

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторних робіт з дисципліни
“Теорія експерименту та методи обробки
експериментальних даних”
для студентів спеціальності 141
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»
(спеціалізація «Електричні машини і апарати»)
всіх форм навчання

2018

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни “Теорія експерименту та методи обробки експериментальних даних” для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (спеціалізація «Електричні машини і апарати») всіх форм навчання / Укл.: І.М. Коцур, О.О. Шлянін, Г.В. Дьомічева. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2018. – 58 с.

Укладачі: І. М. Коцур, доцент, канд.техн.наук,
О. О. Шлянін, старш.викл
Г.В. Дьомічева, зав. лаб.

Рецензент: В. Г. Савельєв, доцент

Відповідальний за випуск: Г.В. Дьомічева, зав.лаб.

Затверджено
на засіданні кафедри
«Електричні машини»
Протокол № 8
від «22» березня 2018 р.

Рекомендовано до
видання НМК
Електротехнічного
факультету
Протокол № 8
від «29» березня 2018 р.

ЗМІСТ

1 Лабораторна робота № 1	4
1.1 Основні теоретичні положення	4
1.2 Порядок виконання роботи	5
2 Лабораторна робота № 2.	9
2.1 Основні теоретичні положення	9
2.2 Побудова варіаційного ряду, кумулятивної кривої , гістограми та багатокутника розподілу випадкових величин	10
2.3 Визначення кількісних оцінок розподілу випадкових величин	12
2.4 Побудова кумулятивної кривої, гістограми та багатокутника розподілу	14
3 Лабораторна робота №3	16
3.1. Основні теоретичні положення.	16
3.2 Вивчення нелінійних залежностей у вигляді степеневі функції, експоненти та зворотної функції.	20
3.3 Практичні заняття по визначенню емпіричних формул виду $y=a_0+a_1x$ та розрахунку коефіцієнтів кореляції.	21
4 Лабораторна робота №4.	24
4.1 Дослідження зв'язку між електричними величинами.	24
4.2 Експериментальне дослідження трансформатора	25
4.3 Статистичну оцінку розрахованих коефіцієнтів кореляції.	26
5 Лабораторна робота № 5.	28
5.1 Основні теоретичні положення.	28
5.2 Планування експерименту.	29
5.3 Перевірка взаємодієтворення дослідів.	30
5.4 Перевірка значущості коефіцієнтів математичної моделі.	31
5.5 Перевірка адекватності математичного описання.	32
6 Лабораторна робота №6.	34
6.1 Розробка матриці планування ПФЕ 2 ³	34
6.2 Розрахунок дисперсії взаємодієтворення дослідів.	35
6.3 Перевірка взаємодієтворення дослідів	36
6.4 Перевірка значущості коефіцієнтів математичної моделі	36
6.5 Перевірка адекватності отриманої моделі	36
Рекомендована література.	38
Додаток А	55
Додаток Б	57
Додаток В	58

1 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

ПЕРВІСНИЙ РОЗПОДІЛ І РОЗПОДІЛ СЕРЕДНЬОГО ЗНАЧЕННЯ НОРМАЛЬНО РОЗПОДІЛЕНОГО КРИТЕРІЮ, ІНТЕРВАЛ ВИПАДКОВОГО РОЗКИДУ

Мета роботи: ознайомлення з основними функціями, які характеризують нормальний розподіл, за допомогою графіків та вбудованих функцій пакету Mathcad

1.1 Основні теоретичні положення

Для безперервних, симетрично розподілених результатів вимірів придатною моделлю в більшості випадків є нормальний розподіл. Він описується функцією розподілу нормального розподілу ***pnorm(x, μ, σ)***:

$$pnorm(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(\xi - \mu)^2}{2\sigma^2}} d\xi.$$

Нормальний розподіл симетричний і центрований щодо середнього значення (математичного очікування) μ . Мірою величини відхилення результатів вимірів від середнього значення μ служить середньоквадратичне відхилення σ . Ці два параметри і задають нормальний розподіл.

Для оцінювання цих параметрів на підставі вибірки об'єму n зі значеннями $x_1, x_2, \dots, x_n$ рекомендується використовувати наступні незміщені оцінки:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{для } \mu \quad \text{та} \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \text{для } \sigma$$

Обидві ці функції підтримуються Mathcad. Функція, що дозволяє визначати середнє значення матриці, має ім'я ***mean***:

$$mean(x) = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{i,j}. \quad \text{Що ж стосується відхилення } s, \text{ у Mathcad ма-}$$

ється асимптотична незміщена оцінка, що доповнюється за допомо-

гою множника $\sqrt{\frac{n}{n-1}}$, тобто $s = \sqrt{\frac{n}{n-1}} stdev(x)$.

Важливість нормального розподілу для статистичних розрахунків тим більше значна, що багато розподілів при відомих припущеннях сходяться до нормального. Зокрема, навіть для тих результатів вимірів, що не є нормально розподіленими, середнє вибіркове $\bar{x}$ відповідно до нормальної граничної теореми має наближений нормальний розподіл, причому $\mu_{\bar{x}} = \mu$ і $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$ з щільністю $g_{\bar{x}}(x, n, \mu, \sigma) = g_x(x, \mu, \sigma / \sqrt{n})$. Для нормально розподілених результатів вимірів це твердження виконується в точності. Щільність нормального розподілу розраховується за допомогою убудованої функції **dnorm(x, μ, σ)**:

$$dnorm(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

За допомогою функції розподілу для середніх вибірових значень можна одержати односторонньо обмежений зверху чи знизу інтервал розкиду:

$$\bar{x}_{unten}^{oben} = \mu \mp u_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Тут u_{β} позначає β -квантиль стандартного нормального розподілу ($\mu=0$, $\sigma=1$). Він враховується у функції, зворотної до функції розподілу – **qnorm(α, μ, σ)**.

1.2 Порядок виконання роботи

Вихідні дані до виконання лабораторної роботи згідно з варіантом наведені в табл. 1.1.

Зробити розрахунки і побудувати графіки відповідно до наступних пунктів, приймаючи вірогідність помилки $\alpha=0.05$. При розрахунках функцій описаних у п. 1.1 користуватися кнопкою «Вставити функцію» - **f(x)**.

1.2.1 Визначити вектор n випадкових чисел, які мають нормальний розподіл за допомогою функції **gnorm(x, μ, σ)**. Ця функція повертає вектор з n нормально розподілених компонентів.

Для наочності елементи вектора x розташувати в порядку зростання від $x_{\min}$ до $x_{\max}$ за допомогою функції **sort(x)**. Середнє арифметичне значення елементів матриці x визначити за допомогою убудованої функції **mean(x)**.

Таблиця 1.1 – Вихідні дані до лабораторної роботи №1

№	Об'єм вибірки, n	Математичне очікування, μ	Середньо- квадратичне відхилення, σ	№	Об'єм вибірки, n	Математичне очікування, μ	Середньо- квадратичне відхилення, σ
1	12	20	0.35	21	12	18	0.35
2	11	19	0.30	22	11	17	0.30
3	10	18	0.25	23	10	16	0.25
4	9	17	0.20	24	9	15	0.20
5	8	16	0.15	25	8	20	0.15
6	12	15	0.35	26	12	19	0.35
7	11	20	0.30	27	11	18	0.30
8	10	19	0.25	28	10	17	0.25
9	9	18	0.20	29	9	16	0.20
10	8	17	0.15	30	8	15	0.15
11	12	16	0.35	31	12	20	0.35
12	11	15	0.30	32	11	19	0.30
13	10	20	0.25	33	10	18	0.25
14	9	19	0.20	34	9	17	0.20
15	8	18	0.15	35	8	16	0.15
16	12	17	0.35	36	12	15	0.35
17	11	16	0.30	37	11	20	0.30
18	10	15	0.25	38	10	19	0.25
19	9	20	0.20	39	9	18	0.20
20	8	19	0.15	40	8	17	0.15

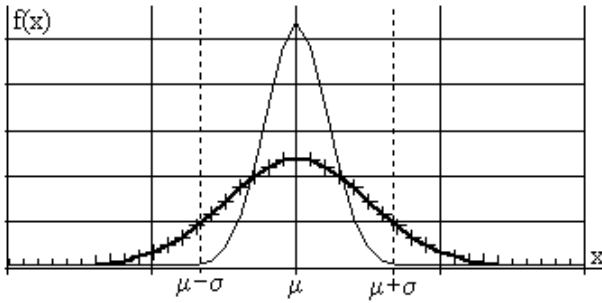
1.2.2 Розрахувати щільності нормального розподілу результатів вимірів за допомогою убудованої функції ***dnorm(x,μ,σ)*** і розподілу середнього вибіркового значення.

Порівняти на графіку і проаналізувати розподіл середнього вибіркового значення і розподіл самих результатів вимірів (рис. 1.1).

1.2.3 Одержати симетричний інтервал розкиду за допомогою функції розподілу для середніх вибірових значень. Для цього необхідно симетрично розділити вірогідність помилки, тобто замінити α на $\alpha/2$:

$$\bar{x}_{oben} = qnorm(\alpha/2, \mu_{\bar{x}}, \sigma_{\bar{x}}) \quad \bar{x}_{unten} = qnorm(1-\alpha/2, \mu_{\bar{x}}, \sigma_{\bar{x}}).$$

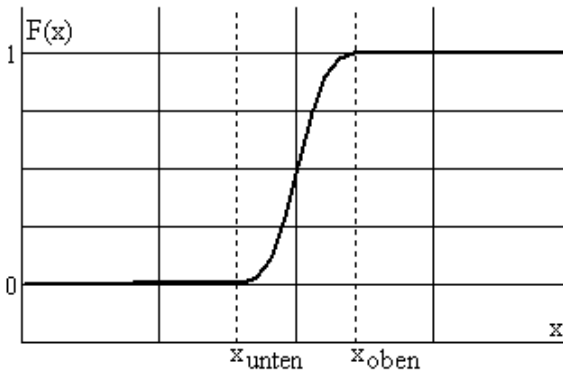
Побудувати графік нормального розподілу (див. рис. 1.2), на якому вказати границі симетричного інтервалу розкиду.



++++ – $dnorm(x, \mu, \sigma)$ розподіл результатів вимірів

— – $dnorm(x, \mu_{\bar{x}}, \sigma_{\bar{x}})$ розподіл середнього вибіркового значення

Рисунок 1.1 – Графік густини нормального розподілу



$F(x)$ – $pnorm(x, \mu_{\bar{x}}, \sigma_{\bar{x}})$ нормальний розподіл

$x_{\text{unten}}, x_{\text{oben}}$ – нижня і верхня границі симетричного інтервалу

Рисунок 1.2 – Графічна інтерпретація інтервалу розкиду середніх значень

Зміст звіту

- 1 Стислий конспект з теоретичного матеріалу.
- 2 Розрахунок на ПК.
- 3 Висновки.

Контрольні запитання

- 1 Який розподіл є придатною моделлю в більшості випадків описання симетрично розподілених результатів вимірів? Якою функцією він описується?
- 2 Що являють собою математичне очікування μ і середньоквадратичне відхилення σ ? Функції, що дозволяють їх визначати в Mathcad.
- 3 Проаналізувати розподіл результатів вимірів і розподіл середнього вибіркового значення виходячи з рис. 1.1.
- 4 Записати формули односторонньо обмеженого зверху чи знизу інтервалів розкиду.
- 5 Що являє собою вірогідність помилки?

2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ОДНОМІРНИХ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Мета роботи: ознайомлення з основними характеристиками випадкових величин і можливими способами їх експериментального визначення.

2.1 Основні теоретичні положення

Випадковою величиною називається така величина, значення якої невизначено змінюється при повторенні дослідів.

Аналітичними виразами законів розподілу випадкових величин є функції розподілу їх вірогідностей – інтегральна функція $F(x)$ та диференціальна функція $f(x)$, яка є похідною від $F(x)$.

Інтегральна функція $F(x)$ визначає вірогідність того, що випадкова величина не перевищує деякого заданого значення x : $F(x) = P(X \leq x)$.

Диференціальна функція $f(x)$ є функцією густини вірогідності і дорівнює відношенню попадання випадкової величини в інтервал $(x, x + \Delta x)$ до величини цього інтервалу Δx .

Найважливішими властивостями функції розподілу є такі:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = F(\infty) = 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = F(0) = 0;$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1.$$

Загальний вигляд функції розподілу випадкових величин наведений на рис. 2.1 та рис. 2.2.

Функції $F(x)$ та $f(x)$ є вичерпними характеристиками випадкових величин. Однак деякі властивості випадкових величин простіше описуються числовими параметрами – математичним очікуванням μ_x та генеральною дисперсією σ_x , які характеризують відповідно центр групування та розсіяння випадкових величин у генеральній сукупності (у нескінченно великій вибірці).

На практиці майже завжди вищевказані функції $F(x)$, $f(x)$ та їх числові параметри невідомі, тому виникає задача експериментального визначення цих характеристик за даними експериментальних вибірок.

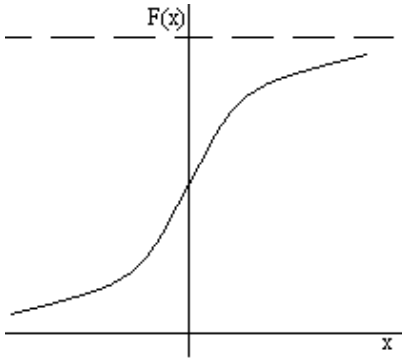


Рисунок 2.1 – Інтегральна функція розподілу випадкових величин (функція густини вірогідностей)

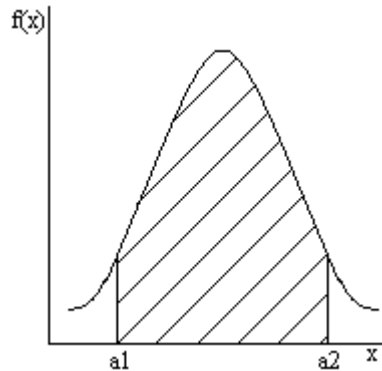


Рисунок 2.2 – Диференціальна функція розподілу безперервних випадкових величин

Зрозуміло, що отримані таким чином криві та їх числові характеристики будуть лише оцінками теоретичних функцій розподілу випадкових величин у генеральній сукупності.

2.2 Побудова варіаційного ряду, кумулятивної кривої, гістограми та багатокутника розподілу випадкових величин

Вищевказані параметри будуються на основі вибірки експериментальних даних $x_1, x_2, \dots, x_N$.

Варіаційний ряд отримують з вихідних даних шляхом розташування їх в порядку зростання від $x_{\min}$ до $x_{\max}$.

Кумулятивна крива (або діаграма накопичених частот) є емпіричним аналогом інтегральної функції $F(x)$. Для побудови кумулятивної кривої на вісі абсцис вказують значення спостережень x_i , значення по вісі ординат ліворуч від точки $x_{\min}$ дорівнює нулеві, у всіх інших точках до $x_{\max}$ діаграма має стрибок, дорівнюючий $1/N$. Якщо існує декілька (λ) співпадаючих значень x_i , то в цьому місці на діаграмі буде стрибок дорівнюючий λ/N , де λ число співпадаючих точок (рис. 2.3).

Гістограма є емпіричним аналогом функції густини розподілу $f(x)$. Гістограма будується в наступному порядку:

- Знаходять кількість інтервалів (квантів), на які розбивається вісь ox за допомогою оціночної формули $K=1+3.2 \cdot \lg N$, де N – кількість спостережень. Величину K округляють до цілого числа.
- Визначають довжину інтервалу Δx : $\Delta x = (x_{\max} - x_{\min}) / K$

Величина Δx округляється для зручності обмежень.

– Середину області зміни вибірки $\Delta x = (x_{\max} - x_{\min})/2$ приймають за центр деякого інтервалу Δx . Після цього визначаються межі і кількість інтервалів так, щоб вони в сукупності перекрили всю область спостережень від $x_{\min}$ до $x_{\max}$.

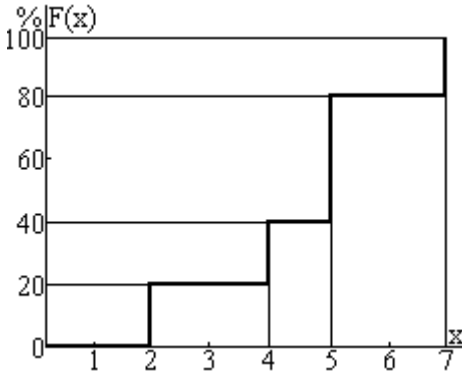


Рисунок 2.3 – Діаграма накопичених частот

Приклад побудови діаграми накопичених частот

Маємо 5 спостережень:

$$x_1=5; x_2=2; x_3=5; x_4=4; x_5=7.$$

Цим спостереженням відповідає варіаційний ряд:

$$z_1=2; z_2=4; z_3=5; z_4=5; z_5=7,$$

тоді

$$N=5 (100\%);$$

$$Z_1=20\%; Z_2=40\%;$$

$$Z_3=Z_4=80\%; Z_5=100\%.$$

– Підраховують кількість спостережень, які попали в кожен інтервал. Якщо якесь спостереження попало на межу інтервалу, його відносять до попереднього інтервалу.

– Підраховують відносну частоту спостережень, які попали в даний інтервал p_i/N або $p_i \cdot 100\%/N$.

– Будують гістограму, яка є ступінчастою фігурою, значення якої па кожному інтервалі постійне і дорівнює p_i/N або $p_i \cdot 100\%/N$.

Приклад побудови гістограми розподілу

Є вибірка з 40 спостережень. Відповідний варіаційний ряд має вигляд:

$$x_{\min} = x_1 = 0.3, \quad x_2 = 0.4, \quad \dots, \quad x_{40} = x_{\max} = 7.1,$$

$$K = 1 + 3.2 \cdot \lg 40 = 1 + 3.2 \cdot 1.602 = 6.13.$$

Приймаємо $K=7$.

$$\text{Довжина інтервалу: } \Delta x = (7.1 - 0.3)/7 = 0.971. \text{ Приймаємо } \Delta x = 1.$$

Знаходимо центр: $(x_{\max} - x_{\min})/2 = (7.1 - 0.3)/2 = 3.7$.

Визначаємо межі інтервалів, відклавши $0.5\Delta x$ відносно центру розподілу 3.7 в обидва боки: $3.7 \pm 0.5\Delta x$. Межі інтервалів становлять (при $0.5\Delta x = 0.5$) 3.2 та 4.2. Далі межі інтервалів визначаються відкладанням на вісі абсцис інтервалу $\Delta x = 1$. Межі будуть становити: 2.2, 1.2, 0.2 та 5.2, 6.2, 7.2.

Наприклад, в перший інтервал попало 2 значення (табл. 2.1), в другий – 4, в інші відповідно 9, 13, 8, 3, 1. Знайдемо відносні частоти спостережень в кожному інтервалі у відсотках:

$$\frac{2}{40} \cdot 100\%, \frac{4}{40} \cdot 100\%, \dots, \frac{n_i}{40} \cdot 100\%.$$

Всі підрахунки з первинної обробки експериментальних даних зручно проводити за допомогою раніше підготовленої таблиці з визначеними межами інтервалів (див. табл. 2.1 та рис. 2.4).

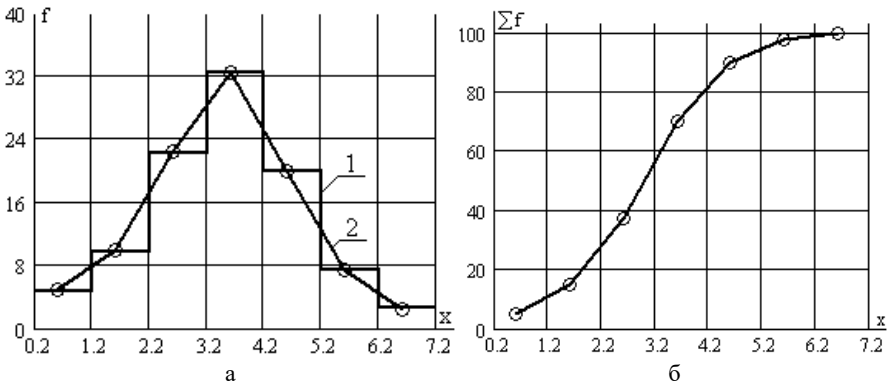
Таблиця 2.1– Розподіл спостережень випадкових величин

Межі інтервалів [a;b]	Центр інтервалу	Розподіл спостережень	Кількість n_i	Відносна кількість n_i , %
(0.20–1.2)	0.7		2	5
[1.20–2.2)	1.7		4	10
[2.20–3.2)	2.7		9	22.5
[3.20–4.2)	3.7		13	32.5
[4.20–5.2)	4.7		8	20
[5.20–6.2)	5.7		3	7.5
[6.20–7.2)	6.7		1	2.5
			$N = \sum n_i = 40$	100

2.3 Визначення кількісних оцінок розподілу випадкових величин

Кількісними оцінками числових параметрів випадкових величин у генеральній сукупності (математичного очікування та генеральної дисперсії) є середнє арифметичне $\bar{X}$ та вибіркова дисперсія S_x^2 (або середнє квадратичне відхилення S_x), які обчислюються за формулами:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (2.1)$$



а – гістограма (1) та багатокутник розподілу (2) випадкових величин;
 б – діаграма накопичених частот випадкових величин

Рисунок 2.4

$$S_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}), \quad (2.2)$$

$$S_x = \pm \sqrt{S_x^2}. \quad (2.3)$$

Перевірка на випадковості обчисленого значення середнього арифметичного здійснюється згідно з критерієм Стюдента. Наприклад (табл. 2.2), якщо обчислене значення середнього арифметичного дорівнює $\bar{X} = 1.575$ тоді обчислене відхилення становить $S_x = 0.087$ при кількості спостережень $N = 40$. Знаходимо число ступенів свободи: $v = N - 1 = 39$. Задасмо рівнем значущості $\alpha = 0.05$. По таблиці t-розподілу знаходимо для α та числа ступенів свободи v : $t_{\alpha, v} = 2.023$ (додаток Б). Визначимо критичну область достовірності $\bar{X}$:

$$\mu + t \frac{s}{\sqrt{N}} < \bar{X} < \mu - t \frac{s}{\sqrt{N}},$$

де μ - математичне очікування (для нашого прикладу $\mu = 1.6$),

$$\bar{X} < 1.6 - 2.023 \cdot \frac{0.087}{\sqrt{40}} = 1.572, \quad \bar{X} > 1.6 + 2.023 \cdot \frac{0.087}{\sqrt{40}} = 1.628.$$

Розраховане значення $1.628 > \bar{X} > 1.572$, тому гіпотезу приймаємо, вважаючи, що можливо достовірно визначити $\bar{X}$ по вибірці з 40

експериментальних даних. Якщо значення $\bar{X}$ виходить за межі розрахованого інтервалу, то гіпотезу відкидають.

2.4 Побудова кумулятивної кривої, гістограми та багатокутника розподілу

По даним вибірки (табл. 2.2) параметрів холоднокатаної трансформаторної сталі (Si, ρ , B, P), побудувати кумулятивну криву, гістограму та багатокутник розподілу вказаних параметрів і визначити оцінки основних характеристик розподілу.

Таблиця 2.2 – Вибіркові дані параметрів трансформаторної сталі

№	Кількість кремнію (Si) в сталі	Питомий електричний опір (ρ)	Магнітна індукція (B) при напруженості 100 А/М	Питомі втрати (P) при $f=50$ Гц та $B=1.7$ Тл
	%	Ом·мм/м ²	Тл	Вт/кг
1	2	3	4	5
1	3.2	0.62	1.58	1.50
2	2.9	0.42	1.60	1.55
3	3.1	0.43	1.62	1.50
4	3.2	0.45	1.64	1.40
5	2.8	0.44	1.64	1.40
6	3.0	0.45	1.62	1.50
7	3.6	0.50	1.62	1.60
8	2.9	0.48	1.64	1.60
9	3.1	0.52	1.58	1.55
10	3.2	0.57	1.66	1.60
11	3.2	0.54	1.60	1.65
12	3.1	0.40	1.64	1.30
13	3.5	0.55	1.66	1.50
14	3.4	0.53	1.60	1.40
15	3.4	0.56	1.64	1.50
16	3.3	0.62	1.68	1.40
17	3.2	0.55	1.62	1.50
18	3.2	0.56	1.64	1.40
19	3.0	0.50	1.68	1.50
20	3.1	0.49	1.64	1.60
21	3.2	0.55	1.60	1.30
22	3.5	0.57	1.70	1.50

Продовження таблиці 2.2

1	2	3	4	5
23	3.3	0.53	1.58	1.50
24	3.3	0.54	1.62	1.40
25	3.2	0.50	1.64	1.50
26	3.1	0.54	1.66	1.60
27	3.0	0.57	1.62	1.40
28	3.2	0.52	1.72	1.60
29	3.1	0.51	1.64	1.50
30	3.0	0.52	1.62	1.50
31	3.3	0.53	1.62	1.40
32	3.4	0.60	1.64	1.50
33	3.2	0.60	1.64	1.50
34	3.2	0.60	1.64	1.60
35	3.2	0.65	1.60	1.40
36	3.1	0.65	1.66	1.50
37	3.4	0.56	1.62	1.50
38	3.5	0.51	1.66	1.50
39	3.3	0.67	1.62	1.50
40	3.4	0.62	1.64	1.40
ΔX	0.1	0.05	0.02	0.05

Зміст звіту

- 1 Стислий конспект з теоретичного матеріалу.
- 2 Розрахунок на ПК.
- 3 Висновки.

Контрольні запитання

- 1 Дати визначення випадкової величини.
- 2 Якими функціями розподілу визначаються одномірні випадкові величини? Назвати головні властивості цих функцій.
- 3 Назвати емпіричні аналоги функцій розподілу випадкових величин та правила побудови гістограм та багатокутника розподілу.
- 4 Формули для визначення вибірових значень середнього арифметичного, дисперсії, середнього квадратичного відхилення.
- 5 Як здійснюється оцінка відповідності середнього арифметичного значення до значення математичного очікування в генеральній сукупності?

3 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

ДОСЛІДЖЕННЯ ДВОМІРНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ МЕТОДАМИ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ

Мета роботи – вивчення методів апроксимації залежностей між двома випадковими величинами і оцінка зв'язку між величинами в одномірних лінійних моделях.

3.1 Основні теоретичні положення

Зв'язок між двома випадковими величинами може бути:

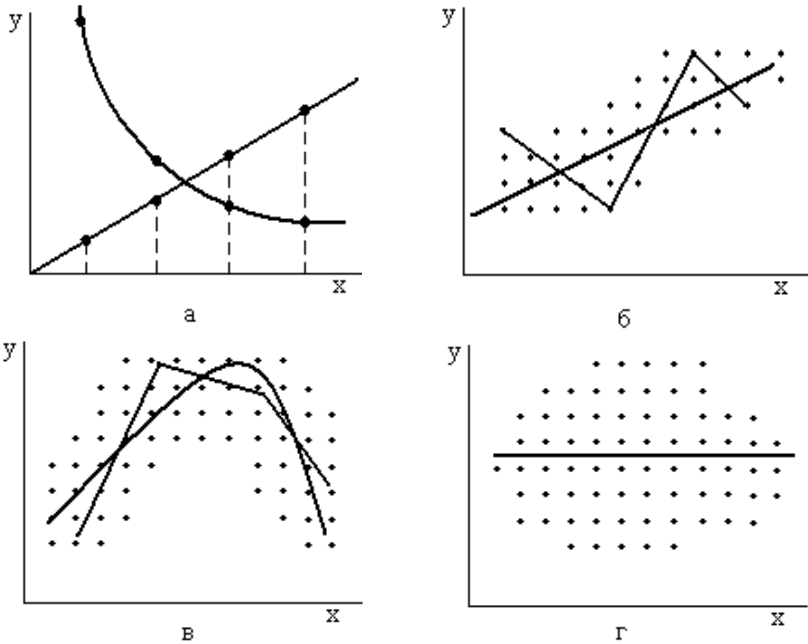
- функціональний – кожному значенню змінної величини x відповідає точно визначене значення величини y ;
- стохастичний (вірогіднісний) – кожному значенню змінної x відповідає деякий вірогіднісний розподіл змінної y . Такі залежності між двома величинами називають кореляційними;
- величини x та y незалежні.

На рис. 3.1 наведені вищеназвані види зв'язку між двома величинами. Аналітичний зв'язок між двома змінними величинами встановлюється методами регресивного аналізу. Основною задачею регресивного аналізу є доведення апроксимуючої формули, яка б характеризувала тип залежності між двома випадковими величинами.

Основою регресивного аналізу є метод найменших квадратів, сутність якого полягає в мінімізації суми квадратів відхилень фактичних експериментальних даних відносно вибраної теоретичної залежності. Наприклад, якщо теоретичні залежності вибрані у вигляді прямої лінії $y=a_0+a_1x$ або параболи $y=a_0+a_1x+a_2x^2$, то відповідно мінімізуються функції

$$\sum_{i=1}^N (y - a_0 - a_1x) = \min, \text{ та } \sum_{i=1}^N (y - a_0 - a_1x - a_2x^2) = \min.$$

Якщо знайти похідні цих функцій по a_0 , a_1 , a_2 і порівняти до нуля (виконати умови мінімізації функції) можна знайти системи так званих нормальних рівнянь, вирішивши які знаходять невідомі коефіцієнти апроксимуючих функцій (в вищевказаних прикладах коефіцієнти a_0 та a_1 для рівняння прямої лінії, та a_0 , a_1 , a_2 – для параболи).



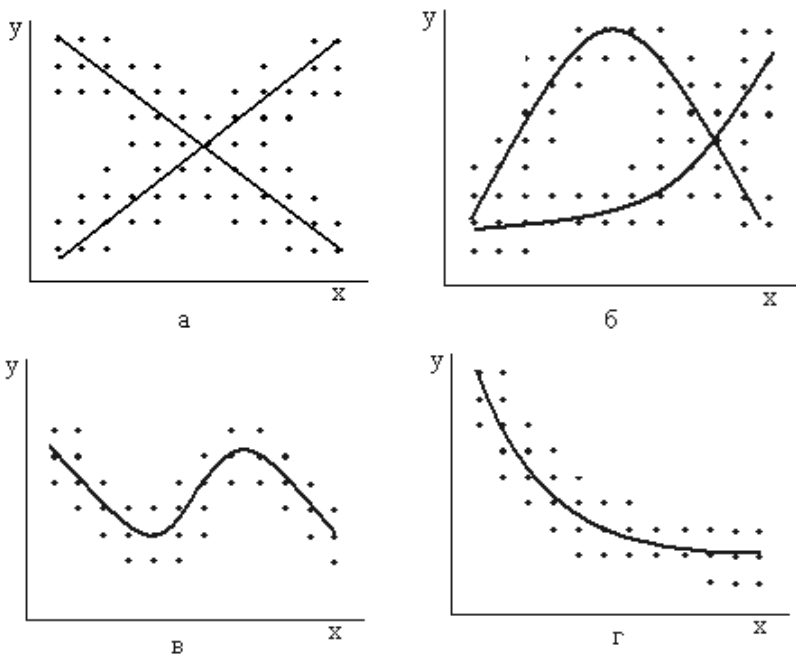
а – функціональний зв'язок; б, в – кореляційний зв'язок;
г – величини x та y незалежні

Рисунок 3.1 – Зв'язки між величинами x та y

Вибір характеру апроксимуючої функції не підлягає формальному вирішенню і його здійснюють, орієнтуючись на вигляд теоретичних кривих та характер розподілу експериментальних даних. На рис. 3.2 наведені найбільш розповсюджені типи апроксимуючих кривих і відповідні системи нормальних рівнянь для обчислення відповідних коефіцієнтів одномірних моделей.

Системи нормальних рівнянь для наведених на рис. 3.2 функцій:
пряма лінія

$$y = a_0 + a_1 x, \quad \begin{cases} \sum y_i = N a_0 + a_1 \sum x_i \\ \sum x_i y_i = a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 \end{cases};$$



а – пряма лінія ($y=a_0+a_1x$),
 б, в – параболы другого ($y=a_0+a_1x+a_2x^2$) та третього порядку ($y=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3$),
 г – гіпербола ($y=a_0+a_1/x$)

Рисунок 3.2 – Характерний вигляд апроксимуючих кривих

парабола другого порядку

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2, \quad \begin{cases} \sum y_i = Na_0 + a_1 \sum x_i + a_2 \sum x_i^2 \\ \sum x_i y_i = a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 + a_2 \sum x_i^3 \\ \sum x_i^2 y_i = a_0 \sum x_i^2 + a_1 \sum x_i^3 + a_2 \sum x_i^4 \end{cases};$$

парабола третього порядку

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3, \quad \begin{cases} \sum y_i = Na_0 + a_1 \sum x_i + a_2 \sum x_i^2 + a_3 \sum x_i^3 \\ \sum x_i y_i = a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 + a_2 \sum x_i^3 + a_3 \sum x_i^4 \\ \sum x_i^2 y_i = a_0 \sum x_i^2 + a_1 \sum x_i^3 + a_2 \sum x_i^4 + a_3 \sum x_i^5 \\ \sum x_i^3 y_i = a_0 \sum x_i^3 + a_1 \sum x_i^4 + a_2 \sum x_i^5 + a_3 \sum x_i^6 \end{cases};$$

гіпербола (зворотна функція)

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x}, \quad \begin{cases} N \sum y_i = Na_1 + a_0 \sum \frac{1}{x_i} N \\ N \sum y_i \frac{1}{x_i} = a_1 \sum \frac{1}{x_i} N + a_0 \sum \frac{1}{x_i^2} N \end{cases}.$$

В вищенаведених рівняннях $\sum x_i$, $\sum x_i^2$, $\sum x_i y_i$ утворюються на основі експериментальних даних шляхом побудови відповідних додаткових колонок (див. табл. 3.1) і наступним складанням чисел у цих колонках. Наприклад, маємо вибірку з п'яти експериментальних вимірювань (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Приклад розрахунку коефіцієнтів регресії

№ виміру	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	x_i^3	x_i^4	$x_i^2 \cdot y_i$	$\frac{1}{x_i}$	$\frac{1}{x_i^2}$
1	1	2	4	2					
2	3	4	16	12					
3	2	5	25	10					
4	4	6	36	24					
5	6	1	1	6					
N=5	$\sum_{i=1}^5 x_i = 16$	$\sum_{i=1}^5 y_i = 18$	$\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 82$	$\sum_{i=1}^5 x_i \cdot y_i = 54$	$\sum_{i=1}^5 x_i^3$	$\sum_{i=1}^5 x_i^4$	$\sum_{i=1}^5 x_i^2 y_i$	$\sum_{i=1}^5 \frac{1}{x_i}$	$\sum_{i=1}^5 \frac{1}{x_i^2}$

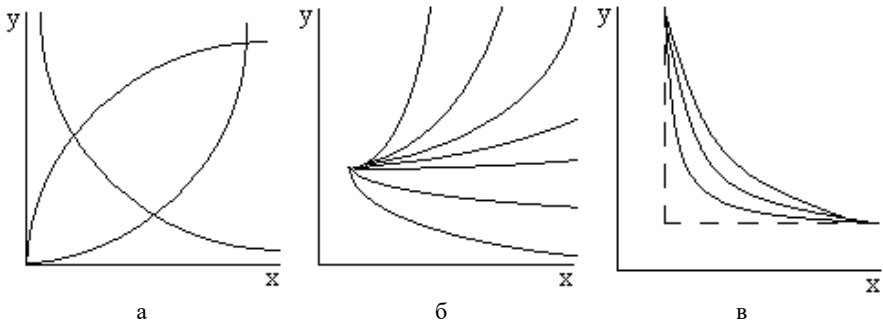
Вирішивши відповідну систему рівнянь, отримуємо коефіцієнти апроксимуючої кривої. Наприклад, для рівняння прямої лінії вирішується система рівнянь:

$$\begin{cases} 16 = 5a_0 + 16a_1 \\ 54 = 16a_0 + 82a_1 \end{cases}.$$

З наведеної системи рівнянь визначаються коефіцієнти a_0 та a_1 .

3.2 Вивчення нелінійних залежностей у вигляді степеневі функції, експоненти та зворотної функції

Параметри залежностей, більш складних, ніж лінійні, знаходяться методом їхнього вирівнювання і зведення до лінійних форм. Тип емпіричної формули встановлюється порівнянням емпіричної кривої з виглядом теоретичної кривої (див. рис 3.3).



а – степенева $y = a_0 \cdot x^{a_i}$, б – експоненціальна $y = a_0 \cdot e^{a_i x}$,

в – зворотна $y = a_0 + \frac{a_i}{x}$

Рисунок 3.3 – Загальний вигляд нелінійних залежностей

Якщо експериментальний графік має вигляд як на рис. 3.3.а, тоді використовується формула $y = a_0 \cdot x^{a_i}$. Роблячи заміни $y = \lg y$, $x = \lg x$, $a_0 = \lg a_0$, та підставляючи їх у вихідне рівняння, одержимо лінійну залежність на логарифмічній сітці: $y = a_0 + a_i x$.

Для обчислення коефіцієнтів прямої лінії використовується система нормальних рівнянь для прямої лінії і методика, наведена в табл. 3.1, або спеціальні апроксимуючі комп'ютерні програми.

Якщо експериментальний графік має вигляд як на рис. 3.1.б, тоді використовується апроксимуюча формула $y = a_0 \cdot e^{a_i x}$. Для зведення залежності до лінійного виду використовуємо заміни: $y = \lg y$, $a_0 = \lg a_0$, $M = \lg e$. На напівлогарифмічній сітці лінійна залежність буде мати вираз: $y = a_0 + a_i Mx$.

Сучасна комп'ютерна техніка з метою встановлення апроксимуючих функцій передбачає можливість використання стандартних програм апроксимації.

Оцінка тісноти лінійного зв'язку між двома випадковими величинами здійснюється за допомогою спеціального числового показника – коефіцієнта парної кореляції r .

Коефіцієнт парної кореляції є співвідношенням:

$$r = \frac{\frac{1}{N} \sum (x_i \cdot y_i) - \bar{x} \cdot \bar{y}}{S_x \cdot S_y},$$

$$\text{де } S_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2}, \quad S_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{N} - \bar{y}^2}.$$

Більш зручно коефіцієнт кореляції розраховується за формулою:

$$r = \frac{N \sum (x_i \cdot y_i) - \sum x_i \cdot \sum y_i}{\sqrt{\left[N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 \right] \cdot \left[N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2 \right]}}.$$

Коефіцієнт кореляції може змінюватись в межах $-1 < r < 1$. Якщо із зростанням x середнє значення y зменшується, то значення r будуть мати знак мінус, якщо збільшується – знак плюс.

Перевірку значущості коефіцієнту кореляції (перевірку на випадковості розрахованого значення r) здійснюють за t -критерієм

Стьюдента. Для цього необхідно обчислити значення $t = \frac{|r| \cdot \sqrt{N}}{(1 - r^2)}$, за-

дати рівень значущості (0.05 то що), визначити число ступенів свободи $\nu = N - 2$, визначити критичну величину t по таблиці критичних величин $t_{0.05, f}$. Якщо обчислене значення $t > t_{0.05, f}$, то зв'язок між x та y існує.

3.3 Практичні заняття по визначенню емпіричних формул виду $y = a_0 + a_1 x$ та розрахунку коефіцієнтів кореляції

Кожен студент виконує індивідуальне завдання по виводу рівняння регресії та розрахунку коефіцієнта кореляції згідно з експериментальними даними, наведеними в табл. 3.2.

Таблиця 3.2 – Завдання для виводу рівняння регресії та обчислення коефіцієнта кореляції

	Значення функції у при значенні аргументу х										
	х	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ варіанту	1	8	12	24	29	40	45	50	60	73	77
	2	10	14	26	31	42	47	58	62	75	85
	3	10	19	25	37	44	53	58	69	75	85
	4	15	19	31	36	47	52	63	67	80	84
	5	15	24	30	41	48	57	62	73	79	89
	6	16	22	34	39	50	55	66	70	83	87
	7	16	25	31	42	49	58	63	74	80	90
	8	18	22	34	39	50	55	65	70	83	87
	9	7	11	23	28	39	44	55	59	72	76
	10	11	20	26	38	45	54	59	70	76	86
	11	96	87	79	65	57	44	36	21	11	2
	12	98	89	74	66	54	45	33	20	13	2
	13	100	90	75	65	55	45	35	20	15	5
	14	125	116	108	94	84	73	65	52	40	31
	15	130	121	113	99	91	78	70	57	45	36
	16	190	181	173	159	151	138	130	117	105	96
	17	99	89	74	64	54	44	34	19	14	4
	18	150	141	133	119	111	98	90	77	65	56
	19	118	109	94	86	74	65	53	40	33	22
	20	139	130	122	108	100	87	79	66	54	46

Зміст звіту

- 1 Стислий конспект з теоретичного матеріалу.
- 2 Розрахунок на ПК.
- 3 Висновки.

Контрольні запитання

- 1 Які види зв'язку існують між випадковими величинами?
- 2 В чому полягає метод найменших квадратів?
- 3 Пояснити, як утворюється система нормальних рівнянь для виводу апроксимуючих формул у вигляді прямої лінії, параболи другого та третього порядку?

4 Записати формулу коефіцієнта кореляції і пояснити сферу використання цього коефіцієнта.

5 Як здійснюється перевірка значимості коефіцієнта кореляції?

Таблиця 3.3 – Завдання для доведення апроксимуючих формул виду $y = a_0 \cdot e^{a_i x}$

№ варіанту	Параметри	Значення x та y при N спостереження							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
	y	15	21	27	36	49	66	87	117
2	x	1	2	3	4	5	6	7	8
	y	8	10	13	18	24	33	43	58
3	x	2	3	4	5	6	7	8	9
	y	4	5	7	8	12	17	22	29
4	x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
	y	0.4	0.5	0.7	0.8	1.2	1.7	2.2	3.0
5	x	4	6	8	10	12	14	16	18
	y	8	10	13	18	25	33	44	59
6	x	3	6	9	12	15	18	21	24
	y	57	42	31	22	16	12	9	7
7	x	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5
	y	15	20	27	37	49	66	87	117
8	x	1	2	3	4	5	6	7	8
	y	15	21	28	37	50	66	88	118
9	x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
	y	1.3	5.9	7.3	8.0	8.5	8.9	9.1	9.3
10	x	1	2	3	4	5	6	7	8
	y	28	47	62	68	73	77	79	81
11	x	1	2	3	4	5	6	7	8
	y	100	145	192	210	228	237	243	248
12	x	3	6	9	12	15	18	21	24
	y	50	70	80	100	130	150	180	210
13	x	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
	y	10	17	25	32	43	58	70	86

4 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ В СИЛОВИХ ТРАНСФОРМАТОРАХ МЕТОДАМИ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ

Мета роботи – встановлення аналітичних залежностей між електричними величинами в трансформаторах

4.1 Дослідження зв'язку між електричними величинами
номінальною потужністю трансформатора, струмом холостого ходу та втратами при холостому ході та короткому замиканні.

4.1.1 Побудувати емпіричні залежності між потужністю трансформатора S , струмом холостого ходу I_x та втратами P_x та P_k згідно даних таблиці 4.1.

4.1.2 Визначити характер залежностей, розрахувати коефіцієнти кореляції залежностей $I_x=f(S)$, $P_x=f(S)$, $P_k=f(S)$.

Таблиця 4.1 – Дані холостого ходу та короткого замикання силових трансформаторів в залежності від номінальної потужності

№ за-вдан-ня	Номінальна потужність S , кВА	Струм холостого ходу I_x , %	Втрати, Вт		Клас напруги, кВ
			холостого ходу, P_x	короткого замикання, P_k	
1	25	3.2	130	600	10
	40	3.0	175	880	
	63	2.8	240	1280	
	100	2.6	330	1970	
	160	2.4	510	2650	
	250	2.3	740	3700	
	400	2.1	950	5500	
	630	2.0	1310	7600	
2	100	2.60	420	1970	35
	160	2.40	620	2650	
	250	2.30	900	3700	
	400	2.10	1200	5500	
	630	2.00	1600	7600	

Продовження таблиці 4.1

№ за-вдан-ня	Номинальна потужність S, кВА	Струм холостого ходу I_x , %	Втрати, Вт		Клас напруги, кВ
			холостого ходу, P_x	короткого замикання, P_k	
3	1000	1.40	2100	11600	10
	1600	1.30	2800	16500	
	2500	1.00	3900	23500	
	4000	0.90	5200	33500	
	6300	0.90	7400	46500	
4	1000	1.40	2000	11600	35
	1600	1.30	2750	16500	
	2500	1.00	3900	23500	
	4000	0.90	5300	33500	
	6300	0.80	7600	46500	
	10000	0.80	12300	65000	
	16000	0.60	17800	90000	
	80000	0.45	58000	280000	
5	2500	1.50	5500	22000	110
	6300	1.00	10000	44000	
	10000	0.90	14000	58000	
	16000	0.70	18000	85000	
	25000	0.65	25000	120000	
	40000	0.55	34000	170000	
	63000	0.50	50000	245000	
	80000	0.45	58000	310000	
	125000	0.55	105000	400000	

4.1.3 Побудувати залежності $I_x=f(S)$, $P_x=f(S)$, $P_k=f(S)$, згідно з встановленим типом залежностей з використанням обчислювальної техніки (ПК).

4.2 Експериментальне дослідження трансформатора

Експериментально дослідити трансформатор з потужністю 10 кВА в дослідах холостого ходу та короткого замикання з використанням методів кореляційно-регресивного аналізу.

4.2.1 Провести випробування трансформатора в режимі холостого ходу та короткого замикання згідно з методикою, викладеною в роботі 2Т.

4.2.2 Побудувати експериментальні залежності:

$$I_x = f(U_x), \quad P_x = f(U_x), \quad \cos\phi_x = f(U_x);$$

$$I_k = f(U_k), \quad P_k = f(U_k), \quad \cos\phi_k = f(U_k).$$

4.2.3 Згідно з виглядом теоретичних залежностей, наведених на рисунках 4.1, 4.2, вибрати типи апроксимуючих формул і розрахувати коефіцієнти регресії та кореляції.

4.3 Статистична оцінка розрахованих коефіцієнтів кореляції

Провести статистичну оцінку розрахованих коефіцієнтів кореляції.

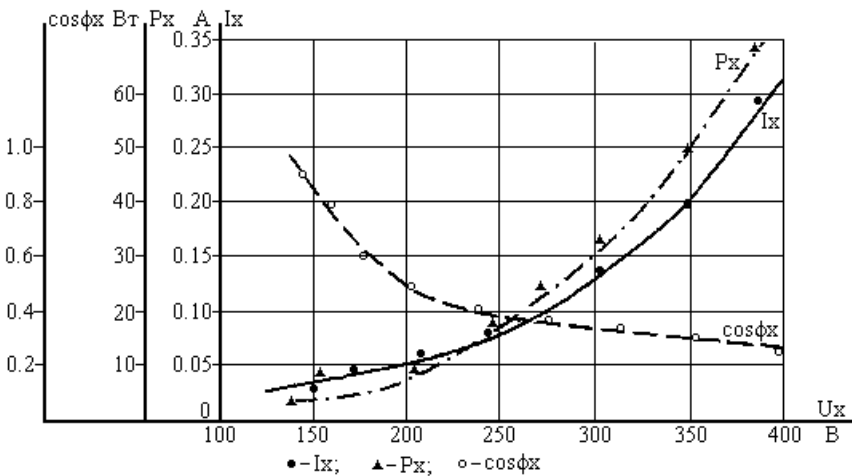


Рисунок 4.1 – Залежності струму, втрат та $\cos\phi_x$ при випробуванні трансформатора в режимі холостого ходу

Зміст звіту

- 1 Стислий конспект з теоретичного матеріалу.
- 2 Розрахунок на ПК.
- 3 Висновки.

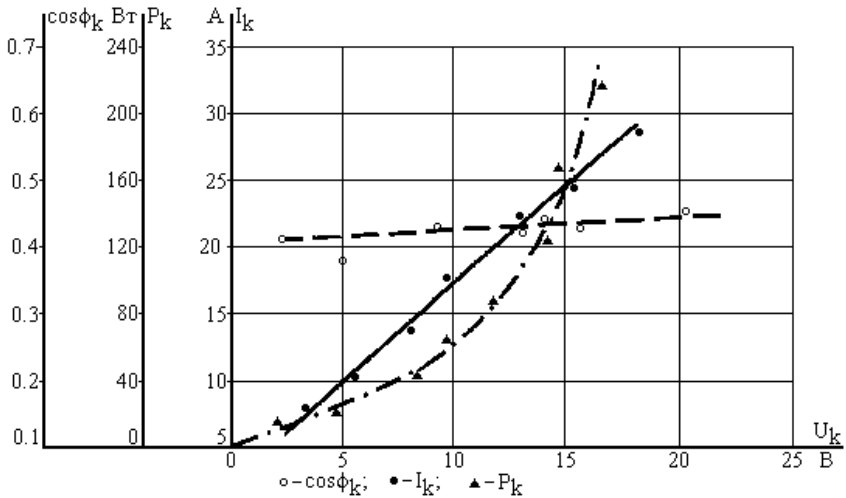


Рисунок 4.2 – Залежності струму, втрат та $\cos \phi_k$ при випробуванні трансформатора в режимі короткого замикання

Контрольні запитання

- 1 В чому полягає метод найменших квадратів?
- 2 Системи нормальних рівнянь і методи їх отримання.
- 3 Запишіть формули для визначення коефіцієнта кореляції.
- 4 Як визначається статична достовірність коефіцієнта кореляції?
- 5 Дати визначення пасивного експерименту. В чому полягають недоліки пасивного експерименту?

5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

ПОБУДОВА НЕПОВНИХ СТЕПЕНЕВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ МЕТОДАМИ ПОВНОГО ФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Мета роботи: одержання навичок при побудові математичних моделей методами повного факторного експерименту.

5.1 Основні теоретичні положення

Для побудови лінійних і неповних степеневих математичних моделей використовують повний факторний експеримент, який має ортогональну матрицю планування. Математичні описання поверхні відгуку об'єкту можна одержати варіюванням кожного з факторів x_i , на двох рівнях, які відрізняються від базового рівня на величину інтервалу варіювання Δx_i . Інтервал варіювання вибирається так, щоб зростання величини y до базового значення y_0 при реалізації $x_{i0} \pm \Delta x_i$, можна було виділяти на фоні шумів при невеликому числі паралельних дослідів.

Повним факторним експериментом називається експеримент, який реалізує всі можливі комбінації рівнів незалежних керуючих факторів, кожний з яких варіюють на двох рівнях. Число цих комбінацій складає $N = 2^K$, де K – число незалежних факторів (аргументів).

При плануванні експерименту проводять перетворення розмірних керуючих факторів x_i в безрозмірні, нормовані: $X = (x_i - x_{i0}) / \Delta x_i$.

Нормування значно полегшує подальші розрахунки, бо в цьому разі верхні та нижні рівні варіювання у відносних одиницях дорівнюють відповідно $+1$ та -1 , незалежно від природи факторів, значень основних рівнів та інтервалів варіювання.

Повний факторний експеримент дає можливість знайти роздільні оцінки коефіцієнтів b_i .

Процес визначення моделі (ідентифікації) методом ПФЕ складається з:

- планування експерименту;
- проведення експерименту на об'єкті дослідження;
- перевірки однорідності дисперсій (взаємо відтворення);

- одержання математичної моделі з перевіркою значень коефіцієнтів регресії;
- перевірки адекватності математичного описання.

5.2 Планування експерименту

Матрицю планування експерименту готують згідно з наступними правилами:

- кожен рядок матриці, в якому проводиться j -й дослід, має координати x_{ij} ;
- вводиться фіктивна змінна $x_0=+1$;
- план ПФЕ типу 2^4 будується на основі плану 2^3 , повторюючи його двічі при $X_4=+1$ та при $X_4=-1$;
- аналогічно будуються плани для як завгодно великого числа керуючих факторів.

Таблиця 5.1 – Матриця планування ПФЕ

Тип плану			№	X_1	X_2	X_3	X_4
2 ⁴	2 ³	2 ²	1	+	+	+	+
			2	-	+	+	+
			3	+	-	+	+
			4	-	-	+	+
			5	+	+	-	+
			6	-	+	-	+
			7	+	-	-	+
			8	-	-	-	+
			9	+	+	+	-
			10	-	+	+	-
			11	+	-	+	-
			12	-	-	+	-
			13	+	+	-	-
			14	-	+	-	-
			15	+	-	-	-
			16	-	-	-	-

Для визначення коефіцієнтів моделі необхідно кожному стовпцю функції відгуку присвоїти знак відповідного фактору, скласти їх алгебраїчно і поділити на число дослідів:

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} \cdot y_u}{N},$$

де N – загальне число дослідів;

u – номер спроби (дослід);

i – номер аргументу (факторів).

Для розрахунку коефіцієнтів b_i вводимо в матрицю планування фіктивну змінну x_0 , яка у всіх дослідах має значення +1. Присвоюємо значенню у знак +1, складаємо значення алгебраїчно і розділяємо їх на кількість дослідів.

Таблиця 5.2 – Розгорнута матриця ПФЕ 2³

№ експерименту	Фіктивна змінна X_0	X_1	X_2	X_3	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	$X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$
1	+1	+	+	+	+	+	+	+
2	+1	-	+	+	-	-	+	-
3	+1	+	-	+	-	+	-	-
4	+1	-	-	+	+	-	-	+
5	+1	+	+	-	+	-	-	-
6	+1	-	+	-	-	+	-	+
7	+1	+	-	-	-	-	+	+
8	+1	-	-	-	+	+	+	-

5.3 Перевірка взаємовідтворення дослідів

Перевірка взаємовідтворення дослідів є перевіркою другої передумови регресивного аналізу про однорідність вибірових дисперсій S_{yi} у всіх дослідах:

$$S_{yi}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1},$$

де n – число повторень кожного досліджу;

y_i – значення y при i -тому повторенні досліджу;

$\bar{y}$ – середнє значення y .

В статистиці всіляка вибірка дисперсія пов'язана з числом ступенів свободи v . Число v дорівнює різниці між числом різних дослідів n та числом констант, визначених за такими ж дослідями незалежно одна від одної ($v_y = n-1$).

Для перевірки взаємовідтворення дослідів (перевірки однорідності дисперсій) слід скористуватись критерієм Кохрена, який є відношенням максимальної дисперсії до суми всіх зрівнюваних оцінок дисперсій:

$$Y = \frac{\max \{S_{yi}^2\}}{\sum_{i=1}^N S_{yi\{y\}}^2}.$$

Якщо розраховане значення Y буде меншим від критичного значення $Y_{кр}$, знайденого за таблицею значень критерію Кохрена (дод. В), гіпотеза про однорідність дисперсій відповідає результатам спостережень. Число ступенів свободи для визначення $Y_{кр}$ визначається наступним чином: $v_1 = n-1$, $v_2 = N$. Так, якщо число повторюваних дослідів $n=3$, а число дослідів в матриці $N=8$, то $v_1=2$, $v_2=8$.

Всю групу вибірових дисперсій S_{yi}^2 можна вважати оцінками однієї генеральної дисперсії $\sigma^2\{y\}$ взаємовідтворення експерименту. Таким чином найкраща оцінка взаємовідтворення експерименту $S_{BOC\{y\}}^2$ з числом ступенів свободи $v=N \cdot (n-1)$ буде мати вигляд:

$$S_{BOC\{y\}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_{yi\{y\}}^2.$$

5.4 Перевірка значущості коефіцієнтів математичної моделі

Перевірку значущості коефіцієнтів здійснюють за допомогою критерію Стюдента, емпіричне значення якого складає:

$$t = \frac{|b|}{S_{\{b\}}},$$

де $S_{\{b\}}$ – дисперсія коефіцієнта b : $S_{\{b\}}^2 = \frac{1}{N \cdot n} S_{BOC\{y\}}^2$,

N – число точок факторного простору (число дослідів);

n – число паралельних дослідів в цих точках.

Якщо знайдена величина t перевищує $t_{кр}$ для числа ступенів свободи $v=N \cdot (n-1)$ при $\alpha=0.05$ %, то оцінку коефіцієнта визнають значущою. В іншому випадку коефіцієнти визнають незначущими. Величина довірчого інтервалу Δb для b визначається з співвідношення: $\Delta b = t \cdot S_{\{b\}}$.

5.5 Перевірка адекватності математичного описання

Щоб перевірити гіпотезу про адекватність математичного описання, достатньо оцінити відхилення передумовної за одержаним рівнянням регресії величини відгуку $\hat{Y}$ від результатів спостережень y_i в одних і тих же точках факторного простору.

Адекватність рівняння регресії оцінюється за допомогою дисперсії адекватності:

$$S_{ad}^2 = \frac{n}{N-d} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2,$$

де d – число членів апроксимуючого полінома,

n – число дублюючих дослідів,

N – число дослідів в матриці планування,

$\bar{y}_i$ – результат спостережень,

$\hat{y}_i$ – величина відгуку, розрахована згідно з рівнянням регресії.

Дисперсія адекватності вибирається з числом ступенів свободи: $v=N-d$.

Перевірку гіпотези про адекватність здійснюють з використанням F -критерію Фішера:

$$F = \frac{S_{ad}^2}{S_{\text{вза}\{y\}}^2}.$$

Якщо розраховане по дослідям емпіричне значення F -критерію менше критичного значення $F_{кр}$, знайденого з таблиць для ступенів

свободи $v_1=N-d$, $v_2=N \cdot (n-1)$ (додаток А), то при заданому рівні значущості рівняння визнається адекватним.

Зміст звіту

- 1 Стислий конспект по теоретичному матеріалу.
- 2 Розрахунок на ПК.
- 3 Висновки.

Контрольні запитання

- 1 Що називається повним факторним експериментом? Скільки дослідів потребує ПФЕ?
- 2 Навіщо і як проводиться нормування факторів?
- 3 Як будується матриця планування ПФЕ?
- 4 Як розраховуються коефіцієнти математичної моделі ПФЕ?
- 5 Які оцінки коефіцієнтів, розрахованих за планами ПФЕ, незалежні?
- 6 Як розраховується дисперсія взаємовідтворення дослідів?
- 7 Який критерій використовується для перевірки однорідності дисперсій?
- 8 Згідно з яким критерієм визначають значущість коефіцієнтів математичної моделі?
- 9 Запишіть формулу для визначення дисперсії адекватності математичної моделі?
- 10 Згідно з яким критерієм перевіряється гіпотеза про адекватність математичного описання?

Рисунок 6.1 – Схема випробування синхронного генератора

В якості факторів, обумовлюючих напругу на виході синхронного генератора, вибрати струм збудження I_z , струм навантаження I_n та $\cos\varphi_n$ згідно з табл. 6.1. Фактор X_0 завжди приймати рівним +1.

Таблиця 6.1 – Схема варіювання факторами при дослідженні синхронного генератора

Рівні	Фактори		
	струм збудження I_z , А	струм навантаження I_n , А	$\cos\varphi_n$
Основний рівень	0.50	4.0	0.8
Напівінтервал варіювання Δx_i ,	0.20	3.0	0.2
Верхній рівень (+1)	0.70	7.0	1.0
Нижній рівень (-1)	0.30	1.0	0.6
Кодовані значення факторів	X_1	X_2	X_3

Скласти матрицю планування ПФЕ 2^3 і провести випробування синхронного генератора. З метою визначення дисперсії взаємодіювання дослідів на основному рівні провести не менше трьох дослідів в кожному експерименті.

Розрахувати коефіцієнти математичної моделі при факторах та при всіх ефектах взаємодії.

6.2 Розрахунок дисперсії взаємодіювання дослідів

Розрахувати дисперсії взаємодіювання дослідів згідно з формулою:

$$S_{yi}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1},$$

де n – число повторень кожного дослідів,

y_i – значення y при i -тому повторенні дослідів;

$\bar{y}$ – середнє значення y .

Число ступенів свободи визначити за формулою $\nu_1 = (n-1)N$ або $\nu_1 = n-1$ при повторенні дослідів лише в нульовій точці.

6.3 Перевірка взаємовідтворення дослідів

Перевірити взаємовідтворення дослідів за критерієм Кохрена

$$Y = \frac{\max \{S_{yi}^2\}}{\sum_{i=1}^N S_{yi\{y\}}^2}.$$

Число ступенів свободи при визначенні табличного значення Y розрахувати за формулами: $v_1 = n - 1$; $v_2 = N$, де n – число повторень кожного дослідів, N – число дослідів у матриці. Якщо розраховане значення Y менше критичного $Y_{кр}$, то для рівня значимості α вибіркові дисперсії однорідні, а експеримент взаємовідтворюваний.

Найкраща оцінка взаємовідтворення експерименту $S_{BOC\{y\}}^2$ з числом ступенів свободи $v = N \cdot (n - 1)$ буде мати вигляд:

$$S_{BOC\{y\}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_{yi\{y\}}^2,$$

6.4 Перевірка значущості коефіцієнтів математичної моделі

Перевірити значущість коефіцієнтів математичної моделі згідно з критерієм Стюдента:

$$t_{розр} = \frac{|b|}{S\{b\}},$$

де $S^2\{b\}$ – дисперсія коефіцієнтів моделі $S^2\{b\} = \frac{1}{N \cdot n} S_{BOC\{y\}}^2$,

$S_{BOC\{y\}}^2$ – найкраща оцінка взаємовідтворення експерименту,

N – число дослідів в матриці,

n – число повторних дослідів.

Якщо розрахована величина $t_{розр}$ більше $t_{кр}$, наведеного в таблицях критерію Стюдента коефіцієнт b визначають значимим.

6.5 Перевірка адекватності отриманої моделі

Перевірити адекватність отриманої моделі за критерієм Фішера. Для цього необхідно розрахувати дисперсію адекватності моделі:

$$S_{ад}^2 = \frac{n}{N - d} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2,$$

де d – число членів апроксимуючого полінома;

$\bar{y}_i$ – результат спостережень,

$\hat{y}_i$ – величина відгуку, розрахована згідно з рівнянням регресії.

Знайти розрахункові значення F-критерію:

$$F_{розр} = \frac{S_{ad}^2}{S_{BOC\{y\}}^2}.$$

Якщо для ступенів свободи $v_1=N-d$ та $v_2=N \cdot (n-1)$ $F_{розр} < F_{табл}$ (додаток А), то при вибраному значенні $\alpha=0.05$ гіпотезу про адекватність моделі приймаємо.

Зміст звіту

- 1 Стислий конспект з теоретичного матеріалу.
- 2 Розрахунок на ПК.
- 3 Висновки.

Контрольні запитання

- 1 Як обчислюється коефіцієнти математичної моделі у вигляді неповного поліному?
- 2 Які коефіцієнти моделі, отриманої згідно плану ПФЕ, змішані?
- 3 В якому випадку використовується критерій Кохрена?
- 4 Як оцінюється адекватність математичної моделі?
- 5 Як визначається значимість коефіцієнтів математичної моделі?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Грушко И.М., Сиденко В.М. Основы научных исследований –Харьков: Высшая школа, 1983. - 224 с.
2. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. - М: Наука, 1976. - 279 с.
3. Статистические методы в инженерных исследованиях. Бородюк В.П., Вошинин А.П., Иванов А.З. и др. Под ред. Г.К. Круга. – М: Высшая школа, 1983. - 216 с.
4. Налимов В.В. Теория эксперимента. - М.: Наука 1971. - 207с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

5. Барабашук В.И., Крендерцер Б.П., Мирошніченко В.И. Планирование эксперимента в технике. - К.: Техніка, 1984.-290 с.
6. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов./ Ред. К. Хартмана. - М: Мир, 1977. - 447 с.
7. Яримбаш Д. С. Розрахунок параметрів головних шинних пакетів секцій печей графітації змінного струму [Електронний ресурс]: навчальний посібник / Д. С. Яримбаш, С. Т. Яримбаш – Електрон. дані. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2017. ISBN 978-617-529-171-9 Режим доступу: <http://eir.zntu.edu.ua/handle/123456789/2682>
8. Власенко Р. В. Аналіз енергетичних процесів в трифазному силовому активному фільтрі з використанням спектрального моделювання / Р. В. Власенко, О. В. Бялобжезький // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 1. - С. 12-18.
9. Міщенко Т. М. Перспективи схемотехнічних рішень і моделювання підсистем електричної тяги при високошвидкісному русі поїздів / Т. М. Міщенко // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 1. - С. 19-28.
10. Трушевський В. Е. Застосування автоматичних стрілок тролейбусу як детекторів в системах світлофорного авторегулювання / В. Е. Трушевський // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 1. - С. 29-31.

11. Ершов А. В. Конвективный и лучистый теплообмен при плавлении проволоки в струе дуговой плазмы / А. В. Ершов, Е. А. Зеленина // *Электротехника та електроенергетика*. - 2014. - № 1. - С. 37-42.
12. Крисан Ю. О. Модернізація лабораторного стенда дослідження асинхронного електропривода / Ю. О. Крисан // *Електротехніка та електроенергетика*. - 2014. - № 1. - С. 49-54.
13. Ярымбаш Д. С. Повышение энергоэффективности электротехнического комплекса графитации при модернизации боковых шинных пакетов мощных печей графитации / Д. С. Ярымбаш, С. Т. Ярымбаш // *Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Вип. 132/2012. Серія: Механіка, енергетика, екологія*. 2012. С. 93–100
14. Сивокобыленко В. Ф. Совершенствование пусковых органов бавр в системах электроснабжения с двигательной нагрузкой / В. Ф. Сивокобыленко, С. В. Деркачев // *Електротехніка та електроенергетика*. - 2014. - № 1. - С. 61-67.
15. Килимник И.М. Повышение эффективности обработки информации при регистрации контролируемых параметров в системах автоматического управления / И.М. Килимник, Д.С. Ярымбаш // *Радіоелектроніка. Інформатика. Управління*. 2007. – № 1. – С. 68 – 73
16. Ткаченко С. Н. Энергосистема будущего. Концепция smart grid. Специфика реализации на Украине / С. Н. Ткаченко // *Електротехніка та електроенергетика*. - 2014. - № 1. - С. 68-73.
17. Ярымбаш Д.С. Повышение эффективности управления режимами электрического обогрева при прессовании заготовок подовых блоков / Д.С. Ярымбаш, А.В. Тютюнник, О.Л. Загрунный // *Електротехніка та електроенергетика*. – Запоріжжє: ЗНТУ, 2006. – № 2. – С. 56 – 60.
18. Немудрый И. Ю. Повышение эффективности преобразования энергии в ветроэлектрических установках с аэродинамической мультипликацией / И. Ю. Немудрый // *Електротехніка та електроенергетика*. - 2014. - № 1. - С. 79-86.
19. Андриенко П.Д. Особенности моделирования температурного состояния технологической системы как объекта управления / П.Д. Андриенко, Д.С. Ярымбаш // *Електромашинобудування та електрообладнання*, 2006. №66 – С. 291–293.
20. Морозов Д. І. Вентильний двигун постійного струму на базі

синхронної машини оберненої конструкції / Д. І. Морозов, І. С. Шевченко // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 2. - С. 6-12.

21. Власенко Р. В. Порівняння методів компенсації неактивної потужності трифазним силовим активним фільтром з адаптивним релейним регулятором струму / Р. В. Власенко, О. В. Бялобржеський // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 2. - С. 20-27.

22. Ярымбаш С. Т. Идентификация характеристик системы резистивно-индукционного нагрева для транспортировки хлора методами математического моделирования / С. Т. Ярымбаш, И. М. Килимник, Д. С. Ярымбаш, Д. А. Литвинов // Материалы МНТК «ПАЭП. Теория и практика». – Харьков, 2010. – С. 320–324.

23. Михайленко В. В. Аналіз електромагнітних процесів у дванадцятипульсному напівпровідниковому перетворювачі з п'ятизонним регулюванням вихідної напруги / В. В. Михайленко, В. І. Чибеліс, Ю. П. Орлиця, О. Р. Трофименко // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 2. - С. 28-31.

24. Андриенко П. Д. Особенности непрерывного контроля характеристик влагосодержания изоляции маслонаполненного электрооборудования / П. Д. Андриенко, А. А. Сахно, С. П. Конограй, Л. С. Скрупская // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 2. - С. 32-40.

25. Ярымбаш Д. С. Анализ электромагнитных и термоэлектрических процессов в печах Ачесона / Д. С. Ярымбаш // Энергобережения. Энергетика. Энергоаудит, 2014. №6 – С. 11 – 21.

26. Задорожня И. Н. Анализ свойств систем автоматического управления двухмассовым электроприводом при синтезе параметров на основе стандартных характеристических полиномов / И. Н. Задорожня, Н. А. Задорожний // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 2. - С. 54-58.

27. Ярымбаш Д. С. Численно-полевой анализ электромагнитных и электротепловых процессов в шинных пакетах печей графитации / Д.С. Ярымбаш // Ползуновский вестник. – 2013. – №4–2. – С. 216–222

28. Тиховод С. М. Моделирование переходных процессов в трансформаторах на основе магнитоэлектрических схем замещения / С. М. Тиховод // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 2. - С. 59-68.

29. Кулинич Э. М. Уточнение модели автоматизированного

управления двухкомпонентным дозированием технологического процесса приготовления газобетона / Э. М. Кулинич // Электротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 2. - С. 69-76.

30. Волков В. А. Оценка возможности осуществления гидроаккумуляции на существующих гидроэлектростанциях днепровского каскада Украины / В. А. Волков // Электротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 2. - С. 77-82.

31. Ярымбаш, Д.С. Особенности определения параметров электрической схемы замещения печной петли печи графитации переменного тока [Текст] / Д.С. Ярымбаш, И.М. Килимник, С.Т. Ярымбаш // Электротехніка та електроенергетика. – 2010. №2. – С. 36 – 43.

32. Андриенко Д. С. Преобразователь для электропривода согласованного вращения асинхронных двигателей с фазным ротором. [Текст] / Д. С. Андриенко, П. Д. Андриенко, М. И. Коцур, И. М. Коцур // Энергосбережение, Энергетика, Энергоаудит – 2014 – №9(128), Т.2. – С. 37 – 42.

33. Ярымбаш, Д.С. Особенности электротепловых режимов главных шинных пакетов секций печей графитации переменного тока / Д.С. Ярымбаш, С.Т. Ярымбаш, И.М. Килимник // Электротехніка та електроенергетика. – 2011. – №1. – С. 64 – 69.

34. Ярымбаш Д.С. Особенности измерения переменного тока в токоподводах печей графитации / Д.С. Ярымбаш // Электротехніка та електроенергетика. – 2005. - №1. – с. 74 – 76.

35. Kotsur M. Impulse-controlled system for matched rotation of induction motors [Text] / M. Kotsur, P. Andrienko, O. Bliznyakov, A. Andrienko, D. Andrienko // Electrotechnic and Computer Systems – 2015. - № 19 (95). – С. 14 – 17.

36. Ярымбаш, Д. С. Исследование электромагнитных и термоэлектрических процессов в печах графитации переменного и постоянного тока / Д. С. Ярымбаш // Науковий вісник НГУ – 2015. – №3. – С.95–102.

37. Коцур М.И. Тепловое состояние асинхронного двигателя при пониженных скоростях вращения [Текст] / М.И. Коцур, // Восточно-Европейский журнал передовых технологий –2013. – №2/8(62). – С.8-10.

38. Ярымбаш, Д.С. Повышение энергоэффективности бокового шинопакета печей графитации переменного тока / Д.С. Ярымбаш, С.Т.

Ярымбаш // Технічна електродинаміка. Тематичний вип. Силова електроніка і енергоефективність. – 2011, С. 229 – 233.

39. Ярымбаш, Д. С. Особенности моделирования электромагнитных процессов в индукторе калибра мундштука прессы / Д. С. Ярымбаш, И. М. Килимник // Вісник кременчуцького державного політехнічного університету. – 2007. – №4 (45) Частина 1. – С. 53–55.

40. Андриенко П. Д. Энергоэффективное торможение противовключением электроприводов на базе асинхронных двигателей с фазным ротором [Текст] / П. Д. Андриенко, Д. С. Андриенко, М. И. Коцур, С. В. Калужный // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – 2014, – №15(91). – С. 89 – 91.

41. Ярымбаш, Д. С. Особливості розподілення магнітних потоків у режимі неробочого ходу силових трансформаторів / Д. С. Ярымбаш, С. Т. Ярымбаш, Т. Є. Дівчук, І. М. Килимник // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 2. - С. 5-12.

42. Ярымбаш Д. С. Особливості визначення параметрів короткого замикання силових трансформаторів засобами польового моделювання / Д. С. Ярымбаш, С. Т. Ярымбаш, Т. Є. Дівчук, І. М. Килимник // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 1. - С. 12-17.

43. Yarymbash D.S. On specific features of modeling electromagnetic field in the connection area of side busbar packages to graphitization furnace current leads / D.S. Yarymbash, A.M. Oleinikov // Russian Electrical Engineering, 2015, Vol.86, Issue 2, pp. 86 – 92.

44. Ярымбаш Д.С. Моделирование температурных режимов электротехнологической системы «индукторы - мундштук» на подготовительном этапе тура прессования / Д.С. Ярымбаш, А.В. Тютюнник, О.Л. Загрунный // Електротехніка та електроенергетика. 2006. № 1. - С. 56-60.

45. Коцур М.И. Оценка теплового состояния изоляции асинхронного двигателя с фазным ротором с модифицированной системой импульсного регулирования / М.И. Коцур, // Електротехніка та електроенергетика. – 2013 –№1 – С.31-36.

46. Коцур, М. И. Особенности ударного теплового воздействия на асинхронный двигатель с модифицированной системой импульсного регулирования в условиях частых пусков / М. И. Коцур, // Електротехніка та електроенергетика. – 2014 – №1 – С. 32 – 36.

47. Коцур М. И. Повышение эффективности режима торможения противовключением асинхронного двигателя с фазным ротором / М. И. Коцур, И. М. Коцур, А. В. Близняков // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2015. – №1/8(73). – С.27-30.

48. Андриенко П.Д. Применение методов математического моделирования для определения параметров индуктора / П.Д. Андриенко, И.М. Коцур, Д.С. Ярымбаш // Вестник СевНТУ – Севастополь, 2008. – Вып. 88. – С. 117 – 120.

49. Коцур, М. И. Повышение эффективности электропривода вентиляторных установок / М. И. Коцур, И. М. Коцур, Н. С. Иваницкий, Д. А. Кравченко, В. Г. Савельев // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – 2017. №25(101) – С. 9 – 16.

50. Ярымбаш Д. С. Применение адаптированных схемных моделей для расчета токов короткой сети мощных электротехнических комплексов / Д. С. Ярымбаш // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – 2012. №2. – С. 72–76.

51. Kotsur, M.I. Converter for frequency-current slip-power recovery scheme / M.I. Kotsur, P.D. Andrienko, I. M. Kotsur, O.V Bliznyakov // Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. 2017. - №4 – С. 49-54.

52. Ярымбаш, Д. С. Особенности трехмерного моделирования электромагнитных полей асинхронного двигателя / Д. С. Ярымбаш, М. И. Коцур, С. Т. Ярымбаш, И. М. Коцур // Електротехніка та електроенергетика – 2016. – №2 – С. 43 – 50.

53. Ярымбаш Д.С. Особенности идентификации интенсивности солнечной радиации при проектировании солнечных электростанций / Д. С. Ярымбаш, Ю.В. Даус // Електротехніка та електроенергетика. - 2014 - № 1 - С. 74-78.

54. Yarymbash, D., Kotsur, M., Subbotin, S., Oliinyk, A. A New Simulation Approach of the Electromagnetic Fields in Electrical Machines. IEEE: The International Conference on Information and Digital Technologies, July 5th - 7th, Zilina, 2017, Catalog Number CFP17CDT-USB, pp. 452-457.

55. Ярымбаш, Д. С. Особенности определения параметров схемы замещения асинхронного двигателя для режима короткого замыкания / Д. С. Ярымбаш, М. И. Коцур, С. Т. Ярымбаш, И. М. Коцур // Електротехніка та електроенергетика – 2017. – №1 – С. 24 – 30.

56. Дивчук, Т. Э. Подход к определению токов холостого хода

силовых трехфазных трансформаторов с плоскими стержневыми магнитными системами / Т. Э. Дивчук, Д. С. Ярымбаш, С. Т. Ярымбаш, И. М. Килимник, И. М. Коцур, Ю. С. Безверхняя // Электротехника та електроенергетика. – 2017. – № 2. – С. 56-66.

57. Kotsur, M. A New Approach of the Induction Motor Parameters Determination in Short-Circuit Mode by 3D Electromagnetic Field Simulation [Text] / M. Kotsur, D. Yarymbash, S. Yarymbash, I. Kotsur // International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF), October 17th - 20th, Lviv, Ukraine, 2017, pp. 207-210

58. Kotsur, M. I. Increasing of Thermal Reliability of a Regulated Induction Motor in Non-Standard Cycle Time Conditions [Text] / M. I. Kotsur, I.M. Kotsur, Yu. Bezverkhnia, D. Andrienko // IEEE: International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES), 2017, pp. 88-91

59. Ярымбаш Д. С. Идентификация электрических параметров шихтованных шинных пакетов мощных коротких сетей / Д. С. Ярымбаш, И. М. Килимник, С. Т. Ярымбаш // Электротехника та електроенергетика. – 2012. – № 2. – С. 55 – 61.

60. Yarymbash D. Features of Defining Three-Phase Transformer No-Load Parameters by 3D Modeling Methods [Text] / D. Yarymbash, S. Yarymbash, I. Kylymnyk, T. Divchuk, D. Litvinov // IEEE: International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES), 2017, pp. 132-135.

61. Kotsur, M. Speed Synchronization Methods of the Energy-Efficient Electric Drive System for Induction Motors / M. Kotsur, D. Yarymbash, I. Kotsur, Yu. Bezverkhnia // IEEE: 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), 2018.

62. Yarymbash, D. An Application of Scheme and Field Models for Simulation of Electromagnetic Processes of Power Transformers [Text] / D. Yarymbash, M. Kotsur, S. Yarymbash, I. Kylymnyk, T. Divchuk // IEEE: 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), 2018.

63. Дивчук, Т.Е. Особенности определения параметров силовых трансформаторов методами схемно-полевого моделирования / Дивчук, Т.Е., Д. К. Мимоход, С. А. Кутилин, А. Е. Кузнецов, Ю. В. Гуразда, И. С. Сирых // Электротехника и електроенергетика. – 2017. – № 1. – С.

61-70.

64. Ярымбаш, Д.С. Идентификация электрических параметров печной петли мощных печей графитации / Д.С. Ярымбаш // «Электротехника и электромеханика». – 2012. №1. – С. 49 – 54.

65. Ярымбаш, Д.С. Особенности контроля электрических параметров, мощности и энергопотребления во время кампании графитации в печи переменного тока / Ярымбаш Д.С., Ярымбаш С.Т., Тютюнник О.В. // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – 2006, Вип. 3/2006(38), – С. 53 – 55.

66. Малюшевская А.П. Дослідження впливу підвищених температур на експлуатаційні властивості трансформаторного масла Т-1500 в плівкових ізоляційних системах / АП Малюшевская, АЯ Дмитришин, СО Топоров // Електротехніка та електроенергетика – 2015. - №1. – С. 21-25.

67. Верещаго Е.Н. Модель электрической дуги в MATLAB/SIMULINK / Е.Н. Верещаго, В.И. Костюченко // Електротехніка та електроенергетика. – 2013. - №2. – С. 40-46.

68. Ярымбаш Д. С. Анализ энергоэффективности конструкции торцевых соединений боковых шинных пакетов и токоподводов печей графитации / Д. С. Ярымбаш, А. М. Олейников // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 2. - С. 26-34.

69. Иванков В. Ф. Электротепловые расчетные модели элементов конструкции трансформаторного оборудования / В. Ф. Иванков, А. В. Басова, Н. В. Шульга // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 2. - С. 41-53

70. Ярымбаш Д.С. Особенности расчета электродинамической стойкости шихтованных шинных пакетов короткой сети печи графитации / Д.С. Ярымбаш // Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Вип. 146/2014. Серія: Механіка. Енергетика. Екологія. 2014. – С. 131 – 136.

71. Ярымбаш Д. С. Влияние расположения заготовок электродов на распределение удельной мощности в керне печи Ачесона / Д. С. Ярымбаш // Електротехніка та електроенергетика. - 2014. - № 1. - С. 5-11

72. Ivankov V. F. Calculation of CFD-thermal models of oil-cooled transformer equipment / V. F. Ivankov, A. V. Basova // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 2. - С. 19-32.

73. Ципленков Д. В. Методи та засоби зниження технічних втрат електроенергії В елементах систем електропостачання / Д. В.

Ципленков, П. Ю. Красовський // Електротехніка та електроенергетика. 2015. № 1. С. 77–82.

74. Костін М. О. Енергетичні спектри випадкових процесів тягових напруг і струмів електротранспорту / М. О. Костін // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 2. - С. 71-80

75. Літвінов Д. О. Схемно-польове моделювання теплових процесів в асинхронних двигунах / Д. О. Літвінов, О. О. Шлянін, Т. В. Бондарчук, О. В. Стремідловська, Ріхам Матар // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 1. - С. 71-78

76. Остренко М. В. Расчет потерь в элементах конструкции силовых трансформаторов и реакторов методом конечных элементов с граничными условиями импедансного типа / М. В. Остренко, С. М. Тиховод // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 2. - С. 33-42.

77. Курись Л. В. Схема тягового електротехнічного комплексу транспортного засобу з накопичувачем енергії / Л. В. Курись, О. В. Бялобржеський // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. № 1. - С. 4–10.

78. Лебедев В. А. Электропривод малой мощности для сварочного оборудования / В. А. Лебедев // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 11–16.

79. Волкова О. Г. Методика определения температуры поверхности силовых разрывных контактов в процессе коммутации / О. Г. Волкова // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 17–20.

80. Мельников В. О. Компенсація впливу несиметрії обмоток статора асинхронного двигуна у системах векторного керування / В. О. Мельников, А. П. Калінов, І. М. Кочуров // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 26–33.

81. Остренко В. С. Оцінка часу експлуатації IGBT4 модулів в режимі циклічного навантаження / В. С. Остренко // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 34–38.

82. Курись Л. В. Схема тягового електротехнічного комплексу транспортного засобу з накопичувачем енергії / Л. В. Курись, О. В. Бялобржеський // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. № 1. - С. 4–10.

83. Ярымбаш Д.С. Анализ энергоэффективности торцевых соединений боковых шинных пакетов и токоподводов печей

графитации / Д.С. Ярымбаш, А.М. Олейников // Електротехніка та електроенергетика. – 2013. – № 2. – С. 23 – 30.

84. Лебедев В. А. Электропривод малой мощности для сварочного оборудования / В. А. Лебедев // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 11–16.

85. Волкова О. Г. Методика определения температуры поверхности силовых разрывных контактов в процессе коммутации / О. Г. Волкова // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 17–20.

86. Мельников В. О. Компенсація впливу несиметрії обмоток статора асинхронного двигуна у системах векторного керування / В. О. Мельников, А. П. Калінов, І. М. Кочуров // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 26–33.

87. Остренко В. С. Оцінка часу експлуатації IGBT4 модулів в режимі циклічного навантаження / В. С. Остренко // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 34–38.

88. Тиховод С. М. Усовершенствование итерационных методов решения систем нелинейных уравнений / С. М. Тиховод // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 46–49.

89. Шкрабець Ф. П. Техніко-економічна оцінка оптимального рівня напруги для електроживлення робочих горизонтів глибоких шахт / Ф. П. Шкрабець, О. В. Остапчук, А. В. Кожевников, А. В. Акулов // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 50–54.

90. Волков В. А. Совершенствование частотного пуска гидроагрегата гидроаккумулирующей электростанции в насосном режиме / В. А. Волков, Д. В. Довбищук // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 55–61.

91. Літвінов В. В. Удосконалення методу оцінювання надійності схем релейного захисту / В. В. Літвінов, Я. С. Саченко // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 62–69.

92. Дьяченко В. В. Формирование программы энергосбережения для систем электроснабжения / В. В. Дьяченко // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 1. - С. 70–76.

93. Тиховод С. М. Расчет переходных процессов в трансформаторах на основе магнитоэлектрических схем замещения с использованием полиномов Чебышёва / С. М. Тиховод // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 2. - С. 5-14.

94. Kotsur, M. Synchronization methods of the induction motors rotation in energy-efficient electric drive system [Text] / M. Kotsur // Fundamental and Applied Studies in the Modern World: papers and commentaries / The University of Oxford. – Oxford, 2016. – Volume XV. – P. 384-389.

95. Коваленко М. А. Автономний експериментальний стенд для випробування уніполярного крокового двигуна на базі мікроконтролера / М. А. Коваленко, Д. С. Мацюк // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 2. - С. 15-20.

96. Іванков В. Ф. Верифікація методів електротеплових розрахунків електричних реакторів без сталі / В. Ф. Іванков, А. В. Басова, Н. В. Шульга // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 2. - С. 26-34

97. Токмаков И. В. Моделирование электромеханических переходных процессов в асинхронных двигателях на основе использования полиномов чебышёва / И. В. Токмаков // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 2. - С. 35-41.

98. Сидорец В. Н. Особенности анализа распределения тока высокой частоты в осесимметричных электродах электрохирургических инструментов / В. Н. Сидорец, А. Г. Дубко // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 2. - С. 42-47.

99. Тиховод С. М. Метод ускоренного численного расчета переходных процессов в электрических цепях на основе аппроксимации решения алгебраическими полиномами / С. М. Тиховод, Т. М. Корнус, Д. Г. Паталах // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 2. - С. 48-54.

100. Андриенко П.Д. Моделирование электромагнитных и тепловых процессов при индукционном нагреве мундштука прессы / П.Д. Андриенко, Д.С. Ярымбаш // Разработка рудных месторождений. – Кривой Рог, 2008. – Вып. 92. – С. 163 – 167.

101. Ярымбаш Д.С. Особенности моделирования электромагнитного поля в зоне подключения боковых шинных пакетов к токоподводам печи графитации / Д.С. Ярымбаш, А.М. Олейников // Електротехніка. – М.: Знак. – №2. 2015. – С. 44 – 50.

102. Ярымбаш Д. С. Динамическая адаптация схемных моделей короткой сети / Д. С. Ярымбаш, И. М. Килимник, С. Т. Ярымбаш // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 2. - С. 65-70.

103. Міщенко Т. М. Геометричне трактування реактивної

потужності та його зв'язок зі спектральним складом тягових напруги та струму швидкісних електровозів / Т. М. Міщенко // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 2. - С. 81-86.

104. Скалько Ю. С. Удосконалення групового регулювання гідроагрегатів дніпровської гес за допомогою нечіткої логіки / Ю. С. Скалько // Електротехніка та електроенергетика. - 2015. - № 2. - С. 95-99.

105. Коцур М. И. Определение оптимальной частоты коммутации вентилей преобразователя по схеме частотно-токового асинхронно-вентильного каскада / М. И. Коцур, И. М. Коцур, А. А. Андриенко, Д. С. Андриенко // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 1 - С. 5-11.

106. Малюшевська А. П. Вплив складу і морфології конденсаторних полімерних плівок на термостабільність їх короткочасної електричної міцності / А. П. Малюшевська, С. О. Топоров // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 1. - С. 18-24.

107. Цабенко М. В. Системи антипомпажного керування відцентровим компресором / М. В. Цабенко // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 1. - С. 35-41.

108. Слободенюк Ю. О. Модель розрахунку миттєвих параметрів режиму системи тягового електропостачання при русі електровозу / Ю. О. Слободенюк, О. В. Бялобржеський // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 1. - С. 42-48.

109. Ярымбаш Д.С. Особенности обработки данных регистрации электрических параметров электротехнических комплексов графитации переменного тока / Д.С. Ярымбаш // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит, 2014. №2 – С. 59 – 65.

110. Ярымбаш Д. С. Оценка погрешности сенсоров тока автоматизированной системы управления технологическим процессом графитации / Д.С. Ярымбаш, И. М. Килимник, С. Т. Ярымбаш // «Електротехнічні та комп'ютерні системи». – № 03(79) – 2011

111. Чередник Н. Г. Дослідження режиму синхронного генератора когенераційної установки при паралельній та автономній роботі з урахуванням явища насичення магнітної системи генератора / Н. Г. Чередник, О. В. Бялобржеський // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 1. - С. 49-56.

112. Ярымбаш Д.С. Идентификация параметров

электродинамической стойкости короткой сети мощных электротехнических комплексов графитации переменного тока / Д.С. Ярымбаш // Электромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2012. Вип. 3/2012 (19). – С. 487 – 490

113. Власенко Р. В. Корекція алгоритму визначення заданого струму силового активного фільтра на основі теорії фрізе в умовах несиметрії / Р. В. Власенко, О. В. Бялобржеський // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 1. - С. 57-63.

114. Ярымбаш Д.С. Особенности оптимизации электрических режимов графитации / Д.С. Ярымбаш // Электротехнические и компьютерные системы. – Одесса, 2014. – №15 (91). – С. 215 – 219.

115. Малюшевська А. П. Вплив морфологічних особливостей конденсаторних полімерних плівок на їх деформаційні властивості / А. П. Малюшевська, Г. М. Ющишина // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 2. - С. 13-18.

116. Ярымбаш Д.С. Идентификация электрических параметров торцевых ошиновок печей сопротивления прямого действия / Д.С. Ярымбаш, А. М.Олейников, С. Т.Ярымбаш, И.М. Килимник // Вестник НТУ «ХПИ», 2013. №36. –С. 466–470

117. Андрієнко П. Д. Дослідження динамічних режимів електродвигуна послідовного збудження з імпульсними схемами регулювання електроприводу / П. Д. Андрієнко, С. І. Шило, О. О. Каплієнко // Електротехніка та електроенергетика. - 2016. - № 2. - С. 51-58.

118. Золотаревский А. И. Исследование спектральной зависимости диэлектрической проницаемости некоторых полярных диэлектриков в диапазоне низких частот / А. И. Золотаревский, С. П. Луцин // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 1. - С. 6-11.

119. Малюшевська А. П. Довготривала електрична міцність полімерних плівок під дією електричного поля / А. П. Малюшевська, С. О. Топоров, В. І. Гунько // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 1. - С. 12-17.

120. Ярымбаш Д.С. Повышение эффективности использования фотопанелей на солнечных электростанциях / Д. С. Ярымбаш, Ю. В. Даус // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. - 2015. - № 1. - С. 22-28

121. Ярымбаш Д.С. Исследование электромагнитных и электротепловых процессов в области торцевых шинных пакетов

печей графитации / Д.С. Ярымбаш, А.М. Олейников // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – 2013. №11. – С. 60–68.

122. Качан Ю. Г. Застосування просторових електричних полів задля створення теплових перешкод у камерних печах / Ю. Г. Качан, А. А. Візер, А. В. Сибір // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 1. - С. 18-23.

123. Василенко О. В. Модель крокового двигуна для дослідження систем автоматичного позиціонування в ECAD / О. В. Василенко, Є .Л. Жавжаров // Електротехніка та електроенергетика. - 2017 - № 1 - С. 31-38.

124. Ярымбаш Д.С. Особенности распределения электрической мощности нагрева в керне печи графитации переменного тока / Д.С. Ярымбаш, А.М. Олейников // Праці Інституту електродинаміки НАН України, 2013. – вип.. 37. – С. 94 – 100

125. Дзензерский В. А. Разработка алгоритма автоматизированного контроля электрохимических накопителей энергии / В. А. Дзензерский, Н. Е. Житник, С. В. Пласин, В. В. Лисунова // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 1. - С. 39-47.

126. Ярымбаш Д.С. Идентификация температурных зависимостей удельных электрических сопротивлений керна в процессе графитации / Д.С. Ярымбаш // Електротехніка та електроенергетика. – 2014. №2. – С. 66 – 70.

127. Алексеевский Д. Г. Определение рабочей области иппн в составе электромеханической системы взу с переменной скоростью вращения / Д. Г. Алексеевский, П. Д. Андриенко, К. О. Турышев, О. О. Панкова // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 1. - С. 79-85.

128. Ярымбаш Д.С. Особенности расчета токов короткого замыкания мощных электротехнических комплексов графитации переменного тока / Д. С. Ярымбаш // Електротехніка та електроенергетика. - 2012. - № 1. - С. 23-30

129. Зиновкин В. В. Влияние нестационарных электромагнитных процессов на электромеханические параметры в синхронном электроприводе / В. В. Зиновкин, Н. Л. Антонов, Ю.А. Крисан // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 2. - С. 6-17.

130. Zirka S. E. Topological transient models of three-phase five-limb transformer / S. E. Zirka, Y. I. Moroz, C. M. Arturi, D. Bonnman //

Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 2. - С. 18-25.

131. Ярымбаш Д.С. Метод частотной адаптации уравнений Максвелла для переменного тока к рекуррентным уравнениям в формулировках для постоянного тока / Д.С. Ярымбаш // Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Вип. 146/2014. Серія: Автоматизація процесів та управління. – Севастороль. 2014. – С. 203 – 206

132. Мацуй А. М. Теоретичне і експериментальне дослідження магнітоелектричної системи, що сприймає крупність пісків односпірального класифікатора / А. М. Мацуй, В. О. Кондратець // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 2. - С. 38-49.

133. Ярымбаш Д.С. Выбор критерия энергоэффективности боковых шинных пакетов мощных печей графитации / Д.С. Ярымбаш // Технічна електродинаміка. Тематичний вип. Силова електроніка і енергоефективність – 2012.

134. Паталах Д. Г. Численный безытерационный метод моделирования электромеханических процессов в асинхронных двигателях / Д. Г. Паталах, С. М. Тиховод, Т. М. Корнус // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 2. - С. 50-55.

135. Ярымбаш Д.С. Особенности идентификации электрических параметров контура печи графитации переменного тока методами полевого моделирования и оптимизации / Д.С. Ярымбаш, А.М. Олейников // Оптимізація виробничих процесів: зб. наук. пр. Вип. 15/2014. – Севастороль. 2014. – С. 108 – 112.

136. Дивчук Т. Е. Подход к определению токов холостого хода силовых трехфазных трансформаторов с плоскими стержневыми магнитными системами / Т. Е. Дивчук, Д. С. Ярымбаш, С. Т. Ярымбаш, И. М. Килимник, М. И. Коцур, Ю. Безверхняя // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 2. - С. 56-66.

137. Лаврич Ю. М. Методологічний підхід до побудови енергоощадної системи аварійного освітлення / Ю. М. Лаврич, Л. М. Погоріла, А. Ю. Подчасов // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 2. - С. 67-73.

138. Шутенко О. В. Анализ динамики изменения критериев, используемых для интерпретации результатов арг, в исправных высоковольтных трансформаторах негерметичного исполнения / О. В. Шутенко // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 2. - С. 74-83.

139. Лобов В. Й. Управління газоповітряною енергетичною

установкою промислового підприємства / В. Й. Лобов, К. В. Лобова, А. В. Даць // Електротехніка та електроенергетика. - 2017. - № 2. - С. 84-95.

140. Милых В. И. Анализ гармонического состава переменного магнитного поля, связанного с вращающимся ротором турбогенератора, в режимах холостого хода и короткого замыкания / В. И. Милых, Н. В. Полякова // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 2. - С. 5-13.

141. Китаев А. В. Схемы замещения электрических машин / А. В. Китаев, В. Л. Агбомассу, В. И. Глухова // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 2. - С. 14-26.

142. Верещаго Е. Н. Модель электрической дуги в MATLAB / SIMULINK / Е. Н. Верещаго, В. И. Костюченко // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 2. - С. 40-46.

143. Ершов А. В. Влияние магнитного поля проводника на течение металла на торце проволоки в дуговом разряде / А. В. Ершов, Е. А. Зеленина // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 2. - С. 62-65.

144. Пожуєв В. І. Визначення ефективності існуючих гідроенергетичних систем / В. І. Пожуєв, В. В. Радченко, Ф. П. Шкрабець, В. Г. Кучер, В. П. Кобець // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 2. - С. 71-76.

145. Олейников А.М. Математическая модель автономной безредукторной ветроэлектрической установки на генераторе с постоянными магнитами / А.М. Олейников, Л.Н. Канов, Ю.В. Матвеев, Е.И. Зарицкая // Електротехніка та електроенергетика. – 2010. – № 2. – С.62 – 67.

146. Гребеников В.В. Исследование влияния конфигурации магнитной системы на моментные характеристики электродвигателей с постоянными магнитами / В.В. Гребеников, М.В. Прыймак // Електротехніка та електроенергетика. – 2009. - №2. - С. 57-60.

147. Дзензерский, В. А. Контроль состояния стартерных свинцовых аккумуляторов хронопотенциометрическим методом / В. А. Дзензерский, Н. Е. Житник, С. В. Плаксин, И. И. Соколовский // Електротехніка та електроенергетика. - 2005. - № 1. - С. 13-18.

148. Дзензерский В. А. Принципы построения гибридных ветро-солнечных энергоустановок / В. А. Дзензерский, Н. Е. Житник, С. В. Плаксин, Л. М. Погорелая и др. // Електротехніка та

електроенергетика. -2007. - № 1. - С. 67-72.

149. Тиховод С. М. Расчет переходных процессов электромагнитных устройств на основе магнитоэлектрических схем замещения с магнитными конденсаторами / С. М. Тиховод, И. В. Токмаков // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 1. - С. 5-13.

150. Павленко Т. П. Определения параметров состава композиции псевдожидкометаллических контактов по математической модели / Т. П. Павленко // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 1. - С. 14-18.

151. Швед Ю. С. Экспериментальные исследования и математическое моделирование асинхронного электропривода передвижения мостового крана / Ю. С. Швед, И. А. Орловский // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 1. - С. 18-27.

152. Спица А. Г. Эксплуатационные факторы, влияющие на работу систем непрерывного контроля изоляции трансформаторного оборудования / А. Г. Спица // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 1. - С. 41-47.

153. Милых В. И. Численно-полевой анализ режимов возбуждения и разных видов реакции якоря в мощном турбогенераторе / В. И. Милых, Н. В. Полякова // Електротехніка та електроенергетика. - 2013. - № 1. - С. 61-69.

154. Gurevich, V. Peculiarities of the relays intended for operating trip coils of the high-voltage circuit breakers / V. Gurevich // Електротехніка та електроенергетика. – 2009. – № 2. – С. 15-21.

155. Заболотний, А. П. Удосконалений метод потенційної функції для формування оптимальної структури розподільчої мережі / А. П. Заболотний, Д. В. Федоша, Н. Л. Криворученко, О. О. Яценко // Електротехніка та електроенергетика. - 2008. - № 1. - С. 74-80.

Додаток А

Таблиця А.1 – Розподілення Р. Фішера (F -розподілення)

Рівень значущості $\alpha = 0.10$											
ν_1	ν_2										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41
3	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22
4	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90
5	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27
6	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90
7	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67
8	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50
9	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38
10	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28
11	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21
12	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15
13	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10
14	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.07	2.05
Рівень значущості $\alpha = 0.05$											
ν_1	ν_2										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	19.0	19.2	19.3	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4
3	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74
4	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91
5	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68
6	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00
7	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57
8	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28
9	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07
10	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91
11	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79
12	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69
13	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60
14	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53

Продовження табл. А.1

Рівень значущості $\alpha = 0.01$											
ν_1	ν_2										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	99.0	99.2	99.3	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4
3	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.1
4	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.6	14.5	14.4
5	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	10.0	9.9
6	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72
7	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47
8	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67
9	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11
10	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71
11	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40
12	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16
13	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96
14	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80

Додаток Б

Таблиця Б.1 – Значення t-критерію Стюдента

v	α							
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656	127.656	318.308	636.619
2	1.886	2.920	4.302	6.965	9.924	14.089	22.327	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.840	7.458	10.214	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.597	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.446	3.143	3.707	4.316	5.207	5.958
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.500	4.029	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.832	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.780
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.105	3.496	4.024	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.929	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.976	3.326	3.787	4.141
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.119	2.583	2.920	3.252	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
26	1.315	1.706	2.055	2.479	2.778	3.066	3.435	3.706
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.647
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
70	1.294	1.667	1.994	2.380	2.648	2.899	3.211	3.435
80	1.292	1.664	1.990	2.373	2.638	2.887	3.195	3.416
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	2.971	3.174	3.391
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	2.839	3.132	3.340
500	1.283	1.647	1.964	2.333	2.785	2.819	3.108	3.310

Додаток В

Таблиця В.1 – Значення критерію розподілення Кохрена

Рівень значущості $\alpha = 0.05$										
ν_1	ν_2									
	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144
2	0.906	0.872	0.853	0.833	0.816	0.801	0.788	0.734	0.660	0.581
3	0.746	0.707	0.677	0.653	0.633	0.617	0.603	0.547	0.475	0.403
4	0.629	0.590	0.560	0.536	0.518	0.502	0.488	0.437	0.372	0.309
5	0.544	0.507	0.478	0.456	0.439	0.424	0.411	0.365	0.307	0.251
6	0.480	0.445	0.418	0.398	0.382	0.368	0.357	0.314	0.261	0.212
7	0.431	0.397	0.373	0.354	0.338	0.326	0.315	0.276	0.228	0.183
8	0.391	0.360	0.336	0.319	0.304	0.293	0.283	0.246	0.202	0.162
9	0.358	0.329	0.307	0.290	0.277	0.266	0.257	0.223	0.182	0.145
10	0.331	0.303	0.282	0.267	0.254	0.244	0.235	0.203	0.166	0.131
12	0.288	0.262	0.244	0.230	0.219	0.210	0.202	0.174	0.140	0.110
15	0.242	0.220	0.203	0.191	0.182	0.174	0.167	0.143	0.114	0.089
20	0.192	0.174	0.160	0.150	0.142	0.136	0.130	0.111	0.088	0.068
40	0.108	0.097	0.089	0.082	0.078	0.075	0.071	0.060	0.046	0.035
60	0.077	0.068	0.062	0.058	0.055	0.052	0.050	0.041	0.031	0.023
Рівень значущості $\alpha = 0.01$										
ν_1	ν_2									
	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144
2	0.959	0.937	0.917	0.899	0.882	0.867	0.854	0.795	0.707	0.606
3	0.834	0.793	0.761	0.734	0.711	0.691	0.674	0.606	0.515	0.423
4	0.721	0.676	0.641	0.613	0.590	0.570	0.554	0.488	0.406	0.325
5	0.633	0.588	0.553	0.526	0.504	0.485	0.470	0.409	0.335	0.264
6	0.564	0.520	0.487	0.461	0.440	0.433	0.408	0.353	0.286	0.223
7	0.508	0.466	0.435	0.411	0.391	0.375	0.362	0.311	0.249	0.193
8	0.463	0.423	0.393	0.370	0.352	0.337	0.323	0.278	0.221	0.170
9	0.425	0.387	0.359	0.338	0.321	0.307	0.295	0.251	0.199	0.152
10	0.393	0.357	0.331	0.311	0.295	0.281	0.270	0.230	0.181	0.138
12	0.343	0.310	0.286	0.268	0.254	0.242	0.232	0.196	0.154	0.116
15	0.288	0.260	0.239	0.223	0.210	0.200	0.192	0.161	0.125	0.093
20	0.229	0.205	0.188	0.175	0.165	0.157	0.150	0.125	0.096	0.071
40	0.128	0.114	0.103	0.096	0.090	0.085	0.082	0.067	0.050	0.036
60	0.090	0.080	0.072	0.067	0.063	0.059	0.057	0.046	0.034	0.025