

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до самостійних робіт з дисципліни
«Обчислювальна техніка та програмування за фахом»
для студентів спеціальності 141
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»
(освітня програма «Електричні машини і апарати»)
денної форми навчання

2023

Методичні вказівки до самостійних робіт з дисципліни «Обчислювальна техніка та програмування за фахом» для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (освітня програма «Електричні машини і апарати») денної форми навчання. / Укл. : Т.П. Солодовнікова, С. О. Лапкіна, Г.В. Дьомічева. – Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2023. – 39 с.

Укладачі: Т.П. Солодовнікова, старш. викл.
С.О. Лапкіна, асист.,
Г.В. Дьомічева, зав.лаб.

Рецензент Т. Є. Дівчук, доцент

Відповідальний за випуск С.О. Лапкіна, асист.

Затверджено
на засіданні кафедри
«Електричні машини»
Протокол №1
від 14.08.2023 р.

Рекомендовано до видання
НМК Електротехнічного
факультету
Протокол №1
від 21.09.2023 р.

ЗМІСТ

Вступ	4
1 Самостійна робота. Основи роботи в MathCAD.	5
1.1 Загальні відомості	5
1.2 Порядок виконання самостійної роботи	16
1.3 Зміст звіту	22
1.4 Контрольні запитання	23
2 Самостійна робота. Рішення рівнянь у символьному виді	24
2.1 Загальні відомості	24
2.2 Порядок виконання самостійної роботи	28
2.3 Зміст звіту	29
2.4 Контрольні запитання	29
3 Самостійна робота Межа функції. Диференціювання	31
3.1 Загальні відомості	31
3.2 Порядок виконання самостійної роботи	36
3.3 Зміст звіту	36
3.4 Контрольні запитання	36
Перелік джерел посилання.	38

ВСТУП

Однією з основних областей застосування персональних комп'ютерів є складні обчислювальні задачі, що виникають при моделюванні технічних пристроїв і процесів, можна розбити на ряд елементарних: обчислення інтегралів, рішення рівнянь, рішення диференціальних рівнянь і т.д. Для таких задач уже розроблені методи рішення, створені математичні системи, доступні для вивчення.

Мета виконання самостійних робіт – навчити користуватися методами обчислень із використанням математичної системи MathCAD, яка дозволяє виконувати як чисельні, так і аналітичні (символьні) обчислення, має надзвичайно зручний математично-орієнтований інтерфейс і прекрасні засоби наукової графіки.

Кожна самостійна робота містить стислий опис методів обчислень, приклади з необхідними коментарями, порядок виконання самостійної роботи і варіанти індивідуальних завдань для групи студентів із 30 осіб, контрольні запитання.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен отримати загальні компетентності: здатність до абстрактного мислення, аналізу і синтезу; здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; здатність виявляти, ставити та вирішувати проблеми; здатність працювати автономно;

Фаховими компетентностями є здатність вирішувати практичні задачі із застосуванням систем автоматизованого проектування і розрахунків (САПР); здатність розробляти проекти електроенергетичного, електротехнічного та електромеханічного устаткування із дотриманням вимог законодавства, стандартів і технічного завдання; усвідомлення необхідності підвищення ефективності електроенергетичного, електротехнічного та електромеханічного устаткування;

Очікувані програмні результати навчання: студент повинен вміти самостійно вчитися, опановувати нові знання і вдосконалювати навички роботи з сучасним обладнанням, вимірювальною технікою та прикладним програмним забезпеченням; обирати і застосовувати придатні методи для аналізу і синтезу електромеханічних та електроенергетичних систем із заданими показниками.

1 САМОСТІЙНА РОБОТА. ОСНОВИ РОБОТИ В MATHCAD

Мета: ознайомлення з програмним інтерфейсом MathCAD, робота з документами, математичні обчислення і побудова графіків

1.1 Загальні відомості

MathCAD працює з *документами*. З погляду користувача, документ – це чистий лист паперу, на якому можна розміщувати блоки трьох основних типів: математичні вираження, текстові фрагменти і графічні області.

Розташування нетекстових (математичних) блоків у документі має принципове значення, тому послідовність їх розміщення така: з лівого боку аркуша до правого і зверху до низу.

1.1.1 Математичні вираження

До основних елементів математичних виражень MathCAD відносяться *оператори, типи даних, функції і керуючі структури*.

Оператори – елементи MathCAD, за допомогою яких можна створювати математичні вираження. До них відносять символи арифметичних операцій, знаки обчислення сум, множень, похідної й інтеграла і т.д.

Оператор визначає:

- дію, яка повинна виконуватися при наявності тих або інших значень операндів;
- скільки, де і які операнди повинні бути введені в оператор.

Операнд – число або вираження, на яке діє оператор. Наприклад, у вираженні $5! + 3$ число 3 і вираження $5!$ – операнди оператора «+», а число 5 операнд оператора «!» (факторіал). Після вказівки *операндів* оператори стають блоками, що виконуються у документі. В таблиці 1.1 наведені найбільш часто використовувані оператори.

В таблиці 1.1 використовуються наступні позначення: X і Y – змінні або вираження будь-якого типу; x і y – речовинні числа; z і w – речовинні або комплексні числа; m і n – цілі числа; A і B – масиви (вектори або матриці); i – дискретний аргумент; t – будь-яка змінна; f – будь-яка функція.

Таблиця 1.1 – Убудовані оператори

Оператор	Клавіші	Призначення оператора
$X := Y$	$X : Y$	Локальне присвоювання X значення Y
$X \equiv Y$	$X \sim Y$	Глобальне присвоювання X значення Y
$X =$	$X =$	Виведення значення X
$X + Y$	$X + Y$	Додавання X с Y
$X \dots + Y$	$X [\text{Ctrl}][+] Y$	Те ж, що і додавання. Перенос чисто косметичний.
$X - Y$	$X - Y$	Різниця X та Y
$X \cdot Y$	$X * Y$	Множення X на Y
$\frac{X}{z}$	X / z	Ділення X на z
z^w	$z \wedge w$	Зведення z у ступінь w
\sqrt{z}	$z \backslash$	Обчислення квадратного кореня з z
$\sqrt[n]{z}$	$n [\text{Ctrl}] \backslash z$	Обчислення кореня n -го ступеня з z
$ z $	$ z$	Обчислення модуля комплексного z
$n !$	$n !$	Обчислення факторіала
B_n	$B [n$	Введення нижнього індексу n
$A_{n,m}$	$A [n , m$	Введення подвійного індексу
$A^{<n>}$	$A [\text{Ctrl}] \wedge n$	Введення верхнього індексу
$\sum_{i=m}^n X$	$[\text{Ctrl}][\text{Shift}]4$	Сума значень X в межах від $X m$ до $X n$
$\sum_i X$	$\$$	Сума значень X по дискретному аргументу i
$\prod_{i=m}^n X$	$[\text{Ctrl}][\text{Shift}]3$	Перемножування X по $i = m, m + 1, \dots n$
$\prod_i X$	$\#$	Перемножування X по дискретному аргументі i
$\int_a^b f(t) dt$	$\&$	Обчислення визначеного інтеграла $f(t)$ на інтервалі $[a, b]$
$\frac{d}{dt} f(t)$	$?$	Обчислення похідної $f(t)$ по t
$\frac{d^n}{dt^n} f(t)$	$[\text{Ctrl}]?$	Обчислення похідної n -го порядку функції $f(t)$ по t

Продовження таблиці 1.1

Оператор	Клавіши	Призначення оператора
(▪)	‘	Введення пари круглих скобок із шаблоном
$x > y$	$x > y$	Більше ніж
$x < y$	$x < y$	Менше ніж
$x \geq y$	x [Ctrl]0 y	Більше або дорівнює
$x \leq y$	x [Ctrl]9 y	Менше або дорівнює
$z = w$	z [Ctrl]= w	Логічна рівність повертає 1, якщо операнди рівні, інакше 0
$z \neq w$	z [Ctrl]3 w	Не дорівнює

Типи даних

До *типів даних* відносять числові константи, звичайні і системні змінні, масиви (вектори і матриці) і дані файлового типу.

Константами називають поійменовані об'єкти, що зберігають деякі значення, що не можуть бути змінені. *Змінні* є поійменованими об'єктами, що мають деяке значення, яке може змінюватися по ходу виконання програми. Тип змінної визначається її значенням; змінні можуть бути числовими, рядковими, символічними і т.д. Імена констант, змінних і інших об'єктів називають *ідентифікаторами*. Ідентифікатори в MathCAD являють собою набір латинських або грецьких букв і цифр.

У MathCAD міститься невеличка група особливих об'єктів, що мають визначені системою початкові значення (дивись таблицю 1.2). Їх не можна віднести ні до класу констант, ні до класу змінних – вони називаються *системними змінними*. Зміну значень системних змінних роблять в меню **Math** \Rightarrow **Options**, діалоговому вікні **Math Options** під командою **Built-In Variables (Убудовані змінні)**.

Звичайні змінні відрізняються від системних тим, що вони повинні бути попередньо *визначені* користувачем, тобто їм необхідно присвоїти значення. У якості *оператора присвоювання* використовується знак **:=**, тоді як знак **=** відведений для *виведення значення* константи або змінної.

Якщо змінній присвоюється початкове значення за допомогою оператора **:=** (клавіша :), таке присвоювання називається *локальним*.

До цього присвоювання змінна не визначена і її не можна використовувати.

Таблиця 1.2 – Системні змінні

Системні змінні	Пояснення
$\pi = 3.14159$	Число π . Щоб ввести натисніть [Ctrl-P]
$e = 2.71828$	Основа натурального логарифма
∞	Нескінченність (10^{307}). Щоб ввести натисніть [Ctrl-Z]
%	Відсотки. Використовується у вираженнях, подібних 10%, або як масштабний множник
$\text{deg} = 180^\circ/\pi$	Перехід від радіанів до градусів
i, j	Мнимі одиниці
$\text{TOL} = 10^{-3}$	Припустима похибка при різноманітних алгоритмах апроксимації (інтегрування, рішення рівнянь)
$\text{CTOL} = 10^{-3}$	Встановлює точність обмежень у вирішальному блоці, щоб рішення було припустимим
$\text{ORIGIN} = 0$	Визначає індекс першого елемента векторів і матриць
$\text{FRAME} = 0$	Використовується в якості лічильника при створенні анімації
$\text{PRNPRECISION} = 4$	Число значущих цифр
$\text{PRNCOLWIDTH} = 8$	Число позицій для числа
CWD	Поточний робочий каталог у формі рядка

За допомогою знака \equiv (клавіша ~ на клавіатурі) можна забезпечити *глобальне* присвоювання (приклад 1.1).

Приклад 1.1 – Визначення змінних

$a := 2$ - локальне визначення $a + b = 3$ - обчислення
 $b \equiv 1$ - глобальне визначення $e = 2.718$ - убудована змінна

MathCAD прочитує весь документ двічі. При першому читанні виконуються всі дії, продиктовані *глобальними* операторами присвоювання (\equiv), а при другому – дії, продиктовані *локальними*

операторами присвоювання ($:=$), і відображаються всі необхідні результати обчислень ($=$). Існують також: жирний знак рівності ($\mathbf{=}$) (комбінація клавіш $\boxed{\text{Ctrl}} + \boxed{=}$), що використовується, наприклад, як оператор наближеної рівності при рішенні систем рівнянь, і символічний знак рівності (\rightarrow) (комбінація клавіш $\boxed{\text{Ctrl}} + \boxed{.}$).

Дискретні аргументи – особливий клас змінних, які у пакеті MathCAD найчастіше замінюють *керуючі структури*. Ці змінні мають ряд фіксованих значень, або цілих чисел (1 спосіб), або чисел із визначеним кроком, що змінюються від початкового значення до кінцевого (2 спосіб).

$$Name := Nbegin .. Nend,$$

де *Name* – ім'я змінної, *Nbegin* – її початкове значення, *Nend* – кінцеве значення, $..$ – символ, що вказує на зміну змінної в заданих межах (клавіша $\boxed{;}$). Якщо $Nbegin < Nend$, то крок зміни змінної буде +1, інакше -1.

$$Name := Nbegin, (Nbegin + Step) .. Nend,$$


де *Step* – заданий крок зміни змінної (він повинен бути позитивним, якщо $Nbegin < Nend$, або негативним в протилежному випадку).

Дискретні аргументи значно розширюють можливості MathCAD, дозволяючи виконувати багатократні обчислення або цикли з повторюваними обчисленнями, формувати вектори і матриці (приклад 1.2).

Масив – сукупність кінцевого числа числових або символічних елементів, упорядкованих деяким чином і визначених адресами, що має унікальне ім'я. У пакеті MathCAD використовуються масиви двох найбільш поширених типів: одномірні (вектори); двовимірні (матриці).

Порядковий номер елемента, що є його адресою, називається *індексом*. Індеси можуть бути тільки цілими числами. Вони можуть починатися з нуля або одиниці, у відповідності зі значенням системної змінної **ORIGIN**.

Вектори і матриці можна задавати різноманітними способами:

- за допомогою команди **Insert** \Rightarrow **Matrix...**, або комбінації клавіш $\boxed{\text{Ctrl}} + \boxed{\text{M}}$, або натисканням кнопки  панелі **Matrix** для невеликих масивів;

- із використанням дискретного аргументу, коли є деяка явна залежність для обчислення елементів через їхні індекси (приклад 1.2).

Приклад 1.2 – Визначення і використання дискретного аргументу

$z := 2, 2.5 .. 4$ - змінна z приймає набір значень від 2 до 4 із кроком 0.5, для введення необхідно набрати $z:2,2.5;4$

$z =$

2
2.5
3
3.5
4

- для відображення значень змінної z необхідно набрати $z=$

$i := 0..3$ - тут крок дорівнює 1,

$j := 0..2$ запис спростився

$c_i := i^2$ - використання дискретного аргументу для присвоєння значень елементам вектора (або матриці),

$q_{i,j} := i + j$ для введення необхідно набрати:
для вектора $c[i:i^2]$
для матриці $q[i,j:i+j]$

$i =$

0
1
2
3

$s_i :=$ - введення числових значень у таблицю, наберіть $s[i:3,5,7.8]$

3
5
7.8

$s_1 = 5$ - виведення 1-го елемента вектора s

$$c = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Функції

Функція - вираження, відповідно до якого проводяться деякі обчислення з *аргументами* і визначається його числове значення.

Варто особливо відзначити різницю між *аргументами* і *параметрами* функції. Змінні, зазначені в скобках після імені функції, є її *аргументами* і замінюються при обчисленні функції значеннями зі скобок. Змінні в правій частині визначення функції, не зазначені в

скобках у лівій частині, є *параметрами* і повинні задаватися до визначення функції (приклад 1.3).

Приклад 1.3 – Визначення функцій

$\sin(b) = 0.841$ - убудована функція повернула значення $\sin(1)=0.841$

$\text{pro}(x, y) := 2x \cdot y \cdot a$ - визначення функції користувача *pro*, де *x* і *y* – аргументи функції *pro*, *a* – параметр

$\text{pro}(5, 3.2) = 64$ - обчислення функції *pro*

Головною ознакою функції є *повернення значення*, тобто функція у відповідь на звертання до неї по імені з указанням її аргументів повинна повернути своє значення.

Функції в пакеті MathCAD можуть бути *убудовані* (таблиця 1.3), тобто завчасно введені розроблювачем, і *визначені користувачем*.

Таблиця 1.3 – Убудовані функції

Тригонометричні функції			
sin(z)	– синус	csc(z)	– косеканс
cos(z)	– косинус	sec(z)	– секанс
tan(z)	– тангенс	cot(z)	– котангенс
Гіперболічні функції			
sinh(z)	– гіперболічний синус		
tanh(z)	– гіперболічний тангенс		
csch(z)	– гіперболічний косеканс		
cosh(z)	– гіперболічний косинус		
sech(z)	– гіперболічний секанс		
coth(z)	– гіперболічний котангенс		
Обернені тригонометричні функції			
asin(z)	– обернений тригонометричний синус		
acos(z)	– обернений тригонометричний косинус		
atan(z)	– обернений тригонометричний тангенс		

Продовження таблиці 1.3

Показові і логарифмічні функції	
exp(z)	– показова функція (або e^z)
ln(z)	– натуральний логарифм (по основі e)
log(z)	– десятковий логарифм (по основі 10)
Функції роботи з частиною числа	
Re(z)	– виділення дійсної частини z
Im(z)	– виділення мнімої частини z
arg(z)	– обчислення аргументу (фази)
floor(x)	– найбільше ціле, менше або рівне x
ceil(x)	– найменше ціле, більше або рівне x
mod(x,y)	– залишок від ділення x/y із знаком x
angle(x,y)	– позитивний кут із віссю x для точки з координатами (x,y)

Способи вставки убудованої функції:

- вибором пункт меню **Insert** \Rightarrow **Function...**;

- натисканням комбінації клавіш **Ctrl** + **E**;

- натисканням кнопки .

1.1.2 Текстові фрагменти

Текстові фрагменти являють собою уривки тексту, що користувач хотів би бачити у своєму документі. Існують два види текстових фрагментів:

текстова область – призначена для невеличких уривків тексту – підписів, коментарів і т.п. Вводиться за допомогою команди **Insert** \Rightarrow **Text Region** або комбінації клавіш **Shift** + **"**;


текстовий абзац – застосовується в тому випадку, якщо необхідно працювати з абзацами або сторінками. Вводиться за допомогою комбінації клавіш **Shift** + **Enter**.

1.1.3 Графічні області

Графічні області діляться на три основних типу - двовимірні графіки, тривимірні графіки й імпортовані графічні образи. Двовимірні і тривимірні графіки будуються в MathCADi на підставі оброблених даних.

Побудова декартового графіка:

- Встановити курсор в порожньому місці робочого документа.
- Вибрати команду **Insert**⇒**Graph**⇒**X-Y Plot**, або натиснути

комбінацію клавіш **Shift** + **@**, або натиснути кнопку  панелі **Graph**. З'явиться шаблон декартового графіка.

- Ввести у середню мітку під віссю X першу незалежну змінну, через кому – другу і так до 10, наприклад $x1, x2, \dots$.

- Ввести у середню мітку зліва від вертикальної осі Y першу незалежну змінну, через кому – другу і т.д., наприклад $y1(x1), y2(x2), \dots$, або відповідні вираження.

- Клацнути лівою кнопкою миші, щоб почати побудову графіка.

Тривимірні, або 3D-графіки, відображують функції двох змінних виду $Z(X,Y)$. При побудові тривимірних графіків у ранніх версіях MathCAD поверхню потрібно було визначити математично (рис. 1.1, 2 спосіб).

Тепер застосовують функцію MathCAD *CreateMesh*.

CreateMesh(F (или G, или $f1, f2, f3$), $x0, x1, y0, y1, xgrid, ygrid, fmap$)

Створює сітку на поверхні, визначеній функцією F . Діапазон зміни змінних – $x0, x1, y0, y1$; $xgrid, ygrid$ – розміри сітки змінних, $fmap$ – функція відображення. Всі параметри, за винятком F , - факультативні. Функція *CreateMesh* за замовчуванням створює сітку 20×20 точок на поверхні з діапазоном зміни змінних від -5 до +5.

Приклад використання функції *CreateMesh* для побудови 3D-графіків наведено на рис. 1.1, 1 спосіб.

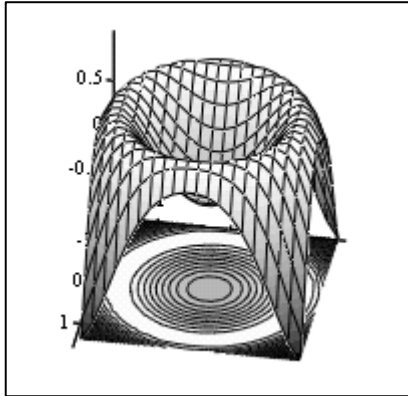
На рис. 1.1 побудовано одну поверхню різними способами, із різним форматом; причому, зображені поверхні і під ними ті ж поверхні у виді контурних графіків. Така побудова здатна додати рисунку більшу наочність.

Нерідко поверхні і просторові криві подають у виді точок, кіл або інших фігур. Такі графіки створюються операцією **Insert** ⇒ **Graph** ⇒ **3D Scatter Plot**, причому поверхня задається параметрично – за допомогою трьох матриць (X, Y, Z) (рис. 1.2, 2 спосіб), а не однієї, як у прикладі на рис. 1.1. Для визначення вихідних даних для такого виду графіків використовується функція *CreateSpace* (рис. 1.2, 1 спосіб).

1 спосіб

$$f(x,y) := \sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$$

$$M := \text{CreateMesh}(f, -1.5, 1.5, -1.5, 1.5, 20, 20)$$



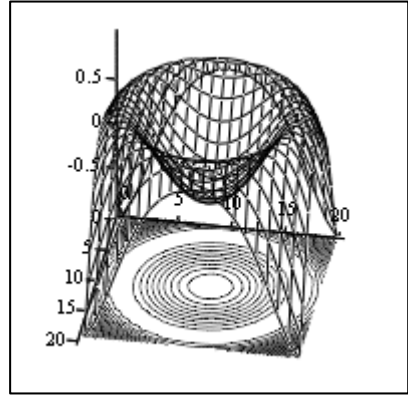
M, M

2 спосіб

$$i := 0..20 \quad x_i := -1.5 + i \cdot 0.15$$

$$j := 0..20 \quad y_j := -1.5 + j \cdot 0.15$$

$$M1_{i,j} := f(x_i, y_j)$$



M1, M1

Рисунок 1.1 – Приклад побудови на одному рисунку двох 3D-графіків різного типу

CreateSpace (F, t0, t1, tgrid, fmap)

Повертає вкладений масив трьох векторів, що *подають* x-, y-, i- z координати просторовою кривої, визначеною *функцією F*. *t0* і *t1* - діапазон зміни змінної, *tgrid* - розмір сітки змінної, *fmap* - функція відображення. Всі параметри, за винятком *F*, - факультативні.

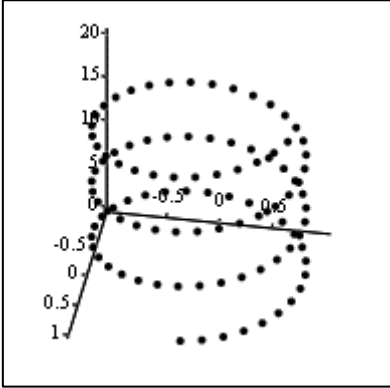
Побудова пересічних фігур

Особливий інтерес являє собою можливість побудови на одному графіку ряду різних фігур або поверхонь з автоматичним урахуванням їхнього взаємного перетинання. Для цього треба роздільно задати матриці відповідних поверхонь і після виведення шаблону 3D-графіка перерахувати ці матриці під ним із використанням у якості роздільника коми (Рис. 1.3).

1 спосіб

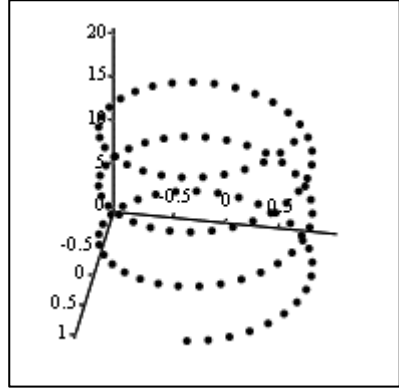
$$F(t) := \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$$

M := CreateSpace(F, 0, 20, 100)

**2 спосіб**

t := 0..100

$$x_t := \cos\left(\frac{t}{5}\right) \quad y_t := \sin\left(\frac{t}{5}\right) \quad z_t := \frac{t}{5}$$



M

(x, y, z)

Рисунок 1.2 – Побудова 3D Крапкових графіків

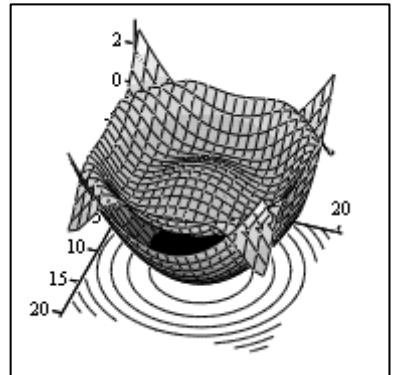
$$x := 0..20 \quad y := 0..20$$

$$f1(x, y) := -\sin(x^2 + y^2)$$

$$f2(x, y) := x^2 + y^2 - 5$$

$$M2_{x, y} := f2\left(\frac{x-10}{5}, \frac{y-10}{5}\right)$$

$$M1_{x, y} := f1\left(\frac{x-10}{5}, \frac{y-10}{5}\right)$$



M1, M2, M2

Рисунок 1.3 – Побудова двох пересічних поверхнь і контурного графіка

1.2 Порядок виконання самостійної роботи

Перед початком роботи необхідно вивчити матеріал п. 1.1. Підготувати відповіді на контрольні питання до самоперевірки.

В подальшій роботі, набираючи оператори, користуватись клавіатурою (табл. 1.1).

Всі завдання виконувати з коментарями, використовуючи команду **Insert** ⇒ **Text Region**.

1.2.1 Обчислити

$$\sqrt{100} = ; \quad |-10| = ; \quad 10! = .$$

1.2.2 Визначити змінні, обчислити вираження. За допомогою команди **Format** ⇒ **Result** ⇒ **Number Format** змінити точність відображення результатів обчислення *глобально*. Варіанти завдань у табл. 1.4.

Таблиця 1.4 – Варіанти до завдання 1.2.2

Варіант	Функція
1	$a = -1,3; b = 0,91; c = 0,75; x = 2,32; k = 8$ $y = \sin \frac{a-x}{c} + 10^4 \cdot \sqrt[3]{\frac{a-kx^2}{2b}} + \frac{\cos kx^2}{\operatorname{tg} 3} - \frac{bc}{ax}$
2	$k = 2; x = 0,32; d = 1,25; n = -4; b = 0,75; c = 2,2$ $y = 10^{-3} \tan kn - \frac{(x-d)(x^2+b^2)}{\sqrt[3]{x^2+b^2-cd}} - \frac{\cos kx}{\sin 5}$
3	$i = 5; k = -2; x = 0,1; a = 25,2; b = 2,35$ $y = \operatorname{tg} ik - \frac{ax^3-b}{(a+b)^2} + 10^3 e^{-5} + \sqrt[3]{\frac{10^2 xk }{(a+b)^2}}$
4	$a = -1,25; c = 0,05; d = 2,5; i = 5; x = 1,35$ $y = \frac{\sqrt{ c-d +(a+c)^2}}{\sin 2i} + 10^{-3} e^{ix} - \frac{ c-d +a^2}{\sqrt[3]{(a+c)^2}}$

Продовження таблиці 1.4

Варіант	Функція
5	$k = 2; x = -2,5; c = 0,31; a = 0,93; b = 5,61$ $y = \frac{\ln kx }{\sin 7} - \sqrt{ x-a^2 } - \frac{10^4 a - b}{\cos kx} + \sqrt[3]{x-a^2} + c^3 x$
6	$k = -2; a = 3,5; b = 0,35; x = 1,523$ $y = 10^4 \frac{ax}{b^2} - \left \frac{a-b}{kx} \right + \frac{\ln 3}{\sqrt[3]{ax+b^2}} - e^{-kx}$
7	$a = 1,7; b = -1,25; c = -0,3; x = 2,5; k = 3$ $y = \sqrt{\frac{abc}{2,4}} - \frac{0,7abc}{\sin 7} + 10^4 \sqrt[5]{ \cos kx } - \frac{b-a}{kx}$
8	$a = 1,3; b = 2,42; c = 0,83; x = 1,5; k = 2$ $y = \frac{ a^2 - b^2 }{\sin kx} - \frac{k^2 + tg 3k}{e^{kx}} - 10^4 \sqrt[5]{ \sin kx - bc }$
9	$x = 0,29; a = -2,4; k = 3; c = 1,52$ $y = \frac{\sqrt[3]{\ln x + a^2}}{0,47x^2} - \left 0,47x^2 - \frac{10^4}{7} \cos^2 k \right - \frac{c}{x}$
10	$a = -2,5; b = 1,35; x = 2,75; i = 3; c = -0,72$ $y = \frac{1,5(a-b)^2}{ a-b c} + \frac{i}{5} + 10^3 \sqrt{ a-b } - \frac{2,5(a+x^2)\sin 7}{ix^2 + a^2 bc}$
11	$a = 3,5; i = 2; b = -0,7; x = 0,8$ $y = 10^4 \sin^2 i - \frac{0,32x^3 + 4x + b}{\cos ia} \sqrt[6]{0,32x^3 - b + b }$
12	$a = 4,72; b = 1,25; d = -0,01; x = 2,25; i = 2; k = 3$ $y = \frac{ax^2 + d }{(a+b)^2} - 10^4 \sqrt[5]{\frac{kx}{(a+b)^2}} - \frac{\cos i}{\sin kx}$

Продовження таблиці 1.4

Варіант	Функція
13	$a = -3,25; x = 8,2; k = 4; b = 0,05; d = 0,95$ $y = \cos k(x-a) + \frac{\sqrt[5]{ x+a }}{2,4b} e^3 + 10^{-4} \frac{(x+a)^3 + x^4 d}{k(x-a)^3}$
14	$x = 0,48; b = -0,31; c = 1,72; a = 2,01; k = 3$ $y = \sqrt[5]{ ax^2 - b^3 } + \ln kx - \frac{e^{kx} + c^2}{\sin kx} - 10^{-3} \sqrt{2157}$
15	$x = 2,5; b = 0,04; k = 3; n = 5$ $y = \frac{1}{9} + \frac{\sqrt{x^2 + b}}{0,4x} - 10^4 e^{kx} + \cos \sqrt{x^2 + b} + \frac{\sin 3}{(x^2 + b)n}$
16	$x = 0,5; a = 2,71; c = 3,25; d = -3,53; k = 5$ $y = \frac{\sin(ax^2 - c)}{0,25k^2 xd} - \left \sqrt[3]{x^2 + \ln 3} - \cos kx \right + 10^4 x^5 cd$
17	$a = 0,02; x = -3,25; b = 2,5; c = 1,2; d = 0,5; k = 6$ $y = \frac{(ax-b)^2 + d-b - e^{kd}}{10^4 d^5 + b^2 + c} - \sin 2 + \sqrt[5]{d-b}$
18	$a = -1,7; b = 2,32; c = 0,92; k = 2; x = 0,057$ $y = \sqrt{\left \frac{\cos k^2 x - b}{a^2 + b^2} \right } - 10^4 e^7 + \frac{tg k^2 x + \sqrt[3]{5}}{a - \sin k^2 x} - \frac{c}{k}$
19	$a = -1,52; b = -13,2; k = 2; n = 4; x = 1,4$ $y = 0,5 \frac{a^2 x + b }{(a+b)^2 - b} + \frac{\sin k}{\cos nx} + 10^4 \sqrt[5]{a^2 x + b }$
20	$k = 3; a = -3,5; b = 0,35; n = 4; x = -0,02$ $y = \frac{abx + tg 2k}{ a-b + 0,5x} - 10^4 \frac{\sin na}{\cos kx} - \frac{abx}{\sqrt[3]{a-b}}$

Продовження таблиці 1.4

Варіант	Функція
21	$a = -1,4; b = 25,3; x = 4,5; n = 4$ $y = 1,1 \frac{\sqrt[3]{(a+b)^2 + \cos nx }}{\sin(a+b)} - e^2 + 10^{-3} \frac{n^2 x}{a+b}$
22	$a = 2,75; b = 1,3; x = -7,85; d = 1,23; k = -2$ $y = 10^4 \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{x^2 + a^2} - 1,7 \frac{\sqrt{7}(a^2 + b^2)}{(a+b)kd} - \frac{\cos 2}{ x+d+k }$
23	$a = -5,1; x = 0,71; k = 4; b = 0,24$ $y = e^{ax} - \frac{tgkx}{\sqrt{ a+x^2 }} - 10 \sin 2 + \frac{1}{3} - \frac{a+x^2}{kx} b$
24	$a = 2,5; b = -5,25; x = 1,25; k = 4$ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^3 e^{a+b} + \frac{\sqrt{15-kx^2-0,41}}{10^{-2} a+b } + \frac{\ln(a+b)^2}{x+kx^2} - \sqrt{3}$
25	$d = 1,2; x = 0,75; c = 1,5; b = 2,35; i = 2; k = -3$ $y = \left(dx - \sqrt{\frac{ c-b }{x}}\right)^2 + 1,2tgi - 10^3 \frac{(c-b)^2}{dx} + \sqrt[3]{\cos kx}$
26	$a = 1,2; k = 0,5; b = 0,1; x = 4,75$ $y = \sqrt[3]{(a^2 + x)x^2} - \frac{1}{\sqrt{\ln(b+x)}} + \sin\left(k + \frac{x^3}{a}\right)$
27	$a = 10; b = 5,43; c = 0,26; x = -0,55$ $y = \frac{cx^2 + (abc)^3}{\cos cx} + \sqrt[4]{\frac{c+1}{x+b}} + e^{cx-a} $
28	$a = 3,27; b = 0,89; i = 0,5; x = -1,5$ $y = \frac{\sqrt{17x}}{ae^{bx}} - \left(\frac{xi}{9}\right)^5 e^{a+b} + tgi \frac{\ln(a+b)}{ix^2}$

Продовження таблиці 1.4

Варіант	Функція
29	$a = 3,5; b = 0,8; k = -2,3; x = -2,75$ $y = \frac{1}{7} - \cos\left(\sqrt{x^2 + b + k}\right) + \frac{e^{\frac{k}{x}} + \frac{a}{b}}{\sqrt[3]{308 + k}} + \frac{ a - b }{\operatorname{tg} \frac{k}{a}}$
30	$a = 7,83; b = 3,25; k = 1,5; x = 1$ $y = \frac{\left \sin k^2 x \right }{a^2 + 3b^2} - \sqrt[5]{b + kx} + \frac{a(a^2 - b)}{e^{2x+b}}$

1.2.3 Вивести на екран значення *системної константи* π і встановити максимальний формат її відображення локально.

1.2.4 Виконати операції з комплексними числами

$$Z := -3 + 2.4i$$

$$|Z| = \operatorname{Re}(Z) = \operatorname{Im}(Z) = \operatorname{arg}(Z) = \sqrt{Z} = \sqrt{-5} = 2 \cdot Z =$$

$$Z1 := 1 + 2i \quad Z2 := 3 + 4i$$

$$Z1 + Z2 = \quad Z1 - Z2 = \quad Z1 \cdot Z2 = \quad Z1 / Z2 =$$

1.2.5 Виконати операції

$$i := 1 \dots 10 \quad \sum_i i = \quad \prod_i (i+1) = \quad \int_0^{0.4} x^2 \cdot \lg(x+2) dx =$$

$$\int_{0.8}^{1.2} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{(\sin 2x)^2} dx = \quad x := 2 \quad \frac{d}{dx} x^5 = \quad \frac{d}{dx} \sin(x) =$$

1.2.6 Визначити вектори d , S і R через дискретний аргумент i . Відобразити графічно функції $S_i(d_i)$ і $R_i(d_i)$, використовуючи команду **Insert** \Rightarrow **Graph** \Rightarrow **X-Y Plot**. Щоб оформити графік, необхідно виконати такі команди:

i	d_i	S_i	R_i
0	0.5	3.3	2
1	1	5.9	3.9
2	1.5	7	4.5
3	2	6.3	3.7
4	2.5	4.2	1.2

- клацнути лівою клавiшею миші на графіку, щоб виділити його. Потім клацнути правою клавiшею миші, при цьому з'явиться контекстне меню в котрому необхідно вибрати команду **Format...** (з'явиться діалогове вікно “**Formatting Currently Selected X-Y Plot**”);
- нанести лінії сітки на графік (**X-Y Axes \Rightarrow Grid Lines**) і відобразити легенду (**Traces \Rightarrow Hide Legend**);
- відформатувати графік так, щоб у кожній вузловій точці графіка функції $S_i(d_i)$ стояв знак виду \square (**Traces \Rightarrow Symbol \Rightarrow box**), а графік функції $R_i(d_i)$ відобразити у виді гістограми **Traces \Rightarrow Type \Rightarrow bar**.

1.2.7 Побудувати декартові (**X-Y Plot**) і полярні (**Polar Plot**) графіки таких функцій:

$$X(\alpha) := \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$$

$$Y(\alpha) := 1.5 \cos(\alpha)^2 - 1$$

$$P(\alpha) := \cos(\alpha).$$

Для цього необхідно визначити α як дискретний аргумент на інтервалі від 0 до $2 \cdot \pi$ із кроком $\pi/30$.

Визначити за графіком **X-Y Plot** координати будь-якої із точок перетинання графіків $Y(\alpha)$ і $P(\alpha)$, для цього необхідно:

- виділити графік і вибрати з контекстного меню **Zoom** (з'явиться діалогове вікно “**X-Y Zoom**”) для збільшення частини графіка в області точки перетинання;
- на кресленні виділити пунктирним прямокутником область точки перетинання графіків $Y(\alpha)$ і $P(\alpha)$, яку потрібно збільшити;
- натиснути кнопку **Zoom**, щоб збільшити графік;
- щоб зробити це зображення постійним, вибрати ОК;
- вибрати з контекстного меню **Trace** (з'явиться діалогове вікно “**X-Y Trace**”);
- усередині креслення натиснути кнопку миші і перемістити покажчик миші на точку, координати якої потрібно побачити;
- вибрати **Copy X** (або **Copy Y**), на вільному полі документа набрати $X_{per} :=$ (або $Y_{per} :=$) і вибрати пункт меню **Edit \Rightarrow Paste**;

Обчислити значення функцій $X(\alpha)$ і $Y(\alpha)$ при $\alpha := \pi/2$.

1.2.8 Використовуючи команду **Insert \Rightarrow Matrix...** створити матрицю Q розміром 6×6 , заповнити її довільно і відобразити графічно за допомогою команди **Insert \Rightarrow Graph \Rightarrow Surface Plot**.

1.2.9 Побудувати графік поверхні (**Surface Plot**) і карту ліній рівня (**Contour Plot**) для функції двох змінних $X(t, \alpha) := t \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$ двома способами:

1.2.9.1 За допомогою функції *CreateMesh* (сітка розміром 40×40 , діапазон зміни t від -5 до 5 , α - від 0 до $2 \cdot \pi$).

1.2.9.2 Задавши поверхню математично, для цього треба:

- визначити функцію $X(t, \alpha)$;

- задати на осях змінних t і α по 41 точки $i := 0..40$ $j := 0..40$

для змінної t_i із значеннями, що змінюються від -5 до 5 із кроком 0.25
 $t_i := -5 + 0.25 \cdot i$, а для змінної α_j - від 0 до $2 \cdot \pi$ із кроком $\pi/20$
 $\alpha_j := \pi/20 \cdot j$;

- визначити матрицю $M_{i,j} := X(t_i, \alpha_j)$ і відобразити її графічно.

За допомогою команди **Format...** контекстного меню викликати діалогове вікно “**3-D Plot Format**” і змінити:

- характеристики перегляду (**General**⇒**View**⇒**Rotation, Tilt**);
- колір лінії поверхні (**Appearance**⇒**Fill Option, Line Option**);
- параметри осей (**Axes**);
- вид заголовка графіка (**Title**).

1.2.10 Відобразити графічно перетинання поверхонь

$$f1(x, y) := \frac{(x+y)^2}{10} \quad \text{і} \quad f2(x, y) := 5 \cdot \cos\left(\frac{x-y}{3}\right).$$

Матриці для побудови поверхонь задати за допомогою функції *CreateMesh*, значення факультативних параметрів не вказувати. Виконати однотонну заливку для поверхонь, обравши з контекстного меню команду **Format...** Також із контекстного меню вибрати ефекти **Туман(Fog)**, **Освітлення(Lighting)**, **Перспектива(Perspective)**.

1.3 Зміст звіту

1.3.1 Стислий конспект з теоретичного матеріалу.

1.3.2 Розрахунки в системі MathCAD.

1.3.3 Висновки.

1.4 Контрольні запитання

- 1.4.1** За допомогою якого оператора можна обчислити вираження?
- 1.4.2** Як створити текстову область у документі MathCAD?
- 1.4.3** Чим відрізняється глобальне і локальне визначення змінних?
- 1.4.4** За допомогою яких операторів визначаються?
- 1.4.5** Як змінити формат чисел для всього документа?
- 1.4.6** Як змінити формат чисел для окремого вираження?
- 1.4.7** Які системні змінні Вам відомі? Як дізнатися їхнє значення? Як змінити їхнє значення?
- 1.4.8** Які види функцій MathCAD Вам відомі?
- 1.4.9** Як вставити убудовану функцію в документ MathCAD?
- 1.4.10** За допомогою яких операторів можна обчислити інтеграли, похідні, суми і множення?
- 1.4.11** Як визначити дискретні змінні з довільним кроком? Який крок по замовчанню?
- 1.4.12** Як визначити індексну змінну?
- 1.4.13** Які види масивів у MathCAD Вам відомі?
- 1.4.14** Яка системна змінна визначає нижню межу індексації елементів масиву?
- 1.4.15** Опишіть способи створення масивів у MathCAD.
- 1.4.16** Як переглянути вміст масиву, визначеного через дискретний аргумент?
- 1.4.17** Як побудувати графіки: поверхні; полярний; декартовий?
- 1.4.18** Як побудувати декілька графіків в одній системі координат?
- 1.4.19** Як змінити масштаб графіка?
- 1.4.20** Як визначити координату точки на графіку?
- 1.4.21** Як побудувати гістограму?
- 1.4.22** Які функції використовуються для побудови тривимірних графіків?

2 САМОСТІЙНА РОБОТА. РІШЕННЯ РІВНЯНЬ У СИМВОЛЬНОМУ ВИДІ

Мета: вивчити способи рішення рівнянь і систем рівнянь в символному виді засобами MathCAD

2.1 Загальні відомості

У MathCAD можна швидко і точно знайти чисельне значення кореня за допомогою функції *root*. Але є деякі задачі, для яких можливості MathCAD дозволяють знаходити рішення в символному (аналітичному) виді.

Рішення рівнянь у символному виді дозволяє знайти точні або наближені корені рівняння:

- якщо розв'язуване рівняння має параметр, то рішення в символному виді може виразити шуканий корінь безпосередньо через параметр. Тому замість того, щоб вирішувати рівняння для кожного нового значення параметра, можна просто замінити його значення в знайденому символному рішенні;

- якщо потрібно знайти всі комплексні корені поліному із ступенем менше або рівним 4, символне рішення дасть їхні точні значення у вигляді вектора-стовпця, в аналітичному або цифровому виді.

Для вирішення рівнянь у символному виді існують три можливості: перша - це використання меню **Symbolics**, друга - використання оператора *solve*, x , і третя - використання блока **Given Find(...)**.



Команда **Symbolics**⇒**Variable**⇒**Solve** дозволяє вирішити рівняння щодо деякої змінної і виразити його корені через інші параметри рівняння.

Щоб символно вирішити рівняння необхідно:

- набрати вираження (знак рівності – клавіші **Ctrl** + **=**);
- виділити змінну, відносно котрої потрібно вирішити рівняння, виділивши її лівою кнопкою миші;
- вибрати пункт меню **Symbolics** ⇒ **Variable** ⇒ **Solve**.

Приклад. Запишемо квадратний тричлен, виділимо змінну x і виберемо в меню пункт **Symbolics** ⇒ **Variable** ⇒ **Solve**. Одержимо

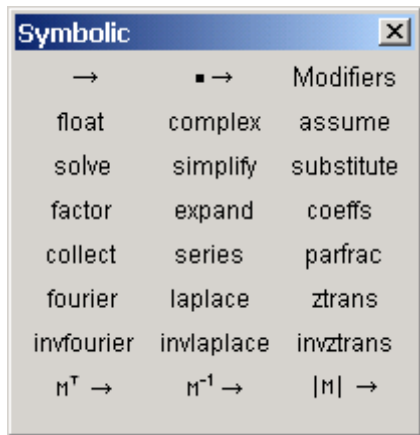
рішення в символьному виді. Для того, щоб рішення було записано справа від виразу, необхідно встановити прапорець у меню **Symbolics** ⇒ **Evaluation Style** ⇒ **Horizontally**

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad \left[\begin{array}{l} \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot \left(-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c} \right) \\ \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot \left(-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c} \right) \end{array} \right]$$

Нема необхідності дорівнювати вираження нулю. Якщо MathCAD не знаходить знака рівності, він припускає, що потрібно дорівняти вираження нулю.

Оператор **solve, x** треба вводити клавішею палітри символічних операцій. Вводити його "вручну" не можна.

При використанні оператора **solve, x** необхідно мати на увазі, що **змінні не можна визначати заздалегідь**: якщо визначено $x := 1$, то спроба розкриття квадратного рівняння $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ **solve, x** → призведе до помилки, проте, квадратний тричлен



$$a \cdot z^2 + b \cdot z + c \text{ solve, } z \rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[-b + \left(b^2 - 4 \cdot a \cdot c \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[-b - \left(b^2 - 4 \cdot a \cdot c \right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{array} \right]$$

розкривається цілком задовільно.

Розв'язання системи рівнянь у символьному виді:

- набрати ключове слово **Given**;
- набрати рівняння в будь-якому порядку нижче слова **Given**;
- набрати функцію **Find**, що відповідає системі рівнянь;

- натиснути **Ctrl** + **.**; MathCAD відобразить символічний знак рівності \rightarrow ;

- клацнути мишею на функції *Find*.

Приклад 2.1 ілюструє символічні рішення системи рівнянь у MathCAD.

Приклад 2.1 – Рішення системи рівнянь за допомогою функції *Find*

$$\begin{array}{l} \text{Given} \\ x - 2 \cdot \pi \cdot y = a \\ 4 \cdot x + y = b \end{array}$$

$$\text{Find}(x, y) \rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{(2 \cdot \pi \cdot b + a)}{(1 + 8 \cdot \pi)} \\ \frac{(-4 \cdot a + b)}{(1 + 8 \cdot \pi)} \end{array} \right]$$

- використовуйте **Ctrl** + **.** для виведення символічного знака рівності

Спробуємо вирішити систему лінійних рівнянь

$$\begin{array}{l} \text{Given} \\ u + 2 \cdot \pi \cdot v = a \\ 4 \cdot u + v = b \end{array}$$

$$\text{Find}(u, v) \rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{(2 \cdot \pi \cdot b - a)}{(-1 + 8 \cdot \pi)} \\ \frac{(4 \cdot a - b)}{(-1 + 8 \cdot \pi)} \end{array} \right]$$

У даному випадку, нам прийшлося вводити невикористані дотепер змінні u v , оскільки змінні x та y вже визначені. Обминути ці труднощі досить просто, якщо вирішувати рівняння на новому робочому листі.

Приклад 2.2 – Рішення для поліному третього порядку

Ми визначили заздалегідь значення констант, у протилежному випадку рішення утвориться в загальному виді і на лист не поміститься. Спробуйте його вивести і подивіться, що вийде.

$$a := 1 \quad b := 1 \quad c := 1 \quad d := 1$$

$$a \cdot z^3 + b \cdot z^2 + c \cdot z + d \text{ solve, } z \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ i \\ -i \end{pmatrix}$$

Аналогічно вирішимо тригонометричну рівність.

$$\sin(z)^2 + \cos(z)^2 = 1 \text{ solve, } z \rightarrow z$$

Тут, треба думати, підходить будь-яке значення.

$$\sin(z) + \cos(z) \text{ solve, } z \rightarrow \frac{-1}{4} \cdot \pi$$

$$\sin(z) + \cos(z) \left| \begin{array}{l} \text{solve, } z \\ \text{float, } 20 \end{array} \right. \rightarrow -.7853981633974483096$$

Ми додали тип виведеного значення **float** і 20 значущих цифр.

Розглянемо інші оператори (див. приклад 2.3):

Simplify (Спрощення)

$$\sin(z)^2 + \cos(z)^2 \text{ simplify} \rightarrow 1 \quad \text{Проте } \tan(z) \text{ simplify} \rightarrow \tan(z)$$

Expand (Розкладання по ступенях)

$$(u + v)^3 \text{ expand, } u \rightarrow u^3 + 3 \cdot u^2 \cdot v + 3 \cdot u \cdot v^2 + v^3$$

$$\cos(2 \cdot z) \text{ expand, } z \rightarrow 2 \cdot \cos(z)^2 - 1$$

Factor (Розкладання) - розкладання числа або вираження на множники

$$\begin{array}{ll} z^3 + 3 \cdot z^2 + 3 \cdot z + 9 & (z + 3) \cdot (z^2 + 3) \\ u^2 - v^2 & -(v - u) \cdot (u + v) \end{array}$$

Collect (Розкладання доданків по підвираженню)

$$(z - 1) \cdot (z - 2) \cdot (z - 3) \text{ collect, } z \rightarrow z^3 - 6 \cdot z^2 + 11 \cdot z - 6$$

$$(m + n + k)^2 \text{ collect, } k \rightarrow k^2 + (2 \cdot m + 2 \cdot n) \cdot k + (m + n)^2$$

Substitute (Заміна змінної)

$$\sin(x) \text{ substitute, } x = t \rightarrow \sin(t)$$

Операція **Expand to Series...** (Розкладання в ряд) - повертає розкладання в ряд Тейлора

$$e^z \text{ series, } z = 0 \rightarrow 1 + z + \frac{1}{2} \cdot z^2 + \frac{1}{6} \cdot z^3 + \frac{1}{24} \cdot z^4 + \frac{1}{120} \cdot z^5$$

Coefs (Обчислення коефіцієнтів поліному)

$$3 \cdot z^3 + 2 \cdot z^2 + z - 1 \text{ coeffs}, z \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Приклад 2.3 – Використання операцій символічної математики

Знайти коефіцієнти кубічного полінома

$$(2 - z) \cdot (3 \cdot z + 4) \cdot (z - 1) \text{ expand}, z \rightarrow 5 \cdot z^2 + 6 \cdot z - 8 - 3 \cdot z^3 \text{ coeffs}, z \rightarrow \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

або так

$$(2 - z) \cdot (3 \cdot z + 4) \cdot (z - 1) \text{ series}, z = 0 \rightarrow 5 \cdot z^2 + 6 \cdot z - 8 - 3 \cdot z^3 \text{ coeffs}, z \rightarrow \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

а можна і так

$$B := (2 - z) \cdot (3 \cdot z + 4) \cdot (z - 1) \left| \begin{array}{l} \text{expand}, z \\ \text{coeffs}, z \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Примітка. Символьні оператори вводити тільки з палітри символічних операцій.

2.2 Порядок виконання самостійної роботи

2.2.1 Виконати всі приклади, наведені в методичних вказівках для даної лабораторної роботи.

2.2.2 Для поліному $g(x)$ (табл. 2.1) виконати наступні дії:

2.2.2.1 розкласти на множники, використовуючи операцію **Symbolics** \Rightarrow **Factor**;

2.2.2.2 підставити вираження $x = y + z$ в $g(x)$, використовуючи операцію **Symbolics** \Rightarrow **Variable** \Rightarrow **Substitute** (попередньо скопіювавши вираження, що підставляється, в буфер обміну, виділивши його і натиснувши комбінацію **Ctrl** + **C**);

2.2.2.3 використовуючи операцію **Symbolics** \Rightarrow **Expand to Series...**, розкласти по ступенях вираження, отримане у 2.2.2.2);

2.2.2.4 використовуючи операцію **Symbolics** \Rightarrow **Collect**, зверніть вираження, отримане в 3), по змінної z .

Таблиця 2.1 – Варіанти до завдання 2.2.2

<i>Варіант</i>	$g(x)$	<i>Варіант</i>	$g(x)$
1	$x^4 - 2x^3 + x^2 - 12x + 20$	16	$x^4 + 2x^3 + 13x^2 + x + 20$
2	$x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 60$	17	$x^4 + x^3 + 6x^2 + 17x + 25$
3	$x^4 - 14x^2 - 40x - 75$	18	$x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 2x + 50$
4	$x^4 - x^3 + x^2 - 11x + 10$	19	$x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 2x + 70$
5	$x^4 - x^3 - 29x^2 - 71x - 140$	20	$x^4 + 6x^3 + 20x^2 - 54x + 40$
6	$x^4 + 7x^3 + 9x^2 + 13x - 30$	21	$x^4 - 4x^2 - 10x - 5$
7	$x^4 + 3x^3 - 23x^2 - 55x - 150$	22	$x^4 - 8x^3 + 30x^2 - 10x + 70$
8	$x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 10x + 75$	23	$x^4 - 2x^3 - 59x^2 - 7x - 25$
9	$x^4 + x^3 - 17x^2 - 45x - 100$	24	$x^4 + 14x^3 + 2x^2 + 3x - 70$
10	$x^4 - 5x^3 + x^2 - 15x + 50$	25	$x^4 + 9x^3 - 33x^2 - 5x - 45$
11	$x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 20x + 25$	26	$x^4 - 7x^3 + x^2 + 18x + 175$
12	$x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 7x - 20$	27	$x^4 + x^3 - 17x^2 - 45x - 100$
13	$x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 5x + 100$	28	$x^4 - 15x^3 + 44x^2 - 35x + 40$
14	$x^4 + 10x^3 + 36x^2 + 70x + 75$	29	$x^4 - 3x^3 - 12x^2 - x + 125$
15	$x^4 + 9x^3 + 31x^2 + 59x + 60$	30	$x^4 + 8x^3 + 27x^2 + 13x - 120$

2.2.3 Символьно вирішити системи рівнянь

$$\begin{cases} 3x + 4\pi y = a \\ 2x + y = b \end{cases}; \quad \begin{cases} 2y - \pi z = a \\ \pi z - z = b \\ 3y + x = c \end{cases}$$

2.3 Зміст звіту

2.3.1 Стислий конспект з теоретичного матеріалу.

2.3.2 Розрахунки в системі MathCAD.

2.3.3 Висновки.

2.4 Контрольні запитання

2.4.1 Як символно вирішити рівняння або систему рівнянь у MathCAD? Який знак рівності використовується? Якою комбінацією клавіш вводиться в документ?

2.4.2 Назвіть особливості використання символного рішення рівнянь.

2.4.3 Назвіть особливості використання оператора *solve,x*.

2.4.4 Символьні операції з виділеними змінними.

2.4.5 Назвіть символні операції перетворення.

2.4.6 Які параметри визначає стиль представлення результатів обчислень і де він задається?

2.4.7 У яких випадках результат символних перетворень поміщається в буфер обміну ?

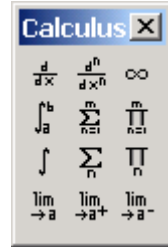
3 САМОСТІЙНА РОБОТА. МЕЖА ФУНКЦІЙ. ДИФЕРЕНЦІОВАННЯ

Мета: засвоїти методи дослідження функцій в MathCAD

3.1 Загальні відомості

Границі функцій. Три нижніх кнопки інструментальної панелі **Calculus** призначені для обчислення границь функцій. Обчислення границі - це операція символічної математики і тому завершується символом стрілки вправо \rightarrow .

Розглянемо декілька прикладів.



Приклад 3.1 – Обчислення магічних границь

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \rightarrow 1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \rightarrow \exp(1)$$

Очевидно, що отримано цілком задовільний результат.

Приклад 3.2 – Обчислення границь функцій

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin(x))}{\sin(4 \cdot x)} \rightarrow \frac{1}{4}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln(x)} \rightarrow 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\cos(x)^2} - 1}{\ln(\sin(x))} \rightarrow -2 \cdot \ln(2).$$

Приклад 3.3 – Обчислення лівої та правої границь функцій

Можна обчислити також границі зліва і справа.

Так границя функції $e^{1/x}$ при $x \rightarrow -0$ дорівнює 0, а при $x \rightarrow +0$ прагне до безкрайності

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{1/x} \rightarrow 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1/x} \rightarrow \infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{\sqrt{2x^2 + 3x^4}} \rightarrow \text{undefined};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x + b}} \rightarrow 1.$$

Диференціювання

По визначенню, похідна функції представляє собою

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Обчислимо похідну функції

$$f(x) := x^2 + 2x + 1 \text{ за умови, що } x := 1$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \rightarrow 4.$$

У MathCAD для обчислення похідної використовується палітра **Calculus**. Так, для рішення тієї ж задачі ми могли б написати

$$\frac{d}{dx} f(x) = 4.$$

Символ диференціювання $\frac{d}{dx}$ вибирається тільки з палітри.

Вводити його "вручну" не можна.

Операція диференціювання закінчується:

- знаком =, якщо ви хочете одержати чисельне значення похідної в точці;

- знаком \rightarrow , якщо необхідно одержати символічне значення.

Приклад 3.4 – Диференціювання функцій

$$\frac{d}{dz} \sin(z) \rightarrow \cos(z),$$

але, за умови, що $x := 1$

$$\frac{d}{dx} \sin(x) \rightarrow \cos(1);$$

$$\frac{d}{dz} \cos(z) \rightarrow -\sin(z);$$

$$\frac{d}{dz} \sqrt{z} \rightarrow \frac{1}{2 \cdot z^{\frac{1}{2}}};$$

$$\frac{d}{dz} z^n \rightarrow z^{n-1} \cdot n \text{ simplify } \rightarrow z^{(n-1)} \cdot n.$$

Можна обчислити і досить екзотичну похідну

$$\frac{d}{dz} z^z \rightarrow z^z \cdot (\ln(z) + 1).$$

Дослідження функцій

Границю функції і похідну можна використовувати для дослідження функцій. Ми не будемо розглядати повну схему дослідження, обчислимо лише точки екстремуму і знайдемо похилі асимптоти.

Приклад 3.5 – Дослідження функцій

Розглянемо функцію

$$f(x) := \sqrt[3]{x^2 \cdot (x + 4)} \text{ на інтервалі } x := -5, -4.9 \dots 3$$

У точці локального максимуму $\frac{d}{dx} f(x) = 0$.

Обчислимо похідну

$$F(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \frac{1}{\frac{2}{3} \left[x^2 \cdot (x + 4) \right]^{\frac{2}{3}}} \cdot \left[2 \cdot x \cdot (x + 4) + x^2 \right]$$

Розв'яжемо це рівняння.

Побудуємо графік функції $f(x)$, за графіком визначимо початкове наближення для одного з екстремумів функції.

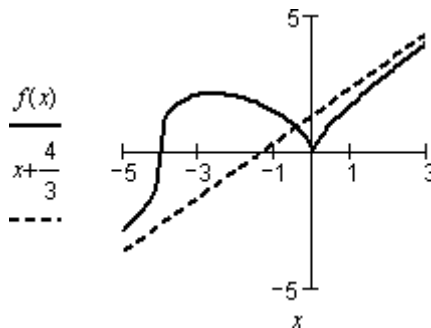


Рисунок 3.1 – Графік функції $f(x)$ та похилі асимптоти

$x := -3$ – початкове наближення

Given

$$F(x) = 0$$

$$Find(x) = -2.667$$

Похила асимптота визначається рівнянням

$$y = kx + b,$$

$$\text{де } k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x).$$

Обчислимо

$$k := \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \rightarrow 1 \quad b := \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) \rightarrow \frac{4}{3}$$

і побудуємо на тому ж графіку (рис. 3.1) асимптоту.

Можна ще обчислити межі похідної в точці $x=0$ зліва і справа.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} F(x) \rightarrow -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) \rightarrow \infty.$$

У нулі функція безперервна, але похідна має розрив другого роду.

Розглянемо ще одну задачу

Необхідно побудувати еліпс $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, дотичні і нормалі до нього в точках $(1, \frac{-3\sqrt{3}}{2})$, $(1, \frac{3\sqrt{3}}{2})$.

Для простоти запишемо рівняння еліпса в параметричній формі:

$$x(t) := 2 \cdot \cos(t)$$

$$y(t) := 3 \cdot \sin(t)$$

Припустимо $t := \frac{\pi}{3}$, для точки $x(t) \rightarrow 1$, $y(t) \rightarrow \frac{3}{2} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$ і обчислимо

кутовий коефіцієнт дотичної.

$$k := \frac{\frac{d}{dt} y(t)}{\frac{d}{dt} x(t)}, \quad k := -0.866.$$

Вільний член рівняння

$$b := y(t) - k \cdot x(t), \quad b = 3.464.$$

Кутовий коефіцієнт нормалі обчислюється як $\frac{-1}{k}$ і вільний член

$$d := y(t) - \left(\frac{-1}{k}\right) \cdot x(t),$$

$$\frac{-1}{k} = 1.155, \quad d = 1.443,$$

$$z := -2, -1.9..2,$$

$$t := 0, 0.1..2 \cdot \pi,$$

$$u(x) := k \cdot x + b \text{ - дотична}$$

$$n(x) := \frac{-1}{k} \cdot x + d \text{ - нормаль}$$

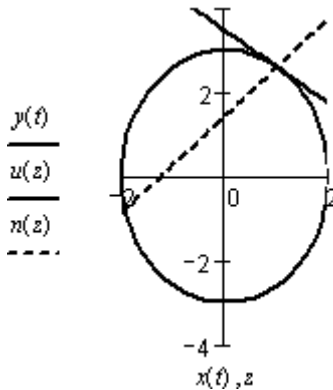


Рисунок 3.2 – Побудова дотичної та нормалі до еліпсу

Нормаль і дотичну у точці $(1, \frac{-3\sqrt{3}}{2})$ побудуйте самостійно.

3.2 Порядок виконання самостійної роботи

3.2.1 Виконати всі приклади, наведені в методичних вказівках для даної лабораторної роботи.

3.2.2 Побудувати графік функції $f(x)$ на інтервалі $[a, b]$ за варіантом (див. табл. 3.1).

Знайти нулі функцій; точки локальних екстремумів.

Таблиця 3.1 – Варіанти індивідуальних завдань до п. 3.2.2

№	$f(x)$	$[a, b]$	№	$f(x)$	$[a, b]$
1	$\sin x^2$	$[-2;2]$	16	$2x-\cos(x^2)$	$[0;4]$
2	$\cos x^2$	$[-2;2]$	17	$\sin(x^2)-x$	$[-2;3]$
3	$e^{\sin x} - 1$	$[-5;5]$	18	$0.1x^4-\cos(3x)$	$[-1;3]$
4	$x^3-\cos(5x)$	$[-1;1]$	19	$\ln(x) + \cos(x)$	$[0;10]$
5	$e^{-(x + \sin 2x)} - 0.2$	$[0;5]$	20	$2x-3\cos(4x)$	$[-1;2]$
6	$\cos(3x)-x$	$[-2;2]$	21	$10+66x-3x^3$	$[-8;8]$
7	$\sin(x + e^{\sin x})$	$[-1;5]$	22	$3\sin(x)+x-1$	$[-2;5]$
8	$2\sin(6x)$	$[-1;1]$	23	$\cos(x^2)-0.5x$	$[0;4]$
9	$x \cdot \cos(x+\ln(1+x))$	$[0;7]$	24	$2x^2+5\cos(x^2)-2$	$[-2;1]$
10	$\ln 2x/(1+\sin(x))-5$	$[0;8]$	25	$0.1x^2-x \sin(x)$	$[-5;5]$
11	$\sin(x^2)e^{-(x/2)}$	$[0;3]$	26	$\sin(x^2)-4 \ln(x)-5$	$[2;4]$
12	$\cos(x+\cos^3 x)$	$[0;5]$	27	$0.25x^2+\cos(x)-2$	$[-5;5]$
13	$\cos(2x+e^{\cos x})$	$[1;5]$	28	$(x-1)/(3+\sin(3x))$	$[-2;2]$
14	$\cos(2x+x^2)$	$[1;3]$	29	$1-x-\cos(x^2)$	$[-2;2]$
15	$e^{\cos x} \cos x^2$	$[0;3]$	30	$x^{3\cos(2x)}-x-1$	$[3;7]$

3.3 Зміст звіту

3.3.1 Стислий конспект з теоретичного матеріалу.

3.3.2 Розрахунки в системі MathCAD.

3.3.3 Висновки.

3.4 Контрольні запитання

3.4.1 Як обчислити похідну функції?

3.4.2 Як обчислити границі функції?

3.4.3 Як одержати чисельне значення похідної?

3.4.4 Як одержати символічне значення похідної?

3.4.5 За допомогою яких комбінацій клавіш можна ввести знаки границь та диференціалів?

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

Базова

1 Загребельний, С. Л. Програмування на мові C++ у середовищі Visual Studio 2010 : навчальний посібник для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» С. Л. Загребельний, С. В. Малигіна, М. В. Брус, С. С. Гурковська 2019. – Краматорськ : ДДМА, ISBN 978-966-379-886 146 с.

2 Лозинський, А. Розв'язування задач електромеханіки в середовищах пакетів SMat Studio і MATLAB: Навчальний посібник / Лозинський А., Мороз В., Паранчук Я. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2000. – 166 с.

3 Інформатика. Комп'ютерна техніка. Комп'ютерні технології: Підручник для студентів вищих навчальних закладів/ За редакцією О.І.Пушкаря. Вид. 2-ге, перероб., доп. - К.: Видавничий центр "Академія", 2002.-704 с.

4 Аверкін С. Короткий посібник з програми SMath Studio та основним її можливостям. URL: <http://smath.info/7file=738777>.

5 Можливості SMath Studio. URL: http://wiki.pocketz.ru/wiki/SMath_Studio.

Допоміжна

6 Солодовнікова, Т.П. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни «Обчислювальна техніка та програмування за фахом» для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (освітня програма «Електричні машини і апарати») усіх форм навчання. / Укл.: Т.П. Солодовнікова, О.О. Шлянін, Г.В. Дьомічева. – Запоріжжя : НУЗП, 2023. – 59 с.

7 Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Обчислювальна техніка та програмування за фахом» для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (освітня програма «Електричні машини і апарати») усіх форм навчання. / Укл.: Т.П. Солодовнікова, С. О. Лапкіна. – Запоріжжя : НУЗП, 2023. – 47 с.

8 Лозинський А., Мороз В., Паранчук Я. Розв'язування задач електромеханіки в середовищах пакетів MathCAD і MATLAB: Навчальний посібник. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2000. – 166 с.

9 Steinhaus S. Comparison of Mathematical Programs for Data Analysis (Edition 5.03) [Електронний ресурс] – Munchen/Germany. – 64 р. – Режим доступу : <http://www.scientificweb.de/ncrunch/>.

Інформаційні ресурси

10 Державна бібліотека України для юнацтва [Електронний ресурс] : [сайт] / Державний заклад «Державна бібліотека України для юнацтва». – Електрон. дані. – К., © 2002-2013. – Режим доступу: <http://www.4uth.gov.ua> , вільний. – Заголовок з екрана. – Мови: укр., рос., англ. – Останнє поновлення: 19.02.2019.

11 Система підтримки дистанційного навчання ЧДТУ. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://ias.cdtu.edu.ua/>.

12 Перетворення чисел у різні системи числення [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://office.microsoft.com/uk-ua/excel-help/HA010070511.aspx#BMconverts_a_decimal_number_to_binary.