \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2$. Середнє значення w за період пропорційне до квадрата амплітуди напруженості поля:

$$\begin{aligned} \langle w \rangle &= \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\pi/\omega} w dt = \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2. \end{aligned} \quad (9.72)$$

Помноживши густину енергії w на швидкість v поширення хвилі в середовищі, отримуємо модуль густини потоку енергії.

Модуль густини потоку енергії числове дорівнює енергії, яку переносить хвиля за одиницю часу через одиницю площі поверхні, що розміщена перпендикулярно до напрямку поширення хвилі:

$$P = wv = EH. \quad (9.73)$$

Оскільки вектори \vec{E} і \vec{H} взаємно перпендикулярні і утворюють з напрямком поширення хвилі правогвинтову систему, то напрямком вектора $[\vec{E}\vec{H}]$ збігається з напрямком переносу енергій, а модуль цього вектора дорівнює EH . Отже, вектор густини потоку енергії електромагнітної хвилі, який називається **вектором Пойнтінга**, дорівнює:

$$\vec{P} = [\vec{E}\vec{H}].$$

Потік Φ електромагнітної енергії через деяку поверхню S можна знайти за допомогою інтегрування:

$$\Phi = \int_S (\vec{P} d\vec{S}). \quad (9.74)$$

Інтенсивність електромагнітної хвилі I дорівнює модулю середнього значення вектора Пойнтінга за проміжок часу, який дорівнює періоду T повного коливання:

$$I = |\langle \vec{P} \rangle| = |\langle \vec{E}\vec{H} \rangle| = \frac{1}{T} \left| \int_0^T [\vec{E}\vec{H}] dt \right|. \quad (9.75)$$

Інтенсивність біжучої монохроматичної хвилі $I = \langle w \rangle v$.

Інтенсивність плоскої лінійно поляризованої монохроматичної біжучої хвилі прямо пропорційна до квадрата амплітуди E_0 коливань вектора \vec{E} поля хвилі:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_0^2. \quad (9.76)$$

ЛЕКЦІЯ 10. ОПТИЧНІ ЯВИЩА В КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ

У розділі представлено короткий огляд вибраних питань курсу оптики без яких неможливе

розуміння оптичних методів, що застосовуються в комп'ютерній техніці. Увага зосереджена на таких явищах як інтерференція, дифракція, поляризація світла, голографія та фотоефект, основи фізики лазерів.

Показано можливі перспективи подальшого використання оптичних методів для покращення характеристик ПК, таких як швидкодія, об'єм пам'яті, габарити, тощо.

Геометрична оптика

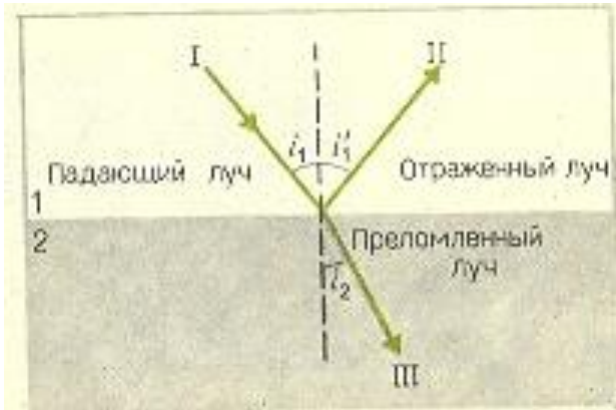


Рисунок 10.1

Закон відображення: відбитий промінь лежить в одній площині з падаючим променем і перпендикуляром, проведеним до границі двох середовищ у точці падіння; кут відображення дорівнює куту падіння.

Закон заломлення: промінь падаючий, промінь заломлений і перпендикуляр, проведений до границі в точці падіння, лежать в одній площині; відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величина постійна для даних середовищ. При всіх змінах кутів падіння та заломлення відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення для даних двох середовищ є величина стала. Цю величину називають відносним показником заломлення другого середовища відносно першого

$$\sin i_1 / \sin i_2 = n_{21} \quad (10.1)$$

Відносний показник заломлення двох середовищ дорівнює відношенню їхніх абсолютних показників заломлення

$$n_{21} = n_2 / n_1 \quad (10.2)$$

Якщо першим середовищем з якого виходить світло є вакуум, то показник заломлення другого середовища відносно першого називається абсолютним показником заломлення:

$$(10.3)$$

$$n = \frac{c}{v}$$

де c – швидкість розповсюдження світла у вакуумі. v – швидкість світла в данному середовищі.

Абсолютний показник заломлення показує, у скільки разів швидкість розповсюдження світла в вакуумі більша від швидкості світла у даному середовищі.

При переході світла з середовища оптичного густішого в середовище оптичного рідше кут заломлення стає більшим від кута падіння, тому при деякому граничному куті падіння, кут заломлення дорівнюватиме $\pi/2$, тобто промінь піде вздовж межі середовищ. При більших кутах падіння від граничного, усі світлові промені відбиватимуться. Це явище називають **повним внутрішнім відбиванням**.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n} \quad (10.4)$$

Взявши $r = \pi/2$, дістанемо

$$\sin i_{cp} = \frac{1}{n}. \quad (10.5)$$

Хвильова оптика

Світло - це електромагнітні хвилі. Швидкість світла і швидкість електромагнітних хвиль однакова і становить $3 \cdot 10^8$ м/с. Але не всі електромагнітні хвилі створюють відчуття світла, а тільки ті, які знаходяться в діапазоні частот:

$$4 \cdot 10^{14} \text{ Гц} \div 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Гц}.$$

Цим частотам відповідає діапазон довжин:

$$0,76 \text{ мкм} \div 0,40 \text{ мкм}.$$

$$c = \lambda \cdot \nu \quad (10.6)$$

λ - довжина хвилі; ν - частота коливань.

При переході в інше середовище змінюється довжина хвилі і швидкість, а частота залишається сталою. Кожному кольору відповідає певна частота електромагнітних хвиль. Наприклад: червоний $4 \cdot 10^{14}$ Гц, а фіолетовий $7,5 \cdot 10^{14}$ Гц.

У 1900 р. німецький фізик Макс Планк висуває **квантову теорію природи світла**, яка доповнює і розширює електромагнітну теорію. За квантовою теорією світло випромінюється не безперервно, а **квантами (фотонами)** - певними **неподільними порціями електромагнітної енергії**.

Зв'язок між квантовою і хвильовою теорією виражається за формулою Планка:

$$\varepsilon = h \cdot \nu \quad (10.7)$$

$h = 6,62 \times 10^{-34}$ Дж·с, ε - енергія кванта; ν - частота коливань; λ - довжина хвилі; h - стала Планка. Фотон (квант) існує до тих пір, поки рухається, він не має маси спокою. При зустрічі з речовиною, він зникає, а енергія переходить до речовини.

Хвильовою поверхнею називається безперервне геометричне місце точок, що коливаються в однакових фазах, рівновіддалених від центру коливань. Фронтом хвилі називається передня хвильова поверхня. Променем називається лінія, вздовж якої поширюється фронт хвилі.

З'ясуємо природу поширення електромагнітних хвиль на основі **принципа Гюйгенса: кожна точка фронту хвилі служить джерелом від якого поширюються елементарні хвилі, а огинаюча всіх цих елементарних хвиль являє собою нове положення фронту хвилі.**

Хвиля це процес поширення коливань у середовищі. Електромагнітні хвилі можуть поширюватись як у середовищі, так і у вакуумі. Частинки середовища, в якому поширюється хвиля, не переносяться хвилею, вони лише здійснюють коливання відносно положень рівноваги. Хвилі, в яких частинки коливаються перпендикулярно до напрямку поширення хвилі, називаються **поперечними**. Хвилі, в яких частинки коливаються вздовж напрямку поширення хвилі, називаються **поздовжніми**. Геометричне місце точок, до яких доходять коливання в момент часу t , називається фронтом хвилі. Геометричне місце точок, які коливаються в однаковій фазі, називається хвильовою поверхнею. Фронт хвилі переміщується, а хвильові поверхні залишаються нерухомими (хвильових поверхонь існує безліч).

Рівняння плоскої хвилі, що поширюється вздовж осі x (див.рис.10.1) з фазовою швидкістю v , описується рівнянням:

$$\zeta(x,t) = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{T_V}\right) = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = A \cos(\omega t - kx),$$

де $k=2\pi/\lambda$ - хвильове число, $\lambda=vT$ - довжина хвилі, $\omega=2\pi/T$ - циклічна частота, T - період коливань.

Довжина хвилі λ - це відстань, яку проходить хвиля за час, рівний періоду коливань, або відстань між найближчими точками, що коливаються синхронно. Фаза коливання - це аргумент при функції косинуса в рівнянні плоскої хвилі.

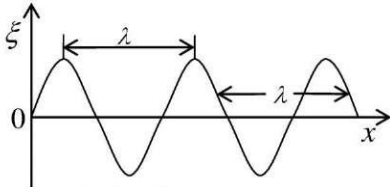


Рисунок 10.2 – Графік коливання точок хвилі.

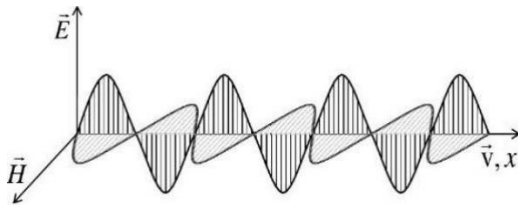


Рисунок 10.3 – Коливання напруженості електричного і магнітного поля хвилі.

Серед великої кількості хвиль слід виділити електромагнітні хвилі. *Електромагнітні хвилі* - це процес поширення електромагнітних коливань у просторі. Джерелом електромагнітних хвиль може бути відкритий коливальний контур. Рівняння плоскої електромагнітної хвилі мають вигляд:

$$\begin{cases} E = E_{\max} \cos(\omega t - kx), \\ H = H_{\max} \cos(\omega t - kx). \end{cases}$$

де E і H - напруженості електричного і магнітного полів, E_{\max} і H_{\max} - їх амплітудні значення. Електромагнітна хвиля - поперечна, при цьому напрямки коливань E та H - взаємно перпендикулярні (див.рис.10.2).

Електромагнітні хвилі можуть мати широкий діапазон довжин хвиль або частот в залежності від способу їх генерації; зокрема, радіохвилі мають довжини $\lambda=10^4-10^4$ м, для інфрачервоних, світлових, ультрафіолетових довжина хвилі становить $\lambda=10^6-10^4$ м. Радіохвилі генеруються вібраторами; світлові хвилі - молекулами і атомами.

У більшості оптичних явищ дія світла на речовину визначається електричним вектором E електромагнітного поля. Світлове випромінювання ($\nu \sim 10^{15}$ Гц) не призводить до намагнічування середовища. Тому, саме вектор E називають світловим вектором. Світлова хвиля називається монохроматичною, якщо амплітуда $E_{\max} = \text{const}$, частота $\omega = \text{const}$, а початок і кінець хвилі жодним чином не обмежені, тобто $-\infty < r < +\infty$. Однак, оскільки тривалість процесу випромінювання електромагнітних хвиль окремими атомами є скінченною ($\tau \approx 10^{-8}$ с), то світло є сукупністю просторово обмежених хвиль (*цугів*).

Нехай плоска світлова хвиля, поширюється вздовж напрямку r . Тоді її можна описати системою рівнянь для електричної та магнітної складових хвилі:

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_0) \\ \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_0) \end{cases}$$

де E_0 і H_0 - відповідні амплітуди, $(\omega_0 t - k r + \varphi_0)$ - фаза коливань, α_0 - початкова фаза коливань.

Якщо дві такі монохроматичні хвилі однакової частоти накладаються в певній точці простору, то їх різниця фаз:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\vec{k}_1\vec{r}_1 - \vec{k}_2\vec{r}_2) + (\alpha_{02} - \alpha_{01})$$

за рахунок випадковості і непередбачуваності початкових фаз α_0 не буде залишатись постійною в часі. Якщо ж обидві хвилі мають спільне походження ($\alpha_{01} = \alpha_{02}$), то $\Delta\varphi = \text{const}$. Хвилі однакової частоти, що мають постійну в часі різницю фаз, і коливаються в одній площині називають когерентними. Якщо врахувати, що хвильове число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi n}{cT} = \frac{2\pi n}{\lambda_0}$$

де n - показник заломлення середовища, в якому поширюється хвиля, а λ_0 - довжина світлової хвилі у вакуумі, то

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 r_1 - n_2 r_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

Тут Δ - оптична різниця ходу когерентних світлових хвиль (променів), оскільки добуток $n r$ називається оптичним шляхом променя. Для когерентних світлових хвиль оптична різниця ходу не залежить від часу.

Інтерференція світла - це явище накладання когерентних світлових хвиль, в результаті якого відбувається перерозподіл світлової енергії в просторі. В точках простору, куди когерентні хвилі приходять у фазі, вони підсилюють одна одну; в точках, куди вони попадають у протифазі, відбувається послаблення світла. На екрані спостерігається характерна інтерференційна картина у вигляді чергування темних і світлих смуг - максимумів і мінімумів освітленості.

У випадку *максимуму* інтенсивності інтерференційної картини в оптичній різниці ходу двох когерентних хвиль вкладається ціле число довжин хвиль (у вакуумі) λ_0 , тобто

$$\Delta = \pm m \lambda_0, \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Мінімум інтерференції спостерігається, коли в оптичній різниці ходу вкладається непарне число півхвиль, тобто

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Так, якщо при накладанні двох когерентних хвиль однакової амплітуди, одна з них пройшла в тому ж середовищі шлях на $\lambda_0/2$ більший ніж інша, то вони взаємно погасять одна одну.

На основі інтерференційних умов працюють *інтерферометри*. Дані прилади використовуються для вимірювання довжин хвиль спектральних ліній, показників заломлення прозорих середовищ, довжин і кутових величин. **На явищі інтерференції оснований запис і зчитування інформації з компакт-дисків.**

Інтерференція світла

В кожній точці простору виникає складне електромагнітне коливання, яке є результатом додавання коливань кожної хвилі окремо.

Інтерференцією світла називається явище накладання двох або кількох **когерентних** світлових хвиль, в результаті якого відбувається перерозподіл інтенсивності світла в просторі.

Хвилі називаються когерентними, якщо вони мають однакову частоту і в точці накладання постійну різницю фаз. Дві хвилі називаються **когерентними**, якщо різниця фаз між ними постійна на протязі часу, достатнього для спостереження

$$\Delta\varphi = \text{const.}$$

Когерентність коливань, які здійснюються в одній і тій самій точці простору, що визначається ступенем монохроматичності хвиль, називається **часовою когерентністю**.

Два джерела, розміри і взаємне розміщення яких дозволяє спостерігати інтерференційні смуги (при необхідному ступені монохроматичності світла), називаються **просторово когерентними**.

Добуток геометричної довжини d шляху світлової хвилі на показник n заломлення цього середовища називається **оптичною довжиною шляху**.

Інтерференційні смуги, які виникають внаслідок накладання хвиль, що падають на плоско паралельну пластинку під однаковими кутами, називаються **смугами однакового нахилу**.

Інтерференційні смуги, що виникають внаслідок інтерференції від місць однакової товщини, називаються **смугами однакової товщини**.

Якщо обмежити розміри джерела світла, а випускаючий ним вузький промінь розділити на два, а потім примусити їх перехрещуватися, то спостерігається стаціонарна картина інтерференції.

Яким чином можна дістати когерентні світлові хвилі?

Для одержання когерентних джерел світла вдаються до штучного прийому: розділяють пучок світла від одного джерела на два чи кілька пучків, які йдуть у різних напрямках, а потім знову зводять і накладають один на одного. Якщо ці частини однієї хвилі пройдуть різну відстань, то між ними виникне **різниця фаз, обумовлена різницею ходу хвиль**, і при накладанні хвиль повинні виникнути інтерференційні явища. Це розділення пучка на два можна здійснити різними способами. Наприклад, за допомогою біпризми. Біпризма - це дві вузькі призми, складені малими основами.

Поставимо перед біпризмою джерело S монохроматичного випромінювання, тобто випромінювання з однією строго визначеною частотою коливань. Таке випромінювання можна дістати за допомогою світлофільтра, який пропускає світло одного кольору, точніше - однієї частоти коливань. На екрані E виникне інтерференційна картина. Вона є чергуванням світлих і темних смуг, із світлою смугою посередині. Світлі смуги інтерференції мають колір світлофільтра, встановленого перед джерелом світла.

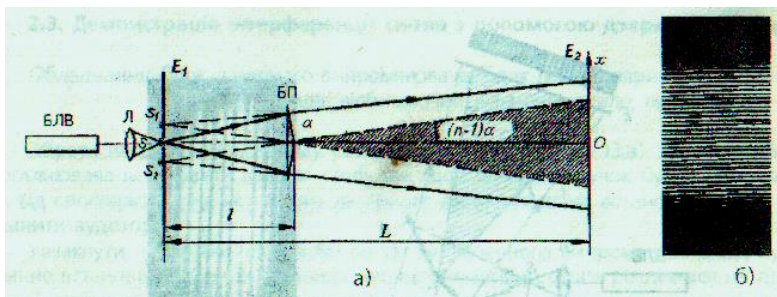


Рисунок 10.4 – Схема демонстрації інтерференції світла.

Пояснюється виникнення інтерференційної картини так. Усі промені, які падають на праву призму, після заломлення в ній ідуть так, ніби вони вийшли з точки S_1 , яка є уявним зображенням джерела світла S . Аналогічно промені після заломлення в лівій призмі йдуть так, ніби вони вийшли з точки S_2 . Таким чином, на всій поверхні екрана відбувається накладання когерентних променів,

які ніби йдуть від двох уявних і когерентних джерел світла S_1 і S_2 . У середині інтерференційної картини проти джерела світла видно світлу смугу, оскільки в цьому місці когерентні хвилі накладаються з однаковими фазами. При віддаленні від центральної світлої смуги на екрані різниця ходу променів зростає, і коли вона досягає $(1/2 \lambda)$, на екрані по обидва боки від центральної світлої виникають темні смуги. Коли різниця ходу променів досягає λ , на екрані виникають світлі смуги, потім при різниці ходу променів $3/2 \lambda$, - темні смуги і т. д.

При освітленні біпризми червоним світлом відстані між смугами виявляються більшими, ніж при освітленні зеленим чи синім світлом.

А що спостерігати на екрані, якщо біпризму освітити білим світлом? У цьому випадку теж спостерігатиметься інтерференційна картина: в центрі буде видно білу світлу смугу, а по обидва боки від неї - кольорові смуги, забарвлені всіма кольорами райдуги. Виникнення різнокольорових смуг легко пояснити. Припустимо, що для якоїсь точки А різниця ходу променів $S_1A - S_2A$ дорівнює цілому числу довжин хвиль червоного світла, а для хвиль світла іншого забарвлення ця умова не виконується. Однак для іншої точки В екрана різниця ходу променів $S_1B - S_2B$ дорівнює цілому числу довжин хвиль уже зеленого світла, а для світла іншого забарвлення (в тому числі й червоного) ця умова не виконується. Для точки С різниця ходу променів дорівнюватиме цілому числу довжин хвиль вже для фіолетового світла.

Дістати когерентні світлові пучки можна за допомогою **дзеркал Френеля**, які являють собою два плоскі дзеркала, розміщені під кутом майже 180° . Якщо на ці дзеркала спрямувати пучок світла, то він роздвоюється дзеркалами і від кожного дзеркала світло поширюється розбіжним пучком. Після відбивання обидва пучки світла накладаються один на одного і інтерферують. На екрані виникає така сама інтерференційна картина, як коли б екран освітлювався когерентними джерелами S_1 і S_2 , уявними зображеннями джерела світла S у дзеркалах.

Для одержання когерентних світлових хвиль застосовують метод поділу хвилі, випромінюваної одним джерелом, на дві частини, що після проходження різних оптичних шляхів накладаються одна на одну і спостерігається інтерференційна картина.

Припустимо, що дві монохроматичні світлові хвилі, накладаючись одна на другу, збуджують у визначеній точці простору коливання однакового напрямку:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \end{aligned} \quad (10.8)$$

Під x розуміють напруженість електричного E чи магнітного H полів хвилі; вектори E і H коливаються у взаємно перпендикулярних площинах. Напруженості електричних і магнітних полів підкоряються принципу суперпозиції. Амплітуда результуючого коливання в даній точці:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (10.9)$$

При накладенні двох (чи декількох) когерентних світлових хвиль відбувається просторовий перерозподіл світлового потоку, у результаті чого в одних місцях виникають максимуми, а в інших - мінімуми інтенсивності. Це явище називається інтерференцією світла.

Розділення на дві когерентні хвилі відбувається в певній точці О. До точки М, в якій спостерігається інтерференційна картина, одна хвиля в середовищі з показником заломлення n_1 пройшла шлях l_1 друга - в середовищі з показником заломлення n_2 - шлях l_2 . Якщо в точці О фаза коливань дорівнює $\omega \cdot t$, то в точці М перша хвиля збудить коливання

$$x_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{l_1}{v_1} \right), \quad (10.11)$$

друга хвиля - коливання

(10.12)

$$x_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{l_2}{v_2} \right)$$

де c – velocity of light in vacuum

$$v_1 = \frac{c}{n_1} \quad v_2 = \frac{c}{n_2}$$

(10.13)

$$\delta = \omega \left(\frac{l_2}{v_2} - \frac{l_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (l_2 n_2 - l_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

$$\Delta = l_2 - l_1$$

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (10.14)$$

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (10.15)$$

$$\Delta = \pm (2m+1) \frac{\lambda_0}{2}$$

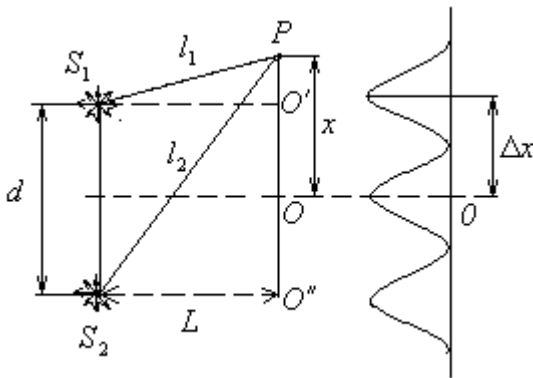


Рисунок 10.5

ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

Метод зон Френеля. Прямолинійне поширення світла

Дифракція світла - це сукупність явищ, які зумовлені хвильовою природою світла і спостерігаються в середовищах з різкими неоднорідностями (наприклад, при проходженні світла через вузькі отвори, поблизу границь непрозорих тіл і т.п.). Дифракція, зокрема, приводить до огинання світловими хвилями перешкод і проникання світла в область геометричної тіні. Для спостереження дифракції необхідно, щоб розміри перешкод були співмірні з довжиною хвилі світла.

Проникнення світла в область геометричної тіні пояснює *принцип Гюйгенса*: кожна точка фронту хвилі є джерелом вторинної сферичної хвилі; положення фронту хвилі в наступний момент визначається огинаючою фронтів усіх вторинних хвиль.

Френель доповнив принцип Гюйгенса уявленням про інтерференцію вторинних хвиль. Розрізняють *дифракцію сферичних хвиль* (за Френелем) і *дифракцію плоских хвиль* (за Фраунгофером). Саме дифракція Фраунгофера має велике практичне застосування. Прикладом може служити дифракційна решітка як диспергуючий елемент спектрометра. Явища дифракції і інтерференції використовуються в голографії.

Дифракцією світла називають сукупність явищ, що обумовлені хвильовою природою світла і спостерігаються при його поширенні в середовищі з різко вираженими неоднорідностями (наприклад, при проходженні через отвори в непрозорих екранах, поблизу границь непрозорих тіл і т.д.). будинку, тобто звукова хвиля його обгинає.

Явище дифракції пояснюється за допомогою принципу Гюйгенса, згідно з яким кожна точка, до якої доходить хвиля, служить центром вторинних хвиль, а обвідна цих хвиль дає положення хвильового фронту в наступний момент часу.

Принцип Гюйгенса-Френеля можна виразити такими положеннями:

1) під час розрахунку амплітуди світлових коливань, що збуджуються джерелом S_0 в довільній точці M , джерело S_0 можна замінити еквівалентною йому системою вторинних джерел – малих ділянок dS будь-якої замкнутої допоміжної поверхні S , проведеної так, щоб вона охоплювало джерело S_0 і не охоплювала розглядану точку M ;

2) вторинні джерела, які еквівалентні джерелу S_0 , когерентні між собою, тому вторинні хвилі, збуджені ними, інтерферують, і розрахунок інтерференції найбільш простий, якщо S - хвильова поверхня для світла джерела S_0 , оскільки при цьому фази коливань всіх вторинних джерел однакові;

3) амплітуда dE_0 коливань, що збуджується в точці M вторинним джерелом, пропорційна до площі dS відповідної ділянки хвильової поверхні обернено пропорційна до відстані r від неї до точки M і залежить від кута φ між зовнішньою нормаллю до хвильової поверхні і напрямком від елемента dS до точки M :

$$dE_0 = f(\varphi) \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS$$

де $(\omega t + \varphi_0)$ - фаза коливань в місці розміщення хвильової поверхні, a - величина, яка пропорційна до амплітуди первинних хвиль в точках елемента dS ; $f(\varphi)$ монотонно спадає від 1 при $\varphi = 0$ до 0 при $\varphi = \pi$ (вторинні джерела не випромінюють назад); кут φ називається кутом

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

дифракції.

4) якщо частина поверхні S закрита непрозорими екранами, то вона не випромінює енергію, а інші випромінюють так само, як і за відсутністю екранів.

Урахування амплітуд і фаз вторинних хвиль дозволяє в кожному конкретному випадку знайти амплітуду результуючої хвилі в довільній точці простору, тобто визначити закономірність поширення світла.

Результуюче коливання в точці M являє собою суперпозицію коливань, взятий для всієї хвильової поверхні S :

$$E_{OM} = \int_S f(\varphi) \frac{a}{r} \cdot \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS$$

Ця формула є аналітичним виразом принципу Гюйгенса – Френзеля.

Принцип Гюйгенса - Френеля в рамках хвильової теорії повинний був відповісти на запитання про прямолінійне поширення світла. Френель вирішив цю задачу, розглянувши взаємну інтерференцію вторинних хвиль і застосувавши прийом, що одержав назву методу зон Френеля.

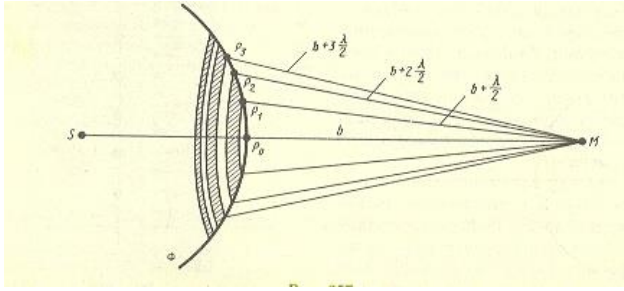


Рисунок 10.7

Знайдемо в довільній точці M амплітуду світлової хвилі, що поширюється в однорідному середовищі з точкового джерела S (рис.10.6). Відповідно до принципу Гюйнгенса – Френеля, замінимо дію джерела S дією уявлених джерел, розташованих на допоміжній поверхні Φ , що є поверхнею фронту хвилі, що йде з S (поверхня сфери з центром S). Френель розбив хвильову поверхню Φ на кільцеві зони такого розміру, щоб відстані від країв зони до M відрізнялися на $\lambda/2$, тобто

$$P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = P_3M - P_2M = \dots = \lambda/2 \quad (10.16)$$

Подібне розбиття фронту можна виконати, провівши з центром у точці M сфери радіусами

$$b + \frac{\lambda}{2}, b + 2\frac{\lambda}{2}, b + 3\frac{\lambda}{2}, \dots, b + m\frac{\lambda}{2} \quad (10.17)$$

Тому що коливання від сусідніх зон проходять до точки M відстані, що відрізняються на $\lambda/2$, то в точку M вони приходять у протилежній фазі і при накладенні ці коливання будуть взаємно послабляти один одного. Тому амплітуда результуючого світлового коливання в точці M

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m \quad (10.18)$$

де A_1, A_2, \dots, A_m - амплітуди коливань, створених 1-й, 2-й, ..., m -й зонами.

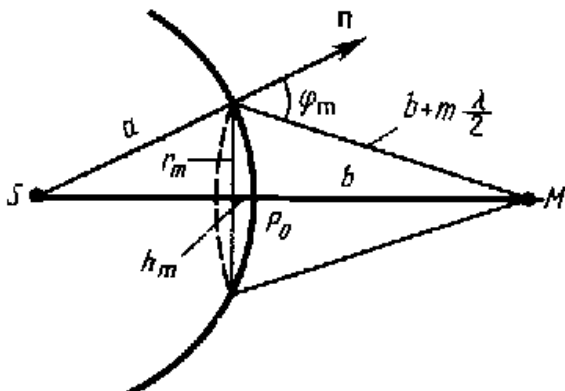


Рисунок 10.8

Для оцінки амплітуд коливань знайдемо площі зон Френеля. Зовнішня границя m -ї зони виділяє на хвильовій поверхні сферичний сегмент висоти h_m , позначивши площу цього сегмента через σ_m , знайдемо, що площа m -ї зони Френеля дорівнює

$$\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1},$$

де σ_{m-1} - площа сферичного сегмента, виділюваного зовнішньою границею $(m-1)$ -ї зони. З рисунку випливає, що

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + m\lambda/2)^2 - (b + h_m)^2 \quad (10.19)$$

після елементарних перетворень, з огляду на, що $\lambda \ll a$ і $\lambda \ll b$, одержимо

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)} \quad (10.20)$$

а площа сферичного сегмента

$$\sigma_m = 2\pi a h_m = \frac{\pi a b \lambda}{a+b} m \quad (10.21)$$

а площа m -ї зони Френеля

$$\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi a b \lambda}{a+b} \quad (10.22)$$

Вираження (10.22) не залежить від m , отже, при не занадто великих m **площі зон Френеля однакові**. Таким чином, побудова зон Френеля розбиває хвильову поверхню сферичної хвилі на рівні зони.

Відповідно до вираження Френеля, дія окремих зон у точці M тим менше, чим більше кут φ_m між нормаллю n до поверхні зон напрямком на M , тобто дія зони поступово убуває від центральної (біля P_0) до периферичного (до нуля). Крім того, інтенсивність випромінювання в напрямку точки M зменшується з ростом m і в наслідок захоплення відстані від зони до точки M . З огляду на оба ці фактора, можемо записати

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > \dots$$

загальне число зон Френеля, що зменшуються по пів сфери, дуже велико; наприклад, при $a+b=10$ см і $\lambda=0,5$ МКМ.

$$N = \frac{2\pi a^2}{\pi a b \lambda} (a+b) = 8 \cdot 10^5$$

Тому як припустимо наближення можна вважати, що амплітуда коливання A_m від деякої m -ї зони Френеля дорівнює середньому арифметичний від амплітуд зон, що примикають до неї, тобто

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2} \quad (10.23)$$

тоді вираження () можна записати у виді

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots = \frac{A_1}{2}, \quad (10.24)$$

тому що вираження, що у дужках, згідно (), дорівнюють нулю, а частина, що залишилася, від амплітуди останньої зони $\pm A_m/2$ мізерно мала.

Таким чином, **амплітуда, створювана в довільній точці M сферичною хвильовою поверхнею, дорівнює половині амплітуди, створюваною однією центральною зоною.** Отже, дія усієї хвильової поверхні на точку M зводиться до дії її малої ділянки центральної зони.

Якщо у вираженні () покладемо, що висота сегмента $h_m \ll a$ (при не занадто великих m).

Підставивши сюди значення (), знайдемо радіус зовнішньої границі m -ї зони Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}. \quad (10.25)$$

При $a=b=10$ см і $\lambda=0,5$ мкм радіус першої (центральної) зони $r_1=0,158$ мм. Отже, поширення світла від S до M відбувається так, начебто світловий потік поширюється усередині дуже вузького каналу уздовж SM , тобто прямолінійно. Таким чином, **принцип Гюйгенса - Френеля дозволяє пояснити прямолінійний розподіл світла в однорідному середовищі.**

Правомірність розподілу хвильового фронту на зони Френеля підтверджена експериментально. Для цього використовуються зонні пластинки - у найпростішому випадку скляні пластинки, що складаються із системи чередуючихся прозорих і не прозорих концентричних кілець, побудованих за принципом розташування зон Френеля, тобто з радіусами r_m зон Френеля, обумовленими вираженням () для визначених значень a, b і λ ($m=0,2,4,\dots$ для прозорих і $m=1,3,5,\dots$ для непрозорих кілець). Якщо помістити зонну пластинку на відстані b від точкового джерела і на відстані a від точки спостереження на лінії, що з'єднують ці дві точки, то для світла довжиною хвилі λ вона перекидає чотири зони і залишить вільними непарні починаючи з центральної. У результаті цього результуюча амплітуда $A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$ повинна бути більше, ніж при цілком відкритому фронті. Дійсно, на досвіді зонна пластина в багато разів збільшує інтенсивність світла в точці M , діючи подібно лінзі.

Дифракція світла на отворі

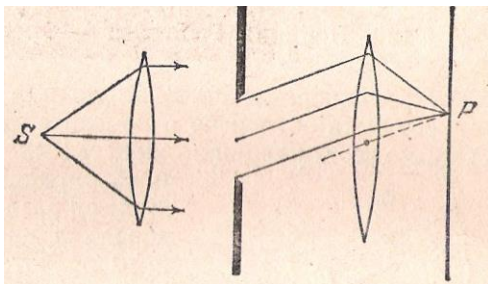


Рисунок 10.9

Між інтерференцією і дифракцією немає істотної фізичної відмінності.

Якщо джерело світла S і точку спостереження P розташовано від перешкоди настільки далеко, що проміння, падаюче на перешкоду, і проміння, що йде в точку P , утворюють практично

паралельні пучки, говорять про *дифракцію* в паралельному промінні або про *дифракцію Фраунгофера*. В протилежному випадку говорять про *дифракцію Френеля*.

Дифракцію Фраунгофера можна спостерігати, помістивши за джерелом світла S і перед точкою спостереження P по лінзі так, щоб точки S і P опинилися у фокальній площині відповідної лінзи (рис.).

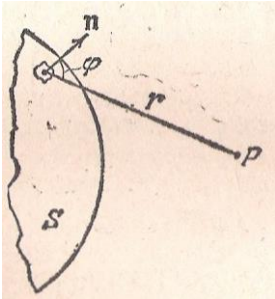


Рисунок 10.10

В обґрунтування принцип Гюйгенса-Френеля можна привести наступні міркування. Хай на шляху світлової хвилі (для простоти ми вважатимемо її плоскою) поставлений непрозорий тонкий екран E (рис.). За екраном інтенсивність світла рівна нулю. Це викликано тим, що впала на екран світлова хвиля порушує коливання електронів в матеріалі екрану. Електрони, що коливаються, випромінюють електромагнітні хвилі. Поле за екраном є суперпозицією первинної (падаючої на екран) хвилі і всіх вторинних хвиль. Амплітуди і фази вторинних хвиль виявляються такими, що при суперпозиції цих хвиль з первинною хвилею в будь-якій точці P за екраном виходить нульова амплітуда. Отже, якщо первинна хвиля створює в точці P коливання

$$A_{\text{перв}} \cos(\omega t + \alpha)$$

те результуюче коливання, порушуване в тій же точці вторинними хвилями, має вигляд

$$A_{\text{втор}} \cos(\omega t + \alpha - \pi)$$

причому $A_{\text{перв}} = A_{\text{втор}}$

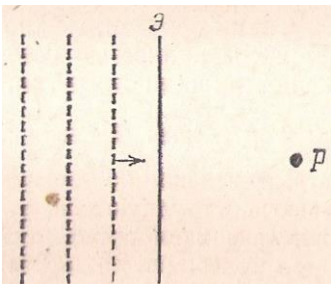


Рисунок 10.11

Сказане означає, що при обчисленні амплітуди коливання, породжуваного в точці P світловою хвилею, що розповсюджується від реального джерела, можна замінювати це джерело сукупністю вторинних джерел, розташованих уздовж хвильової поверхні. А в цьому і полягає суть принципу Гюйгенса - Френеля. Розіб'ємо непрозору перешкоду на дві частини. Одна з них, яку ми назвемо пробкою, має кінцеві розміри і довільну форму (круг, прямокутник і т. п.). інша частина включає всю решту поверхні нескінченної перешкоди. Поки пробка на місці, результуюче коливання в точці P за перешкодою рівно нулю. Його можна відрекомендувати як суму коливань, створюваних первинною хвилею, хвилею, породжуваною пробкою, і хвилею, рештою породжуваної частини перешкоди:

$$A_{\text{перв}} \cos(\omega t + \alpha) + A_{\text{проб}} \cos(\omega t + \alpha') + A_{\text{перез}} \cos(\omega t + \alpha'') = 0 \quad (10.28)$$

Якщо прибрати пробку, тобто пропустити хвилю через отвір в непрозорій перешкоді, то коливання в точці P матиме вигляд

$$E_p = A_{\text{перв}} \cos(\omega t + \alpha) + A_{\text{перез}} \cos(\omega t + \alpha'') = -A_{\text{проб}} \cos(\omega t + \alpha') = A_{\text{проб}} \cos(\omega t + \alpha' - \pi)$$

Ми скористалися умовою () і припустили, що видалення пробки не змінює характер коливань електронів в частині перешкоди, що залишилася. Таким чином, можна вважати, що коливання і точці P створюються сукупністю джерел вторинних хвиль, розташованих на поверхні отвору, що утворився після видалення пробки.

Дифракція Фраунгофера на дифракційних ґратках

Якщо перейти від однієї щілини до багатьох (до дифракційних ґрат), то дифракційні картини, створювані кожною щілиною окремо, будуть однаковими.

Дифракційна картина на ґратах визначається як результат взаємної інтерференції хвиль, що йдуть від усіх щілин, тобто в дифракційних ґратах здійснюється багатопророменева інтерференція когерентних дифрагированих пучків світла, що йдуть від усіх щілин. Розглянемо дифракційні ґрати. На рис. для наочності показані тільки дві сусідні щілини MN і CD . Якщо ширина кожної щілини дорівнює a , а ширина непрозорих ділянок між щілинами b , то величина $d = a + b$ називається постійною (періодом) дифракційних ґрат. Нехай плоска монохроматична хвиля падає нормально до площини ґрат. Тому що щілини знаходяться друг від друга на однакових відстанях, то різниці ходу променів, що йдуть від двох сусідніх щілин, будуть для даного напрямку порівняно однакові в межах усієї дифракційної решітки

$$\Delta = CF = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi$$

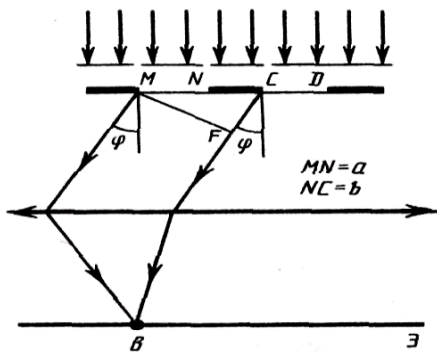


Рисунок 10.12

Очевидно, що в тих напрямках, у яких жодна з щілин не поширює світло, воно не буде поширюватися і при двох щілинах, тобто **головні мінімуми інтенсивності будуть спостерігатися в напрямках, обумовлених умовою ()**:

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Крім того, унаслідок взаємної інтерференції світлових променів, що посилаються двома щілинами, у деяких напрямках вони будуть гасити один одного, тобто виникнуть додаткові мінімуми. Очевидно, що ці додаткові мінімуми будуть спостерігатися в тих напрямках, що

посилаються, наприклад, від крайніх лівих точок М и С обох щілин. Таким чином, **умова додаткових мінімумів**:

$$d \sin \varphi = \pm(2m+1) \frac{\lambda}{2}$$

Навпаки, **дія однієї щілини буде підсилювати дію іншої, якщо**

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda$$

т. е. вираження () задає **умова головних максимумів**. Таким чином, повна дифракційна картина для двох щілин визначається з умови:

головні мінімуми

$$a \sin \varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots;$$

додаткові мінімуми

$$d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots;$$

головні максимуми

$$d \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots,$$

т. е. між двома головними максимумами розполагається один додатковий мінімум. Аналогічно можна показати, що між кожними двома головними максимумами при трьох щілинах розташовується два додаткових мінімуми, при чотирьох щілинах - три і т.д..

Якщо дифракційні ґрати складаються з N щілин, то умовою головних мінімумів є умова (), умовою головних максимумів - умова (), а умовою додаткових мінімумів

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda / N$$

$$(m' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots),$$

Отже, у випадку N щілин між двома головними максимумами розташовується N-1 додаткових мінімумів, розділених вторинними максимумами, що створюють дуже слабке світло. Чим більше щілин M, тим більша кількість світлової енергії пройде через ґрати, тим більше мінімумів утвориться між сусідніми головними максимумами, тим, отже, більш інтенсивними і більш гострими будуть максимуми. На рис. якісно представлена дифракційна картина від восьми щілин.

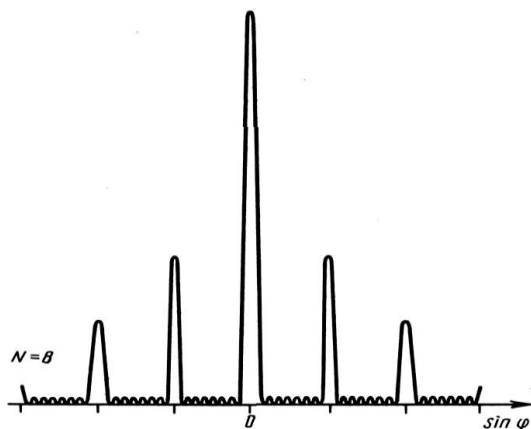


Рисунок 10.13

Тому що модуль $\sin \varphi$ не може бути більше одиниці, то з () випливає, що число головних максимумів визначається відношенням періоду ґрати до довжини хвилі. Положення головних максимумів залежить від довжини хвилі

$$m \leq d/\lambda \quad .$$

Тому *при пропущенні через ґрати білого світла всі максимуми, крім центрального, розкладуться в спектр, фіолетова область якого буде звернена до центра дифракційної картини, червона - назовні*. Це властивість дифракційних ґрат використовується для дослідження спектрального складу світла (визначення довжин хвиль і інтенсивностей усіх монохроматичних компонентів), тобто дифракційні ґрати можуть бути використані як спектральний прилад.

Дифракційні ґрати, використовувані в різних областях спектра, розрізняються розмірами, формою, матеріалом поверхні, профілем штрихів і їхньою частотою (від 6000 до 0,25 штрих/мм, що дозволяє перекривати область спектра від ультрафіолетової його частини до інфрачервоної).

Просторові ґрати. Розсіювання світла

Дифракція світла спостерігається не тільки на плоских одномірних ґратах (штрихи нанесені перпендикулярно деякої прямої лінії), але і на двовимірних ґратах (штрихи нанесені у взаємно перпендикулярних напрямках в одній і тій же площині). Великий інтерес представляє також дифракція на просторових (тривимірних) ґратах - просторових утвореннях, у яких елементи структури подібні за формою, мають геометрично правильне і періодично повторюване розташування, а також постійні (періоди) ґрат, порівнянні з довжиною хвилі електромагнітного випромінювання. Іншими словами, подібні просторові утворення повинні мати періодичність по трьох не лежачим в одній площині напрямкам. У якості просторових дифракційних ґрат можуть бути використані кристалічні тіла, тому що в них неоднорідності (атоми, молекули, іони) регулярно повторюються в трьох напрямках.

Дифракція світла може відбуватися також у так званих мутних середовищах - середовищах з явно вираженими оптичними неоднорідностями. До мутних середовищ відносяться аерозолі (хмари, дим, туман), емульсія, колоїдні розчини і т.д. , тобто такі середовища, у яких зважена безліч дуже дрібних часток сторонніх речовин. Світло, проходячи через мутне середовище, дифрагує від безладно розташованих мікронеоднорідностей, даючи рівномірний розподіл інтенсивностей в усіх напрямках, не створюючи якої-небудь визначеної дифракційної картини. Відбувається так назване розсіювання світла в мутному середовищі. Це явище можна спостерігати, наприклад, коли вузький пучок сонячних променів, проходячи через запилене повітря, розсіюється на порошинах і стає тим самим видимою.

Розсіювання світла (як правило, слабке) спостерігається також і в чистих середовищах, не утримуючих сторонніх часток. Л. И. Мандельштам пояснив розсіювання світла в середовищах порушенням їхньої оптичної однорідності, при якому показник заломлення середовища не постійний, а міняється від точки до точки. Надалі польський фізик М. Смолуховський (1872 - 1917) указав, що причиною розсіювання світла можуть бути також флуктуації щільності, що виникають у процесі хаотичного теплового руху молекул середовища. Розсіювання світла в чистих середовищах, обумовлене флуктуаціями щільності, чи анізотропії концентрації, називається молекулярним розсіюванням.

Молекулярним розсіюванням порозумівається, наприклад, блакитний колір неба. Відповідно до закону Д. Рэлея, інтенсивність розсіяного світла назад пропорційна четвертого ступеня довжини хвилі.

Дифракція рентгенівського проміння. Формула Вульфа - Брэггов

Для спостереження дифракційної картини необхідно, щоб постійна ґрати були того ж порядку, що і довжина хвилі падаючого випромінювання. Дифракція рентгенівських променів є результатом

їхнього відображення від системи рівнобіжних кристалографічних площин (площин, у яких лежать вузли (атоми) кристалічних ґрат). Представимо кристали у виді сукупності рівнобіжних кристалографічних площин (рис.), що відстоять друг від друга на відстані d

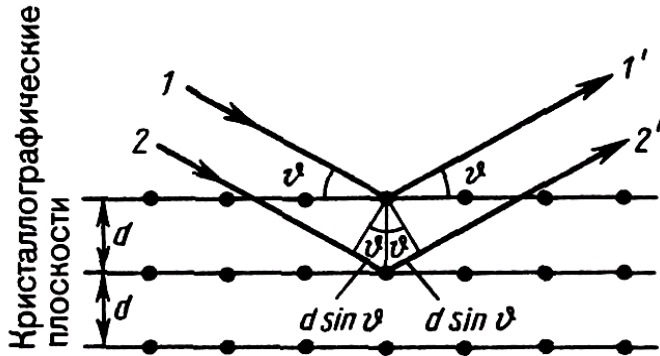


Рисунок 10.14

. Пучок рівнобіжних монохроматичних рентгенівських променів (1, 2) падає під кутом ковзання (кут між напрямком падаючих променів і кристалографічною площиною) і збуджує атоми кристалічних ґрат, що стають джерелами когерентних вторинних хвиль, інтерферируючих між собою, подібно вторинним хвилям, від щілин дифракційних ґрат. **Максимуми інтенсивності (дифракційні максимуми) спостерігаються в тих напрямках, у яких усі відбиті атомними площинами хвилі будуть знаходитися в однаковій фазі. Ці напрямки задовольняють формулі Вульфа – Бреггов**

$$d_1 \sin \varphi = \pm m_1 \lambda \quad (m_1=0,1,2\dots) \quad (10.)$$

тобто при різниці ходу між двома променями, відбитими від сусідніх кристалографічних площин, кратної цілому числу довжин хвиль λ , спостерігається дифракційний максимум.

При довільному напрямку падіння монохроматичного рентгенівського випромінювання на кристал дифракція не виникає. Щоб неї спостерігати, треба, повертаючи кристал, знайти кут ковзання. Дифракційна картина може бути отримана і при довільному положенні кристала, для чого потрібно користатися безупинним рентгенівським спектром, що випускається рентгенівською трубкою. Тоді для таких умов досвіду завжди знайдуться довжини хвиль λ , що задовольняють умові (10.).

Поставимо два дифракційні ґрати одну за іншою так, що б їх штрихи були взаємно перпендикулярними. Перші ґрати (штрихи якої, скажімо, вертикальні) дадуть в горизонтальному напрямі ряд максимумів, положення яких визначаються умовою

$$d_1 \sin \varphi = \pm m_1 \lambda \quad (m_1=0,1,2\dots) \quad (10.)$$

Другі ґрати (з горизонтальними штрихами) розіб'ють кожний, створюючи таким чином пучки розташовані по вертикалі максимуми, положення яких визначаються умовою

$$d_2 \sin \varphi_2 = \pm m_2 \lambda \quad (m_2=0,1,2\dots) \quad (10.2)$$

У результаті дифракційна картина матиме вид правильно розташованих плям, кожному з яких відповідає два цілочисельні індекси m_1 і m_2 (рис.131.1). Така ж дифракційна картина вийде, якщо замість двох роздільних ґрат узяти одну прозору пластинку з нанесеними на неї двома системами взаємно перпендикулярних штрихів. Подібна пластинка є д в у м е р н о ю п е р і о д і ч н о ю (звичайні ґрати -одномірні структури). Змірявши кути φ_1 і φ_2 , визначальні положення максимумів,

і знаючи довжину хвилі λ , можна знайти по формулах () і () періоди структури d_1 і d_2 . Якщо напрями, в яких структура періодична (наприклад, напрями, перпендикулярні до штрихів ґрат), утворюють кут відмінний від φ_2 дифракційні максимуми розташуються не у вершинах прямокутників (як на рис.), а у вершинах паралелограмів. В цьому випадку по дифракційній картині можна визначити не тільки періоди d_1 і d_2 , але і кут φ . Дифракційну картину, аналогічну зображеній на *рис. 1*, дають будь-які двовимірні періодичні структури, наприклад система невеликих отворів або система непрозорих рисеньких кульок. Для виникнення дифракційних максимумів необхідно, щоб період структури d був більше λ . В випадку умови () і () можуть бути задоволені тільки при значеннях m_1 і m_2 , рівних нулю (модуль $\sin\varphi$ не може перевищувати одиницю).

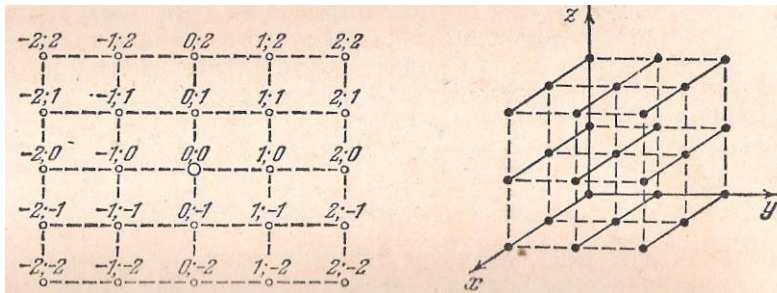


Рисунок 10.15

Знайдемо умови утворення дифракційних максимумів від тривимірної структури. Проведемо в напрямках, по яких властивості Структури знаходять періодичність, координатні осі x , y і z (рис.). Структуру можна представити як сукупність рівновіддалених паралельних лінійних ланцюжків з координатних осей. Розглянемо дію окремого лінійного ланцюжка паралельної, наприклад, осі x (). Хай на неї падає пучок паралельного проміння, створюю чого з віссю x кут α_0 . Кожний структурний елемент є джерелом вторинних хвиль. До сусідніх джерел падаюча хвиля приходить з різницею фаз

$$\delta_0 = 2\pi\Delta_0/\lambda \quad \text{где } \Delta_0 = d_1 \cos \alpha_0 \quad (d_1 - \text{період структури осі } x).$$

Крім того, між вторинними хвилями, поширюю чим в напрямках, створюючи з віссю x кут α (всі такі напрями лежать уздовж створюючи конуса, віссю якого служить вісь x), виникає додаткова різниця ходу $\Delta = d_1 \cos \alpha$. Коливання від різних структурних елементів взаємно посилюватимуться для тих напрямів, для яких

$$d_1(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = \pm m_1 \lambda \quad (m_1 = 0, 1, 2, \dots) \quad ()$$

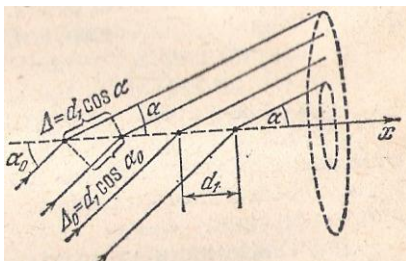


Рисунок 10.16

Кожному значенню m_1 відповідає свій конус напрямів, уздовж яких виходять максимуми інтенсивності від одного окремо взятого ланцюжка, паралельної осі x . Вісь цього конуса співпадає з віссю x . Умова максимуму для ланцюжка, паралельної осі y , має вигляд

$$d_2(\cos \beta - \cos \beta_0) = \pm m_2 \lambda \quad (m_2=0,1,2,\dots) \quad ()$$

де d_2 - період структури у напрямі осі y , β_0 - кут між падаючим пучком і віссю y , кут утворюваний з віссю y напрямів уздовж яких виходять дифракційні максимуми. Кожному значенню m_2 відповідає конус напрямів, вісь якого співпадає з віссю y в напрямках, що задовольняють до одночасно умов () і (), відбувається взаємне посилення коливань від джерел, що лежать в одній і тій же площині, перпендикулярній до осі z (ці джерела утворюють двовимірну структуру) Напряму виникаючих максимумів інтенсивності лежать уздовж ліній перетину конусів напрямів, один з яких визначається умовою (). Помітимо, що розрахунок по формулі Брегга - Вульфа і розрахунок по формулах, Лауе (див. ()) приводять до співпадаючих результатів. Дифракція рентгенівського проміння від кристалів знаходить два основні застосування. Вона використовується для дослідження спектрального складу рентгенівського випромінювання і для вивчення структури кристалів (рентгеноструктурний аналіз).

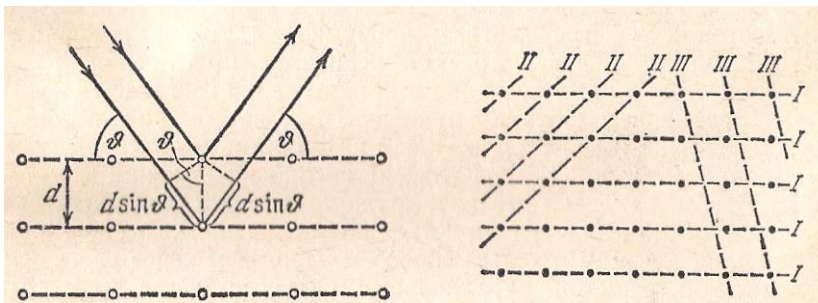


Рисунок 10.17

Визначаючи напрями максимумів, що виходять при дифракції досліджуваного рентгенівського випромінювання від кристалів з відомою структурою, можна обчислити довжини хвиль. Спочатку для визначення довжин хвиль були використані кристали кубічної системи, причому міжплощинні відстані визначалися з густини і відносно молекулярної маси кристала. В методі структурного аналізу, запропонованому Лауе, пучок рентгенівського випромінювання прямує на нерухомий монокристал. Для кожної системи шарів, достатньо густо усяяних атомами, знаходиться у випромінюванні довжина хвилі, при якій виконується умова (). Тому на поміщеній за кристалом фотопластині виходить (після прояву) сукупність чорних плямочок. Взаємне розташування плямочок відображає симетрію кристала. По відстанях між плямочками і по їх інтенсивності вдається знайти розміщення атомів в кристалі і відстані між ними. На рис. приведена лауєграма берилу (мінералу з групи силікатів).

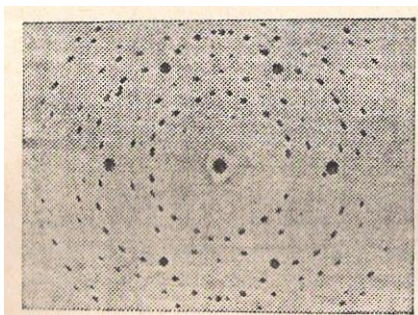


Рисунок 10.18

В методі структурного аналізу, розробленому Дебаєм і Шерером використовуються монохроматичне рентгенівське випромінювання і полікристалічні зразки. Досліджувана речовина подрібнюється в порошок, з якого пресується зразок у вигляді зволікання. Зразок встановлюється по осі циліндрової камери, на бічну поверхню якій укладається фотоплівка (рис.). У величезній кількості безладно орієнтованих кристалів знайдеться безліч таких, для яких виявиться виконаною умова (),

причому дифрагирований промінь для різних кристалів лежатиме у всіляких площинах. В результаті для кожної системи атомних шарів і кожного m вийде не один напрям максимуму, а конус напрямів, вісь якого співпадає з напрямом падаючого пучка (див. рис.). Що виходить на плівці картина (дебаєграма) має вигляд, показаний на рис. . Кожна пара симетрично розташованих ліній відповідає одному з дифракційних максимумів, що задовольняють умові () при деякому значенні m . Розшифровка рентгенограми дозволяє визначити структуру кристала.

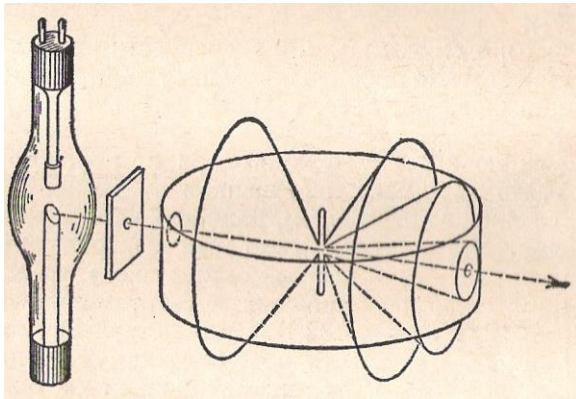
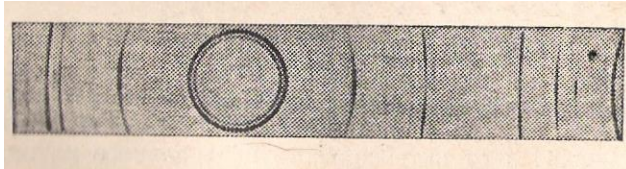


Рисунок 10.19

Поляризація світла. Закон Малюса. Подвійне заломлення. Обертання площини поляризації

Світлова хвиля складається з багатьох цугів електромагнітних хвиль, що випромінюються окремими атомами. Площина коливань (площина коливань світлового вектора E) для кожного цугу орієнтована випадково (див.рис.10.6). Тому в природному світлі коливання різних напрямків швидко і хаотично змінюють одне одного. Світло, в якому напрямки коливань якимось чином впорядковані, називається *поляризованим*.

Якщо коливання світлового вектора відбувається в одній площині, світло називають *плоско-* (або *лінійно-*) *поляризованим*. Площину, перпендикулярну до площини коливань, називають *площиною поляризації*. Якщо кінець світлового вектора описує еліпс, то світло називається *еліптично-поляризованим*.



Рисунок 10.6 – Плоскополяризований промінь.

Наслідком теорії Максвелла є поперечність світлових хвиль: вектори напруженості електричного \vec{E} і магнітного \vec{H} полів хвилі взаємно перпендикулярні і коливаються

перпендикулярно до вектора швидкості \vec{v} поширення хвилі. Тому для повного опису стану поляризації світлового пучка необхідно знати поведінку лише одного з векторів. Звичайно всі міркування ведуться відносно світлового вектора - вектора напруженості \vec{E} електричного поля (ця назва зумовлена тим, що при дії світла на речовину основне значення має електрична складова поля хвилі, що діє на електрони в атомах речовини).

Світло є сумарним електромагнітним випромінюванням множини атомів. Атоми ж випромінюють світлові хвилі незалежно один від одного, тому світлова хвиля, що випромінюється тілом, характеризується різноманітними рівноймовірними коливаннями світлового вектора (рис.). В даному випадку рівномірний



Рисунок 10.20

розподіл векторів \vec{E} пояснюється великим числом атомарних випромінювачів, а рівність амплітудних значень векторів \vec{E} - однаковою (в середньому) інтенсивністю випромінювання кожного з атомів.

Світло з усіма можливими рівноймовірними орієнтаціями вектора E (і, отже, H) називається природним.

Світло, в якому напрями коливань вектора якимось чином упорядковані, називається поляризованим. Розглянемо дві монохроматичні взаємно перпендикулярні хвилі, що поширюються вздовж додатного напрямку осі Ox ,

$$E_y = E_{01} \cos(\omega t - kx),$$

$$E_z = E_{02} \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

де $\omega = 2\pi\nu$ - циклічна частота, $k = \frac{\omega}{v}$ - хвильове число, E_{01}, E_{02} - амплітуди E_y і E_z , φ - різниця

фаз коливань E_y і E_z .

Щоб знайти траєкторію результуючого коливання світлового вектора при додаванні двох взаємно-перпендикулярних коливань, визначимо $\cos(\omega t - kx)$ з рівняння для E_y :

тоді

$$\cos(\omega t - kx) = \frac{E_y}{E_{01}},$$

$$\sin(\omega t - kx) = \sqrt{1 - \left(\frac{E_y}{E_{01}}\right)^2}.$$

$$\cos(\omega t - kx + \varphi) = \cos(\omega t - kx)\cos\varphi - \sin(\omega t - kx)\sin\varphi,$$

то

$$\frac{E_z}{E_{02}} - \frac{E_y}{E_{01}}\cos\varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{E_y}{E_{01}}\right)^2}\sin\varphi.$$

Піднесемо до квадрата це рівняння:

$$\frac{E_y^2}{E_{01}^2} + \frac{E_z^2}{E_{02}^2} - 2\frac{E_y E_z}{E_{01} E_{02}}\cos\varphi = \sin^2\varphi.$$

Отримане співвідношення є рівнянням еліпса, довільно орієнтованого відносно осей OY і OZ. Отже, кінець вектора \vec{E} в кожній точці поля описує еліпс, який лежить у площині, що перпендикулярна до осі OX. Така хвиля називається еліптично поляризованою.

Якщо

$$\varphi = \pm(2m + 1)\frac{\pi}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

то отримуємо рівняння еліпса, орієнтованого відносно осей OX і OY:

$$\frac{E_y^2}{E_{01}^2} + \frac{E_z^2}{E_{02}^2} = 1.$$

Схематично на рис.10.21 зображено поляризовану хвилю.

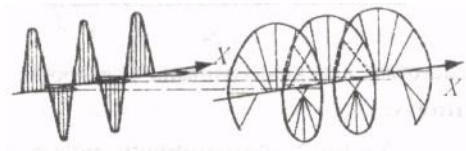


Рисунок 10.21

При $E_{01} = E_{02} = E_0$ еліпс перетворюється в коло. Така хвиля називається циркулярно поляризованою (поляризованою по колу).

Залежно від напрямку обертання вектора \vec{E} розрізняють праву і ліву еліптичну і колову поляризацію. Якщо відносно напрямку променя вектор \vec{E} обертається проти годинникової стрілки, поляризація називається правою, в протилежному випадку - лівою.

Якщо $\varphi = \pm m\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$), то еліпс вироджується в пряму

$$\frac{E_y}{E_{01}} \pm \frac{E_z}{E_{02}} = 0.$$

Така хвиля називається лінійно поляризованою (плоскополяризованою)

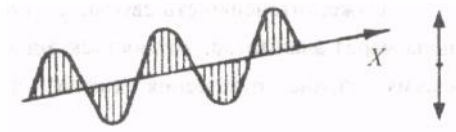


Рисунок 10.22

Якщо внаслідок яких-небудь зовнішніх впливів появляється переважаючий напрямок коливань вектора \vec{E} , то світло частково поляризоване. Площина, в якій відбувається коливання вектора \vec{E} , називається площиною поляризації а перпендикулярна до неї площина - площиною коливань. За міру ступеня поляризації приймають вираз

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де I_{\max} і I_{\min} - максимальна і мінімальна інтенсивність світла, що відповідає двом перпендикулярним компонентам вектора \vec{E} . Для природного світла $I_{\max} = I_{\min}$ і $p=0$. Для плоскополяризованого - $I_{\min} = 0$ і $p=1$. Для еліптично поляризованого світла поняття ступенів поляризації не застосовується (у такого світла коливання повністю впорядковані).

Закон Малюса

Плоскополяризоване світло можна отримати з природного за допомогою приладів, які називаються поляризаторами. Ці прилади вільно пропускають коливання, паралельні до площини поляризації, яка називається головною площиною, і повністю або частково затримують коливання, які перпендикулярні цій площині. В ролі поляризаторів можуть бути середовища, які анізотропні відносно коливань вектора \vec{E} , наприклад, кристали. Одним із природних кристалів, які використовуються як поляризатори, може бути турмалін. Прилади, за допомогою яких аналізують ступінь поляризації світла, називають аналізаторами. Роль аналізаторів виконують прилади, за допомогою яких одержують лінійно поляризоване світло. Будь-який поляризатор може бути аналізатором і навпаки. Нехай на поляризатор падає природне світло (рис.10.23).

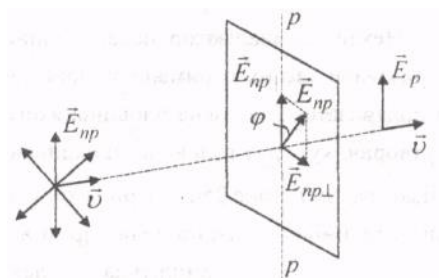


Рисунок 10.23

Виберемо хвилю. вектор напруженості електричного поля якої \vec{E}_{np} коливається у площині, що утворює з головною площиною поляризатора $p-p$ кут φ . При вході в поляризатор падаючу хвилю можна представити у вигляді двох коливань у взаємно перпендикулярних площинах:

$$E_{np\parallel} = E_{np} \cos \varphi, E_{np\perp} = E_{np} \sin \varphi.$$

Перше коливання пройде через поляризатор, друге буде затримане. Інтенсивність хвилі, що пройшла, пропорційно до

$$E_{np\parallel}^2 = E_{np}^2 \cos^2 \varphi,$$

Тобто дорівнює

$$I_n = I_{np} \cos^2 \varphi,$$

де I_{np} - інтенсивність коливань з амплітудою E_{np} .

В природному світлі всі значення φ рівно ймовірні. Тому частка світла, що пройшло через поляризатор, буде дорівнювати середньому значенню $\cos^2 \varphi$, тобто

$$1/2 \text{ і } I_p = 1/2 I_{np}$$

Під час обертання поляризатора навколо напрямку природного світла інтенсивність світла, що пройшло, залишається однією і тією самою, змінюється лише орієнтація площини поляризації світла, що вийшло з поляризатора. Нехай на аналізатор падає лінійно поляризоване світло, отримане за допомогою поляризатора, головна площина якого р-р утворює кут φ з головною площиною аналізатора а-а (рис. 10.24). При вході в аналізатор лінійно поляризований промінь,

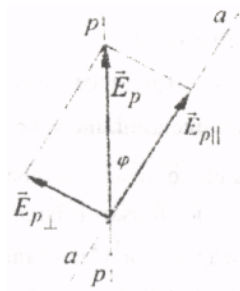


Рисунок 10.24

При вході в аналізатор лінійно поляризований промінь, амплітуда електричного вектора якого E_p , поділиться на два лінійно поляризовані промені, площини поляризацій яких взаємно перпендикулярні. Амплітуди вектора напруженості електричного поля цих променів будуть

$$E_{p\perp} = E_p \sin \varphi, E_{p\parallel} = E_p \cos \varphi.$$

Оскільки аналізатор пропускає коливання електричного вектора, що відбуваються в площині а-а, а інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди $E_{p\perp}$, то

$$I_a = I_p \cos^2 \varphi.$$

Якщо аналізатор не абсолютно прозорий, то

$$I_a = k_a I_p \cos^2 \varphi.$$

Отримані співвідношення виражають закон Малюса. Розглянемо класичні досвіди з турмаліном. Направимо природне світло перпендикулярно пластинці турмаліну T_1 , вирізаній паралельно так називаній оптичній осі OO' .



Рисунок 10.25

Якщо на шляху луча поставити другу пластинку турмаліну T_2 і обертати її навколо напрямку луча, то інтенсивність світла, що пройшло через пластинки, міняється в залежності від кута α між оптичними осями кристалів за законом Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (1)$$

де I_0 й I - відповідно інтенсивності світла, що падає на другий кристал і вийшов з нього. Отже, інтенсивність минулого через пластинки світла змінюється від мінімуму (повне гасіння світла) при $\pi/2$ (оптичні осі пластинок перпендикулярні) до максимуму при $\alpha = 0$ (оптичні осі пластинок рівнобіжні). Однак, як це впливає з рис. 10.25, амплітуда E світлових коливань, що пройшли через пластинку T_2 , буде менше амплітуди світлових коливань E_0 , що падають на пластинку T_2 :

$$E = E_0 \cos \alpha.$$

Тому що інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди, те і виходить вираження (1). Результати дослідів із кристалами турмаліну порозуміваються досить просто, якщо виходити з викладених вище умов пропущення світла поляризатором. Перша пластинка турмаліну пропускає коливання тільки визначеного напрямку (на рис. 10.25 цей напрямок показаний стрілкою ЛВ] тобто перетворює природне світло в плоско поляризоване. Друга ж пластинка турмаліну в залежності від її орієнтації з поляризованого світла пропускає велику чи меншу його частину, що відповідає компоненту E , рівнобіжному осі другого турмаліну. На рис. 10.25 обох пластинок розташовані так, що напрямку коливань, що пропускаються ними, АВ і А'В' перпендикулярні один одному. У даному випадку T_1 пропускає коливання, спрямовані по АВ, а T_2 їх цілком гасить, тобто за другу пластинку турмаліну світло не проходить. Пластинка T_1 , що перетворює природне світло в плоско поляризоване, є поляризатором. Пластинка T_2 , що служить для аналізу ступеня поляризації світла, називається аналізатором. Обидві пластинки зовсім однакові (їх можна поміняти місцями).

Подвійне заломлення

Усі прозорі кристали (крім кристалів кубічної системи, що оптично ізотропні) мають здатність подвійної променезаломлюваності. Це явище, у 1669 р. уперше виявлене датським ученим Е. Бартолином (1625-1698) для ісландського шпату (різновид кальциту CaCO_3), порозумівається особливостями поширення світла в анізотропних середовищах і безпосередньо впливає з рівнянь Максвелла.

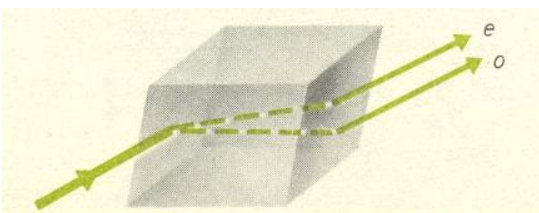


Рисунок 10.26

Якщо на товстий кристал ісландського шпату направити вузький пучок світла, то з кристала вийдуть два просторово розділених промені, рівнобіжних один одному і падаючому променю (рис. 10.27). Навіть у тому випадку, коли первинний пучок падає на кристал, заломлений пучок розділяється на два, причому один з них є продовженням первинного, а другий відхиляється (рис. 10.27). Другий з цих променів одержав назву незвичайного (е), а перший - звичайного (о).

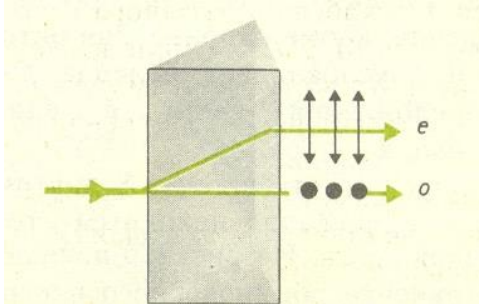


Рисунок 10.27

У кристалі ісландського шпату мається єдиний напрямок, уздовж якого подвійна променезаломлюваність не спостерігається. Напрямок в оптично анізотропному кристалі, по якому промінь світла поширюється, не випробуючи подвійної променезаломлюваності, називається оптичною віссю кристала. У даному випадку мова йде саме про напрямок, а не про пряму лінію, що проходить через якусь точку кристала. Будь-яка пряма, що проходить паралельно даному напрямку, є оптичною віссю кристала. Кристали в залежності від типу їхньої симетрії бувають одноосьові і двuosные, тобто мають одну чи дві оптичні осі (до першого і відноситься ісландський шпат).

Площина, що проходить через напрямок лучачи світла й оптичну вісь кристала, називається головною площиною (чи головним перетином кристала). Аналіз поляризації світла (наприклад, за допомогою чи туррисіну скляного дзеркала) показує, що промені, що вийшли з кристала, плоско поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах: коливання світлового вектора (вектора напруженості E електричного поля) у звичайному промені відбуваються перпендикулярно головній площині, у незвичайному - у головній площині (рис. 10.28). Неоднакове заломлення звичайного і незвичайного променів указує на розходження для них показників заломлення. Очевидно, що при будь-якому напрямку звичайного променя коливання світлового вектора перпендикулярні оптичній осі кристала, тому звичайний промінь поширюється в усіх напрямках з однаковою швидкістю і, отже, показник заломлення n_o для нього є величина постійна. Для незвичайного променя кут між напрямком коливань світлового вектора й оптичною віссю відмінний від прямого і залежить від напрямку лучачи, тому незвичайні промені поширюються по різних напрямках з різними швидкостями. Отже, показник заломлення n_e незвичайного променя є змінною величиною, що залежить від напрямку лучачи. Таким чином, звичайний промінь підкоряється закону заломлення (звідси і назва "звичайний"), а для незвичайного променя цей закон не виконується. Після виходу з кристала, якщо не брати до уваги поляризацію у взаємно перпендикулярних площинах, ці два промені нічим друг від друга не відрізняються.

Усі прозорі кристали (крім кристалів кубічної системи, які оптично ізотропні) є оптично анізотропні, їх відносна діелектрична проникність і показник заломлення залежать від напрямку електричного вектора \vec{E} світлової хвилі.

В оптично анізотропних кристалах спостерігається явище подвійного променезаломлення, яке полягає в тому, що промінь світла, який падає на поверхню кристала, роздвоюється в ньому на два заломлені промені, що поширюються з різними швидкостями. Кристали, що мають подвійне променезаломлення, діляться на одновісні і двовісні. В одновісних кристалів для одного із заломлених променів виконується закон заломлення, зокрема заломлений промінь лежить в одній площині з падаючим променем і до заломлюючої поверхні. Цей промінь називається звичайним (о). Для другого променя, який називається незвичайним (е), відношення синусів кута падіння і кута заломлення не залишається постійним при зміні кута падіння.

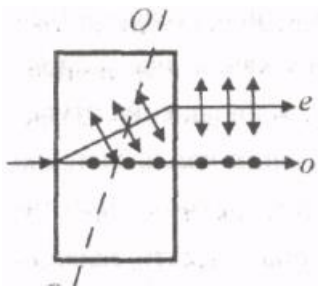


Рисунок 10.28

На рис. показано явище подвійного променезаломлення в одновісному кристалі, коли пучок світла падає на кристал. Один з променів (o) є продовженням падаючого, а другий (e) при проникненні в кристал відхиляється на якийсь кут. Одновісними кристалами є ісландський шпат, кварц, а двовісними - слюда, гіпс. У двовісних кристалів обидва промені незвичайні.

В одновісних кристалах існує єдиний напрямок, вздовж якого подвійне променезаломлення не спостерігається. Напрямок в кристалі, по якому поширюються звичайний і незвичайний промені не розділяючись і з однаковою швидкістю, називається оптичною віссю кристала. Оптична вісь - це не пряма лінія, що проходить через якусь точку кристала, а певний напрямок в кристалі. Довільна пряма, паралельна до цього напрямку, є оптичною віссю кристала.

Площина, яка проходить через промінь і оптичну вісь кристала, що перетинає промінь, називається головною площиною або головним перерізом кристала, що відповідає цьому променю. Через кристал можна провести нескінченну множину паралельних оптичних осей і нескінченну множину паралельних головних перерізів. Лінія перетину двох довільних головних перерізів завжди є оптичною віссю. На рис. оптична вісь OO: промінь, що падає на кристал і поширюється в цьому напрямку не роздвоюється.

Дослідження звичайного і незвичайного променів показує, що обидва промені повністю поляризовані у взаємно перпендикулярних напрямках. Електричний вектор у звичайному промені перпендикулярний до площини головного перерізу (•), а в незвичайному промені лежить у площині головного перерізу (↓) (рис.10.29), тобто площина поляризації звичайного променя перпендикулярна до площини головного перерізу, а незвичайного збігається з площиною головного перерізу. Після виходу з кристала, якщо не брати до уваги поляризацію у двох взаємно перпендикулярних напрямках (площинах), ці два промені нічим один від одного не відрізняються.

Подвійне променезаломлення пояснюється анізотропією кристалів. У кристалах некубічної системи діелектрична проникність ϵ виявляється залежною від напрямку дій електричного поля \vec{E} . В одно-вісних кристалах ϵ в напрямку оптичної осі і в напрямку, який перпендикулярний до неї, має різні значення $\epsilon_{//}$ і ϵ_{\perp} , які називаються повздовжньою і поперечною діелектричними проникностями кристала. В інших напрямках ϵ має проміжне значення. А, оскільки то з анізотропії ϵ впливає, що світловим хвилям з різними напрямками коливання вектора \vec{E} відповідають різні значення показника заломлення і швидкості світлових хвиль.

$$n = \sqrt{\epsilon}$$

і

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$$

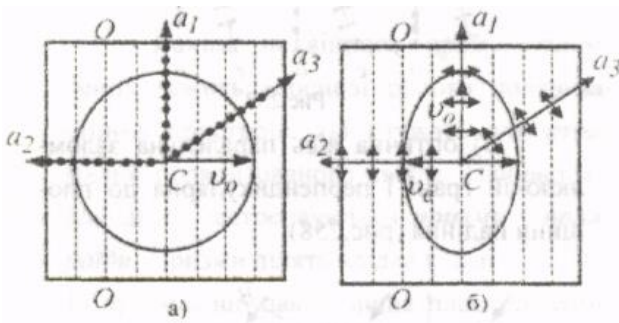


Рисунок 10.29

Виділимо в кристалі площину головного перерізу і розглянемо промені, що виходять з деякої точки С (рис.10.29) в різних напрямках в цій площині. На рис. напрямки, які паралельні до оптичної осі, зображені пунктирними лініями, а напрямки коливань електричного вектора показані точками. При довільному напрямку звичайного променя, наприклад, Ca_1 , Ca_2 , Ca_3 , вектор \vec{E} утворює з оптичною віссю кристала прямий кут і швидкість буде одна і та сама в усіх напрямках і дорівнюватиме

$$v_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$$

Геометричне місце точок, до яких промені, що виходять з центра С, будуть доходити за однаковий проміжок часу, є колом (рис. 10.30 а). Якщо розглянути сукупність всіх можливих головних перерізів, що проходять через точку С, то геометричним місцем кінців всіх променів буде сфера. Коливання вектора \vec{E} в незвичайному промені здійснюється в площині головного перерізу (рис. 10.30). Тому для різних напрямків коливання вектора \vec{E} утворюють з оптичною віссю OO' різні кути α .

Для променя Ca_1 кут $\alpha = \frac{\pi}{2}$ і швидкість поширення коливань дорівнює $v_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\perp}}}$, для променя Ca_2 кут $\alpha=0$ і швидкість дорівнює $v_e = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\parallel}}}$.

Для променя Ca_3 швидкість має проміжне значення між v_0 і v_e . У такому разі хвильова поверхня має вигляд еліпсоїда обертання навколо оптичної осі, переріз якого однією з головних площин зображено на рис. .

Одновісні кристали характеризуються показником заломлення звичайного променя, який дорівнює $n_0 = \frac{c}{v_0}$ і показником заломлення незвичайного променя $n_e = \frac{c}{v_e}$. Значення

$$n_0 = \frac{c}{v_0},$$

$$n_e = \frac{c}{v_e}$$

Площина поляризації світла, що виходить з поляризатора, утворює з оптичною віссю кут α і у пластинці поширюватиметься звичайний і незвичайний промені напрямку

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

падаючого променя. Нехай E – амплітудне значення електричного вектора променя, що падає на пластину (рис. 10.30). Тоді амплітуди електричних векторів звичайного і незвичайного променів

$$E_{0\alpha} = E \sin \alpha, \quad E_{e\alpha} = E \cos \alpha$$

Після проходження пластинку завтовшки d між звичайним і незвичайним променями виникає різниця ходу $\Delta = (n_0 - n_e)d$ або різниця фаз де λ_0 - довжина хвилі у вакуумі.

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_0 - n_e)d,$$

Тоді коливання електричних векторів звичайного і незвичайного променів здійснюється за законом

$$E_0 = E_{v\alpha} \cos(\omega t - \delta) = E \sin \alpha \cos(\omega t - \delta),$$

$$E_e = E_{e\alpha} \cos \omega t = E \cos \alpha \cos \omega t$$

При додаванні цих коливань отримуємо рівняння еліпса, довільно орієнтованого відносно осей OX і OY :

$$\frac{E_0^2}{E_{v\alpha}^2} + \frac{E_e^2}{E_{e\alpha}^2} - 2 \frac{E_0 E_e}{E_{v\alpha} E_{e\alpha}} \cos \delta = \sin^2 \delta.$$

Отже, отримуємо еліптично поляризовану хвилю. Якщо то і еліпс

$$\Delta = (n_0 - n_e)d = \frac{\lambda_0}{4}, \quad \delta = \frac{\pi}{2}$$

орієнтований відносно головних осей кристала. При $E_0 = E_e$ ($\alpha = 45^\circ$) на виході з пластини світло буде циркулярно поляризованим.

Пластинка, для якої

$$\Delta = (n_0 - n_e)d = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \text{ називається пластинкою у чверть хвилі.}$$

Знак „+” відповідає негативним кристалам, а знак „-” – позитивним.

Пластинка, для якої

$$\Delta = (n_0 - n_e)d = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \text{ називається пластинкою в}$$

півхвилі. В цьому випадку зсув фаз . Проїшовши таку пластинку, лінійно

$$\delta = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) 2\pi$$

поляризоване світло злишається лінійно поляризованим, а електричний вектор змінює напрямок коливань на кут 2α за годинниковою стрілкою.

Якщо $\Delta = (n_0 - n_e)d = m\lambda_e$ ($m = 0, 1, 2, \dots$), то $\delta = 2\pi$ і лінійно поляризоване світло після проходження пластинки в одну довжину хвилі буде також лінійно поляризованим без зміни орієнтації площини поляризації.

Деякі речовини (наприклад, із твердих тіл - кварц, цукор, кіновар, з рідин - водяний розчин цукру, винна кислота, скипидар), називані оптично активними, мають здатність обертати площина поляризації. Обертання площини поляризації можна спостерігати на наступному досвіді (рис. 10.30). Якщо між схрещеними поляризатором P і аналізатором A , що дають темне поле зору, помістити оптично активна речовина (наприклад, кювету з розчином цукру), то поле зору аналізатора просвітлюється.

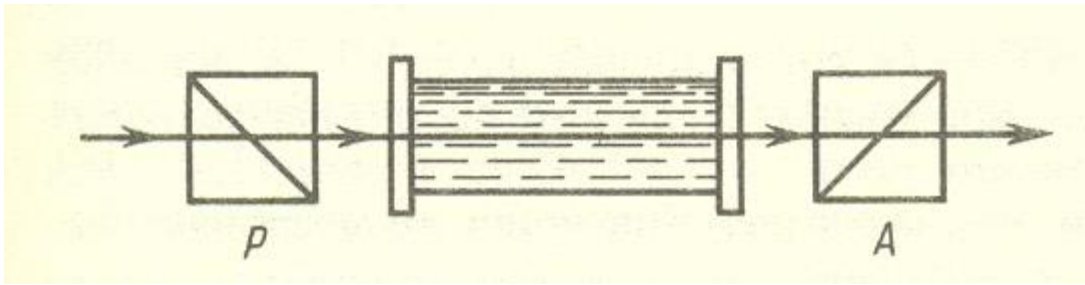


Рисунок 10.30

При повороті аналізатора на деякий кут ϕ можна знову одержати темне поле зору. Кут ϕ і ϵ кут, на який оптично активна речовина повертає площина поляризації світла, що пройшло через поляризатор. Тому що поворотом аналізатора можна одержати темне поле зору, то світло, що пройшло через оптично активну речовину, є плоскополяризованим.

Досвід показує, що кут повороту площини поляризації для оптично активних кристалів і чистих рідин для оптично активних розчинів де d - відстань, пройдена світлом в оптично активній речовині, a ($[a]$) - так називане питома обернання, чисельно рівне куту повороту площини поляризації світла шаром оптично активної речовини одиничної товщини (одиничної концентрації - для розчинів), Z - масова концентрація оптично активної речовини в розчині, кг/м^3 . Питома обернання залежить від природи речовини, температури і довжини хвилі світла у вакуумі.

Досвід показує, що всі речовини, оптично активні в рідкому стані, мають таку ж властивість і в кристалічному стані. Однак якщо речовини активні в кристалічному стані, те не завжди активні в рідкому (наприклад, розплавлений кварц). Отже, оптична активність обумовлюється як будівлею молекул речовини (їхньою асиметрією), так і особливостями розташування часток у кристалічних ґратах.

Оптично активні речовини в залежності від напрямку обернання площини поляризації розділяються на право- і лівообертальні. У першому випадку площина поляризації, якщо дивитися назустріч променю, обертається вправо (по годинній стрілці), у вліво (проти вартовий стрілки). Обернання площини поляризації пояснене О. Френелем (1817 р.). Відповідно до теорії Френеля швидкість поширення світла в оптично активних речовинах різна для променів, поляризованих по колу вправо і вліво.

Явище обернання площини поляризації і, зокрема, формула () лежать в основі точного методу визначення концентрації розчинів оптично активних речовин, названого поляриметриєю (цукрометрії). Для цього використовується установка, показана на рис. . По знайденому куті повороту площини поляризації ϕ і відомому значенню $[a]$ з () знаходиться концентрація розчиненої речовини.

Згодом М. Фарадеєм виявлене обернання площини поляризації в оптично неактивних тілах, що виникає під дією магнітного поля. Це явище одержало назву ефекту Фарадея (чи магнітного обернання площини поляризації). Воно ризо величезне значення для науки, тому що було першим явищем, у якому виявився зв'язок між оптичними й електромагнітними процесами.

Обернання площини поляризації

У кристалічних тілах, а також в деяких ізотропних рідинах, крім подвійного заломлення променів, спостерігається явище, яке полягає в тому, то площина коливань електричного вектора світлової хвилі повертається на деякий кут при проходженні світла крізь такі речовини. Це явище називається обернанням площини поляризації або оптичною активністю. Якщо речовина не знаходиться у зовнішньому магнітному полі, то оптична активність буде природною.

Природна оптична активність була відкрита в 1811 р. Д. Араго на пластинках кварцу, вирізаних перпендикулярно до оптичної осі.

Прийнято визначати напрям обернання площини поляризації відносно спостерігача, погляд якого спрямований назустріч падаючому променю. Обернання називають правим (додатним), якщо площина поляризації повертається вправо (за годинниковою стрілкою) для спостерігача. і лівим (від'ємним), якщо вона повертається вліво.

Експериментальне встановлено, що в природі існує два типи кристалів кварцу, які є дзеркальним відображенням один одного. Перші обертають площину поляризації

$$\varphi = \alpha l$$

де l - довжина шляху променя в оптично активному середовищі; α коефіцієнт пропорційності, який називають обертальною здатністю, або питомим обертанням. Він залежить від природи речовини, від температури та довжини хвилі і дорівнює величині кута, на який повертається площина поляризації монохроматичного світла при проходженні шару завтовшки їм.

Для оптично активних рідин та розчинів Ж.Біо у 1831 р. встановив, що кут повороту площини поляризації прямо пропорційний товщині шару l і концентрації C оптично активної речовини, тобто $\varphi = [a]Cl$ де $[a]$ коефіцієнт пропорційності, який називається питомим вертанням розчину. Коефіцієнт $[a]$ залежить від природи оптично активної речовини і розчинника, температури та довжини хвилі світла.

Біо також експериментально встановив наближену залежність величини $[a]$ від довжини хвилі λ : $[a] \sim 1/\lambda^2$. Для області довжини хвиль незначного поглинання П. Друде встановив, що

$$[a] = \sum \frac{A_i}{\lambda^2 - \lambda_i^2}$$

де A_i - стала; λ_i - довжини хвиль, що відповідають власним коливанням системи. Властивості оптичної активності розчинів лають змогу визначити їх концентрації. Оскільки для розчину цукру питоме обертання $[a]$ значне, то поляриметриї набули широкого застосування в цукрометрії.

Корисну теорію обертання площини поляризації оптично активними речовинами розробив О. Френель. Він вважав, то це являє 'зумовлене особливим видом подвійного заломлення променів, при якому швидкість поширення світла в активному середовищі різна для променів, то мають праву і ліву колові поляризації. Знак кута повертання площини поляризації визначається співвідношенням променів правої циркуляційної поляризації v_{np} і лівої циркуляційної поляризації v_l . Для $v_{np} < v_l$ оптично активне середовище, за Френелем. буде додатним, тобто обертатиме площину поляризації вправо і для $v_{np} > v_l$ буде від'ємним.

Лінійно поляризовану хвилю, як відомо, можна розкласти на дві поляризовані по колу хвилі з правим і лівим напрямками обертання з однаковими амплітудами і частотами. На основі таких уявлень лінійно поляризоване світло при вході й оптично активну речовину можна вважати сумою право- і лівоциркуляційних хвиль (рис.10.31а).

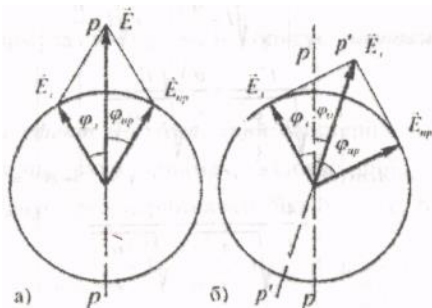


Рисунок 10.31

Якщо $v_{np} > v_l$, то при виході з оптично активного середовища з товщиною шару l електричний вектор правоциркуляційної хвилі буде повернутий на більший кут φ_{np} , ніж для лівоциркуляційної хвилі φ_l . Внаслідок цього площина, відносно якої електричні вектори цих хвиль розміщені симетрично, буде

повернута вправо на кут φ відносно площини поляризації падаючої хвилі (рис.10.31). Кут визначається з умови $\varphi_{np} - \varphi = \varphi_l + \varphi$ звідки маємо

$$\varphi = \frac{\varphi_{np} - \varphi_l}{2}.$$

Оскільки кути повороту електричного вектору правої і лівої хвилі виражаються відповідно через час t і довжину шляху хвиль оптичного активного середовища, тобто

$$\varphi_{np} = \omega \left(t - \frac{l}{v_{np}} \right) \quad \varphi_l = \omega \left(t - \frac{l}{v_l} \right), \quad \varphi = \frac{1}{2} \left[\omega \left(t - \frac{l}{v_{np}} \right) - \omega \left(t - \frac{l}{v_l} \right) \right] = \frac{\omega l}{2} \left(\frac{1}{v_l} - \frac{1}{v_{np}} \right).$$

Фазові швидкості поширення лівої і правої хвиль виразимо відповідно через коефіцієнти заломлення n_l і n_{np} , $v_{np} = c/n_{np}$ і підставимо в попередню формулу, тоді, враховуючи, що

отримуємо

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T},$$

де $\lambda_0 = cT$ - довжина світлової хвилі у

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} \frac{l}{2} \left(\frac{n_l}{c} - \frac{n_{np}}{c} \right) = \frac{\pi l}{cT} (n_l - n_{np}) = \frac{\pi l}{\lambda_0} (n_l - n_{np}),$$

вакуумі. З останнього виразу випливає, що при $n_l > n_{np}$ ($\delta_l < \delta_{np}$) площина поляризації повертається

вправо, а при $n_l < n_{np}$ ($\delta_l < \delta_{np}$) - вліво.

Крім природної оптичної активності, у 1845 р. М.Фарадей виявив повертання площини поляризації в оптично неактивних речовинах, розміщених у зовнішньому магнітному полі. Якщо лінійно поляризоване світло поширюється в середовищі у напрямку магнітного поля, то відбувається поворот площини поляризації на деякий кут. Напрямок обертання площини залежить від напрямку поширення світла. Якщо спостерігач дивиться у напрямку магнітного поля, то повертання праворуч вважається додатним, ліворуч - від'ємним. Досліди М.Фарадея та М.Верде показали, що кут повертання площини поляризації пропорційний довжині шляху l променя у речовині і магнітній індукції B , тобто

$$\varphi = V l B$$

де V - стала Верде, яка залежить від природи речовини і довжини хвилі світла.

ДИСПЕРСІЯ СВІТЛА

Дисперсією світла називається залежність показника заломлення n речовини від частоти ν (довжини хвилі λ), чи світла залежність фазової швидкості v світлових хвиль від його частоти ν . Дисперсія світла представляється у виді залежності $n=f(\nu)$.

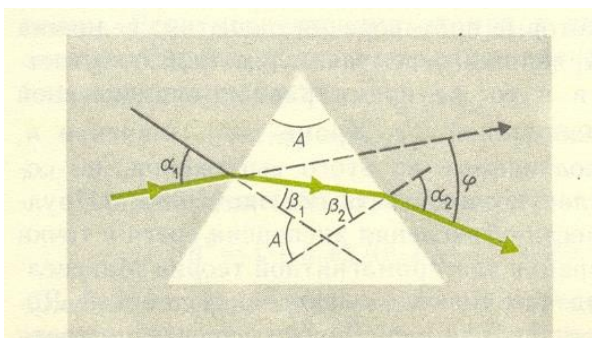


Рисунок 10.32

Наслідком дисперсії є розкладання в спектр пучка білого світла при проходженні його через призму. Перші експериментальні спостереження дисперсії світла належать І. Ньютонові (1672 р.). Розглянемо дисперсію світла в призмі. Нехай монохроматичний пучок світла падає на призму з показником заломлення n (рис. 10.32) під кутом α . Після дворазового заломлення (на лівій і правій гранях призми) промінь виявляється відхиленим від первісного напрямку на кут φ . Таким чином, за допомогою призми, так само як і за допомогою дифракційних ґрат, розкладаючи світло в спектр, можна визначити його спектральний склад.

Розглянемо розходження в дифракційному і призматичному спектрах.

1. Дифракційні ґрати розкладають падаючий світло безпосередньо по довжинах хвиль, тому по обмірюваних кутах (по напрямках відповідних максимумів) можна обчислити довжину хвилі. Розкладання світла в спектр у призмі відбувається за значеннями показника заломлення, тому для визначення довжини хвилі світла треба знати залежність $n=f(\nu)$.

2. Складені кольори в дифракційному і призматичному спектрах розташовуються по-різному. З () випливає, що в дифракційних ґратах синус кута відхилення пропорційний довжині хвилі. Отже, червоні промені, що мають велику довжину хвилі, чим фіолетові, відхиляються дифракційною решіткою сильніше. Призма ж розкладає промені в спектр за значеннями показника заломлення, що для всіх прозорих речовин зі збільшенням довжини хвилі монотонно зменшується (рис. 10.23). Отже, червоні промені, що мають менший показник заломлення, чим фіолетові, відхиляються призмою слабкіше.

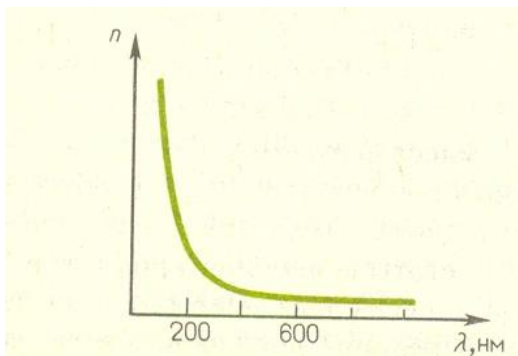


Рисунок 10.33

Величина називається дисперсією речовини, показує, як швидко змінюється показник заломлення з довжиною хвилі. З рис. 10.33 випливає, що показник заломлення для прозорих речовин зі зменшенням довжини хвилі монотонно збільшується; отже, величина n по модулю також збільшується зі зменшенням λ .

Здатність оптичних приладів, що дозволяє використовуючи навіть ідеальну оптичну систему (таку, для якої відсутні дефекти й аберації), неможливо одержати стигматичне зображення точкового джерела, що порозумівається хвильовою природою світла. Зображення будь-якої світної точки в монохроматичному світлі являє собою дифракційну картину, тобто крапкове джерело відображається у виді центральної світлої плями, оточеної темними і світлими кільцями.

Відповідно до критерію Рэлея, зображення двох прилеглих однакових крапкових чи джерел двох прилеглих спектральних ліній з рівними інтенсивностями й однаковими симетричними контурами розділені для сприйняття, якщо центральний максимум дифракційної картини від одного джерела (лінії) збігається з першим мінімумом дифракційної картини від іншого (рис. 10.34, а). При виконанні критерію Рэлея інтенсивність "провалу" між максимумами складає 80 % інтенсивності в максимумі, що є достатнім для дозволу ліній λ_1 і λ_2 . Якщо критерій Рэлея порушений, то спостерігається одна лінія (рис. 10.34).

Здатність об'єктива, що дозволяє. Якщо на об'єктив падає світло від двох вилучених крапкових джерел S_1 і S_2 (наприклад, зірок) з деякою кутовою відстанню θ , то внаслідок дифракції

світлових хвиль на краях дифрагми, що обмежує об'єктив, у його фокальній площині замість двох крапок спостерігаються максимуми, оточені чередуючимися темними і світлими кільцями (рис. 10.34).

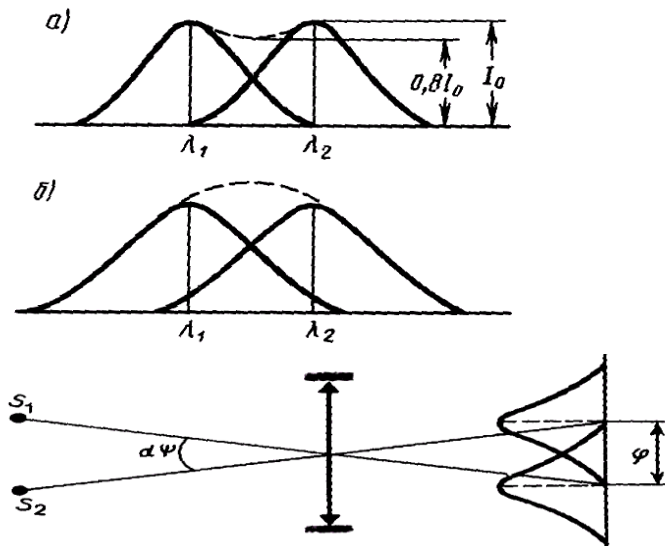


Рисунок 10.34

Спрямуємо вузький пучок білого світла на одну з граней тригранної призми. Заломлюючись у призмі, пучок дає на екрані видовжене зображення щілини з яскравим райдужним чергуванням кольорів — *спектр*. Крайніми з боку заломлюючого ребра призми виявляються промені червоного світла. Поряд з ними будуть промені оранжеві, потім жовті, далі зелені, блакитні, сині і, нарешті, фіолетові (з боку основи призми).

Поставимо на шляху променів, які пройшли крізь першу призму, другу таку саму призму, розміщену паралельно першій, але з заломлюючим кутом, поверну тим у протилежний бік. Ми дістанемо знову пучок білого світла. Такі досліди були проведені у свій час Ньютоном, який дійшов висновку, що *біле світле має складну структуру і складається із світла різних кольорів*. Ньютон умовно поділив суцільний спектр на сім ділянок різних кольорів: червоний, оранжевий, жовтий, зелений, блакитний, синій і фіолетовий. Другий важливий висновок Ньютона полягав у тому, що світле різного кольору характеризується різними показниками заломлення в даному середовищі. Найбільший показник заломлення в склі мають фіолетові промені, найменший - червоні. Відомо, що різниця в показниках заломлення обумовлена різницею в швидкостях поширення хвиль. Тому можна сказати, що світло різного кольору має різну швидкість поширення в даному середовищі.

Залежність показника заломлення (n , α , θ та v швидкості світла) від його кольору називають дисперсією світла.

Розкладанням білого світла на кольори внаслідок заломлення пояснюється виникнення райдуги. Нехай на завислу у повітрі краплю води падає сонячний промінь. На межі повітря - вода відбувається заломлення променів. При певному куті падіння на внутрішній поверхні краплі відбувається повне відбивання променів всередину краплі. Відбиті промені, заломлюючись повторно на межі вода - повітря, виходять з краплі. Оскільки фіолетові промені заломлюються сильніше, ніж червоні, то після виходу з краплі вони розходяться: червоні промені утворюють з падаючим променем кут близько 43° , а фіолетові - близько 41° .

Сонячні промені можна вважати паралельними. Тоді виходить, що від безлічі краплинок, які містяться на поверхні конуса з кутом при вершині $\alpha_{\text{ч}} = 43^\circ$, в око спостерігача потраплятимуть червоні промені, а від крапель з поверхні конуса з кутом при вершині $\alpha_{\text{ф}} = 41^\circ$ — фіолетові. Решта кольорів райдуги розміщуються між ними.

Знання складної структури білого світла дає можливість пояснити походження різноманітних барв у природі, кольори різних тіл. Колір непрозорого тіла визначається сумішшю променів тих

кольорів, які воно відбиває. Якщо тіло рівномірно відбиває промені всіх кольорів, то при освітленні білим світлом воно здається білим. Червоне тіло з падаючого на нього білого світла відбиває головним чином червоні промені, а решту поглинає; голубе тіло відбиває голубі промені і т. д.

Колір прозорого тіла визначається складом того світла, яке проходить крізь нього. Якщо, наприклад, трава й листя дерев здаються нам зеленими тому, що з усіх падаючих на них сонячних променів вони відбивають лише зелені, то зелений колір скла обумовлений тим, що воно пропускає промені лише зеленого кольору, а решту поглинає.

ЛЕКЦІЯ 11. ОПТИЧНІ І ФОТОЕЛЕКТРИЧНІ ЯВИЩА В НАПІВПРОВІДНИКАХ

Поглинання світла

Спрямуємо на напівпровідник пучок світла потужністю W_0 (рис.11.1). Проникаючи всередину напівпровідника, світло поступово поглинається і його потужність зменшується. Виділимо на глибині x від поверхні напівпровідника нескінченно тонкий шар dx . Кількість світлової енергії dW , поглинаючої шаром dx , пропорційно потужності світла W , падаючого на цей шар, і його товщині:

$$dW = - aWdx \quad (11.1)$$

Знак мінус вказує на зменшення енергії. Коефіцієнт пропорційності a називається коефіцієнтом поглинання. При $dx = 1$ $a = - dW / W$. Отже, коефіцієнт поглинання чисельно рівний відносній зміні потужності світла на одиниці шляху, який проходить воно в поглинаючому середовищі. Він має розмірність, обернену довжині.

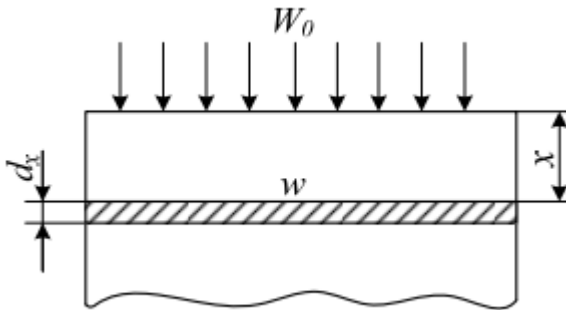


Рисунок 11.1 – До пояснення закону поглинання світла в речовині.

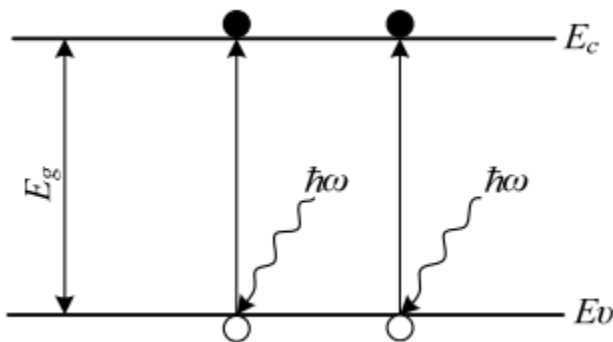


Рисунок 11.2 – Схема власного поглинання світла в напівпровідниках

Інтегруючи (11.1) з урахуванням відбиття від поверхні, одержуємо

$$W = W_0(1 - r)e^{-ax}, \quad (11.2)$$

де r – коефіцієнт відбиття світла.

Розглянемо природу різних механізмів поглинання світла в напівпровідниках. Власне поглинання. При власному поглинанні енергія світла, що потрапляє в напівпровідник, витрачається

на збудження електронів з валентної зони в зону провідності (рис.11.2). Відповідно до закону збереження енергії таке поглинання може відбуватися лише в тому випадку, якщо енергія світлових квантів hw буде не менша ширини забороненої зони E_g :

$$hw \geq E_g \quad (11.3)$$

З цієї умови можна визначити максимальну довжину хвилі l_{\max} власного поглинання:

$$l_{\max} = 2pc/w = 2pch/E_g, \quad (11.4)$$

де c – швидкість світла.

Для кремнію, наприклад, що має $E_g \gg 1,1$ еВ, $l \gg 1,13$ мкм.

Квантово-механічний розгляд процесу поглинання світла показує, що окрім закону збереження енергії повинен виконуватися закон збереження імпульсу:

$$P_n = P_p + P_{\text{фот}}. \quad (11.5)$$

Тут $p_n = \hbar k_n$ – імпульс електрона, перекинутого в зону провідності; p_p – імпульс дірки, що виникла у валентній зоні; $p_{\text{фот}}$ – імпульс фотона (кванта світла), що викликав перехід електрона.

В межах першої зони Бріллюєна проекції імпульсу електрона на кристалографічній осі лежать в межах від

$$-\hbar\pi/a$$

де

$$+\hbar\pi/a, \text{ де } a - \text{параметр ґратки; } a \gg 10^{-8} \text{ см, } \hbar\pi/a \approx 10^8 \text{ еВ.}$$

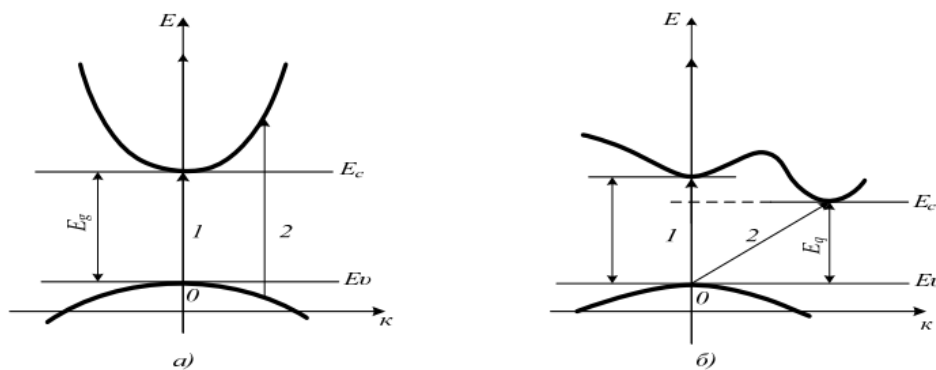


Рисунок 11.3 – Прямі (а) і непрямі (б) переходи при власному поглинанні світла.

Імпульс фотона рівний

$$2\pi\hbar/l$$

і для $l = 10^{-5}$ см складає $\gg 10^5 \text{ еВ}$,

тобто приблизно на три порядки менше імпульсу електрона. Тому можна вважати, що при

оптичних переходах імпульс електрона практично не змінюється:

$$hk_p \gg hk_n. \quad (11.6)$$

На енергетичній діаграмі такі переходи зображаються вертикальними стрілками 1, 2 (рис. 11.3, а) і називаються прямими переходами. Теоретичний розрахунок коефіцієнта власного поглинання для прямих переходів в напівпровідниках з екстремумами зон, розташованими при одному і тому ж значенні (рис. 11.3, а), приводить до такого виразу:

$$a_c = \frac{q^2 [2m_n m_p / (m_n + m_p)]^{3/2}}{4p \bar{n} c h^2 e_0 m} (hw - E_g)^{1/2}$$

де n – коефіцієнт заломлення напівпровідника. Приймаючи $n = 4$, а ефективні маси електронів (m_n) і дірок (m_p) рівними масі вільного електрона і виражаючи

$$hw \text{ і } E_g \text{ у eV, } a_c \text{ в см}^{-1},$$

одержуємо

$$a_c \gg 2,7 \cdot 10^5 (hw - E_g)^{1/2}. \quad (11.7)$$

Дійсно, в області власного поглинання a_c досягає величини

$$\gg 10^4 - 10^5 \text{ см}^{-1},$$

тобто світло поглинається вже на глибині

$$\gg 1,0 - 0,1 \text{ мкм від поверхні.}$$

Якщо дно зони провідності E_c розташовано при іншому значенні k , ніж стеля валентної зони E_v (рис. 11.3, б), як це має місце, наприклад, в германію і кремнію, та відстань

$$E_{g0}$$

по вертикалі між зонами більша ширини забороненої зони

$$E_g = E_c - E_v.$$

Тоді прямі оптичні переходи можуть збуджуватися лише квантами світла з енергією, що перевищує E_{g0} :

$$hw \geq E_{g0}. \quad (11.8)$$

Величину E_{g0} називають оптичною шириною забороненої зони; вона рівна мінімальній відстані по вертикалі між зонами. Крім прямих переходів, в таких напівпровідниках можуть протікати і непрямі переходи, показані на рис. 11.3, б похилою стрілкою 2. Вони відбуваються з участю третьої квазічастинки – фонона. В цьому випадку закони збереження енергії і імпульсу набувають такого вигляду:

$$E_n = E_p + hw \pm E_{\text{фон}}, \quad (11.9)$$

$$P_n + P_p + P_{\text{фот}} \pm P_{\text{фон}} \quad (11.10)$$

Знак плюс відноситься до процесів, що протікають з поглинанням фонона, знак мінус – з випуском фонона. Оскільки енергія фононів в напівпровідниках не перевищує сотих часток електрон-вольта, а $\hbar\omega \gg eV$, то $E_{\text{фон}}$ у виразі (11.9) можна нехтувати в порівнянні з

$\hbar\omega$.

Імпульс же фонона $\hbar k_{\text{фон}}$ лежить в тих же межах першої зони Бріллюєна, що і імпульс електрона. Тому при переходах з участю фононів імпульс електрона може змінюватися в широких межах, що графічно виражають проведенням похилих стрілок, що характеризують такі переходи (рис. 11.3, б) внаслідок того, що вірогідність протікання процесів з участю трьох частинок набагато менша вірогідності двочасткових процесів, коефіцієнт поглинання в області непрямих переходів значно нижчий, ніж в області прямих. З пониженням температури процеси з поглинанням фонона йдуть рідше і коефіцієнт поглинання для непрямих переходів зменшується.

Поглинання світла вільними носіями заряду

Світло може викликати переходи вільних носіїв заряду з одних рівнів зони на інші (рис.11.4). Оскільки при таких переходах повинен істотно змінюватися імпульс носія, то вони можуть йти лише з участю третього тіла.

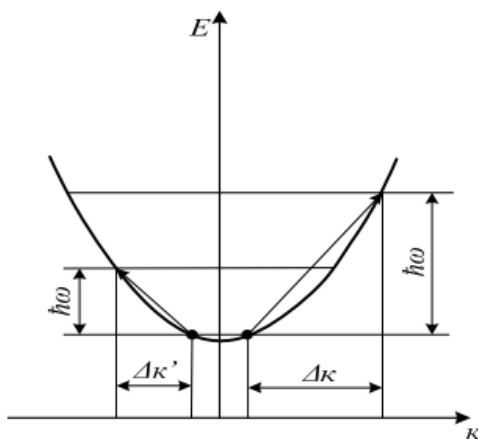


Рисунок 11.4 – Поглинання світла вільними носіями заряду

З класичної точки зору поглинання світла вільними носіями відбувається таким чином: носії заряду швидшають в електричному полі світлової хвилі і, розсіюючись на дефектах кристалічних ґраток, передають їм свою енергію. Іншими словами, енергія світлової хвилі переходить в тепло завдяки ефекту Джоуля – Ленца. Класична формула для коефіцієнта поглинання вільними носіями має такий вигляд:

$$a_{\text{св}} = q^3 n l / \bar{n} c^3 u_0 m_n 4 p^2 e_0 \quad (11.11)$$

де c – швидкість світла у вакуумі; n – показник заломлення напівпровідника; u_0 – рухливість носіїв заряду на постійному струмі; e_0 – діелектрична проникність вакууму.

Експеримент підтверджує пряму пропорційність $a_{\text{св}}$ концентрації вільних носіїв n , поки із збільшенням легування не починає змінюватися рухливість u_0 ; для ряду напівпровідників виправдовується і залежність $a_{\text{св}} \sim l^2$.

Домішкове поглинання

В домішкових напівпровідниках під дією світла може відбуватися перекидання електронів з домішкових рівнів в зону провідності і з валентної зони на домішкові рівні, розташовані в забороненій зоні (рис.11.5).

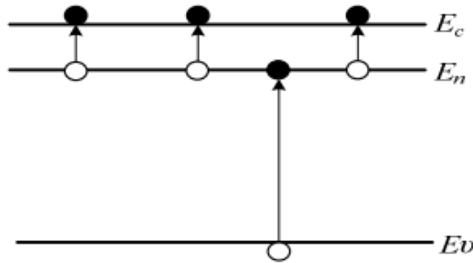


Рисунок 11.5 – Домішкове поглинання світла.

Таке поглинання світла називають домішковим. Межа цього поглинання зсунута в область довгих хвиль тим сильніша, чим менша енергія відповідного переходу. Слід, проте, мати на увазі, що якщо домішкові атоми вже іонізовані, то домішкове поглинання спостерігатися не буде. Оскільки температура виснаження домішки зменшується із зменшенням енергії її іонізації, то для спостереження довгохвильового домішкового поглинання необхідно охолодження напівпровідника до достатньо низької температури. Так, наприклад, спектр домішкового поглинання германію, легovanого золотом (енергія іонізації домішки $E_u = 0,08$ eV, межа поглинання мкм), спостерігається при температурі рідкого азоту (77 K), тоді як при легуванні германію сурмою ($E_u = 0,01$ eV, мкм) домішкове поглинання можна спостерігати лише при гелієвих температурах (4 K). Коефіцієнт домішкового поглинання a_n при $\lambda < \lambda_n$ залежить від l і прямо пропорційний концентрації домішки N_n . Тому домішкове поглинання зручно характеризувати перерізом поглинання s_n :

$$s_n = a_n(\lambda) N_n. \quad (11.12)$$

Максимального значення s досягає поблизу краю домішкового поглинання. В максимумі

$$s_n = 10^{-16} - 10^{-15} \text{ см}^2 \text{ при } N_n = 10^{16} \text{ см}^{-3} \quad a_n \approx 1-10 \text{ м}^{-1}$$

Набути великі значення s іноді не вдається через низькі граничні розчинні домішки в напівпровідниках. Наприклад, межа розчинності золота в германії якраз рівна 10^{-16} см^{-3} .

Фотопровідність напівпровідників

Ефекти поглинання світла в напівпровідниках знаходять практичне застосування для створення модуляторів світлових потоків, фотоприймачів і перетворювачів світлової енергії в електричну. Для модуляції світлових потоків можна використовувати залежність коефіцієнта поглинання у краю власної смуги від тиску, зовнішнього електричного поля і концентрації вільних носіїв заряду або залежність поглинання світла вільними носіями від їх концентрації. При власному і домішковому поглинанні виникають надмірні вільні носії заряду, що приводять до збільшення провідності напівпровідника. Процес внутрішнього звільнення електронів під дією світла називається внутрішнім фотоефектом. Додаткова провідність, що набувається напівпровідником при опромінюванні світлом, називається фотопровідністю. Основна ж провідність, обумовлена тепловим збудженням вільних носіїв заряду, називається темною провідністю. Прилади, призначені для реєстрації світлового випромінювання за величиною фотопровідності, називаються фоторезисторами.

На рис.11.6 показаний пристрій фоторезистора і схема його вмикання. Чутливий елемент фоторезистора являє собою брусок або плівку монокристалічного або полікристалічного напівпровідника з двома омичними контактами. Він під'єднується до джерела зсуву V_0 через опір навантаження R_n . Товщина чутливого елемента повинна бути достатньо великою, щоб в ньому поглиналося практично все світло $W_0(1-r)$, - що пройшло через освітлену поверхню (W_0 – потужність падаючого світла; r – коефіцієнт відбиття поверхні). Цю вимогу легко виконати для власних фоторезисторів і часто важко виконати для домішкових. Якщо вона виконана, то число носіїв (або пара носіїв при власному поглинанні), що генеруються світлом за одиницю часу в чутливому елементі при $\lambda < \lambda_{max}$, буде рівне

$$G = W_0(1-r)\eta / hw \quad (11.13)$$

де η – квантовий вихід внутрішнього фотоефекту, рівний числу носіїв (пара носіїв), народжуваних в середньому кожним поглиненим фотоном. Він може бути більший 1, якщо при поглинанні одного фотона високої енергії народжується дві і більше електронно-діркових пари, і менший 1, якщо частина фотонів поглинається вільними носіями заряду.

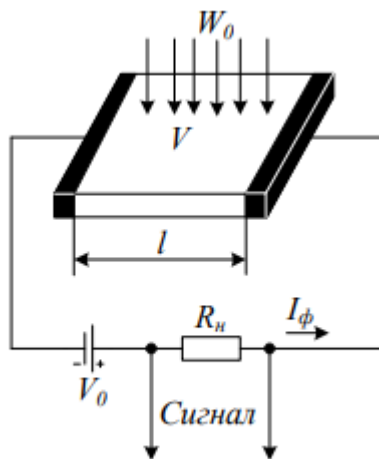


Рисунок 11.6 – Схема пристрою і вмикнення в коло фоторезистора

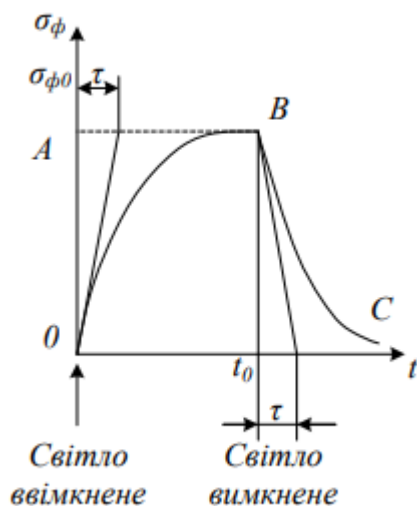


Рисунок 11.7 – Крива наростання фотопровідності при опромінюванні напівпровідника світлом і спаду фотопровідності після припинення опромінюванн

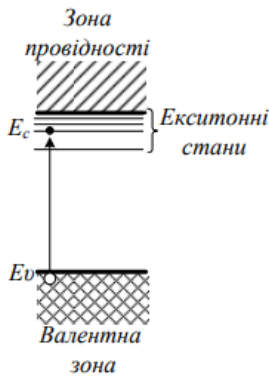


Рисунок 11.8 – Екситонний стан.

Під дією напруги V , прикладеної до фоторезистора, створені світлом носії заряду здійснюють дрейф і створюють в колі струм, який називають фотострумом I_ϕ . Його легко визначити з таких міркувань. Кожний носій заряду за свого життя проходить через резистор t/t_{np} раз, де t_{np} – час прольоту або, точніше, час дрейфу носія через резистор. Він рівний довжині чутливого елемента резистора l , ділений на швидкість дрейфу V_d :

$$t_{np} = l/v_d = l/ue = l^2/uV \quad (11.14)$$

де u – рухливість носіїв. Сила фотоструму I_ϕ рівна числу носіїв G , що щомиті генеруються в напівпровіднику під дією світла, помноженому на t/t_{np} і заряд електрона q :

$$I_\phi = qGt/t_{np} = qGt uV/l^2 = qVN uV/l^2 \quad (11.15)$$

де $VN = Gt$ – число надмірних носіїв у фоторезисторі. Якщо світло генерує пару носіїв, то замість u слід писати суму рухомостей $u_n + u_p$. Підставивши в (11.15) G з (11.13), одержимо

$$I_\phi = \frac{W_0(1-r)qht uV}{hwl^2} = \frac{W_0(1-r)q}{hcl^2} ht ul V \quad (11.16)$$

Відношення

$$\frac{I_\phi}{W_0} = \frac{q(1-r)}{hcl^2} ht ul V \quad (11.17)$$

характеризує чутливість фоторезистора. Вона прямо пропорційна довжині хвилі падаючого світла (аж до I_{\max}), прикладеній напрузі V , часу життя носіїв t і їх рухливості u і обернено пропорційна квадрату довжини чутливого елемента фоторезистора. Час життя носіїв t визначає не тільки чутливість, але і інерційність фоторезистора: чим більше t , тим вища чутливість, але тим вища і інерційність приладу. Дійсно, розглянемо, наприклад, характер спаду фотопровідності фоторезистора після вимкнення джерела світла (рис. 11.7). Внаслідок протікання процесу рекомбінації концентрація надмірних носіїв убуває згідно із законом

$$Vn = Vn_0 e^{-t/t}$$

За таким же законом відбуватиметься і спад фотопровідності напівпровідника (крива ВС)

$$s_{\phi} = s_{\phi_0} e^{-t/t} \quad (11.18)$$

де s_{ϕ_0} – стаціонарна (стала) фотопровідність в умовах постійної освітленості фоторезистора. З (11.18) видно, що чим більший час життя надмірних носіїв, тим повільніше відбувається спад фотопровідності, і тим більш інерційним буде фотоприймач випромінювання. Легко показати, що дотична, проведена до кривої спаду фотопровідності $s_{\phi}(t)$ у точці t_0 , відсікає на осі часу відрізок, чисельно рівний t – часу життя надмірних носіїв. Цим методом часто користуються для експериментального визначення t . На рис.11.7 показаний також характер наростання фотопровідності напівпровідника після ввімкнення світлового імпульсу (крива ОВ), описуючого таким рівнянням:

$$s_{\phi} = s_{\phi_0} (1 - e^{-t/t}) \quad (11.19)$$

І в цьому випадку дотична, проведена до кривої $() \phi s t$ на початку координат, відсікає на прямий АВ відрізок, чисельно рівний t . Слід вказати, що в полікристалічних фоторезисторах чутливість визначається часто процесами на межах монокристалічних зерен, а не процесами в об'ємі напівпровідника; в цьому випадку співвідношення (8.17) не застосовне.

Електрографія

Внутрішній фотоефект в напівпровідниках широко використовується в електричній фотографії або електрографії, сутність якої полягає в такому. На аркуш паперу наноситься тонкий шар високоомного напівпровідника (звичайно ZnO). Перед фотографуванням плівка за допомогою газового розряду заряджається негативно. При проектуванні на такий папір зображення поверхневий заряд з сильно освітлених частин стікає значно швидше, ніж із слабо освітлених, внаслідок чого після експозиції на папері виникає електричне зображення об'єкта. Для проявлення електричного зображення папір обдувають слабким потоком заряджених частинок спеціальної сухої фарби. Осідаючи в тих місцях паперу, де зберігся негативний заряд, ці частинки проявляють зображення. Для фіксації зображення папір нагрівають до температури, при якій частинки фарби розплавляються і міцно закріплюються на папері.

Кристалічні лічильники.

Крім світла, внутрішній фотоефект може бути викликаний опромінюванням напівпровідника потоком частинок – електронів, іонів, α -частинок і ін. Такі частинки, проникаючи в глибину напівпровідника, генерують на своєму шляху вільні носії заряду і тим самим підвищують його електропровідність, а при незмінній напрузі, прикладеній до напівпровідника, збільшують силу струму в колі. Оскільки число носіїв, що генерується, пропорційне числу таких частинок, падаючих на напівпровідник, то за зміною сили струму в колі можна судити про число частинок, що потрапляють в напівпровідниковий кристал. Це дозволяє конструювати на даному принципі кристалічні лічильники частинок. Звичайно їх градуують не в одиницях сили струму, а безпосередньо в числах частинок. Для збільшення чутливості лічильника зміна сили струму в кристалі посилюється за допомогою спеціальних радіотехнічних схем.

Екситони

Як вже вказувалося, при збудженні власної фотопровідності електрони з валентної зони перекидаються в зону провідності і стають вільними. Проте можливий і інший перебіг процесу, коли збуджений електрон не розриває зв'язку з діркою, що виникає у валентній зоні, а утворює з нею єдину зв'язану систему. Така система була вперше розглянута Я. І. Френкелем і названа ним екситоном. Екситон схожий з атомом гідрогену: в обох випадках біля одиничного позитивного заряду рухається електрон і енергетичний спектр є дискретним (рис.8.8). Рівні енергії екситона розташовуються біля дна зони провідності. Оскільки екситони є електрично нейтральними

системами, то виникнення їх в напівпровіднику не призводить до появи додаткових носіїв заряду, внаслідок чого поглинання світла не супроводжується збільшенням провідності напівпровідника. При зіткненні ж з фононами, домішковими атомами і іншими дефектами ґраток екситони або рекомбінують, або «розриваються». В першому випадку збуджені атоми переходять в нормальний стан, а енергія збудження передається ґраткам або випромінюється у вигляді квантів світла; в другому випадку утворюється пара носіїв – електрон і дірка, які обусловлюють зростання електропровідності напівпровідника.

Фотоелектричні явища в р-п-переході

При освітленні р-п-переходу або прилеглої до нього області світлом, здатним викликати генерацію електронно-діркових пар, на контактах розімкненого переходу виникає е.р.с., названа фотоерс, а якщо контакти замкнуті, то через перехід протікає струм I_ϕ , названий первинним фотострумом. Цей ефект називають фотогальванічним ефектом або вентильним фотоелектричним ефектом. Розглянемо його фізичну природу. На рис. 11.9, а показаний діод, р-область якого освітлюється світловим потоком потужністю W_0 , що викликає генерацію в цій області електронно-діркових пар. Число таких пар G , що щомиті з'являються в р-області, визначається співвідношенням (8.13). Оскільки поглинання відбувається в власній області, то світло поглинається вже у вузькому шарі біля поверхні, від якої носії дифундують сумісно углиб напівпровідника. Якщо р-п-перехід розташований на глибині $w=L$, де L – дифузійна довжина, то значна частина носіїв дійде до області об'ємного заряду переходу. Електрони, що підійшли до р-п-переходу, підхоплюються контактним полем e_k , направленим від п- до р-області, і перекидаються в п-область, заряджаючи її негативно (рис.11.9,б).

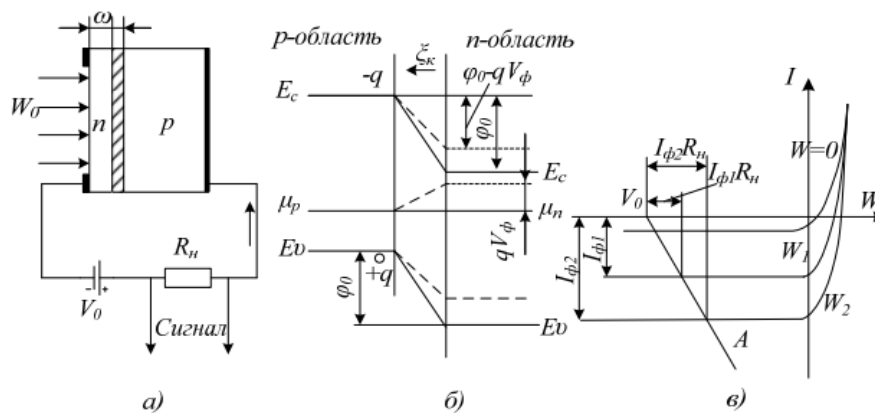


Рисунок 11.9 – Фотоприймач з р-п-переходом: а – діод, р-область якого опромінюється світлом; б – зонна діаграма р-п-переходу діода, що показує виникнення фотоерс; в – вольт-амперна характеристика освітленого р-п-переходу при різних потужностях світлового поток

Обумовлений ними первинний фотострум I_ϕ буде рівний

$$I_\phi = qbG \quad (11.20)$$

де b – коефіцієнт збирання, рівний відносній частці нерівноважних носіїв, що доходять до р-п-переходу і не рекомбінують. Дірки, що підійшли до р-п-переходу, нездатні подолати потенціальний бар'єр 0_j і залишаються в р-області, заряджаючи її позитивно. Внаслідок цього на переході формується прямий зсув V_ϕ , що викликає зниження потенціального бар'єра до величини $0_j = -qV_\phi$ і появи потоку основних носіїв. Якщо зовнішнє коло розімкнене, то V_ϕ збільшуватиметься до тих пір, поки струм основних носіїв через р-п-перехід $\exp(-qV_\phi/kT)$ не зрівняється з фотострумом I_ϕ . Виникаюча при цьому різниця потенціалів V_ϕ і буде фотоерс

(рис.11.9, б). Таким чином, в сталому стані через розімкнений р-п-перехід протікає в прямому напрямі струм основних носіїв $\exp(V/qkT)$ і назустріч йому зворотний струм $-I_s$ і фотострум $-I_\phi$. Повний струм через р-п-перехід рівний нулю:

$$I_s e^{qV_\phi/kT} - I_s - I_\phi = 0$$

З цього співвідношення легко визначити фото-е.р.с:

$$V_\phi = \frac{kT}{q} \ln\left[\frac{I_\phi}{I_s} + 1\right]$$

При ввімкненні р-п-переходу на опір навантаження R_n , тільки частина носіїв, збуджених світлом, перекидається через р-п-перехід і назад, викликаючи зниження його потенціального бар'єра $0 < j$, тобто створення різниці потенціалів $V_{\phi n}$ у переході; інша ж їх частина створює струм I , протікаючий по зовнішньому колу. В цьому випадку співвідношення (11.21) необхідно переписати таким чином:

$$I_\phi + I_s - I_s e^{qV_{\phi n}/kT} = I$$

З цього співвідношення легко визначити $V_{\phi n}$:

$$V_{\phi n} = \frac{kT}{q} \ln\left[\frac{I_\phi - I}{I_s} + 1\right]$$

При короткому замиканні р-п-переходу практично всі носії, що генеруються світлом, надходять в зовнішнє коло, внаслідок чого $V_{\phi n} = 0$, а струм в колі, як впливає з (11.23), $I = I_\phi$. При поданні на освітлений р-п-перехід зовнішнього зсуву V через нього протікатиме темновий струм $[\exp(V/qkT) - 1] I_s$ і $I_s e^{qV/kT}$, як через звичайний діод, що знаходиться під зсувом, і первинний фотострум $-I_\phi$, залежний від потужності світлового потоку W_0 . Сумарний струм через перехід

$$I = I_s (e^{qV/kT} - 1) - I_\phi$$

ВАХ освітленого р-п-переходу показані на рис. 11.9, в. Вони (ВАХ освітленого р-п-переходу) виходять зсувом неосвітленого діода вниз по осі струмів на величину ϕ_1 . Розподіл напруги джерела зсуву V_0 між опором навантаження R_n і діодом можна визначити підставивши у вираз (11.25) замість V величину $V_0 - I R_n$ і вирішивши одержане таким чином рівняння відносно I або графічно за допомогою прямої навантаження $V A_0$ (рис. 11.9, в). Зміна сили струму в зовнішньому колі або напруги на опорі навантаження R_n при освітленні р-п-переходу використовується для реєстрації і вимірювання потужності світлового випромінювання. Прилади, що використовують цей принцип, відіграють роль фотоприймачів. Режим роботи діода, при якому на нього подається негативний зсув і він залишається негативним і при освітленні діода, називають фотодіодним. Якщо ж фотоприймач використовується без зовнішнього зсуву, то говорять про його роботу в режимі фотоелемента. Деякі р-п-переходи не можуть працювати при будь-якому істотному зворотному зсуві і використовуються тільки як фотоелементи (селенові, переходи на вузькозонних напівпровідниках і ін.).

Випромінювальна рекомбінація в напівпровідниках, світлодіодах

Переходи електронів із зони провідності у валентну зону супроводжуються виділенням енергії $h\nu = E_g$. У багатьох напівпровідників такий процес рекомбінації електронно-діркових пар носить переважно без випромінювальний характер: енергія, що виділяється, віддається граткам і кінець кінцем перетворюється на тепло. Проте у таких напівпровідників, як GaAs GaP InSb SiC „, і ін.,

рекомбінація може бути значною мірою випромінювальною: енергія при рекомбінації виділяється у формі квантів світла – фотонів. В умовах теплової рівноваги число актів випромінювальної рекомбінації рівна числу актів поглинання квантів світла рівноважного теплового випромінювання. Тому напівпровідник випромінює рівно стільки світла (і на тих же частотах), скільки поглинає з навколишнього простору. Для того, щоб випромінювання переважало над поглинанням, необхідно створити надмірну (надрівноважну) концентрацію електроннодіркових пар. Найпростіше це можна зробити, використовуючи інжекцію носіїв через р-п-перехід при пропусканні через нього прямого струму. Як видно з рис. 11.14, концентрація неосновних носіїв біля межі р-п-переходу при цьому різко підвищується і стає значно вища рівноважної. До інжекттованих неосновних носіїв підтягуються основні носії, і їх концентрація біля межі переходу стає також вища рівноважної. Дифундуючись в глибину напівпровідника, нерівноважні носії рекомбінують, проникаючи в середньому на відстань дифузійної довжини від шару об'ємного заряду р-п-переходу. Якщо при цьому істотна частина актів рекомбінації відбувається з випромінюванням світла, то, створивши умови для виходу цього світла назовні, напівпровідниковий діод можна використовувати як джерело випромінювання. Такий діод називають світлодіодом. Ефективність світлодіода визначається перш за все його внутрішнім квантовим виходом $\eta_{\text{вн}}$, що є відношенням числа квантів, що випускаються при рекомбінації, до числа інжекттованих неосновних носіїв. Якби рекомбінація була тільки випромінювальною, то $\eta_{\text{вн}} = 1$. Проте разом з випромінювальною рекомбінацією завжди протікає процес безвипромінювальної рекомбінації. Тому в загальному випадку $\eta_{\text{вн}}$ і визначається наступним співвідношенням:

$$\eta_{\text{вн}} = \frac{R_{\text{вип}}}{R_{\text{вип}} + R_{\text{бвип}}} = \frac{1}{1 + R_{\text{вип}}/R_{\text{бвип}}} \quad (11.26)$$

де $R_{\text{вип}}$ і $R_{\text{бвип}}$ – ймовірності випромінювальної і безвипромінювальної рекомбінації, віднесені до одиниці часу.

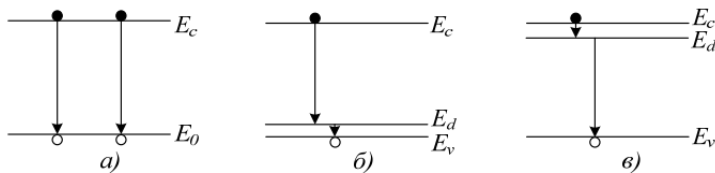


Рисунок 11.10 – Схема випромінювальних переходів.

З (11.10) випливає, що для отримання максимальної внутрішньої ефективності світлодіода слід по можливості збільшити відношення вірогідності випромінювальної рекомбінації до безвипромінювальної. Безвипромінювальна рекомбінація, як правило, визначається в основному глибокими рекомбінаційними центрами, випромінювальна ж йде звичайно в результаті міжзонних переходів (рис.11.10, а), переходів із зони провідності на дрібні акцепторні рівні (рис.11.10, б) або з дрібних донорних рівнів у валентну зону (рис.11.10, в). Вірогідність безвипромінювальної рекомбінації можна зменшити, очистивши напівпровідник від глибоких рекомбінаційних центрів. Зробити це дуже важко, оскільки перетинання захоплення носіїв деякими домішковими центрами, наприклад, міддю, велике і потрібен дуже високий ступінь очищення від таких домішок. Тому якість світлодіодів значною мірою залежить від ступеня очищення початкових матеріалів і досконалості технології виготовлення діодів. Іншим способом підвищення внутрішнього квантового виходу діода є збільшення вірогідності випромінювальної рекомбінації шляхом вибору напівпровідникового матеріалу і ступеня його легування. В таких напівпровідниках, як Si і Ge, у яких дно зони провідності і стеля валентної зони розташовані при різних значеннях хвильового вектора, вірогідність міжзонної випромінювальної рекомбінації багато менша, ніж у напівпровідників, у

яких збігаються екстремуми зон (GaAs InAs InSb , , і ін.). Тому для виготовлення світлодіодів необхідно брати напівпровідники, у яких збігаються екстремуми зон. Вірогідність міжзонної рекомбінації і випромінювальних переходів зона – домішка росте із збільшенням (до певної межі) ступеня легування напівпровідника, що також використовується при виготовленні світлодіодів. Спектральний склад рекомбінаційного випромінювання визначається розподіленням за енергіями рекомбінуючих електронів і дірок. У наш час виготовляються світлодіоди з найрізноманітнішими параметрами залежно від їх призначення.

Когерентне випромінювання. Квантові підсилювачі і генератори. Стимулююче випромінювання.

Розглядаючи процеси збудження електронів в напівпровідниках під дією світла і свічення, яке виникає при випромінювальній рекомбінації електронно-діркових пар, ми залишили без уваги важливе питання про вплив самого випромінювання на переходи збуджених електронів в нормальні стани, на особливість випромінювання, що виникає в цих умовах при таких переходах, і можливість їх практичного використання для посилення і генерації електромагнітних коливань. Для з'ясування цих питань розглянемо детальніше задачу про взаємодію електромагнітного випромінювання з простою квантовою системою, що має тільки два енергетичні рівні – основний E_1 і збуджений E_2 . Позначимо загальне число частинок в системі через n . У стані термодинамічної рівноваги частина частинок (n_1) розташовуватиметься на нижньому рівні, інша частина (n_2) – на верхньому. Відповідно до розподілу Больцмана

$$n_1 = \exp(-E_1/kT),$$

$$n_2 = \exp(-E_2/kT)$$

відношення

$$\frac{n_2}{n_1} = \exp\left[-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right]. \quad (11.27)$$

Оскільки $E_2 > E_1$, то $\frac{n_2}{n_1} < 1$. Таким чином, при термодинамічній рівновазі основний стан заповнений щільніше, ніж збуджений (рис. 11.11). Припустимо тепер, що з такою системою взаємодіє випромінювання частотою ω_{12} , рівною частоті переходу. Це випромінювання стимулюватиме два зустрічні процеси: поглинання, що приводить до переходу атомів з нижнього рівня на верхній, і випуск випромінювання, який супроводжується переходом частинок з верхнього рівня на нижній. Важливою особливістю подібних процесів є те, що вони керуються полем випромінювання; їх вірогідність тим більша, чим більша густина енергії поля випромінювання на частоті переходу ω_{12} . Випромінювання, що випускається при цьому, називають стимулюючим, індукованим або вимушеним. На відміну від нього випуск, що відбувається мимовільно, незалежно від поля, називають спонтанним.

Інверсне заповнення рівнів

Різниця Δ числа переходів частинок з нижнього рівня на верхній і з верхнього на нижній при проходженні через систему N квантів світла пропорційна вірогідності переходів w , однакової для обох процесів, числу квантів N (густина випромінювання r) і різниці заселеності рівнів, $(n_2 - n_1)$:

$$\Delta = wN(n_2 - n_1). \quad (11.28)$$

$$\Delta = wN(n_2 - n_1)$$

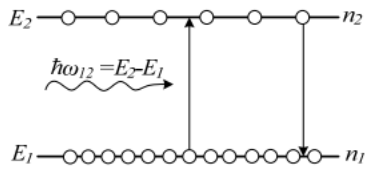


Рисунок 11.11 – Нормальне (рівноважне) заселення енергетичних рівнів

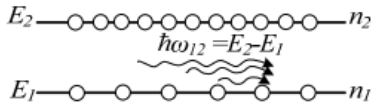
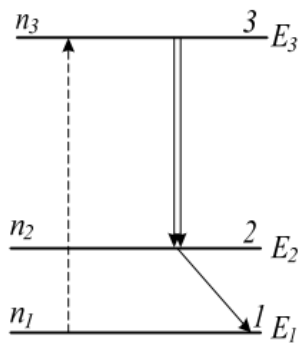
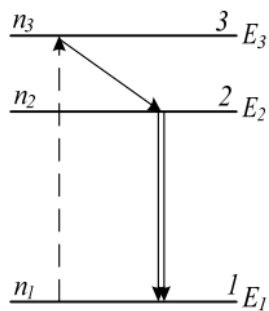


Рисунок 11.12 – Інверсне заселення енергетичних рівнів.

Енергетичне накачування намагається вирівняти заселеність рівнів E_1 і E_3 . Якщо при цьому населеність рівня E_2 зберігається незмінною, то заселеності рівнів E_1 і E_3 наближаються до величини $(n_3+n_1)/2$. При $(n_3+n_1)/2 > n_2$ буде досягнута інверсна заселеність рівнів E_3 і E_2 і робочим переходом буде . (рис. 11.13, а). Якщо ж $(n_3+n_1)/2 < n_2$ інверсна заселеність буде між рівнями E_2 і E_1 і робочим переходом буде (рис.11.13,б).



а)



б)

Рисунок 11.13 – Основні і робочі рівні випромінювальної системи.

Оскільки число індукованих переходів збільшується із збільшенням густини випромінювання, то бажано, щоб посилюваний сигнал і стимулююче ним випромінювання проходили активне середовище багато разів. При кожному такому проході густина випромінювання росте і ефективність висвічування збуджених частинок підвищується. Для досягнення цієї мети робочу речовину поміщають в об'ємний резонатор, настроєний на частоту посилюваного сигналу (а отже, і

стимулюючого випромінювання). Використовуються різні способи отримання інверсної заселеності робочих рівнів. Найширше застосування одержали парамагнітні квантові підсилювачі, засновані на явищі парамагнітного резонансу в твердих тілах. Як робоча речовина в цих підсилювачах використовуються діамагнітні кристали, що містять невеликі кількості парамагнітної домішки. До таких речовин відноситься, зокрема, рубін, що є окисом алюмінію (Al_2O_3), що містить приблизно 0,05% хрому. В ґратках парамагнітні іони хрому Cr^{3+} заміщають частину іонів Al^{3+} . При поміщенні рубіна в постійне магнітне поле H_0 відбувається розщеплювання енергетичних рівнів іона хрому на підрівні, віддалені один від одного на певні відстані залежні від H_0 . Зокрема, нижній рівень Cr^{3+} з $j = 3/2$ розщеплюється на 4 підрівні, між якими за допомогою накачування можна створити інверсну заселеність. Проте для іона Cr^{3+} в кристалі, через вплив сусідніх атомів, відстані між підрівнями виявляються неоднаковими і дозволені переходи з $t \pm 1$. Змінюючи напруженість постійного поля H_0 , можна змінювати резонансні частоти і, таким чином, перебудовувати робочу частоту підсилювача. Підсилювач працює при температурі рідкого гелію і використовується для посилення коливань в діапазоні. Існує і ряд інших твердих тіл, що використовуються як робочі речовини в парамагнітних квантових підсилювачах різних діапазонів частот.

Генерація когерентного випромінювання.

Якщо сума енергій сигналу $E_{\text{сиг}}$ і стимулюючого випромінювання $E_{\text{випр}}$ більша втрат енергії $E_{\text{вт}}$ і енергії $E_{\text{нав}}$, що відводиться в навантаження

$$E_{\text{випр}} + E_{\text{сиг}} \gg E_{\text{вт}} + E_{\text{нав}} \quad (11.29)$$

то квантова система переходить в режим самозбудження і починає працювати як квантовий генератор коливання, в якому збуджуються коливання і у відсутність зовнішнього сигналу під дією випадкових спонтанно випущених квантів. Найширше практичні застосування одержав квантовий генератор оптичного діапазону, що охоплює ділянку спектра від ультрафіолетової до субміліметрової області (0,1 – 800 мкм). На рис.11.14 показана структурна схема лазера. Він складається з робочої речовини, поміщеної в оптичний резонатор, джерела накачування і часто спеціального охолоджуючого пристрою відвідного тепла від робочого тіла. Оптичний резонатор в лазерах в простому випадку є двома дзеркалами, встановленими строго паралельно одне одному і перпендикулярно до оптичної осі лазера; повернуті вони одне до одного сторонами, що відбивають. Для виведення випромінювання назовні одне з дзеркал роблять напівпрозорим. За цих умов випромінювання, що виникло в лазері, відбиваючись від дзеркал, багато разів проходить через робочу речовину, викликаючи весь стимулюючий випуск, що посилюється. Таким чином, резонатор здійснює позитивний зворотний зв'язок з випромінюючою системою, примушуючи при кожному проходженні випромінювання через робочу речовину висвічуватися активні центри. При цьому в найвигідніших умовах опиняється та частина випромінювання, напрям якого збігається з оптичною віссю генератора, оскільки тільки воно здатне багато разів відбиватися від дзеркал, не йдучи з робочої речовини, і таким чином проходити великий шлях в цій речовині і зазнавати велике посилення за рахунок стимулюючого випуску. Тому в лазері формується випромінювання, направлене практично уздовж оптичної осі і виходить через напівпрозоре дзеркало гостронаправленим пучком. У газових лазерів розходженість пучка може бути менше кутової мінути. Рівні енергії, між якими відбуваються оптичні переходи, завжди мають скінченну ширину, оскільки час перебування електронів на них скінченний, що згідно з співвідношенням повинно приводити до розширення рівнів і розмиття їх у вузькі смуги. Відповідно до цього випромінювання, що випускається при оптичних переходах, ніколи не буває строго монохроматичним, його частоти укладені в межах деякої смуги. Генерація ж в лазері відбувається додатково лише на резонансних частотах, що задовольняють таку умову:

$$L = n(\lambda/2), \quad (11.30)$$

де n – ціле число; λ – довжина хвилі. При виконанні цієї умови хвилі, що випробували багатократні відбиття від дзеркал, опиняються у фазі одна з одною і їх амплітуди складаються. Випускаються хвилі однієї або декількох частот, довжини яких задовольняють умову резонансу (11.30) і потрапляють в смугу. Ширина смуги частот кожної такої хвилі визначається добротністю оптичного резонатора і може бути вельми малою (менше 100 Гц). Стабільність частоти визначається стабільністю розміру резонатора L . Важливою властивістю випромінювання лазера є його когерентність, під якою розуміють кореляцію (узгодженість) фаз коливань, що розглядаються в різних точках простору в різні моменти часу. Відповідно до цього розрізняють просторову і тимчасову когерентність. Приведемо два приклади.

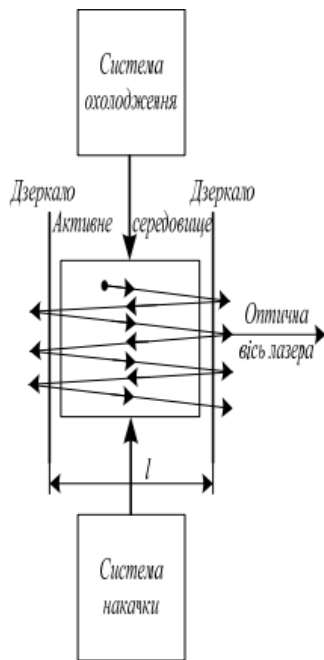


Рисунок 11.14 – Структурна схема лазера.

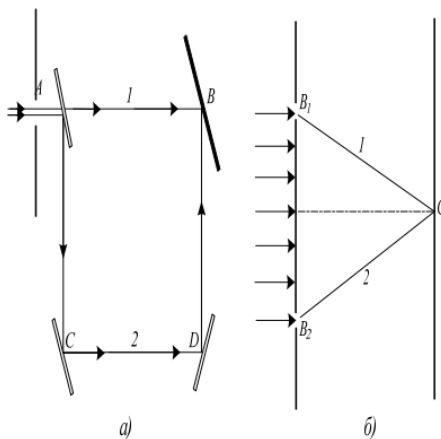


Рисунок 11.15 – До пояснення поняття тимчасової і просторової когерентності.

1. Розщепимо світловий промінь за допомогою напівпрозорого дзеркала A на два пучки (рис.11.15, а) і, спрямувавши ці пучки по різних шляхах, зведемо їх знову на екрані B . Промінь 1 проходить шлях AB , витрачаючи на це час t_1 ; промінь 2 проходить шлях ACD і витрачає час t_2 . Таким чином, на екрані складатимуться світлові хвилі, випущені в моменти часу, відокремлені один від одного інтервалом $\Delta t = t_2 - t_1$. Якщо протягом всього цього часу різниця фаз світлових коливань,

створюваних променями 1 і 2 в будь-якій точці екрана, зберігається незмінною, то говорять, що світло має тимчасову когерентність. На екрані виникає виразна стійка інтерференційна картина. Максимальне значення t , при якому така картина ще спостерігається, називають часом когерентності. Тимчасова когерентність безпосередньо пов'язана із ступенем монохроматичності випромінювання: чим вища ступінь монохроматичності хвилі, тим більший час когерентності. В лазерах монохроматичність випромінювання дуже висока, і час когерентності може досягати 100^{-2} с і більше.

2. Розглянемо другий приклад, показаний на рис.11.15, б. Екран містить два малі отвори B_1 і B_2 , які посилають в точку 3 промені 1 і 2. При цьому $B_1 B_2 \ll \lambda$. Таким чином, в точку 3 приходять коливання, не зміщені в часі $t_1 = t_2$, але з двох різних точок простору B_1 і B_2 . Ці коливання вважаються когерентними, якщо різниця фаз їх в точці 3 постійна. Таку когерентність називають просторовою. Розглянемо з точки зору когерентності спонтанне випромінювання, яке випускається, наприклад, тепловими джерелами світла. Для таких джерел характерне таке: а – окремі атоми випускають фотони мимовільно, незалежно один від одного, на хвильовій мові фотонам можна зіставити «відрізки» хвиль, які називають звичайно цугами, цуги від окремих атомів не корельовані один з одним; б – випромінювання атомів ізотропне, тобто відбувається практично з рівною вірогідністю на всіх напрямках. Ці дві обставини і обумовлюють низькі когерентні властивості спонтанного випромінювання. У протилежність цьому лазерне випромінювання має високий ступінь когерентності, обумовлений двома основними чинниками: природою індукованого випуску і наявністю оптичного резонатора. Властивості індукованого випромінювання пояснюються тим, що фотони є бозе-частинками, основна особливість яких полягає в здатності заселяти один і той же стан з необмеженою густиною, причому вірогідність попадання бозона в даний конкретний стан тим вища, чим більше цей стан заселений. Тому, якщо поблизу збудженого центра (наприклад, атома), що знаходиться на рівні E_2 (рис.11.12), пролітає фотон з енергією $h\nu$, то він стимулює перехід цього центру на рівень E_1 . При цьому з'являється другий фотон, який через свою бозонну природу має найбільшу вірогідність потрапити в той же стан, в якому знаходиться перший фотон, тобто придбати ту ж енергію, напрям руху і поляризацію, які має перший фотон. В своєму подальшому русі фотони стимулюватимуть народження нових фотонів з тими ж самими характеристиками. Таким чином, фотони, що з'явилися в результаті індукованого випуску, повинні згідно з самою природою цього випуску мати однакову енергію, однаковий напрям руху, однакову поляризацію, тобто мати вельми високі когерентні властивості. Тому необхідно мати пристрій, який виконував би вибіркові функції в процесах індукованого випуску. Таким пристроєм є оптичний резонатор, який формує високонаправлене випромінювання уздовж оптичної осі на довжині хвилі, що відповідає умові (11.30). Тільки це випромінювання здатне багато разів проходити через активну речовину, лавинно посилюючись за рахунок стимулюючих переходів. Тому випромінювання, що виходить з лазера, має високу ступінь когерентності. Застосування когерентного випромінювання. Високий ступінь монохроматичності і мала розхідність когерентного оптичного випромінювання визначають області його практичного використання. Випромінювання з високою тимчасовою когерентністю може бути використано для передавання інформації на оптичних частотах; при вирішенні завдань, пов'язаних з оптичною інтерференцією (вимірювання відстаней, лінійних і кутових швидкостей, деформацій поверхонь і т. д.); як стандарт частоти. Висока спрямованість просторово-когерентного випромінювання обумовлює ряд його переваг перед некогерентним випромінюванням: невелику величину енергетичних втрат, пов'язаних з розходженням пучка; високе кутове розділення, що дозволяє точно спрямувати промінь на малий об'єкт і істотно скоротити перешкоди; можливість просторової фільтрації при прийманні сигналів. Звідси випливає, що вузьконаправлене оптичне випромінювання може бути ефективно використано при передаванні інформації на великі відстані, при оптичній локації виділених об'єктів (особливо для виділення об'єкта серед інших цілей), при вимірюванні кутів і відстаней за принципом, на якому засновані світлодалекоміри, в системах наведення за променем, при передаванні світлової енергії на найбільші відстані, для концентрації енергії в світловому пучку (оптичне різання, зварення) і т.п. Оптично зв'язані напівпровідникові лазери можуть бути застосовані для побудови оптичних логічних елементів високої швидкодії. В наш час практично реалізовані логічні елементи на

напівпровідникових лазерах з швидкодією порядку 10^{-10} с, на основі яких можуть бути створені надшвидкодійні пристрої ЕОМ, що мають максимальну розв'язку входу і виходу і високу перешкодостійкість.

Поняття про голографію

Голографія – це відносно новий напрям в когерентній оптиці, розвиток якого пов'язаний з появою і вдосконаленням джерел когерентного випромінювання – лазерів. В голографії, як і у фотографії, вирішується питання записування інформації, яку несе світлова хвиля, відбита від об'єкта. Інформація про об'єкт міститься частково в амплітуді (амплітудна інформація), частково у фазі (фазова інформація). При фотографуванні на фотопластині фіксується інтенсивність хвилі і тим самим реєструється амплітудна інформація про об'єкт. Фазова інформація при цьому втрачається. Проте якщо хвиля має високу когерентність, то на фотопластині можна записати як амплітудну, так і фазову інформації, застосувавши метод голографії («голографія» перекладається як «повний запис»). У основі методу голографії лежить інтерференційний принцип, згідно з яким для виявлення фазової інформації, що міститься в хвилі, треба створити інтерференцію досліджуваної (об'єктної) хвилі з деякою допоміжною (опорною) хвилею. Амплітуда результуючої хвилі міститиме інформацію як про амплітуду, так і про фазу об'єктної хвилі. При цьому обидві хвилі, що інтерферують, повинні мати високу когерентність, щоб забезпечити достатньо чітку інтерференційну картину на фотопластині (голограмі). Для пояснення методу голографії розглянемо такий приклад (рис. 11.16, а). Від точкового джерела (об'єкта) O на фотопластину Φ падає сферична хвиля 1 (на рис. показано два промені під кутами 1 а і 2 а). Це об'єктна хвиля. Одночасно на пластину падає плоска опорна хвиля 2. В результаті інтерференції цих хвиль виникає тонка система інтерференційних смуг. Ця система смуг, зафіксована на фотопластині, називається голограмою точкового об'єкта O . Таким чином, інформація про об'єкт зберігається у вигляді інтерференційної картини, зафіксованої на голограмі. Щоб «прочитати» (відновити) цю інформацію, треба освітити голограму опорною хвилею (рис.11.16, б). При цьому в результаті дифракції світла на системі інтерференційних смуг виникнуть три дифракційні хвилі, причому в кожній точці голограми кут дифракції буде рівний тому куту, під яким в цю точку падав при записі голограми об'єктний промінь. З рис.11.16, б видно, що хвиля 1 формує уявне зображення об'єкта, а хвиля 3 – дійсне зображення. Хвиля 1 є початковою об'єктною хвилею, відтвореною з голограми. Наведений приклад дозволяє зрозуміти основні особливості голографічного методу: – процес голографії є двоступінчатим: на першій стадії голограма записується, на другій прочитується; при прочитуванні голограми відтворюється початкова об'єктна світлова хвиля (неначебто сам об'єкт як і раніше відбивав світло);

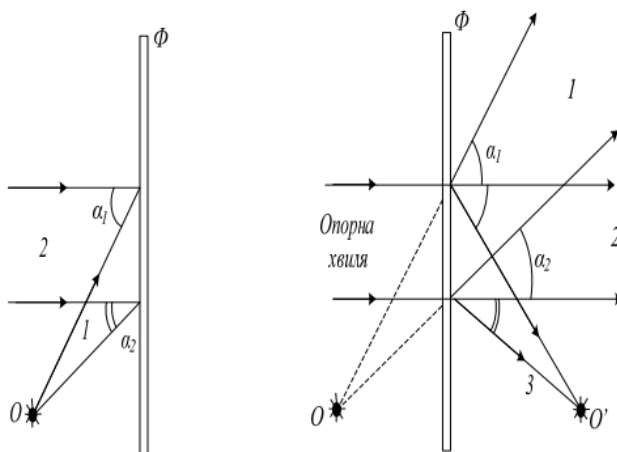


Рисунок 11.16 – До пояснення принципу голографії.

– інформація про об'єкт записується інтегрально: кожна точка видимої поверхні об'єкта записується по всій поверхні голограми; тому псування частини поверхні голограми не приводить у багатьох випадках до втрати інформації; – на відміну від фотографування метод голографії не потребує застосування лінзових систем. При фотографуванні інформація передається по ланцюжку: об'єкт → світлова хвиля → фотопластина → око. В голографії ж інформація передається по іншому ланцюжку: об'єкт → світлова хвиля → фотопластина (голограма) → світлова хвиля → око. При цьому обидві світлові хвилі, фігуруючі в останньому ланцюжку, є еквівалентними. Тому при розгляді голограми (освітленою опорною хвилею) око спостерігача сприймає не двовимірне зображення об'єкта, а сам об'єкт як він є. При прочитуванні голограм тривимірних реальних об'єктів спостерігають саме тривимірні реальні об'єкти. Голограма відтворює об'ємне зображення, що має з оптичної точки зору властивості реального об'єкта. Голографічний метод одержує широке практичне застосування для вирішення різних завдань, таких, як розпізнавання образів, побудова блоків пам'яті великої місткості, введення і виведення інформації, в технології виготовлення мікросхем і багатьох інших.

Під впливом падаючого на напівпровідник світла електрони одержують додаткову енергію. При цьому величина енергії, яка передається кожному електрону, залежить від частоти світлових коливань і не залежить від сили світла джерела випромінювання. Зі збільшенням сили світла джерела випромінювання збільшується число електронів, які поглинають енергію, але не енергія, одержувана кожним з них. Енергія фотона визначається виразом $h\nu$, де h – постійна Планка; ν – частота світлових коливань; λ – довжина хвилі падаючого світла.

Фотоефектом називається процес взаємодії світла з речовиною, в результаті якого енергія фотонів передається електронам речовини. Для твердих і рідких тіл розрізняють *зовнішній* фотоефект, при якому поглинання фотонів супроводжується вилітанням електронів за межі тіла, і *внутрішнім* фотоефектом при якому електрони залишаються в тілі (напівпровіднику), змінюють свій енергетичний стан (змінюється провідність напівпровідника). В газах фотоефект проявляється в йонізації атомів або молекул під дією світла (фотойонізація).

Усі закономірності зовнішнього фотоефекту пояснюються **рівнянням Ейнштейна** (закон збереження енергії для фотоефекту):

$$h\nu = A + W_k,$$

де A – робота виходу електрона, $h\nu$ – енергія фотона, W_k – максимальна кінетична енергія електрона.

На явищі зовнішнього фотоефекту працюють вакуумні фотоелементи та фотоелектронні помножувачі (ФЕП). Саме ці фотоприймачі тривалий час переважно використовувались у фотометрії та спектрометрії видимої та ультрафіолетової ділянок спектру. Перевагою цих приймачів є те, що їх фотострум пропорційний інтенсивності падаючого світла. Крім того фотострум не залежить від величини опору навантаження. Це дозволяє реєструвати малі світлові сигнали.

В інфрачервоній ділянці спектру використовують фотоелементи, які діють на основі явища внутрішнього фотоефекту. Це явище спостерігається у напівпровідниках. Під дією світла зростає концентрація носіїв струму (електронів провідності та дірок). Таким чином, збільшується електропровідність напівпровідника. При енергії фотона $h\nu_0 > E_g$, де E_g – енергія активації провідності в чистому провіднику (ширина забороненої зони), можуть відбуватись переходи електронів із заповненої валентної зони в зону провідності. ν_0 називається *червоною межею фотопровідності*.

Якщо в напівпровіднику є домішки, то під дією світла електрони можуть переходити із домішковий донорних рівнів в зону провідності, або із валентної зони на акцепторні домішкові рівні. У першому випадку виникає електронна фотопровідність, у другому – діркова.

На внутрішньому фотоефекті основана дія фоторезисторів. Кількість виникаючих носіїв струму пропорційна інтенсивності падаючого світла. Тому фоторезистори застосовуються у

фотометрії.

На межі металу і напівпровідників або напівпровідників p -типу і n -типу (p - n -перехід) спостерігається вентильний фотоэффект. Він проявляється у тому, що під дією світла, внаслідок внутрішнього фотоэффекту в p - n -переході виникає електрорушійна сила (фотоЕРС). Величина фотоЕРС пропорційна інтенсивності падаючого світла.

Вентильний фотоэффект в p - n -переході це безпосереднє перетворення світлової енергії в енергію електричного струму. Це явище використовують у фотоелектричних джерелах струму, приймачах світла (напівпровідникові фотоелементи).

Напівпровідникові фотоелементи маючи малі габарити, низькі напруги живлення і ряд інших конструктивних переваг, широко застосовують для автоматичних систем, систем управління, перетворення сонячної енергії, а також в обчислювальній техніці.

Лазер (оптичний квантовий генератор, *англ.*: *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation (LASER)*) - підсилення світла за допомогою вимушеного випромінювання) - це джерело оптичного когерентного випромінювання, що характеризується високою спрямованістю і великою густиною енергії.

Основний фізичний процес, що визначає дію лазера, - це вимушене випромінювання електромагнітної хвилі. Воно відбувається при взаємодії фотона із збудженим атомом при точному збігу енергії фотона з енергією збудження атома (або молекули). В результаті цієї взаємодії атом переходить в незбуджений (основний) стан, а надлишок енергії випромінюється у вигляді нового фотона з такою ж енергією, напрямом поширення і поляризацією, як і в первинного фотона. Таким чином, наслідком даного процесу є наявність вже двох абсолютно ідентичних фотонів. При подальшій взаємодії цих фотонів із збудженими атомами, аналогічними першому атому, може виникнути "ланцюгова реакція" розмноження однакових фотонів, що "летять" в одному напрямі. Це приведе до появи вузько напрямленого світлового променя. Для виникнення лавини ідентичних фотонів необхідне активне середовище, в якому збуджених атомів було б більше, ніж незбуджених, оскільки при взаємодії фотонів з незбудженими атомами відбувалося б поглинання фотонів. Таке середовище називається середовищем з інверсною населеністю рівнів енергії.

Отже, крім вимушеного випромінювання фотонів збудженими атомами відбуваються також процес спонтанного випромінювання фотонів при переході збуджених атомів в незбуджений стан і процес поглинання фотонів під час переходу атомів з незбудженого стану в збуджений.

Якщо кількість збуджених атомів велика та існує інверсна населеність рівнів (у верхньому, збудженому стані атомів більше, ніж в нижньому, основному), то перший же фотон, що народився в результаті спонтанного випромінювання, викличе зростаючу лавину появи ідентичних фотонів. Відбудеться підсилення спонтанного випромінювання.

На практиці для генерації лазерного випромінювання реалізується трирівнева схема (наприклад, в рубінових лазерах), за якою атом з основного стану переходить у один із двох збуджених станів. В цьому стані він знаходиться короткий проміжок часу і майже відразу переходить у другий збуджений стан з меншою енергією, де знаходиться тривалий час. Саме з цього стану атом переходить в основний стан випромінюючи фотон.

Головний елемент лазера - *активне середовище*, для утворення якого використовують дію світла на лазерних джерел - електричний розряд в газах, хімічні реакції, бомбардування електричним пучком та інші методи, які називаються «накачкою». Активне середовище знаходиться між двома паралельними дзеркалами (рис.11.17).

Фотони, утворені накачкою, напрям поширення яких не перпендикулярний площині дзеркал, створюють лавини фотонів, які виходять за межі активного середовища. В той же час фотони, напрям поширення яких перпендикулярний площині дзеркал, створюють лавину, яка багатократно підсилюється внаслідок відбиття від дзеркал.

Оскільки одне з дзеркал напівпрозоре, то через нього виходить направлений потік фотонів перпендикулярно площині дзеркал.

При правильно підбраному коефіцієнті пропускання дзеркал, точному їх налаштуванню одне відносно одного і відносно поздовжньої осі активного середовища зворотний зв'язок може виявитися настільки ефективним, що випромінюванням «вбік» можна повністю нехтувати в

порівнянні з випромінюванням, що виходить через дзеркало. Таку схему зворотного зв'язку називають оптичним резонатором, і саме такого типу резонатори використовують у більшості існуючих лазерів.

Схематичне зображення лазера представлено на рис.11.17. Тут: 1 - відбивне дзеркало; 2 - напівпрозоре дзеркало; А - активне середовище; $\hbar\omega$ - випромінювання, яке генерується лазером.

Між двома дзеркалами, одне з яких напівпрозоре (2), рухається потік фотонів, що випромінюються атомами. Більша частина цього потоку проходить через напівпрозоре дзеркало в навколишнє середовище у вигляді когерентного випромінювання. Невелика частина потоку світла відбивається від дзеркала 2, рухається підсилюючись до дзеркала 1 і т.п.

Існують газові лазери, рідинні та твердотільні (на діелектричних кристалах, напівпровідниках, склі).

В якості активного середовища зазвичай використовують:

1. Газ (гелій+неон, вуглекислий газ тощо).
2. Кристал (напівпровідник).
3. Рідину.
4. Скло.

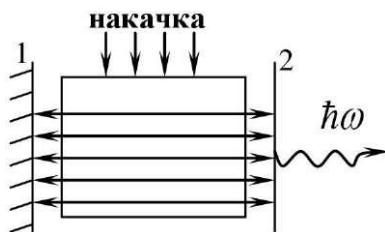


Рисунок 11.17 - Оптичний квантовий генератор (лазер).

Голографія є особливим методом реєстрації на фотопластинці (або фотоплівці) хвильового фронту випромінювання, який іде від предмета, і подальше його відновлення фронту для отримання уявного або дійсного зображення предмета. Голографія базується на фотографуванні результату інтерференції двох частин хвилі (плоскої або сферичної), яка випромінюється когерентним джерелом (наприклад, лазером): одна частина попадає на фотопластинку безпосередньо (називається - опорний промінь, *англ.: referencebeam*), а інша направляється для освітлення досліджуваного об'єкту і після відбивання від нього поступає на ту ж пластинку (об'єктний промінь, *англ.: signalbeam*). На фотоплівці фіксується складна інтерференційна картина, яка називається голограмою (див.рис.3.5). В кожній точці голограми результат інтерференції об'єктної та опорної хвиль залежить не тільки від амплітуд світлових векторів, а і від їх різниці фаз.

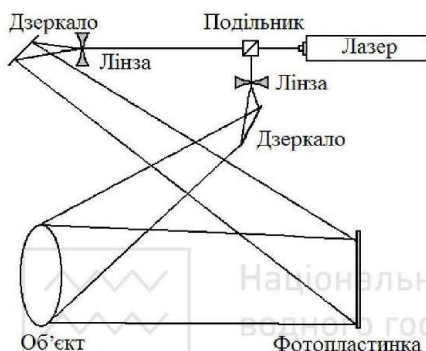


Рисунок 11.18 - Створення голографічного зображення.

Для відновлення хвильового поля предмета, тобто для отримання його об'ємного зображення, голограму розміщують в тому ж місці, де була розташована фотопластинка при записі, а потім освітлюють її опорною хвилею лазера під тим самим кутом, під яким був здійснений запис. При цьому внаслідок дифракції опорної хвилі на голограмі виникає «уявне» об'ємне зображення об'єкта.

В ньому зберігається повна інформація про амплітуду і фазу об'єктної хвилі.

В даний час існує три основних типи зберігання даних в комп'ютері: *напівпровідниковий*, *магнітний* і *оптичний*.

Оптичні методи є більш перспективними для розвитку інформаційних технологій, оскільки традиційні методи мають низку суттєвих недоліків і обмежень, перш за все, у швидкодії і щільності запису.

Світловипромінювальні діоди

Принцип роботи світловипромінювальних діодів - пристроїв, що перетворюють енергію електричного струму в світлову енергію, можна зрозуміти, розглянувши рис.11.19 зі схемою включення *p-n*-переходу в пряму напрямі. На границі поділу дірки з *p*-області рекомбінують з електронами *n*-області. При цьому відбувається перехід електрона із зони провідності у валентну зону, який супроводжується квантом електромагнітного випромінювання. Можна підібрати таку ширину забороненої зони напівпровідника, яка відповідає заданій частоті електромагнітного випромінювання (від інфрачервоного до ультрафіолетового).

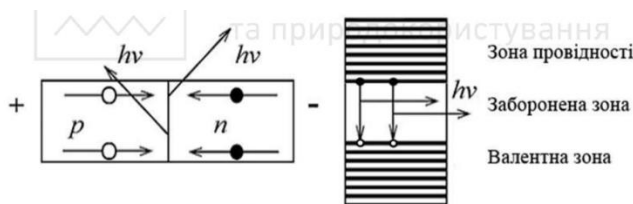


Рисунок 11.19 - Схема роботи світловипромінювального діода.

Світловипромінювальні діоди мають високий ККД, який може сягати 80%. Вони довговічні, оскільки на відміну від ламп розжарювання і газорозрядних ламп не містять ниток розжарення, та інших вузлів, які швидко зношуються.

Лазерні світловипромінювальні діоди

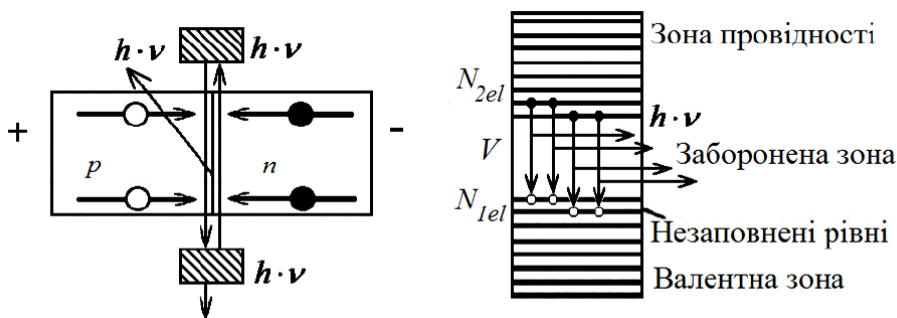


Рисунок 11.20 - Схема роботи лазерного діода.

Дія лазерних світловипромінювальних діодів з деякими відмінностями подібна до роботи світловипромінювальних діодів. Необхідно в області *p-n*-переходу створити інверсну заселеність (багато електронів у збудженому стані і мало - в основному стані). Велика концентрація електронів провідності (вони відповідають збудженому рівню лазера) зумовлена їх надходженням з *n*-області (див.рис.1.20). Велика концентрація дірок, що надходять з *p*-області, відповідає малій кількості електронів в основному стані переходу (N_1), що використовується в лазері. У такому випадку можна забезпечувати умову інверсної заселеності (багато (N_2) електронів у збудженому стані і мало (N_1) - в основному стані) в області *p-n*-переходу. В якості дзеркал лазерного резонатора використовують відполіровані торці самого напівпровідникового кристала (див. рис.1.20), одне з них роблять дає заданій частоті електромагнітного випромінювання (від інфрачервоного до ультрафіолетового).

Фоторезистори та фотодіоди

Принцип роботи фоторезисторів та фотодіодів базується на явищі фотопровідності. Під *фотопровідністю* розуміють електропровідність, яка виникає у напівпровіднику при його освітленні.

Енергія поглинутих напівпровідником квантів світла іде на утворення електронно-діркових пар (електронів в зоні провідності і дірок в валентній зоні). В результаті утворюється надлишкова концентрація носіїв заряду, яка пропорційна інтенсивності падаючого світла при малій освітленості напівпровідника. Прилади які працюють на даному принципі називаються фотодіодами. Їх використовують для реєстрації інтенсивності світла і перетворення світлових сигналів в електричні.

Фоторезистор - напівпровідниковий прилад, який змінює величину свого опору під дією світла. Для виготовлення фото резисторів використовують напівпровідникові матеріали з відповідною шириною забороненої зони. Так, для реєстрації видимого світла використовуються фоторезистори з селеніду і сульфиду кадмію. Для реєстрації інфрачервоного випромінювання використовуються напівпровідники Ge (чистий або легований домішками Au, Cu, Zn), PbS, PbSe, PbTe, InSb, InAs, HgCdTe, часто охолоджувані до низьких температур. Напівпровідник наносять у вигляді тонкого шару на скляну або кварцову основу або вирізають у вигляді тонкої пластинки з монокристалу. До шару або пластинки напівпровідника під'єднують два електроди.

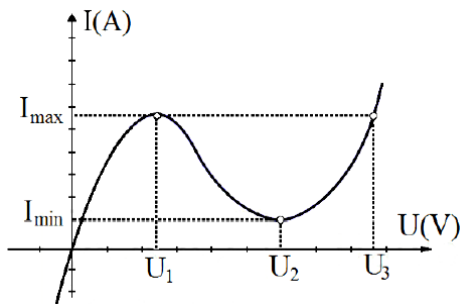


Рисунок 11.21 - Вольт – амперна характеристика тунельного діода.

Серед *переваг* оптичних методів над іншими фізичними методами у реєстрації, обробці і збереженні інформації можна відзначити:

1. Високу щільність запису інформації ($\sim 10^5$ біт/мм²).
2. Відсутність (у більшості випадках) безпосереднього контакту між носієм і системою запису/читання.
3. Швидкодія.
4. Завадостійкість.
5. Різноманітність способів практичної реалізації, яка базується на великій кількості механізмів взаємодії світла з реєструючими середовищами.

У пристроях оптичного зберігання даних запис (читання) здійснюється за допомогою лазерного променя який направлений на диск, що обертається. Історична назва такого диску - компакт-диск (англ.: *CompactDisk*, CD).

Патент на перші аналогові оптичні диски отримав Девід Грегг (DP Gregg) в 1961 і 1969 роках. Перший варіант оптичного диску, який працював у пропусковому режимі, було виготовлено в лабораторних умовах у 1958 році. В 1969 році з'явилися відбивні диски (*Philips*).

Компакт-диски були розроблені як носії музичних записів приблизно часової тривалості (CD-DA - «*digital audio*», *Philips* і *Sony*, 1979-1981pp.). З 1985р. подібні диски стали використовуватися для зберігання комп'ютерної інформації (програми, бази даних, тощо). Нові диски мали високу надійність і довговічність, що дозволяло використовувати їх для архівного зберігання інформації. Тогочасні лазерні диски дуже відрізнялись від сучасних компакт-дисків, що застосовуються в комп'ютерній техніці

Компакт-диск - це полікарбонатна, прозора для широкого діапазону світлових хвиль, пластина діаметром 120 мм (4,72 дюйми) або 80 мм (3,1 дюйми) і товщиною 1,2 мм, в центрі якої розміщений

отвір діаметром 15 мм. На цій штампованій або литій основі розміщена одна спіральна доріжка, яка починається на внутрішній і закінчується на зовнішній частині диску. Крок спіралі становить 1,6мкм. Інформація записується на доріжку у вигляді виступів на ній (штрихи, піти, *pits*) і плоских поверхонь між ними (площадки, ленди, *lands*) (див.рис.11.22б).

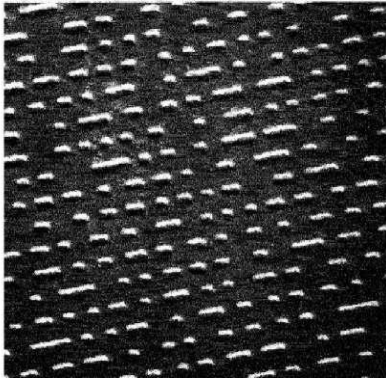


Рисунок 11.22 – Вигляд доріжок оптичного компакт – диску при збільшені.

Висота піта, його ширина і довжина, довжина ленда, а також відстань між витками доріжки визначаються стандартом компакт-диску. Зазвичай компакт-диск має від трьох до шести різних шарів. Для відбиття зерного променя тильна сторона диску покривається ваючим шаром речовини, найчастіше - алюмінієм.

До полімерних матеріалів, з яких виготовляються компакт-диски, висуваються дуже жорсткі вимоги:

- прозорість;
- ізотропність;
- стабільність і однорідність механічних та оптичних властивостей;
- стійкість до механічних, теплових, світлових впливів.

Вимоги посилювалися при переході від CD до DVD і далі до BD;

послідовна зміна форматів дисків вимагала розробки не тільки нових напівпровідникових лазерних джерел, а й нових марок полікарбонату, здатних до швидкого формування оптично однорідних пластин без помітних залишкових напружень, що можуть викликати оптичну анізотропію (подвійне променезаломлення). Сучасний прогрес у полімерній оптиці багато в чому обумовлений рівнем розвитку технології зберігання інформації на оптичних дисках.

Принцип зчитування інформації з компакт-диску базується на явищі інтерференції світлових променів. При зчитуванні інформації з компакт-диску лазерний промінь проходить крізь прозору полікарбонатну основу і сканується вздовж доріжки диску. Відбитий від доріжки промінь фіксується фотоприймачем і перетворюється в електричний сигнал. Глибина ленда доріжки по відношенню до піта має важливе значення для зчитування інформації. Вона повинна дорівнює $1/4$ довжини хвилі лазерного променя. Відбитий від ленда промінь накладається на падаючий промінь у фотоелектричному елементі (фотоприймач, рис.11.22). В результаті інтерференції ці промені взаємно гасять один одного (згідно формули 11.7), фотоприймач не отримує світлової енергії і не перетворює її в електричний сигнал. В результаті такого сканування доріжки в фотоприймач буде надходити світло, відбите від пітів. яке буде уриватися на час проходження лазера над лендом (ленд стає «чорним», тобто не відбиваючим світло). Фотоприймач сприймає систему таких спалахів, перетворюючи їх в логічні «1». Перехід від піта до ленда (кінець спалаху світла) і від ленда до піта (спалах світла) відповідає логічній «1». Той час, який лазер проходить над пітом чи лендом (без переходу між ними), при зчитуванні заповнюється логічними «0» (див. рис. 11.23).

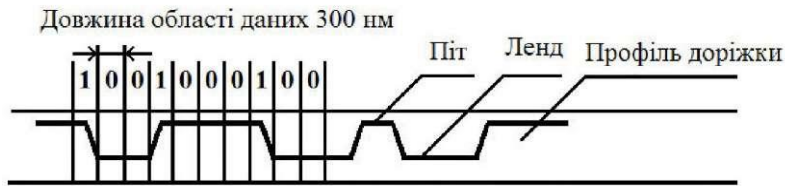


Рисунок 11.23

Для прикладу визначимо висоту піта CD. Довжина хвилі лазера в вакуумі для зчитування даних з цього диску становить $\lambda_0=780$ нм. Оскільки промінь проходить через полікарбонату основу диску з показником заломлення $n=1,55$, то висота піта становить:

$$d = \frac{\lambda_0}{4n} = \frac{780}{4 \cdot 1,55} = 125 \text{ нм}$$

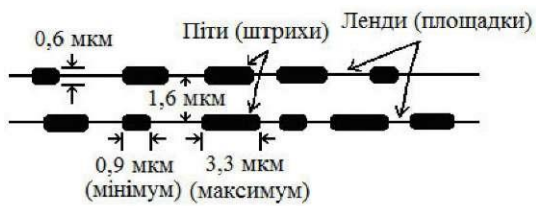


Рисунок 11.24

На даний час найбільш поширеними стандартами оптичних технологій запису інформації є:

1. CD (CD-ROM, CD-R, CD-RW);
2. DVD (DVD-ROM, DVD-RAM, DVD-R, DVD-RW, DVD+R, DVD+RW);
3. BD (BD-ROM, BD-R, BD-RE).

ЛЕКЦІЯ 12. ОПТИЧНІ І ФОТОГАЛЬВАНІЧНІ ЯВИЩА В НАПІВПРОВІДНИКАХ

У сучасній електронній техніці широко використовуються напівпровідникові прилади, засновані на принципах фотоелектричного перетворення сигналів. В основі першого з цих принципів є зміна електрофізичних властивостей речовини в результаті поглинання світлової енергії (квантів світла). При цьому змінюється провідність або виникає е.р.с., в результаті змінюється струму в колі в якому включений фоточуттєвий елемент. Другий принцип пов'язаний з генерацією випромінювання в речовині, коли прикладають напругу та протікає струм через світловипромінювальний елемент струмом. Зазначені принципи складають наукову основу *оптоелектроніки* — нового науково-технічного напрямку, у якому для передачі, обробки і збереження інформації використовуються як електричні, так і оптичні засоби і методи.

Усе різноманіття оптичних і фотоелектричних явищ у напівпровідниках можна звести до наступних основних:

- поглинання світла і фотопровідність;
- фотоефект у *p-n* переході;
- електролюмінісценція;

Явищем фотопровідності називається збільшення електропровідності напівпровідника під впливом електромагнітного випромінювання.

При освітленні напівпровідника в ньому відбувається генерація електронно - діркових пар за рахунок переходу електронів з валентної зони в зону провідності. Внаслідок цього провідність напівпровідника зростає.

При освітленні електронно-діркового переходу і ділянок напівпровідників, що прилягають до нього, між ними виникає електрорушійна сила. Цей ефект називають *фотогальванічним*.

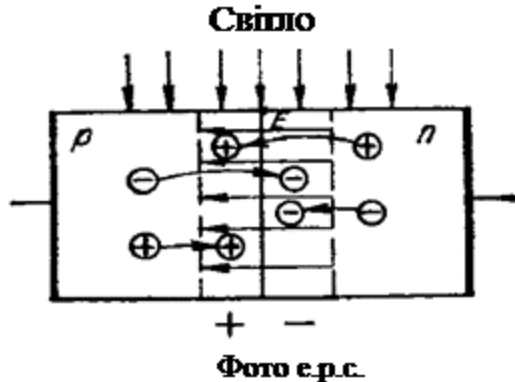


Рисунок 12.1

Розглянемо *p - n* структуру, у якої *p - n* перехід і безпосередньо прилягаюча до нього частина *p -* і *n*-областей піддаються дії світла (рис.12.1.) Потік падаючих на напівпровідник фотонів створює в ньому деяку кількість рухливих носіїв зарядів - електронів і дірок. Частина з них, дифундуючи до переходу, досягає його границі, не встигнувши рекомбінувати. На границі переходу електронно-діркові пари розділяються електричним полем переходу. Неосновні носії, для яких поле *p - n* переходу є прискорюючим, викидаються цим полем за перехід: дірки в *p -*, а електрони в *n -* області. Основні носії зарядів затримуються полем переходу у своїй області. У результаті відбувається нагромадження некомпенсованих зарядів і на *p-n* переході створюється додаткова різниця потенціалів, називана *фото-електрорушійною силою* (фото-е. р. с.).

Величина фото-е.р.с. залежить від інтенсивності світлового потоку і звичайно складає десятки частинки вольта. Якщо коло *p-n*- структури при цьому замкнути, то в ній під дією фото-е.р.с. створюється електричний струм, сила якого залежить від величини світлового потоку й опору навантаження.

Фотогальванічний ефект використовується в вентильних фотоелементах, фотодіодах та фототранзисторах

Фоторезистори

Фоторезистори (рис. 12.2) виготовляють з напівпровідникового матеріалу 4, який наносять тонким шаром на ізоляційну пластинку 5 і армують у оправку 2 з отвором для проходження оптичного випромінювання. Відкриту частину напівпровідникового шару покривають лаком 3. З протилежного боку до напівпровідникового шару прикріплюють електроди для вмикання фоторезистора в електричне коло.

Якщо на фоторезистор діяти потоком оптичних випромінювань, то опір його різко зменшується, що пояснюється внутрішнім фотоелектричним ефектом - перерозподілом електронів у напівпровіднику при поглинанні випромінювань. Зміна опору зумовлює зміну струму в колі фоторезистора при поданні напруги від зовнішнього джерела.

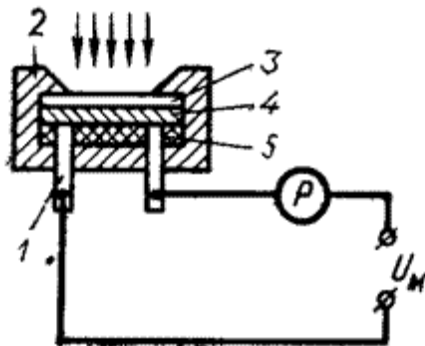


Рисунок 12.2

Промисловість випускає фоторезистори для вимірювання видимих, інфрачервоних, рентгенівських і гамма-випромінювань. Найширше застосовуються у сільськогосподарській автоматичній фоторезистори для видимих випромінювань, їх застосовують у схемах фотореле, пристроях контролю рівня, контролю полум'я теплогенераторів, газоаналізаторах тощо.

Нові типи фоторезисторів позначають літерами СФ (опір фоточутливий). Наприклад, СФ2-8 означає: опір фоточутливий на базі сірчистого кадмію, восьмої заводської розробки. Цифра 3 після літер СФ означає селенистий кадмій, цифра 4 - селенистий свинець.

Фотодіоди

Фотодіод являє собою фотогальванічний приймач випромінювання без внутрішнього підсилення, фоточуттєвий елемент якого містить структуру напівпровідникового діода. Фотодіод має в собі переваги напівпровідникових приладів (малі маса і розміри, великий термін служби, низька напруга живлення, економічність) з більш високою чутливістю в порівнянні з електровакуумними фотоелементами і фоторезисторами.

Пристрій фотодіода аналогічно пристрою звичайного напівпровідникового діода. На рис. 12.3 приведена конструкція типового фотодіода. Фотодіод виконаний так, що його $p-n$ перехід однією стороною повернений до скляного вікна, через яке надходить світло, та захищає від впливу світла з інших сторін.

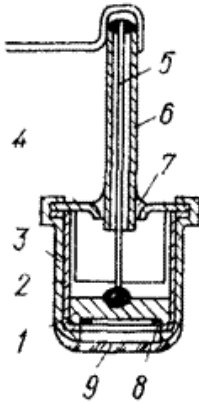


Рисунок 12.3

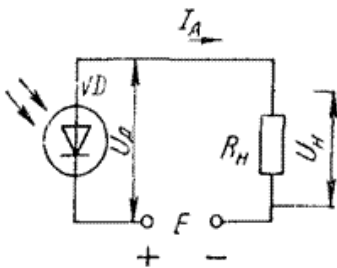


Рисунок 12.4 – Схема включення фотодіода.

Схема включення фотодіода приведена на рис. 12.4. Напряга джерела живлення прикладена до фотодіода в зворотному напрямку. Коли фотодіод не освітлений, в колі проходить зворотній струм малої величини.

При освітленні фотодіода з'являється додаткове число електронів і дірок, внаслідок чого збільшується перехід не основних носіїв заряду: електронів з p -області в n -область і дірок в зворотному напрямку. Це приводить до збільшення струму в колі. При правильно підбраному опорі навантаження R_H і напрузі джерела живлення E цей струм буде залежати тільки від освітленості приладу, а спадання напруги на опорі можна розглядати як корисний сигнал, що впливає на інші елементи схеми.

Фотодіоди, як і приймачі променистої енергії інших типів, широко застосовуються. Вони можуть використовуватися у фотометрії, фотоколориметрії, для контролю джерел світла, виміру інтенсивності висвітлення, прозорості середовища, реєстрації ядерних часток, автоматичного регулювання і контролю температури й інших параметрів, зміна яких супроводжується зміною оптичних властивостей чи речовини середовища. Широке застосування фотодіоди знаходять також у пристроях сучасних ЕОМ, в оптоелектронних схемах.

Фототранзистори

Фототранзистор являє собою фотогальванічний приймач випромінювання, фоточуттєвий елемент якого містить структуру транзистора, що забезпечує внутрішнє підсилення.

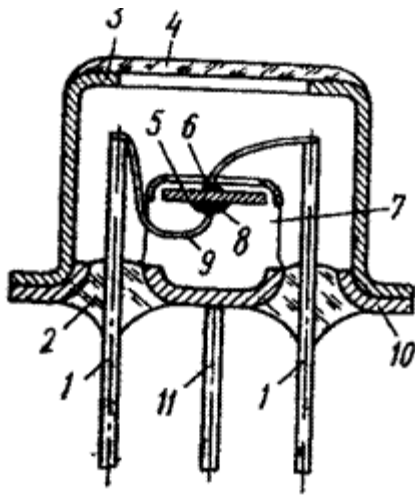


Рисунок 12.5

Конструктивне оформлення одного з типових фототранзисторів (типу ФТ-1) показано на рис. 12.5. Прилад складається з германієвої пластини 5, у яку по обидва боки впаяні штирі індію, що утворюють колектор 6 і емітер 8. Пластина германія припаяна олов'яним кільцем до кристалотримача 7, який у свою чергу приварений до ніжки 10. Колектор і емітер за допомогою тонких виводів 9 з'єднані з провідниками 1, ізольованими від ніжки скляними ізоляторами 2. Базовий вивід 11 приварений до ніжки. Весь фототранзистор розміщений у герметичному корпусі 3, у якому є круглий отвір закритий склом 4.

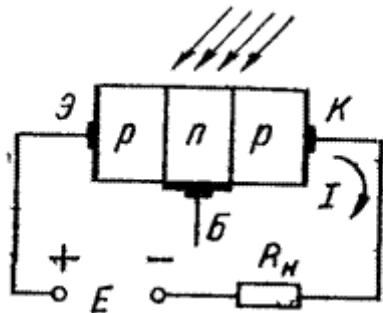


Рисунок 12.6 – Схема двополюсного включення фототранзистора.

Двополюсна схема включення фототранзистора показана на рис.12.6. При такому включенні вивід бази фототранзистора залишається вільним, тобто струм бази $I_b = 0$. При освітленні бази в ній з'являються вільні електрони і дірки. Для бази фототранзистора типу *p-n-p* дірки є не основними носіями зарядів, тому вони втягуються полем колекторного переходу в колектор, збільшуючи струм у його колі. Основні носії зарядів, що залишилися в базі, (електрони) створюють просторовий заряд, що знижує висоту потенціального бар'єра емітерного переходу. При цьому полегшується перехід дірок з емітера в базу, а потім у колектор, що приводить до збільшення колекторного струму, що проходить через навантажувальний опір. Таким чином, навіть при невеликому світловому потоці, що падає на базу, струм колектора виявляється досить великим, що свідчить про високу чутливість фототранзистора.

Спочатку фототранзистори застосовувалися винятково в розглянутій вище двополюсній схемі включення. Тому в деяких конструкціях фототранзисторів базовий вивід відсутній. Такий фототранзистор по своїх параметрах відрізняється від фотодіода тільки більшою інтегральною чутливістю. Оскільки конструкція фототранзистора в основному не відрізняється від конструкції звичайного біполярного транзистора, характеристики цих двох приладів також однакові, якщо на вхід фототранзистора подається тільки електричний сигнал.

Фототранзистори використовуються як чуттєві елементи в різноманітних автоматичних пристроях, фототелеграфії, кінофотоапаратурі, у пристроях введення і виводу інформації в обчислювальній техніці, для реєстрації ультрафіолетового й інфрачервоного випромінювання і т.д. Крім того вони з великим успіхом використовуються в оптоелектроніці.

$$\Delta\delta = e (\mu_n \Delta n_i + \mu_p \Delta p_i) \quad (1)$$

де e – заряд електрона;
 μ_n – рухливість електронів;
 μ_p – рухливість дірок;
 Δn_i – концентрація генеруючи електронів;
 Δp_i – концентрація генеруючи дірок.

$$h\nu_{кр} \geq \Delta W \quad (2)$$

де h – стала Планка;
 ΔW – ширина забороненої зони напівпровідника;
 $\nu_{кр}$ – критична частота електромагнітного випромінювання.

$$\lambda_{кр} = \frac{c}{\nu_{кр}} \quad (3)$$

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла

Фотопровідність в напівпровідниках. Фоторезистивний ефект

Збільшення електропровідності напівпровідника під дією оптичного випромінювання називається фотопровідністю.

При освітленні напівпровідника в ньому проходить генерація електронно-діркових пар за рахунок переходу електронів з валентної зони в зону провідності. При цьому питома електропровідність напівпровідника зростає на величину:

Для переводу електрона з валентної зони в зону провідності енергія кванта світла фотона повинна задовольнити умову:

Для рівності (12.) можна стверджувати наступне:

Випромінювання з частотою $\nu < \nu_{кр}$ не визиває фотопровідність, так як енергія кванта $h\nu < W$ недостатня для переводу електрона із валентної зони в зону провідності.

Якщо $h\nu > W$, то надлишкова енергія відносно ширини забороненої зони передається електронам у вигляді кінетичної.

При довжинах хвиль, більших за граничну, фотопровідність різко падає. Поглинання енергії світла в напівпровіднику приводить до появи вільних носіїв заряду, при цьому міняється питомою електропровідність напівпровідника, а значить і його внутрішній опір.

Зміна електричного опору напівпровідника під дією оптичного випромінювання, що не зв'язано з його підігрівом, називається **фоторезистивним ефектом**.

ДЖЕРЕЛА ТА ПРИЙМАЧІ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Приймачами випромінювання називають елементи, що призначені для перетворення енергії оптичного випромінювання в енергію будь-якого іншого вигляду (електричну, теплову). Приймачі, що перетворюють ІЧ-випромінювання у видиме, називаються перетворювачами. За принципом дії приймачі ділять на такі основні групи: теплові, фотоелектричні і фотохімічні.

Теплові приймачі, в яких під впливом потоку випромінювання змінюються температура чутливого шару і електричні параметри схеми, є неселективні, однаково реагуючи на випромінювання різних довжин хвиль. Фотоелектричні приймачі, дія яких основана на використанні різних явищ фотоефекту, мають селективну чутливість до випромінювання з різними довжинами хвиль. У таких приймачах під дією потоку випромінювання міняється електропровідність чутливого шару, що веде до зміни фототока або виникнення фотоЕРС. Фотохімічні приймачі, що перетворюють енергію випромінювання у видиме зображення внаслідок хімічної реакції, є селективними приймачами.

До теплових приймачів відносять термоелементи, болометри, термістори, оптико-акустичні, пневматичні і піроелектричні приймачі. Термоелементи - приймачі, основані на термоелектричному ефекті, що призводить до появи термоЕРС при нагріванні чутливого елемента (місця спая двох різнорідних провідників). У болометрах і термісторах (напівпровідникових болометрах) при зміні температури внаслідок нагрівання чутливого елемента змінюється його електричний опір. Робота оптико-акустичних приймачів основана на використанні властивості газів збільшувати свій об'єм при підвищенні їх температури. Пневматичні приймачі діють на основі зміни тиску газу під впливом потоку випромінювання. У піроелектричних приймачах під дією потоку випромінювання міняються параметри сегнетоелектричного чутливого елемента.

Фотоелектричні приймачі ділять на приймачі із зовнішнім фотоефектом (фотоелементи, фотоелектронні помножувачі, електронно-оптичні перетворювачі), приймачі з внутрішнім фотоефектом (фоторезистори, фотодіоди, фототріоди), приймачі з подовжнім фотоефектом (інверсійні фотодіоди).

Для оцінки можливості використання приймачів випромінювання в оптичних системах служать їхні характеристики: інтегральна і спектральна чутливість, поріг чутливості і виявлена здатність, постійна часу, частотна характеристика, енергетична характеристика, вольт-амперна характеристика, вольтові характеристики, коефіцієнт використання.

Інтегральною чутливістю S приймача називається відношення реакції приймача t до потоку випромінювання Φ_ϵ складного спектрального складу, що викликав цю реакцію:

$$S = \frac{i}{\Phi_\epsilon} \quad (12.)$$

Реакцію приймача визначають значенням електричного сигналу (струму або напруження U) на виході приймача в залежності від типу і схеми включення приймача. Чутливість, що визначається по напруженню, що знімається з приймача, називається вольтовою чутливістю:

$$S = \frac{U}{\Phi_\epsilon}$$

Спектральна чутливість $S(\lambda)$ характеризує реакцію приймача di при надходженні на нього монохроматичного потоку випромінювання $d\Phi_\varepsilon$.

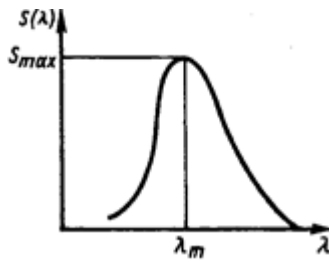


Рисунок 12. 7 - Відносна спектральна чутливість.

Відношення спектральної чутливості $S(\lambda)$ для даної довжини хвилі до максимальної чутливості приймача S_{max} на довжині хвилі λ_m називають відносною спектральною чутливістю (рис. 12.7):

$$s(\lambda) = \frac{S(\lambda)}{S_{max}} \quad (12.)$$

Відносна спектральна чутливість звичайно приводиться у вигляді характеристики, що дозволяє визначати межі використання приймача.

При виборі приймача випромінювання для оптимальної реєстрації заданого випромінювання потрібно прагнути до того, щоб максимум спектральної чутливості приймача знаходився поблизу довжини хвилі, відповідної максимальному значенню спектральної щільності енергетичної світності джерела випромінювання, що визначається законом Віна. Інтегральна і спектральна чутливість пов'язана залежністю

$$S = S_{max} \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi_\varepsilon(\lambda) s(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} \varphi_\varepsilon(\lambda) d\lambda}, \quad (12.)$$

що отримується з урахуванням формул (12.), (12.) після інтегрування рівності

$$di = S(\lambda) \varphi_\varepsilon(\lambda) d\lambda$$

і

$$d\Phi_\varepsilon = \varphi_\varepsilon(\lambda) d\lambda$$

в чисельнику і знаменнику вираження (12.).

Аналіз формули (9) показує, що інтегральна чутливість визначається не тільки спектральною чутливістю приймача, але і спектральною щільністю потоку випромінювання джерела. Тому в паспортних даних приймачів випромінювання інтегральна чутливість наведена з параметрами еталонного джерела, для якого визначена чутливість. Наприклад, для фотоелементів і приймачів випромінювання, чутливих у видимій області спектра, використовується джерело A ($T = 2848 \text{ K}$), для фоторезисторів - чорне тіло ($T = 373$ або 573 K), для інших приймачів - джерело типу B ($T = 2500 \text{ K}$) або ($T = 2360 \text{ K}$).

Порогом чутливості називається мінімальний потік випромінювання Φ_{Π} , що викликає на виході приймача сигнал, рівний напруженню шумів $\Phi_{\text{ш}}$, значення якого визначають середнім квадратичним значенням його амплітуди:

$$\Phi_{\Pi} = \frac{\sqrt{U_{\text{ш}}^2}}{S}$$

Поріг чутливості - найважливіша характеристика приймача випромінювання, яка впливає на максимальну дальність дії оптичного приладу. Оскільки поріг чутливості приймача випромінювання залежить від площі $Q_{\text{пр}}$ чутливого майданчика і ширини смуги пропускання Δf електронного пристрою, то для порівняння різних приймачів поріг чутливості нормують, приводячи до одиничної площі і одиничної смуги пропускання:

$$\Phi_{\Pi}^H = \frac{\Phi_{\Pi}}{\sqrt{Q_{\text{пр}} \Delta f}}$$

На практиці для порівняння приймачів випромінювання використовують характеристику D^* , зворотну Φ_{Π}^H , звану виявленою здатністю:

$$D^* = \frac{1}{\Phi_{\Pi}^H} = \frac{\sqrt{Q_{\text{пр}} \Delta f}}{\Phi_{\Pi}} = \frac{S \sqrt{Q_{\text{пр}} \Delta f}}{\sqrt{U_{\text{ш}}^2}}$$

Інерційні властивості приймача характеризуються постійною часу і частотною характеристикою. Постійною часу τ приймача називається інтервал часу, протягом якого значення вихідного сигналу приймача досягає певної частини (для більшості приймачів рівної 0,63) від значення, що отримується при постійності потоку випромінювання. Постійна часу для приймачів різних типів змінюється до декількох часток секунди.

Частотна характеристика визначає зміну інтегральної чутливості приймача в залежності від частоти модуляції поступаючого на нього потоку випромінювання. Її вигляд залежить від постійної часу τ приймача і типу модуляції.

Лінійність роботи приймача випромінювання визначають його енергетична (світлова) і вольт-амперна характеристики.

Енергетична характеристика виражає залежність зміни вихідного сигналу приймача від значення потоку випромінювання (світлового потоку). Вольт-амперна характеристика являє собою залежність вихідного сигналу приймача від живильного напруження.

Важливою залежністю є і вольтові характеристики, що встановлюють зв'язок між інтегральною чутливістю, порогом чутливості, напруженням шумів і живильним напруженням.

Коефіцієнт використання K , що визначає, яку частину потоку випромінювання, що поступив на приймач, складає ефективний для даного приймача потік:

$$K = \frac{\int_0^{\infty} \varphi_{\varepsilon}(\lambda) \varepsilon(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} \varphi_{\varepsilon}(\lambda) d\lambda}$$

Теплові приймачі. Основними типами теплових приймачів є термоелементи і болометри. Знаходять застосування металеві і напівпровідникові термоелементи. Матеріалами металевих термоелементів служать мідь, нікель, алюміній, вісмут, кобальт, цинк, срібло, сплав міді і нікеля (константан). З напівпровідникових матеріалів застосовують сурму, кремній, телур, селен.

Інтегральна чутливість металевих термоелементів рівна $3-6 \text{ В/Вт}$, а у напівпровідникових - досягає декількох десятків вольт на ват. Поріг чутливості термоелементів складає 10^{-8} Вт для металевих і $10^{-9} - 10^{-10}$ Вт для напівпровідникових термоелементів і не залежить від типу випромінювача.

Постійна часу термоелементів різних типів знаходиться в діапазоні від частки секунди до декількох десятків мілісекунд.

Перевагою термоелементів є порівняно малий поріг чутливості, що дозволяє реєструвати випромінювання малопотужних джерел, до недоліків відносяться велика інерційність, мале значення власного опору, що ускладнює узгодження термоелемента з підсилювачем, і складність конструкції високочутливих термоелементів.

Широке застосування в оптико-електронних приладах, особливо діючих в довгохвильовій ІЧ-області спектра, отримали болометри. У залежності від матеріалу чутливого шару розрізняють болометри металеві і напівпровідникові. Матеріалами для металевих болометрів служать тонкі плівки золота, нікелю, вісмуту. Напівпровідникові болометри (термістори) виготовляють з оксидів марганця, кобальту, нікелю, а також з германію і сурми.

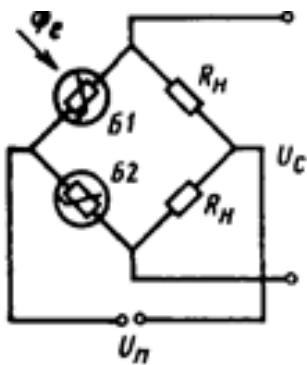


Рисунок 12.8 - Мостова схема.

Звичайно болометри включають по мостовій схемі (рис. 12.8), що дозволяє усунути вплив зміни температури навколишнього середовища. Болометр $B1$ використовується для реєстрації потоку випромінювання, а болометр $B2$ є компенсаційним. При зміні зовнішніх умов опори обох болометрів змінюються однаково, і рівновага моста зберігається. При надходженні потоку випромінювання Φ_{ε} на болометр $B1$ рівновагу моста порушується і виникає сигнал

$$U_c = \frac{U_{\Pi} R_H}{(R_{\varepsilon} + R_{\kappa})}$$

| | | | | | | | | |
|------|------------|-----|------------|-----------|-----|-----|----------------------|-----|
| Ф-1 | Sb-Cs | C3 | 0,215-0,60 | 0,38-0,05 | 100 | 100 | $1 \cdot 10^{-14}$ | 3 |
| Ф-5 | Ag-O-Cs | C1 | 0,60-1,10 | 0,80-0,10 | 30 | 15 | $1,5 \cdot 10^{-11}$ | 5,4 |
| Ф-6 | Bi-Ag-Cs | C7 | 0,32-0,75 | 0,50-0,10 | 30 | 70 | $3 \cdot 10^{-12}$ | 15 |
| Ф-8 | Sb-Cs | C2 | 0,40-0,60 | 0,45-0,05 | 150 | 105 | $2 \cdot 10^{-9}$ | 5 |
| Ф-9 | Sb-K-Na-Cs | C11 | 0,30-0,85 | 0,43-0,05 | 100 | 185 | $1 \cdot 10^{-13}$ | 9 |
| Ф-22 | Sb-K-Na-Cs | | | | | 80 | | 5,3 |
| ЦГ-4 | Ag-O-Cs | C1 | 0,60-1,10 | 0,80-0,10 | 240 | 200 | $1 \cdot 10^{-7}$ | 11 |

Параметри деяких фотоелементів наведені в табл. 12.1. Фотоелементи типу Ф-8 використовують для реєстрації сфокусованих потоків випромінювання, фотоелементи типу Ф-6, Ф-9 застосовують при фізичних дослідженнях для прийому несфокусованих потоків випромінювання, фотоелементи типу Ф-1, Ф-6, Ф-9 служать для вимірювань невеликих потоків випромінювання. Імпульсні фотоелементи типу Ф-22 використовуються для реєстрації наносекундних імпульсів лазерів.

Велику в порівнянні з фотоелементами інтегральну чутливість мають фотоелектронний помножувач (ФЭУ), в яких струм фотокатода посилюється внаслідок повторної емісії електронів на проміжних електродах (дінодах), розташованих між катодом і анодом. Коефіцієнт посилення досягає ФЭУ.

Спектральні характеристики фотокатодів ФЭУ такі ж, як і у фотоелементів. Порогова чутливість ФЭУ вище, ніж порогова чутливість фотоелементів. Останнім часом широко використовуються жалюзійні (діодна система у вигляді жалюзі) і каналні (діод у вигляді трубки) ФЭУ. Жалюзійні ФЭУ, що мають широкий діапазон лінійності світлової характеристики, застосовуються для вимірювання порогових потоків (типу 112, 114), в телебаченні і фототелеграфії (типу 15А), в спектрофотометрії (типу 49, 94), фотометрії (типу 91, 114), Уф- і ІЧ-спектрометрії (типу 57, 112), для реєстрації випромінювання лазерів (типу 83, 114).

Таблиця 12.2- Параметри деяких типів ФЭУ

| Тип | Позначення спектральної характеристики | Діапазон спектральної чутливості, мкм | Число каскадів посилення | Анодна чутливість, А/лм (прилм/Гц ^{1/2} напрузі В) | Поріг чутливості, лм/Гц ^{1/2} | Темновий струм ФЭУ, А | Діаметр фотокатода, мм | Габаритні розміри, мм | |
|---------|--|---------------------------------------|--------------------------|---|--|---|------------------------|-----------------------|---------|
| | | | | | | | | Діаметр | Довжина |
| ФЭУ-15А | С | 0,3-0,75 | 12 | 40 (1700) | - | $1 \cdot 10^{-7}$ | 20 | 36 | 100 |
| ФЭУ-49 | 5 | 0,3-0,85 | | 100 (1800) | - | $2 \cdot 10^{-7}$ | 150 | 171 | 202 |
| ФЭУ-57 | С8 | 0,23-0,35 | | 2000 (1700) | - | $2 \cdot 10^{-8}$ | 40 | 52 | 110 |
| ФЭУ-83 | - | 0,4-1,2 | | 10 (1500) | $5 \cdot 10^{-10}$ | $2 \cdot 10^{-8}$ | 24 | 35 | 119 |
| ФЭУ-91 | С1 С6 | 0,34-0,65 | | 30 (1700) | $8 \cdot 10^{-10}$ | $5 \cdot 10^{-7}$ $5 \cdot 10^{-8}$ | 25 | 40 | 180 |
| ФЭУ-94 | С8 | 0,36-0,85 | 11 | 10 (1300) | - | $5 \cdot 10^{-9}$ | 100 | 130 | 180 |
| ФЭУ-112 | - | 0,23-1,1 | 14 | 10 (1500) | $5 \cdot 10^{-11}$ | $1 \cdot 10^{-7}$ | 5 | 22,5 | 90 |
| ФЭУ-114 | - | 0,25-0,85 | 14 | 30 (1400) | $3 \cdot 10^{-12}$ | $1 \cdot 10^{-7}$ $5 \cdot 10^{-10}$ | 10 | 22,5 | 90 |

До приймачів, дія яких основана на використанні зовнішнього фотоелефекту, відноситься дисектор, що забезпечує електронне сканування великих областей простору предметів при малому миттєвому куті до куту до приладу.

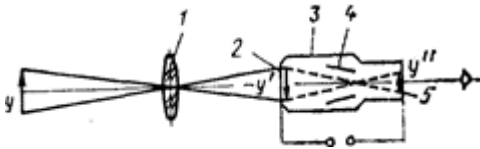


Рисунок 12.10 - Електронно-оптичний перетворювач.

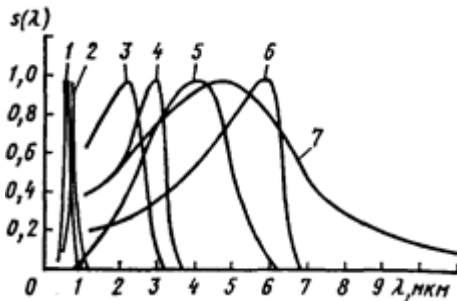


Рисунок 12.11 - Характеристики відносної спектральної чутливості.

Електронно-оптичним перетворювачем (ЕОП) називається діючий на основі зовнішнього фотоефекту пристрій (рис.12. 11), яке оптичне зображення, що створюється об'єктивом на фотокатоді 2, перетворює у видиме зображення, що спостерігається на випромінюючому екрані (аноді) 5. ЕОП представляє першою скляний балон 3, в середовищі якого розташована електростатична або магнітна система 4, що фокусує електрони, емітовані фотокатодом. Оскільки число електронів пропорційне локальній освітленості, що випускаються фотокатоду, то на екрані, покритому випромінюючим шаром, утвориться видиме зображення предмета. Спектральні характеристики фотокатодів ЕОП ті ж, що у фотоелементів і ФЕУ. Покриттями екранів служать дрібнозернисті люмінофори жовто-зеленого свічення для спостережень і фіолетово-синього свічення для фотографування. Час післясвітіння екранів різних типів складає $10^{-6} - 10^{-2}$ с. Лінійне збільшення ЕОП, що визначається відношенням розміру зображення на екрані до розміру зображення на фотокатоді, становить 0,5-2 для різних типів ЕОП. Дозволяюча здатність ЕОП в центрі і на краю поля зображення відповідно дорівнює

30 – 60

і

3 – 6 лин/мм .

Велику групу фотоелектричних приймачів складають фоторезистори, робота яких основана на використанні внутрішнього фотоефекта, що призводить до зміни опору приймача під дією потоку випромінювання. Фоторезистор являє собою фоточутливий шар напівпровідникового матеріалу, що вміщується на підкладку. Фоторезистор має два електроди для включення в електричний ланцюг послідовно з навантажувальним резистором, падіння напруження на якому є робочим сигналом. Існує три групи фоторезисторів: плівкові, наприклад сірчисто-свинцеві (PbS), селеністо-свинцеві (PbSe), телуристо-свинцеві (PbTe); монокристалічні на основі антимоніда індія (InSb) і телуридів ртуті і кадмію (HgCdTe); леговані домішками (германій (Ge), легований ртуттю (Hg), золотом (Au)).

Фоторезистори, чутливі до випромінювання з довжинами хвиль до 3 мкм, використовують без охолодження, а фоторезистори, діючі в діапазонах 3-14 мкм, вимагають охолодження. Фоторезистор звичайно вміщується в корпус із захисним вікном, а при охолодженні в судину Дьюара з хладагентом: твердою вуглекислою (195 К) або рідким азотом (77 К). Для більшості фоторезисторів при охолодженні чутливого шара максимум спектральної характеристики зміщується в довгохвильову область спектра, виключення складають фоторезистори на основі антимоніда індія, у яких при охолодженні спектральна характеристика зміщується в область коротких хвиль.

Інтегральна чутливість різних фоторезисторів становить 500-6000 мкА/лм, постійна часу коливається від 10^{-2} до 10^{-7} с, а темновий струм, що визначає поріг чутливості приймача, досягає декількох десятків мікроампер.

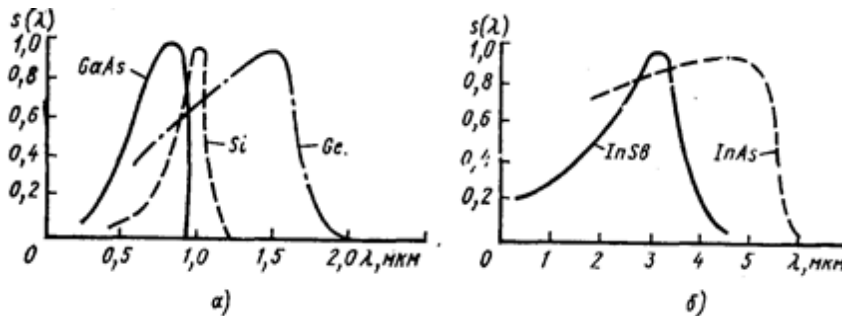


Рисунок 12.12 - Фотодіодний і фотогальванічний режими фотодіодів.

Останнім часом широке застосування в приладах ІЧ-техніки знаходять багатоеlementні приймачі на основі InSb і InAs одномірні у вигляді лінійки з 10 або 20 елементів і двомірні, що складаються з 100 однакових елементів. Виявна здатність одномірного приймача на основі InSb з лінійкою з 10 елементів у формі квадратів зі стороною 0,25 мм складає.

Іншу групу приймачів випромінювання з внутрішнім фотоефектом складають фотодіоди - приймачі, основані на використанні односторонньої провідності PN -переходу. Фотодіоди можуть працювати як з джерелом живлення (рис. 12.12, а) фотодіодний режим, так і без джерела живлення (рис. 12.12, б) - фотогальванічний режим. Спектральна чутливість фотодіодів (рис. 12.13) залежить від матеріалу чутливого шару: Ge, Si, GaAs, Se (фотодіоди, що не охолоджуються), InSb, InAs, HgCdTe (фотодіоди, що охолоджуються).

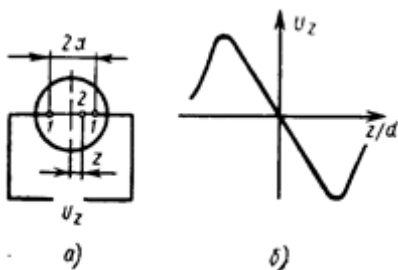


Рисунок 12.13 - Схема інверсійного приймача

Світлова характеристика фотодіодів лінійна в широких межах. Інтегральна чутливість фотодіодів різних типів складає від декількох одиниць до десятків міліампер на люмен, поріг чутливості не перевищує величини порядку лм, постійна часу більшості фотодіодів не більш $10^{-5} - 10^{-6}$ с.

Велику в порівнянні з фотодіодами інтегральну чутливість (до декількох ампер на люмен) мають фототранзистори, відмінні від фотодіодів наявністю декількох PN -переходів і не тільки індицуючі фотострум, але і що посилюють його. Поріг чутливості фототранзисторів вище, ніж у фотодіодів. Характеристики відносної спектральної чутливості і параметри деяких типів фотодіодів і фототранзисторів зображені на рис. 12.13.

Окрему групу приймачів випромінювання утворюють координатні приймачі, по вихідному сигналу яких визначають координати плями зображення джерела випромінювання на чутливій поверхні. До координатних приймачів відносяться інверсійні фотодіоди, багатоеlementні приймачі, прилади із зарядовим зв'язком (ПЗС).

Інверсійні фотодіоди приймачі з подовжнім фотоефектом, що полягає в тому, що при нерівномірному освітленні напівпровідникового переходу крім поперечної ЕДС між N -областями

виникає фотоЕРС, направлена вздовж переходу. Схема інверсійного приймача зображена на рис. 7, а, де 1- висновки, 2- пляма, зміщена на відстань z від центра чутливого майданчика. Вихідний сигнал U_z залежить від зміщення плями і потоку випромінювання, що поступає на приймач. При наявності у приймача чотирьох висновоків (в двох взаємно перпендикулярних напрямках) можна визначати дві координати плями відносно центра приймача.

Чутливі шари інверсійних фотодіодів виготовляють з германія, кремнію, антимоніда індія, селену. Перевагами інверсійних фотодіодів є: незалежність точності вимірювання від розміру плями розсіяння; можливість зміни положення нульової точки інверсійної характеристики за допомогою постійного напруження на висновках, що використовується в ряді швидкодіючих оптико-електронних приладів; можливість внутрішньої електронної модуляції вихідного сигналу, що дозволяє змінювати крутість інверсійної характеристики і використати підсилювачі змінного струму. Чу-

тливність інверсійних фотодіодів досягає $40 \text{ В/Вт} \cdot \text{мм}$, поріг чутливості рівний $2 \cdot 10^{-9} \text{ лм} \cdot \text{мм}$ по випромінювачу з $T = 2848 \text{ К}$ (германієві фотодіоди) і $(4 \div 8) \cdot 10^{-10} \text{ Вт}$ при видаленні плями від центра на 9,5 мм (кремнієві фотодіоди); постійна часу не перевищує декількох мікросекунд.

Багатоелементні координатні приймачі мають чутливий шар, що складається з декількох окремих елементів. За допомогою багатоелементного приймача можна здійснювати перегляд кутового поля оптичної системи без механічного сканування, що спрощує конструкцію деяких оптико-електронних приладів. Прикладом найпростішого двохкоординатного приймача є фотодіод, чутливий майданчик якого розділений на чотири неповних елементи 0,001-0,5 мм. Багатоелементні приймачі мають ті ж характеристики, що і інверсійні фотодіоди.

ПЗС, що є двомірними матрицями на основі структур метал - діелектрик - напівпровідник, використовуються для зберігання і передачі інформації, перетворення інформації, укладеної в потоку випромінювання, в електричні сигнали, їх зберігання і прочитання. ПЗС-структури застосовуються в пристроях введення і виведення (відображаючі пристрої, пристрої пам'яті). На основі ПЗС розробляються передаючі телевізійні камери, ширококутні тепловізори без механічного сканування.

За допомогою ПЗС-структур зовнішня електрична або світлова інформація перетворюється в заряди (зарядові пакети), що розміщуються на поверхні діелектрик-N-підкладка. Читання інформації здійснюється при переміщенні зарядів вздовж поверхні при подачі напруги на електроди.

У телевізійних передаючих камерах на основі ПЗС-структур використовується властивість самосканування ПЗС. Потенційний рельєф (картина) зарядів, що зберігається в матриці ПЗС відповідає розподілу яскравості об'єкта. Візуалізація картини здійснюється переміщенням зарядів до вихідного прочитаного пристрою і перетворенням їх у відеосигнал.

Матеріалами для ПЗС служать кремній, германій, сульфід цинку, антимонід індія та ін. Недоліками ПЗС є велика інерційність (постійна часу порядку декількох мілісекунд), а також необхідність охолодження (крім ПЗС на основі кремнію) до температури 5-77 К в залежності від матеріалу.

Фотоматеріал

Більшість сучасних фотоматеріалів (плівки, пластинки, фотопапір) як світлочутливий елемент містять мікрокристали галогенідів срібла, розміром не більше за 5 мкм, рівномірно розподілений у водному розчині желатин, який є складовою частиною фотоемulsion. Фотоемulsion наноситься на основу (плівку триацетата целюлози, скляну пластинку або папір) і покривається зверху захисним лаком. Емulsion для отримання кольорових зображень містить декілька шарів з різною спектральною чутливістю, що фіксують зображення в певній області спектра.

Для перетворення прихованого зображення фотошара у видиме збільшують кількість атомів срібла у фотошарі в процесі його хіміко-фотографічної обробки (вияву і фіксації в спеціальних розчинах).

Характеристична крива фотоматеріалу зображена на рис. 12.14, де D - оптична щільність по-чорніння матеріалу, H - світлова експозиція.

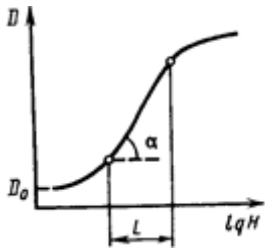


Рисунок 12.14 - Характеристична крива фотоматеріалу.

Основними характеристиками фотоматеріалу є: світлочутливість S , коефіцієнт контрастності $\gamma = \operatorname{tg} \alpha$, фотографічна широта L , що визначається прямолінійною ділянкою характеристичної кривої, оптична щільність вуалі D_0 (щільність неекспонованого матеріалу).

Світлочутливість

$$S = \frac{10}{H_{D-D_0+0,85}}$$

де експозиція H визначається для оптичної щільності почорніння, що перевищує щільність вуалі на 0,85 одиниць щільності.