

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторної роботи
«Багаторазові вимірювання»
з дисципліни

«Метрологія, стандартизація та сертифікація»

для студентів спеціальності G5 «Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка» (освітні програми «Радіоелектронні апарати та засоби», «Інтелектуальні технології мікросистемної радіоелектронної техніки», «Інженерія та програмування в радіоелектроніці», «Інформаційні мережі зв'язку») та G7 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» (освітня програма «Автоматизація, мехатроніка та робототехніка») усіх форм навчання

Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи «Багаторазові вимірювання» з дисципліни «Метрологія, стандартизація та сертифікація» для студентів спеціальностей G5 «Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка» та G7 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» всіх форм навчання. / уклад.: О.Ю. Малий, О.О. Піроженко, В.Ф. Онищенко. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2026. – 23 с.

Укладачі: Олександр МАЛИЙ, к.т.н., доцент, зав. каф. ІТЕЗ;
Олександр ППРОЖЕНКО, ст. викладач каф. ІТЕЗ;
Вадим ОНИЩЕНКО, к.ф.-м.н, доцент каф. ІТЕЗ.

Рецензент: Наталія ФУРМАНОВА, к.т.н., доцент, декан факультету ІБЕК

Відповідальний за випуск: Олександр МАЛИЙ, к.т.н., доцент, зав. каф. ІТЕЗ

Затверджено
на засіданні кафедри ІТЕЗ
протокол № 9 від 27.03.26 р.

Рекомендовано до видання
НМК ФІБЕК
протокол № 7 від 9.04.26 р.

ЗМІСТ

1 Підготовка до роботи	4
2 Порядок виконання роботи.....	5
3 Зміст звіту.....	7
4 Контрольні питання.....	8
5 Короткі теоретичні відомості	9
5.1 Похибка вимірів.....	9
5.2 Основні поняття теорії випадкових похибок.....	10
5.3 Обробка результатів багаторазових спостережень	14
5.4 Короткий зміст етапів обробки результатів багаторазових спостережень.....	16
Перелік джерел посилань.....	23

БАГАТОРАЗОВІ ВИМІРЮВАННЯ

Мета роботи – навчитися виконувати багаторазові спостереження при прямих вимірах та освоїти методику статистичної обробки їх результатів.

1 ПІДГОТОВКА ДО РОБОТИ

1. Користуючись рекомендованою літературою та розділом 5 даних методичних вказівок, слідує:

– ознайомитися з поняттями систематичної та випадкової похибки та вивчити способи опису випадкової похибки;

– усвідомити умови, за яких виконуються багаторазові спостереження;

– ознайомитись із порядком статистичної обробки результатів спостережень (пункт 5.4).

2. Відповісти на контрольні питання.

3. Підготувати протокол, аналогічний формою таблиці 5.2.

2 ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

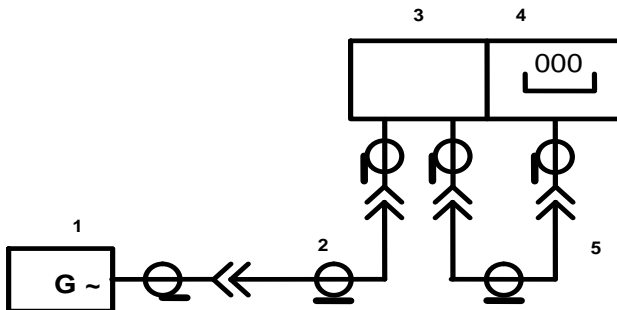
1. Ознайомитись з інструкціями з експлуатації вимірювального генератора, електронно-лічильного частотоміра (ЕЛЧ) та блока дільника частоти.

2. Зібрати схему з'єднань засобів вимірювань відповідно до рисунку 2.1.

3. Встановити частоту сигналу генератора відповідно до заданого варіанту (табл. 2.1) в режимі безперервної генерації «БГ» і, досягнувши показань ЕЛЧ, приблизно збігаються з показаннями генератора, залишити засоби вимірювань на прогрів протягом 10 хв.

Таблиця 2.1 – Таблиця варіантів

Номер варіанту	1	2	3	4	5	6	7
Частота (МГц)	2621	2732	2183	3034	3341	3502	3861



1 – генератор Г4–80; 2 – кабель радіочастотний РК50–2–11;
3 – блок дільника частоти ЯЗЧ-51; 4 - частотомір електронно-лічильний ЧЗ-34А; 5 – кабель радіочастотний РК50–2–11.

Рисунок 2.1 – Схема з'єднань засобів вимірювань

4. Після прогріву визначити постійну систематичну похибку відтворення частоти генератором (з урахуванням знака). Для цього необхідно зняти показання з відлікового пристрою частотоміра та з відлікового пристрою генератора. Різниця показань генератора і частотоміра і буде постійною систематичною похибкою генератора:

$$\Delta f_{\text{ген}} = f_{\text{ген}} - f_{\text{част.}}$$

5. Встановити режим запуску ЕЛЧ у положення «ручний».

6. Натискаючи кнопку «Пуск» частотоміра кожні (30 ± 1) секунд, зробити 30 спостережень та внести кожне показання до протоколу (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Результати багаторазових спостережень

Номер спостереження	t, мін	Результати невіправлених спостережень $Q_{ниі}$
1	0.00	xxxxxxx.xx
2	0.50	xxxxxxx.xx
3	1.00	xxxxxxx.xx
...
30	14.50	xxxxxxx.xx

7. Перенести результати вимірювань із протоколу до файлу з розширенням xxx.txt.

8. Обробити результати спостережень відповідно до алгоритму обробки багаторазових спостережень, зображеного на рисунку 5.5, та підрозділом 5.4. При обробці результатів використовувати програму STAT.exe, ярлик якої знаходиться на робочому столі персонального комп'ютера, при цьому зафіксувати в протоколі результат виконання програмою кожної операції. Подати протокол викладачеві.

3 ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Мета роботи.
2. Протокол спостережень відповідно до таблиці 2.2.
3. Графік послідовності відхилень результатів спостережень від середнього арифметичного (подібний до рис.5.5).
4. Результати обробки багаторазових вимірювань відповідно до виразів 5.5 – 5.13 та табл.5.2.
5. Висновки щодо доцільності виконання багаторазових спостережень.

4 КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

- 4.1. Охарактеризуйте зміст лабораторної роботи.
- 4.2. Напишіть та поясніть, у яких формах можуть записуватися похибки.
- 4.3. Напишіть рівняння виміру з урахуванням систематичної та випадкової похибок.
- 4.4. Як класифікуються похибки за характером їхнього впливу на результат виміру?
- 4.5. Яку похибку називають систематичною, випадковою, грубою?
- 4.6. Що джерелом систематичних похибок?
- 4.7. Що є джерелом випадкової похибки?
- 4.8. Які існують способи виявлення та зменшення постійної систематичної похибки?
- 4.9. Як можна виявити і виключити систематичну похибку, що змінюється?
- 4.10. Яким чином можна охарактеризувати випадкову похибку?
- 4.11. Чому для опису випадкової похибки використовують **оцінки** числових характеристик випадкової похибки?
- 4.12. Про які властивості випадкової похибки несуть інформацію значення математичного очікування та дисперсії, що є їх оцінками?
- 4.13. Що таке довірчий інтервал та довірна ймовірність?
- 4.14. У яких випадках доводиться виконувати багаторазові виміри?
- 4.15. Перерахуйте найзагальніші закони розподілу випадкових похибок.
- 4.16. Як визначається довірчий інтервал для справжнього значення вимірюваної величини?

5 КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

5.1 Похибка вимірів

Будь-який вимір завжди виконується з деякою похибкою, як би ретельно він не проводився. Джерелами похибки вимірів є:

- недосконалість вимірювального приладу;
- взаємовплив об'єкта вимірювань та вимірювального приладу при їх з'єднанні;
- вплив на вимірювальний прилад зовнішніх факторів та неінформативних параметрів об'єкта вимірювань;
- індивідуальні особливості експериментатора.

Похибкою виміру називають відхилення результату вимірів від справжнього значення вимірюваної величини. Однак, оскільки справжнє значення вимірюваної величини при технічних вимірюваннях невідомо і є метою вимірювань, похибка вимірювання оцінюють шляхом вивчення методу вимірювань, аналізу схеми вимірювання та обліку метрологічних характеристик використовуваних засобів вимірювань. Після цього справжнє значення вимірюваної величини визначають за показанням вимірювального пристрою з урахуванням похибки, тобто:

$$Q_{\text{іст}} = Q_{\text{зм}} \pm \Delta Q. \quad (5.1)$$

Похибка вимірів може бути виражена у формі **абсолютної похибки Δ** (в одиницях вимірюваної величини) та у формі **відносної похибки δ** (як відношення абсолютної похибки до справжнього значення вимірюваної величини):

$$\delta = \pm \frac{\Delta}{Q_{\text{іст}}} 100 \%. \quad (5.2)$$

Вираз похибки у відносній формі (найчастіше у % від вимірюваної величини) більш інформативний, оскільки похибка, виражена в абсолютній формі, не завжди дає правильне уявлення про точність вимірювань. Наприклад, вимірювання частоти 1 МГц із похибкою ± 1 Гц є більш точним, ніж вимірювання частоти 1 кГц із похибкою ± 0.01 Гц.

Похибка вимірів виникає під впливом різних причин. Тому залежно від характеру поведінки похибки вимірів у часі розрізняють систематичні та випадкові похибки.

Систематичною похибкою $\Delta_{\text{сист}}$ називається складова загальної похибки вимірювань, яка залишається постійною чи закономірно змінюється при повторних вимірах однієї й тієї самої величини в одних і тих самих умовах. Похибка, що закономірно змінюється, може бути прогресуючою (зростаючою або спадною), періодичною або змінюватися за складним неперіодичним законом (наприклад, частотна похибка, обумовлена амплітудно-частотною характеристикою вимірювального приладу).

Випадкова похибка Δ^0 – це складова загальної похибки вимірювань, що змінюється при повторних вимірах однієї й тієї ж величини випадковим чином. Відмінність випадкової похибки від систематичної, що змінюється, полягає в тому, що її значення при кожному спостереженні не може бути заздалегідь передбачено або обчислено. Якщо в результаті аналізу або додаткового експерименту визначено значення систематичної похибки, то на систематичну похибку результат вимірювань може бути введена поправка, рівна абсолютної систематичної похибки зі зворотним знаком. Таким чином, результат вимірювань відповідно до виразу (5.1) можна записати [1]:

$$Q_{\text{іст}} = Q + (-\Delta_{\text{сист}}) \pm \Delta^0. \quad (5.3)$$

5.2 Основні поняття теорії випадкових похибок

Випадкова похибка при вимірі однієї і тієї ж постійної в часі фізичної величини (параметра) виникає при одночасному впливі на показання приладу багатьох взаємозалежних джерел (нестабільність мережі, електромагнітні наведення, флуктуації в компонентах і т.п.), які в кожний даний момент проявляються по-різному.

При проведенні повторних спостережень за показаннями вимірювального приладу в незмінних умовах кожна з багатьох причин випадкових змін показань може проявитися або не проявитися. У результаті випадкові зміни показань, що з'являються при кожному спостереженні, можуть бути будь-якими як за розміром, так і за

знаком. Таким чином, при багаторазових спостереженнях, результат спостережень Q може бути, в деяких випадках, незначно схильний до впливу випадкової похибки, так як різні за знаком випадкові похибки можуть частково компенсувати один одного.

Вплив випадкової похибки на результат вимірювань Q можна оцінити за допомогою прийомів математичної статистики (теоретичною основою якої є теорія ймовірностей, що вивчає поведінку та опис випадкових величин). Основні способи опису випадкових похибок за допомогою теорії ймовірностей та математичної статистики полягають у наступному.

Якщо весь діапазон $Q_{\min} \dots Q_{\max}$ результатів n спостережень величини Q розбити на кілька однакових інтервалів шириною dQ і підрахувати, скільки результатів спостережень потрапило в кожний інтервал (m_i), всю сукупність результатів спостережень можна представити у вигляді ступінчастої кривої - **гістограми** $W(Q)$. Така крива $W(Q)$ відображає характер розподілу (групування) випадкової похибки та результатів спостережень у діапазоні $Q_{\min} \dots Q_{\max}$ (рис.5.1).

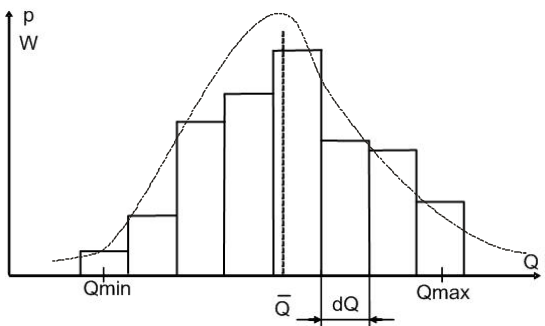


Рисунок 5.1 – Гістограма (W) та полігон (ρ) розподілу

Якщо спостереження продовжувати дуже довго, тобто. $n \rightarrow \infty$, а під час побудови гістограми кількість інтервалів збільшувати, тобто. $dQ \rightarrow 0$, замість гістограми може вийти плавна крива $\rho(Q)$, яка називається полігоном розподілу і характеризує собою щільність розподілу ймовірностей. Сенс цієї плавної кривої у тому, що добуток $\rho(Q) \cdot dQ$ дає частку повного числа відліків n , які припадають інтервал від Q до $Q+dQ$. Інакше кажучи, добуток $\rho(Q) \cdot dQ$ є ймовірністю того, що окреме спостереження Q_i опиниться в інтервалі $Q+dQ$.

Найбільш загальні стандартні функції розподілу випадкових похибок представлені в таблиці 5.1.

З усіх розподілів, представлених у таблиці 5.1, найчастіше при аналізі та оцінці випадкових похибок зустрічається нормальний розподіл, аналітичний вираз якого має вигляд:

$$f(Q) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(Q-m_Q)^2}{2\sigma^2}}, \quad (5.4)$$

де $f(Q)$ – щільність ймовірності;

σ – дисперсія результатів спостережень;

m_Q математичне очікування результатів спостережень.

Математичне очікування m_Q – це значення випадкової величини, яке відповідає найбільшій ймовірності його появи, навколо якого групуються результати окремих спостережень Q_i . Якщо систематична похибка при вимірах виключена ($\text{сист} = 0$), і результати спостережень розподілені за нормальним законом, то математичне очікування буде відповідати істинному значенню вимірюваної величини.

Середньоквадратичне відхилення b_Q , або **дисперсія** b_Q^2 є числовою характеристикою ступеня розсіювання результатів спостережень щодо математичного очікування.

На рисунку 5.2 зображені графіки нормального розподілу результатів спостережень при $b_Q' > b_Q'' > b_Q'''$ і тому самому математичному очікуванні.

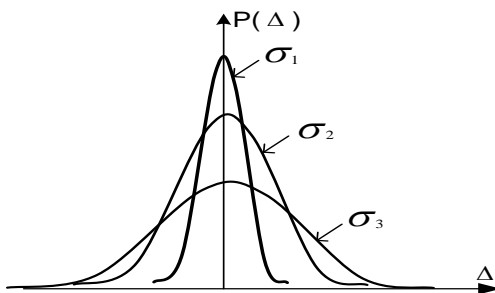
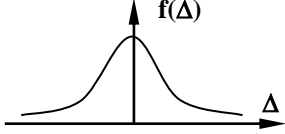
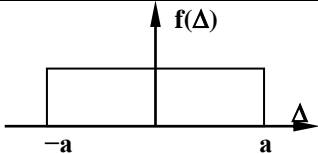
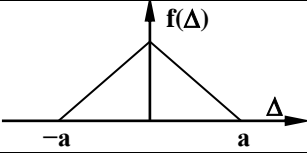
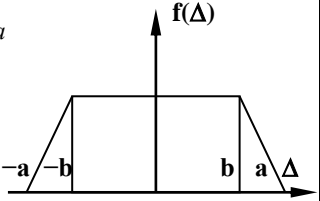
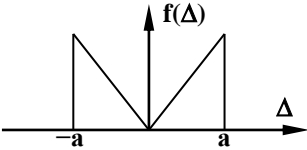
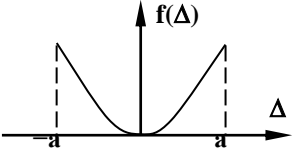


Рисунок 5.2– Графіки нормального розподілення результатів спостережень

Таблиця 5.1 – Стандартні апроксимації функцій розподілу

Розподіл	Щільність ймовірності		K _i
	Аналітичне уявлення	Графічне уявлення	
Нормальний (норм.)	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right)$		3,0
Рівномірний (рівн.)	$1/(2a)$ при $ \Delta \leq a$ 0 при $ \Delta > a$		$\sqrt{3} \approx 1,7$
Трикутний (Симпсона)	$(a- \Delta)/a^2$ при $ \Delta \leq a$ 0 при $ \Delta > a$		2,4
Трапецевидний (трап.)	$\frac{a- \Delta }{(a+b)(a-b)}$ при $b \geq \Delta \geq -a$ $a \geq \Delta \geq b$ $1/(a+b)$ при $-b < \Delta < b$		2,3
Анти модальний (ам)	$\frac{ \Delta }{a^2}$ при $ \Delta \leq a$ 0 при $ \Delta > a$		1,4
Арксинуса	$\frac{1}{\pi a \sqrt{1-(\frac{\Delta}{a})^2}}$ при $ \Delta \leq a$ ∞ при $ \Delta > a$		1,4

Порівняння графіків показує, що із збільшенням b_Q розсіювання результатів щодо m_Q збільшується, тобто. ймовірність великих похибок збільшується, а малих похибок зменшується.

Знаючи закон розподілу випадкової похибки, можна відповісти на запитання: яка частка результатів вимірювань потрапляє до інтервалу $Q_{\min} \dots Q_{\max}$?

Цю частку всіх результатів спостережень називають *довірчою ймовірністю* P , а інтервал, в який потрапляє значення випадкової величини із заданою довірчою ймовірністю, називається *довірчим інтервалом*. Очевидно, що значення $P(Q)$ – це площа під кривою $p(Q)$ у діапазоні значень $Q_{\min} \dots Q_{\max}$.

При $Q_{\min} = -\infty$ і $Q_{\max} = +\infty$ $P(Q) = 1$ (100 %), оскільки поява показання вимірювального приладу у такому діапазоні значень є достовірною подією. Так, при нормальному законі розподілу випадкової похибки ймовірність потрапляння результату спостережень до інтервалу $(m_Q \pm b_Q)$ виявляється рівною 68,26 %, для інтервалу $(m_Q \pm 2b_Q)$ – 95,44% для інтервалу $(m_Q \pm 3b_Q)$ – 99,73%.

Похибка, що дорівнює $\pm 3b_Q$, якій відповідає довірча ймовірність 99,73%, називають *граничною похибкою* $\Delta_{\text{пр}}$. Для стандартних апроксимацій функцій розподілу похибки значення $\Delta_{\text{пр}}/b_Q$ наведено у таблиці 5.1 [2].

5.3 Обробка результатів багаторазових спостережень

Часто інформативність результатів вимірювань залежить від їх точності, і, за необхідності підвищення її рівня, використовують різні способи зменшення систематичної та випадкової складової загальної похибки (див. вираз 5.3). При цьому, залежно від їхнього співвідношення, завдання вирішується по-різному.

У першому випадку (рис. 5.3 а) систематична похибка $\Delta_{\text{сист}}$ значно перевищує випадкову похибку $\overset{0}{\Delta}$, тому випадкової похибкою можна знехтувати і всі зусилля щодо підвищення точності вимірювань направити на зменшення $\Delta_{\text{сист}}$.

У другому випадку (рис. 5.3 б) випадкова похибка значно перевищує систематичну, якої можна знехтувати, а точність вимірювань підвищити шляхом виконання багаторазових спостережень і подальшої обробки їх результатів.

Нарешті, у третій ситуації (рис. 5.3 в) задля досягнення необхідної точності необхідно зменшувати обидві похибки, оскільки вони приблизно рівновеликі, у своїй також доводиться виконувати багаторазові спостереження та опрацьовувати їх результати.

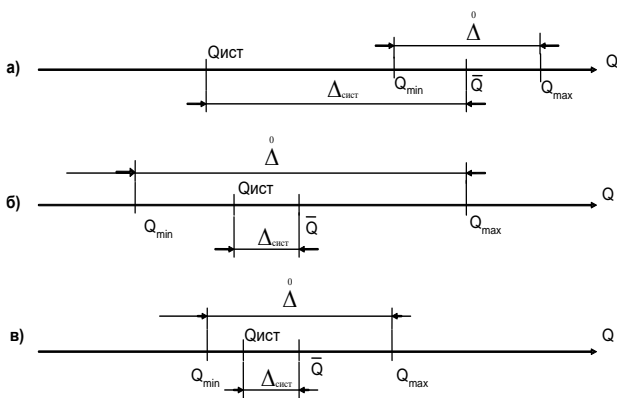


Рисунок 5.3 – Різні співвідношення систематичної та випадкової складових похибки вимірювань

Виконання багаторазових спостережень дозволяє виявити і виключити грубі похибки, систематичну похибку, що змінюється, а також зменшити вплив на результати вимірювань випадкової похибки.

Перш, ніж розглянути алгоритм обробки результатів спостережень, слід зазначити таке. При розгляді в підрозділі 5.2 числових характеристик випадкових похибок (m_Q , b_Q) було припущення, що є нескінченна сукупність реалізацій випадкової похибки, звана генеральною сукупністю. Насправді мають справу з кінцевим числом спостережень, що дозволяє методами математичної статистики отримати лише оцінки цих характеристик.

Для симетричних законів розподілу як оцінки математичного очікування m_Q застосовується середнє арифметичне ряду спостережень Q_i . Воно може бути прийняте за справжнє значення фізичної величини, якщо зі спостережень виключено систематичні похибки та промахи.

Середнє арифметичне:

$$\bar{Q} = \frac{Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n Q_i. \quad (5.5)$$

Як незміщену оцінку дисперсії S^2_Q береться дисперсія відхилення результатів спостережень щодо середнього арифметичного. Незміщену оцінку дисперсії S^2_Q та незміщену оцінку середньоквадратичного відхилення (СКВ) S_Q обчислюють відповідно за формулами:

$$D = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2, \quad (5.6)$$

$$S_Q = \sqrt{D}. \quad (5.7)$$

Формула (5.7) характеризує СКВ окремого спостереження Q_i . Ідея багаторазових вимірювань однієї й тієї ж параметра Q постійного розміру у тому, що з результат вимірювань приймається не результат одиничного спостереження Q_i , а середнє арифметичне значення низки спостережень. Оскільки середнє арифметичне, яке приймається за справжнє значення, залежить від числа вимірювань n і є випадковою величиною, воно, у свою чергу, характеризується деякою дисперсією щодо математичного очікування. Відповідно оцінка СКВ середнього арифметичного:

$$S_{\bar{Q}} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2}{n \cdot (n-1)}}, \quad (5.8)$$

або

$$S_{\bar{Q}} = \pm \frac{S_Q}{\sqrt{n}}. \quad (5.9)$$

Загальна схема алгоритму обробки результатів прямих вимірювань із багаторазовими спостереженнями для загального випадку (рис.5.3 в) показано на рисунку 5.4 [3].

5.4 Короткий зміст етапів обробки результатів багаторазових спостережень

Етап 1. Виключення постійної систематичної похибки – найбільш складне завдання, яке потребує глибокого аналізу процесу вимірювань. До підготовчих заходів цього аналізу належать:

- попередня перевірка або калібрування вимірювального приладу;
- обчислення чи експериментальне визначення похибки запровадження поправки;
- створення та підтримання з необхідною стабільністю умов вимірювань.

При виконанні вимірювання *для виключення постійної систематичної похибки* використовуються наступні прийоми:

- заміщення вимірюваної величини (параметра) рівновеликою їй величиною з відомим значенням або регульованим зразковим заходом;
- виміру декількома незалежними способами з подальшим обчисленням середнього значення;
- компенсація похибки за знаком (спосіб подвійних вимірів);
- вимірювання декількома вимірювальними приладами з наступним обчисленням середнього показань всіх приладів, при цьому систематичні похибки всіх приладів можна розглядати як випадкові величини.

Етап 2. Провести багаторазові спостереження відповідно до пункту 2.6 розділу 2.

Етап 3. Систематичні похибки, що змінюються, виключаються введенням поправок, для чого необхідно виявити систематичні похибки.

Існують кілька способів виявлення змінної систематичної похибки. Найпростіший спосіб – графічний.

Приклад побудови графіка $dQ_{\text{нп}} = Q_{\text{нп}} - \bar{Q} = f(n)$ показаний на рисунку 5.5.

З рисунку 5.5 видно, що, незважаючи на випадкові зміни, послідовність невиправлених відхилень результатів спостережень від середнього значення $dQ_{\text{нп}} = Q_{\text{нп}} - \bar{Q}$ виявляє тенденцію до спадання (або до зростання в інших випадках).

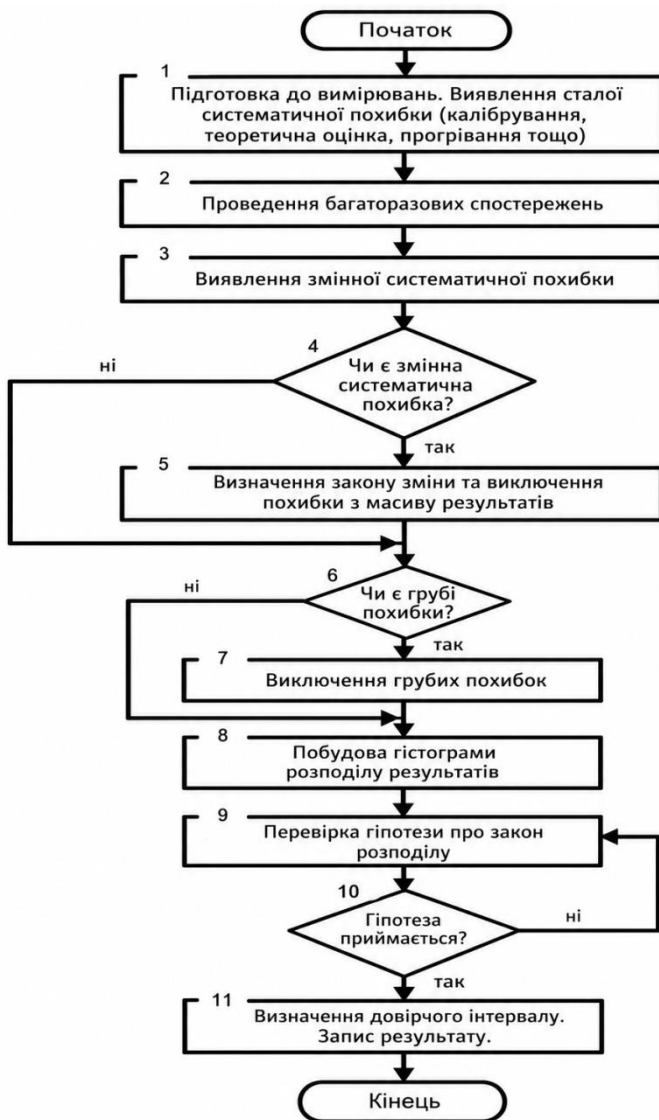
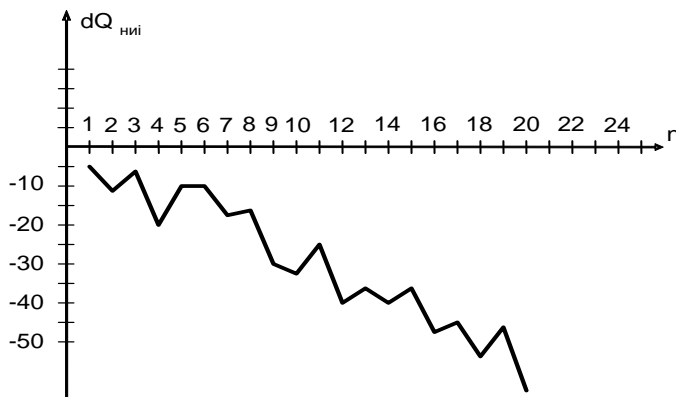


Рисунок 5.4 – Схема алгоритму обробки результатів спостережень

Рисунок 5.5 – Графік залежності $dQ = f(n)$

Етап 4. Щоб виправити результати спостережень запровадженням у яких поправок, необхідно з'ясувати характер залежності похибки. Для з'ясування характеру залежності похибки використовують метод найменших квадратів, регресійний чи кореляційний аналіз.

Найчастіше цю залежність вдається апроксимувати лінійною залежністю виду (метод найменших квадратів):

$$Q(t) = \alpha + \beta \cdot t, \quad (5.10)$$

де α та β – параметри прямої;

t – час спостереження (або інший невинпадковий параметр, що характеризує умови проведення вимірів).

Значення α та β визначається з виразів:

$$\alpha = \overline{Q_{ннi}} - \beta \cdot \overline{t}, \quad \beta = \frac{\sum((t_i - \overline{t})Q_{ннi})}{\sum(t_i - \overline{t})^2}, \quad (5.11)$$

де

$$\overline{t} = \frac{1}{n} \sum t_i; \quad \overline{Q_{ннi}} = \frac{1}{n} \sum Q_{ннi}. \quad (5.12)$$

Виправлені результати спостережень знаходяться за виразом:

$$Q_i = Q_{ннi} - \beta \cdot t_i.$$

Для зручності обчислень за формулою 5.12 результати необхідно звести до таблиці 5.2.

Таблиця 5.2 – Результати багаторазових спостережень

Номер спостереження	t_i , мін	Q_{iij}	βt_i	Q_i
1	0,00			
2	0,50			
3	1,00			
4	1,50			
і т.д.				

Етап 5. За виправленими значеннями Q_i , зведеними в таблицю 5.2, розраховується виправлене значення середнього арифметичного за виразом (5.5).

Етап 6. Перевірка наявності грубих похибок. Слід мати на увазі, що вирішення такого завдання в будь-якому випадку з певною малою ймовірністю може виявитися помилковим. Тому при прийнятті рішення про виключення або збереження результатів спостережень, що різко відхиляються (якщо такі є), потрібно уважно проаналізувати умови, в яких вийшов результат.

Щоб оцінити належність спостереження Q_i до даної сукупності та прийняти рішення про виключення чи залишення Q_i у складі масиву, знаходять відношення:

$$U_i = \frac{\max |Q_i - \bar{Q}|}{\sigma_o},$$

після чого порівнюють його з табличним значенням (табл. 5.4) h для $n = 30$ та $q=5\%$.

Таблиця 5.4 – Критичні значення критерію для виявлення грубих похибок

Об'єм вибірки n	$q \% = 1-P \%$		Об'єм вибірки n	$q \% = 1-P \%$	
	5	10		5	10
7	1,83	1,94	19	2,36	2,53
10	2,03	2,18	25	2,64	2,87
15	2,25	2,41	30	2,70	2,93

Етап 7. Якщо отримані значення U_i перевищують значення h , відповідне значення виключається з масиву результатів.

Етап 8. Цей етап є початковим етапом обробки випадкових похибок. Висунення гіпотези про вид розподілу випадкових похибок складає основи побудови гістограми. Для її побудови (див. рис.5.1) результати спостережень групують за інтервалами та підраховують кількість спостережень, що потрапили до кожного з них. Число інтервалів L вибирають за формулою:

$$L = 1,0 + 3,2 \cdot \lg n,$$

де n – число спостережень.

Після обчислення L округляють до найближчого найбільшого цілого.

Довжину інтервалу групування dQ обчислюють за формулою:

$$dQ = \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{L},$$

округляють до парного числа у бік збільшення і потім визначають межі інтервалів. Для цього будують числову вісь, на якій відзначають Q виправлених результатів, обидві сторони від нього відкладають спочатку по половині dQ , а потім по цілому інтервалу, поки крайні інтервали не перекриють Q_{\max} і Q_{\min} , як показано на рисунку 5.6.

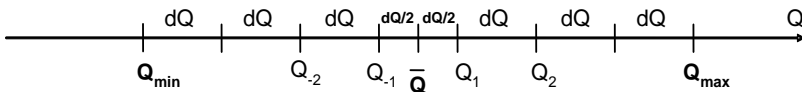


Рисунок 5.6 – Побудова гістограми

Потім підраховують кількість спостережень, які потрапляють у кожен інтервал m_i і кожному інтервалі, як у підставі, будують прямокутник з висотою, рівної m_i чи W_i , де

$$W_i = \frac{m_i}{n}.$$

Масштаб графіка рекомендується вибирати так, щоб висота гістограми відносилася до її основи як 3:5.

Етап 9. На підставі виду збудованої гістограми висувається гіпотеза про закон розподілу випадкової похибки (табл. 5.1).

У цьому слід зазначити, що, оскільки найбільш загальним розподілом, якого, при $n \rightarrow \infty$, прагнуть решта розподілу, є нормальне

розподіл, то цій роботі, незалежно від виду побудованої гістограми, висувається і перевіряється гіпотеза про належність результатів спостережень нормальному розподілу.

При цьому вибір усіх необхідних табличних значень для виконання складового критерію здійснюється за довірчої ймовірності $P = 95\%$, що цілком прийнятно для інженерних розрахунків, і на рівні значущості критерію q (ймовірність вчинення помилки):

$$q = 1 - p = 5\%.$$

При числі спостережень $n > 50$ гіпотезу перевіряють за одним із критеріїв: χ^2 Пірсона або ω^2 Мізеса - Смирнова.

При числі спостережень $50 > n > 15$ гіпотезу перевіряють за складовим критерієм.

При числі спостережень $n < 15$ гіпотезу щодо належності результатів спостережень нормальному розподілу не перевіряють.

Етап 10. Для масиву результатів, що не містить систематичної і грубої похибок, що змінюється, за формулами (5.5...5.9) проводиться оцінка \bar{Q} , S_Q , $S_{\bar{Q}}$.

Етап 11. При нормальному законі розподілу справжнє значення вимірюваної величини Q_i з довірчою ймовірністю P знаходиться всередині інтервалу ε з межами:

$$\varepsilon = (\bar{Q} - t_{q,n} \cdot S_{\bar{Q}}; \dots \bar{Q} + t_{q,n} \cdot S_{\bar{Q}}),$$

де $t_{q,n}$ - q -процентна точка розподілу Стюдента, яка залежить від числа спостережень n , рівня значущості $q = 1 - P$. Запис результатів проводиться у формі:

$$Q_{\text{іст}} = \bar{Q} \pm \varepsilon(P). \quad (5.13)$$

У випадку, коли розподіл результатів спостережень відрізняється від нормального, оцінювання проводять із використанням методів, наведених у ДСТУ ISO/IEC Guide 98-3:2018, або застосовують відповідні статистичні критерії для ненормальних розподілів.

Перелік джерел посилань

1. Саранча Г. А., Якимчук Г. К. Метрологія, стандартизація та управління якістю: підручник. Київ: Основа, 2004. 376 с..
2. Метрологія та вимірювальна техніка: підручник / Є. С. Поліщук, М. М. Дорожовець, В. О. Яцук та ін.; за ред. Є. С. Поліщука. 2-ге вид., доповн. та переробл. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2012. 544 с.
3. Войцицький А. П. Основи інформаційно-вимірювальної техніки: конспект лекцій. Житомир: ЖДУ, 2003. 68 с.