

УДК 539

Онуфрієнко В.М.¹, Антоненко Н.М.², Онуфрієнко О.В.³, Килимник І.М.⁴

¹ д-р фіз.-мат. наук, проф. НУ «Запорізька політехніка»

² канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

³ канд. юрид. наук, доц. докторант ДРІДУ НАДУ

⁴ канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

ДИФЕРЕНТЕГРАЛЬНА МОДЕЛЬ ГІСТЕРЕЗИСНИХ ТА ЕРЕДИТАРНИХ РЕОЛОГІЧНИХ ФРАКТАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ

Штучне створення фрактально конфігурованих метаматеріалів з притаманними екзотичними властивостями, спонукає дослідників зосереджувати зусилля на розробці теоретичних моделей для опису і прогнозування протікання процесів у таких середовищах.

В основу реологічного методу для опису механічних і електродинамічних процесів у фрактальному метаматеріальному середовищі покладаємо диферентегральну модель фрактальних елементів [1], що базується на введенні хаусдорфової метрики та міри фрактальних точкових зарядів у вигляді диферентегральної альфа-форми множин фізико-механічних елементів у метаматеріальному середовищі та, як наслідок, у вигляді дробового диференці-

ала $d^\alpha x = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{dx}{(t-x)^{1-\alpha}}$, його зв'язку з дробовою похідною поля напруже-

ності $d^\alpha E(x) = {}_a D_x^\alpha E(x) d^\alpha x$, де дробова похідна ${}_a D_x^\alpha E(x)$ використовується у формі Рімана-Ліувілья.

Швидкість руху частинки (заряду) фрактально конфігурованою траєкторією $x(t)$ у момент часу t , таким чином, визначається як $D_t^\alpha x(t)$, що у деякій мірі знімає вимогу гладкості розглядуваних функцій фрактального процесу і надає змогу через варіацію скейлінгу розглядати проміжкові випадки між в'язкими і пружними процесами.

Застосування поняття фрактала в математичному моделюванні динамічних фізико-механічних систем наділяє їх властивостями, що характерні для складних нелінійних систем, наприклад, в ефектах просторового гістерезису та часової ередитарності, коли враховується не тільки теперішній стан системи або найближчий попередній стан (тобто початкові значення параметрів стану системи, деякі похідні за часом та просторовими координатами), але також і всі попередні стани, в яких перебувала дана система.

Гістерезис явища, процесу є емпірично-теоретичною концепцією, що приймається і набуває розвитку у природничих (а останнім часом і в історичних, соціокультурних) науках, застосовується для опису нелінійних механізмів розглядуваних процесів з гіпотетично можливими різноманітними траєкторіями розвитку системи та просторовими положеннями рівноваги, насиченості тощо.

Динамічну систему можна вважати гістерезисною, коли просторово-часові траєкторії деяких або всіх змінних виявляють зв'язок у залежності від швидкості перебігу явища з можливими передбаченнями наявності неергодичності.

Циклічна деформація фрактально конфігурованого тіла навіть за малих напруженостей супроводжується порушенням закону Гука, що проявляється у виникненні петлі гістерезису. Розміщена всередині петлі гістерезису площа діаграми визначає енергію, що розсіюється за один цикл коливань в одиниці об'єму матеріалу.

Відомо, що експериментально точну форму петлі гістерезису виявити важко. Це пов'язано з малою відстанню між вітками петлі. Для більшості конструкційних матеріалів площа петлі практично не залежить від темпу деформування (від частоти процесу), але залежить від амплітуди деформації.

Застосуванням реологічного підходу теоретично підтверджується, зокрема, сильний вплив скейлінгу (просторового і часового) на розсіювану за один цикл енергію, що залежить від скейлінгу частоти коливань та їх амплітуди для фрактально конфігурованого матеріалу.

Акцентується увага на використанні математичної реологічної концепції для аналізу й синтезу штучних метаматеріальних фрактальних елементів з необхідними механічними й електродинамічними характеристиками.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Онуфрієнко В. М. Диферінтегральні альфа-форми у хаусдорфовій метриці на фрактальних множинах / В. М. Онуфрієнко // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – № 2 (8). – 2002. – С. 31–35.