

параметра 0,33. Проте час розрахунків вдалося скоротити майже на два порядки.

Застосування параметричного підходу до розв'язання нелінійних рівнянь електромагнітного поля має переваги, якщо моделі цифрових двійників використовуються для прогнозування залишкового ресурсу експлуатації електрообладнання за даними моніторингу режимів його роботи у реальному часі. У такому випадку можна обмежитися критичними елементами конструкції, вірогідність пошкодження вважається найбільшою серед інших. За умови, що геометричні форми критичних елементів активних частин електрообладнання можна представити, як пластини, циліндри, порожнисті циліндри, застосування параметричного підходу і відомих аналітичних розв'язків лінійних задач магнітного поля, дозволяє майже на два порядки скоротити витрати часу і обмежити похибку визначення струмових навантажень на рівні 4%.

УДК 517.547.7

Сніжко Н.В.

канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

ПРО ДЕЯКІ НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ НА ДІЙСНІЙ ОСІ В ПРОСТОРАХ СУМОВНИХ ФУНКЦІЙ

В даних роботах [1, 2] встановлюються апроксимативні властивості частинних сум рядів Фур'є та інтерполяційних поліномів Лагранжа в просторах $L_{p\rho}$, $\rho(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $p > 1$ та L_p , $p \geq 2$ на дійсній осі R за умови, що наближення будується за системою функцій

$$\omega_k(x) = \left(\frac{x-i}{x+i} \right)^k, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (1)$$

$$\psi_k(x) = \frac{2i}{x+i} \left(\frac{x-i}{x+i} \right)^k, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

Нехай P_n (Q_n) – оператор, який ставить у відповідність кожній функції $f(x) \in L_{p\rho}$, $p > 1$ ($f_1(x) \in L_p$, $p \geq 2$) відрізок її ряду Фур'є за системою функцій (1) (відповідно (2)).

Теорема 1. Якщо $f(x) \in L_{p\rho}$, $p > 1$, або $f(x) \in C$, тоді $\|f(x) - (P_n f)(x)\|_{L_{p\rho}} \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$;

якщо $f(x) \in L_{pp}^{(r)}$, $r \geq 1$ $p > 1$, тоді $\|f(x) - (P_n f)(x)\|_{L_{pp}} \leq \frac{d_1}{(n+1)^r}$,
 $n \rightarrow \infty$;

якщо $f(x) \in C^{(r)}$, $r \geq 1$, тоді $\|f(x) - (P_n f)(x)\|_{L_{pp}} \leq \frac{d_2}{(n+1)^r}$, $n \rightarrow \infty$,
 $p > 1$;

якщо $f(x) \in H_{\alpha}^{(r)}$, $r \geq 0$ $0 < \alpha \leq 1$, тоді
 $\|f(x) - (P_n f)(x)\|_{L_{pp}} \leq \frac{d_3}{(n+1)^{r+\alpha}}$, $n \rightarrow \infty$, $p > 1$.

Тут і далі d_i – цілком визначені сталі, які не залежать від n .

Теорема 2. Якщо $f_1(x) \in L_p$, $p \geq 2$, або $f_1(x) \in C_0$, тоді
 $\|f_1(x) - (Q_n f_1)(x)\|_{L_p} \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$;

якщо $f_1(x) \in L_p^{(r)}$, $r \geq 1$ $p \geq 2$, тоді $\|f_1(x) - (Q_n f_1)(x)\|_{L_p} \leq \frac{d_4}{(n+1)^r}$,
 $n \rightarrow \infty$;

якщо $f_1(x) \in C_{01}^{(r)}$, $r \geq 1$, тоді $\|f_1(x) - (Q_n f_1)(x)\|_{L_p} \leq \frac{d_5}{(n+1)^r}$, $n \rightarrow \infty$,
 $p \geq 2$;

якщо $f_1(x) \in H_{\alpha 1}^{(r)}$, $r \geq 0$ $0 < \alpha \leq 1$, тоді
 $\|f_1(x) - (Q_n f_1)(x)\|_{L_p} \leq \frac{d_6}{(n+1)^{r+\alpha}}$, $n \rightarrow \infty$, $p \geq 2$.

Теореми 1 і 2 встановлюють достатні умови збіжності рядів Фур'є за системами функцій (1) та (2) відповідно в просторах L_{pp} , $\rho(x) = \frac{1}{1+x^2}$,
 $p > 1$ та L_p , $p \geq 2$ на дійсній осі R в залежності від структурних властивостей апроксимованих функцій.

Нехай $f(x) \in C$. Тоді її інтерполяційний поліном Лагранжа за системою функцій (1) визначається наступним чином:

$$(L_n f)(x) = \sum_{k=-n}^n \alpha_k \omega_k(x), \quad \alpha_k = \frac{1}{2n+1} \sum_{j=-n}^n f(x_j) e^{-\frac{2\pi i}{2n+1} jk},$$

де

$$x_j = -ctg \frac{\pi}{2n+1} j, \quad j = -n, \dots, n. \quad (3)$$

Нехай $f_1(x) \in C_{01}$. Тоді її інтерполяційний поліном Лагранжа за системою функцій (1) визначається наступним чином:

$$(l_n f_1)(x) = \sum_{k=-n}^n \alpha_k^{(1)} \omega_k(x), \quad \alpha_k^{(1)} = \frac{1}{2n+1} \sum_{j=-n}^n f_1(x_j) e^{-\frac{2\pi i}{2n+1} jk},$$

де x_j – точки інтерполяції (3). В цьому випадку можна записати

$$(l_n f_1)(x) = - \sum_{k=-n}^n \gamma_k \psi_k(x), \quad \text{де } \gamma_k = \alpha_1^{(1)} + \alpha_2^{(1)} + \dots + \alpha_{k+1}^{(1)}.$$

Теорема 3. Якщо $f(x) \in C$, тоді $\|f(x) - (L_n f)(x)\|_{L_{p\rho}} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty, \quad p > 1;$

якщо $f(x) \in C^{(r)}, \quad r \geq 1$, тоді $\|f(x) - (L_n f)(x)\|_{L_{p\rho}} \leq \frac{d_7}{(n+1)^r}, \quad n \rightarrow \infty, \quad p > 1;$

якщо $f(x) \in H_\alpha^{(r)}, \quad r \geq 0, \quad 0 < \alpha \leq 1$, тоді $\|f(x) - (L_n f)(x)\|_{L_{p\rho}} \leq \frac{d_8}{(n+1)^{r+\alpha}}, \quad n \rightarrow \infty, \quad p > 1.$

Теорема 4. Якщо $f_1(x) \in C_{01}$, тоді $\|f_1(x) - (l_n f_1)(x)\|_{L_p} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty, \quad p \geq 2;$

якщо $f_1(x) \in C_{01}^{(r)}, \quad r \geq 1$, тоді $\|f_1(x) - (l_n f_1)(x)\|_{L_p} \leq \frac{d_9}{(n+1)^r}, \quad n \rightarrow \infty, \quad p \geq 2;$

$$\text{якщо } f_1(x) \in H_{\alpha 1}^{(r)}, \quad r \geq 0, \quad 0 < \alpha \leq 1, \quad \text{тоді}$$

$$\|f_1(x) - (l_n f_1)(x)\|_{L_p} \leq \frac{d_{10}}{(n+1)^{r+\alpha}}, \quad n \rightarrow \infty, \quad p \geq 2.$$

Теореми 3 і 4 встановлюють достатні умови збіжності в просторах $L_{p\rho}$,

$$\rho(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad p > 1 \text{ та } L_p, \quad p \geq 2 \text{ інтерполяційних поліномів Лагранжа на}$$

дійсній осі R за точками інтерполяції (3) у просторах C і C_0 відповідно в залежності від структурних властивостей апроксимованих функцій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Snizhko N. V. The approximation of the functions on the real axis in the spaces of summable functions / N. V. Snizhko // Studii în metode de analiză numerică și optimizare. – Chișinău, 2000. – Vol. 2. – Nr. 1 (3). – P. 53–59.

2. Сніжко Н. В. Апроксимація функцій на дійсній осі в просторах сумовних функцій / Н. В. Сніжко, М. Я. Тихоненко // Науковий вісник Чернівецького університету: збірник наук. праць. Математика. – Вип. 150. – Чернівці : Рута, 2002. – С. 94–97.

УДК 378.147:378.4

Сніжко Н.В.

канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

ЗАСТОСУВАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИ РОЗГЛЯДІ ОСНОВНИХ ПОНЯТЬ ГЕМОДИНАМІКИ

В роботі [1] розглянуто особливості викладання теми «Гемодинаміка» з дисципліни «Медицина та біологічна фізика» студентам медичних та фармацевтичних спеціальностей. Запропоновано методичні прийоми, що сприяють кращому засвоєнню студентами основних понять гемодинаміки.

Завдання, що пропонуються студентам до розв'язання на практичних заняттях в першому модулі з дисципліни «Медицина та біологічна фізика», здаються їм занадто абстрактними, не пов'язаними з їх майбутньою практикою та фахом. Задача викладача полягає саме в тому, щоб показати перехід від розв'язування суто математичних задач (знаходження похідних, інтегралів, розв'язування диференціальних рівнянь тощо) до їх застосування у фаховій медичній практиці. Отримавши на шкільних заняттях вміння знаходити похідні функцій однієї змінної, інтегрувати, студенти в той же час досить часто не можуть дати тлумачення фізичного змісту цих важливих