

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять

з дисципліни

„ФІЗИКА НАПІВПРОВІДНИКІВ“

для студентів спеціальності 6.050801

„Мікро- та наноелектроніка“

денної й заочної форм навчання

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни „Фізика напівпровідників“ для студентів спеціальності 6.050801 „Мікро- та наноелектроніка“ денної й заочної форм навчання / Укл.: А. В. Коротун, Н. М. Нагорна, Є. Л. Жавжаров, І. М. Тітов, В. О. Шаровський. – Запоріжжя: ЗНТУ. – 2010. – 58 с.

Укладачі: А. В. Коротун, асистент,
Н. М. Нагорна, ст. викладач,
Є. Л. Жавжаров, доц., канд.фіз.-матем. наук,
І. М. Тітов, аспірант ЗНУ,
В. О. Шаровський, асистент

Рецензент: В. В. Погосов, проф., д-р фіз.-матем. наук

Відповідальний за випуск: Г.В.Сніжної, доц., канд.фіз.-матем. наук

Затверджено
на засіданні кафедри
мікро- та наноелектроніки

Протокол №1
від „03“ вересня 20 10 р.

ЗМІСТ

Умовні позначення	4
1 Статистика електронів і дірок у напівпровідниках	8
1.1 Основні формули та визначення	8
1.2 Приклади розв'язування задач	15
1.3 Задачі для самостійного розв'язування	20
2 Кінетичні явища в напівпровідниках	23
2.1 Основні формули та визначення	23
2.2 Приклади розв'язування задач	26
2.3 Задачі для самостійного розв'язування	32
3 Генерація й рекомбінація, дифузія та дрейф носіїв заряду в напівпровідниковому кристалі.....	36
3.1 Основні формули та визначення	36
3.2 Приклади розв'язування задач	43
3.3 Задачі для самостійного розв'язування	48
Рекомендована література	51
Додаток А Властивості напівпровідників.....	52
Додаток Б Параметри рекомбінаційних домішок в кремнії і германії	56
Додаток В Енергетичні рівні домішок в <i>Ge</i> , <i>Si</i> , <i>GaAs</i>	57
Додаток Г Енергія йонізації легуючої домішки в напівпровідниках	58

Умовні позначення

A	– робота виходу; постійна величина
a	– стала кристалічної ґратки; радіус борівської орбіти; прискорення
a_0	– радіус першої борівської орбіти
B	– модуль вектора магнітної індукції; постійна величина
b	– ширина
D	– коефіцієнт дифузії
E	– енергія мікрочастинки
E_F	– енергія Фермі
E_c	– дно зони провідності
E_t	– енергетичний рівень рекомбінаційної домішки
E_v	– стеля валентної зони
ΔE_a	– енергія йонізації акцепторної домішки
ΔE_d	– енергія йонізації донорної домішки
ΔE_g	– ширина забороненої зони
e	– заряд електрона
e	– основа натуральних логарифмів
$\mathcal{E}$	– напруженість електричного поля
f	– функція розподілу
Δf_t	– зміна ймовірності заповнення пастки електроном
G	– швидкість генерації
g	– фактор виродження домішкового рівня; ймовірність поглинання
h	– товщина
I	– сила струму
i	– уявна одиниця
j	– густина струму
$\mathbf{k}$	– хвильовий вектор носія заряду
k	– модуль хвильового вектора
k_B	– стала Больцмана
L	– лінійний розмір; дифузійна довжина
L_n	– дифузійна довжина електронів

L_p	– дифузійна довжина дірок
l	– довжина
m_e	– маса електрона
m^*	– ефективна маса мікрочастинки
m_n^*	– ефективна маса електрона
m_{dn}^*	– ефективна маса густини станів електронів в зоні провідності
m_p^*	– ефективна маса дірки
m_{dp}^*	– ефективна маса густини станів дірок у валентній зоні
M	– молярна маса
N	– число частинок; густина квантових станів
N_A	– стала Авогадро
N_a	– концентрація акцепторів
N_c	– ефективна густина квантових станів у зоні провідності
N_d	– концентрація донорів
N_s	– густина поверхневих станів
N_t	– концентрація рекомбінаційної домішки
N_v	– ефективна густина квантових станів у валентній зоні
$\aleph$	– уявний показник заломлення
n	– концентрація частинок; концентрація електронів в зоні провідності
n_0	– рівноважна концентрація електронів
n_i	– власна концентрація носіїв заряду
n_n	– концентрація електронів у n -області p - n -переходу
n_p	– концентрація дірок у n -області p - n -переходу
$\bar{n}$	– дійсний показник заломлення середовища
Δn	– концентрація надлишкових електронів
P	– імпульс електрона
P	– концентрація дірок
p_0	– рівноважна концентрація дірок
p_n	– концентрація електронів у p -області p - n -переходу

p_p	– концентрація дірок у p - області p - n -переходу
Δp	– концентрація надлишкових дірок
R	– електричний опір; швидкість рекомбінації; коефіцієнт відбивання
R_n	– швидкість рекомбінації електронів у напівпровіднику p -типу
R_p	– швидкість рекомбінації дірок у напівпровіднику n -типу
R_H	– стала Холла
r	– радіус; параметр розсіювання
S	– площа; переріз захоплювання
S_n	– переріз захоплювання електронів
S_p	– переріз захоплювання дірок
s	– швидкість звуку; швидкість поверхневої рекомбінації
s_n	– швидкість поверхневої рекомбінації електронів
s_p	– швидкість поверхневої рекомбінації дірок
T	– температура; коефіцієнт пропускання
T_i	– температура переходу до власної провідності
T_s	– температура виснаження домішки
t	– час
U	– потенціальна енергія; висота потенціального бар'єру; напруга
V	– об'єм кристала
v	– дрейфова швидкість
v_D	– дифузійна швидкість
v_g	– групова швидкість
v_{ph}	– фазова швидкість
W	– імовірність
w	– густина ймовірності
α	– коефіцієнт захоплювання
γ	– густина речовини; коефіцієнт рекомбінації
γ_B	– коефіцієнт випромінювальної рекомбінації
ε	– відносна діелектрична проникність

ε_0	– діелектрична стала вакууму
η	– зведений рівень Фермі; квантовий вихід фотойонізації
κ	– число атомів в елементарній комірці
λ	– довжина хвилі; довжина вільного пробігу
μ_n	– рухливість електронів
μ_p	– рухливість дірок
ν	– частота; число зіткнень
ξ	– енергія, відрахована від E_c ; коефіцієнт температурної зміни ширини забороненої зони
ρ	– питомий опір; густина заряду
σ	– питома електропровідність; ефективний переріз
σ_i	– власна провідність напівпровідника
τ	– час життя; час релаксації
τ_M	– максвеллівський час релаксації
τ_n	– час життя електронів
τ_p	– час життя дірок
τ_S	– час життя носіїв заряду на поверхні
τ_V	– час життя носіїв заряду в об'ємі
χ	– показник поглинання
Φ	– світловий потік
φ_k	– контактна різниця потенціалів
ψ	– координатна хвильова функція
ω	– циклічна частота

1 СТАТИСТИКА ЕЛЕКТРОНІВ І ДІРОК У НАПІВПРОВІДНИКАХ

1.1 Основні формули та визначення

У стані термодинамічної рівноваги за будь-якої температури існує певний розподіл електронів за квантовими станами. В результаті в кристалі напівпровідника встановлюється певна концентрація вільних електронів n у зоні провідності та концентрація вільних дірок p у валентній зоні. Крім того, у кристалі, що містить локальні рівні енергії (домішкові атоми і структурні дефекти), можуть бути ще негативно заряджені акцептори й позитивно заряджені донори, на яких у кожній одиниці об'єму можуть знаходитися зв'язані електрони й дірки.

Обчислення концентрацій вільних і зв'язаних носіїв заряду є основна задача статистики електронів і дірок у кристалах. Задача розпадається на дві частини: чисто квантовомеханічну – знаходження числа можливих квантових станів у зонах – і статистичну – визначення фактичного розподілу електронів за цими квантовими станами при термодинамічній рівновазі.

Число квантових станів в інтервалі енергій dE , розраховане на одиницю об'єму V кристала, dZ , а $N(E) = \frac{dZ}{dE}$ – це густина станів у цьому інтервалі енергій.

Для k -простору dZ дорівнює

$$dZ = \frac{dV_k}{8\pi^3}, \quad (1.1)$$

де $dV_k = 4\pi k^2 dk$.

Для сферичної ізоенергетичної поверхні з $E_{\min}$ у центрі зони Бриллюена:

$$E(k) = E_c + \frac{(\hbar k)^2}{2m^*} = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}; \quad (1.2)$$

для напівпровідника n -типу:

$$N(E) = 2\pi \left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E - E_c}; \quad (1.3)$$

для напівпровідника p -типу:

$$N(E) = 2\pi \left(\frac{2m_p^*}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E_v - E}. \quad (1.4)$$

Сферичні ізоенергетичні поверхні з мінімумом енергії в точках k_0 :

$$E(k) = E_c + \frac{\hbar^2 (k - k_0)^2}{2m^*}; \quad (1.5)$$

для n -типу:

$$N(E) = 2\pi \kappa \left(\frac{2m_n^*}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E - E_c}; \quad (1.6)$$

для p -типу:

$$N(E) = 2\pi \kappa \left(\frac{2m_n^*}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E_v - E}, \quad (1.7)$$

де κ – число сфер.

Еліпсоїдальні ізоенергетичні поверхні:

$$E(k) = E_c + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2}{m_1^*} + \frac{k_y^2}{m_2^*} + \frac{k_z^2}{m_3^*} \right); \quad (1.8)$$

для n -типу:

$$N(E) = \frac{2\pi}{h^3} \kappa \sqrt{8m_1^* m_2^* m_3^*} \sqrt{E - E_c}; \quad (1.9)$$

κ – кількість сфер (для Ge $\kappa = 4$; для Si $\kappa = 6$); m_1^* , m_2^* , m_3^* – компоненти маси (у головних осях).

Ефективна маса для густини станів:

$$M^2(m_1^*, m_2^*, m_3^*) = m_d^{*3}.$$

Концентрація електронів і дірок:

$$n = 2 \int_{E_c}^{\infty} f_0(E, T) N(E) dE = \frac{2N_c}{\sqrt{\pi}} \Phi_{\frac{1}{2}}(\xi), \quad (1.10)$$

де $f_0(E, T)$ – **функція Фермі – Дірака** для рівноважних станів, яка дорівнює: для електронів

$$f_{0_n}(E, T) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}; \quad (1.11)$$

для дірок:

$$f_{0_p}(E, T) = 1 - f_{0_n}(E, T) = \frac{1}{e^{\frac{E_F-E}{k_B T}} + 1}; \quad (1.12)$$

Ефективна густина станів

у зоні провідності:

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_{dn}^* k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}; \quad (1.13 a)$$

у валентній зоні:

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_{dp}^* k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}; \quad (1.13 б)$$

інтеграл Фермі:

$$\Phi_{\frac{1}{2}}(\eta) = \int_0^\infty \frac{\xi^{\frac{1}{2}} d\xi}{e^{\xi-\eta} + 1}; \quad (1.14)$$

$$\xi = \frac{E - E_c}{k_B T}; \quad \eta = -\frac{E_c - E_F}{k_B T}. \quad (1.15)$$

$$\Phi_{\frac{1}{2}}(\eta) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^\eta, & -\infty < \eta < -1; \\ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{0,25 + e^{-\eta}}, & -1 < \eta < 5; \\ \frac{2}{3} \eta^{\frac{3}{2}}, & 5 < \eta < \infty. \end{cases} \quad (1.16)$$

Область $-\infty < \eta < -1$ відповідає статистиці Больцмана, напівпровідник є **невиродженим**, рівень Фермі лежить у забороненій зоні, нижче дна зони провідності не менше ніж на $k_B T$.

Якщо рівень Фермі лежить у зоні провідності вище E_c більше ніж на $5k_B T$, то такий напівпровідник цілком **вироджений**. Це відповідає області $5 < \eta < \infty$.

Область $-1 < \eta < 5$ відповідає перехідному випадку. Для невиродженого напівпровідника n -типу:

$$n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} = 2 \left(\frac{2\pi m_{dn}^* k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}. \quad (1.17)$$

Для виродженого напівпровідника n -типу:

$$n = \frac{2N_c}{\sqrt{\pi}} \Phi_{\frac{1}{2}}(\eta) = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m_{dn}^*}{h} \right)^{\frac{3}{2}} (E_F - E_c)^{\frac{3}{2}} \quad (1.18)$$

і ця концентрація не залежить від температури.

Вирази для n і p обчислюються, якщо відоме положення рівня Фермі. Для обчислення рівня E_F використовують рівняння електро нейтральності. За наявності в напівпровіднику донорної й акцепторної домішки N_d і N_a , при її йонізації створюється деяка кількість вільних електронів і дірок. Сумарний заряд усіх заряджених частинок кристала має дорівнювати нулю – це й є умова *електронейтральності*.

Негативний заряд створюють вільні електрони й негативно заряджені йони акцепторів. Позитивний заряд створюють вільні дірки і позитивно заряджені йони донорів.

Електрони в зоні провідності виникають за рахунок йонізації донорної домішки та атомів основної речовини. Вільні дірки у валентній зоні виникають за рахунок переходу електронів з валентної зони на атоми акцепторної домішки та в зону провідності.

Якщо позначити через n_d і p_d , n_a і p_a – число електронів і дірок, що знаходяться на донорному й акцепторному рівнях, а

$$N_d = n_d + p_d, \quad N_a = n_a + p_a,$$

то рівняння електро нейтральності запишеться у вигляді:

$$n + n_d - p - p_a = N_d - N_a; \quad (1.19)$$

де N_d і N_a – концентрація донорної й акцепторної домішки, n_d і p_a – йони цих домішок.

Для визначення кількості електронів або дірок, які перебувають на домішковому рівні, необхідно знати функцію розподілу електронів за домішковими станами:

$$f_{0_{n_i}}(E, T) = \frac{1}{\frac{1}{g_i} e^{\frac{E_i - E_F}{k_B T}} + 1}, \quad (1.20)$$

де g_i – ступінь виродження i -го домішкового стану

Враховуючи, що для донорної домішки $g_i = 2$, а для акцепторної $g_i = \frac{1}{2}$, матимемо

$$n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{\frac{E_d - E_F}{k_B T}} + 1}; \quad p_a = \frac{N_a}{\frac{1}{2} e^{\frac{E_F - E_a}{k_B T}} + 1}. \quad (1.21)$$

У власному напівпровіднику:

$$N_d = N_a = 0, \quad n = p.$$

Концентрація електронів:

$$n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}; \quad (1.22)$$

концентрація дірок:

$$p = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}}; \quad (1.23)$$

концентрація власних носіїв заряду:

$$n_i = \sqrt{np} = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{\Delta E_g}{2k_B T}}. \quad (1.24)$$

Положення рівня Фермі визначається величиною енергії E_F :

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3k_B T}{4} \ln \frac{m_{p_d}^*}{m_{n_d}^*}. \quad (1.25)$$

Домішковий (донорний) напівпровідник:
рівняння електронейтральності:

$$n = p + p_d. \quad (1.26)$$

За низьких температур $p \ll n$, тоді $n = p_d$,

а рівень Фермі:

$$E_F = k_B T \ln \left\{ \frac{1}{4} e^{\frac{E_d}{k_B T}} \left(\sqrt{1 + \frac{8N_d}{N_c} e^{\frac{E_d}{k_B T}}} - 1 \right) \right\}; \quad (1.27)$$

область йонізації домішки:

$$E_F = \frac{E_a + E_d}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_d}{2N_c}. \quad (1.28)$$

Область збіднення домішки:

$$E_F = E_c + k_B T \ln \frac{N_d}{N_c}; \quad n = N_d. \quad (1.29)$$

За високих температур:

$$n = N_d + p; \quad (1.30)$$

область власної провідності:

$$E_F = E_c + k_B T \ln \left\{ \frac{N_d}{2N_c} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_d^2}} \right) \right\}. \quad (1.31)$$

Співвідношення для обчислення температур насичення домішкової провідності T_s , температур переходу від домішкової провідності до власної T_i , концентрацій рівноважних носіїв заряду n_0 , p_0 і рівня Фермі E_F в домішкових напівпровідниках приведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Формули для розрахунку параметрів домішкових напівпровідників

Напівпровідник n -типу	Напівпровідник p -типу
$T_s = \frac{\Delta E_d}{k_B \ln \frac{N_c}{N_d}}$	$T_s = \frac{\Delta E_a}{k_B \ln \frac{N_v}{N_a}}$
$T_i = \frac{\Delta E_g(T_i)}{k_B \ln \frac{N_c N_v}{N_d^2}}$	$T_i = \frac{\Delta E_g(T_i)}{k_B \ln \frac{N_c N_v}{N_a^2}}$
$T \leq T_s$ (низькі температури)	

Продовження таблиці 1.1

$n_0 = \sqrt{\frac{N_d N_c}{g}} e^{-\frac{\Delta E_d}{2k_B T}}$ $p_0 = \frac{n_i^2}{n_0}$ $E_F = \frac{E_c + E_d}{2} - k_B T \ln \frac{g N_c}{N_d}$	$p_0 = \sqrt{\frac{N_a N_c}{g}} e^{-\frac{\Delta E_a}{2k_B T}}$ $n_0 = \frac{n_i^2}{p_0}$ $E_F = \frac{E_v + E_a}{2} - k_B T \ln \frac{g N_v}{N_a}$
$T_s < T < T_i$	
$n_0 = N_d$ $p_0 = \frac{N_c N_v}{N_d} e^{-\frac{\Delta E_g}{k_B T}}$ $E_F = E_c - k_B T \ln \frac{N_c}{N_d}$	$p_0 = N_a$ $n_0 = \frac{N_c N_v}{N_a} e^{-\frac{\Delta E_g}{k_B T}}$ $E_F = E_v - k_B T \ln \frac{N_v}{N_a}$
$T \geq T_i$ (високі температури)	
$n_0 = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{\Delta E_g}{2k_B T}},$ $p_0 = n_0$ $E_F = \frac{E_c + E_v}{2} - \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_n^*}{m_p^*}$	

Примітки до табл. 1.1:

1. $\Delta E_d = E_c - E_d$, $\Delta E_a = E_a - E_v$ – енергії йонізації донорної та акцепторної домішок (додаток В).

2. Ширина забороненої зони напівпровідника має таку температурну залежність: $\Delta E_g(T) = \Delta E_g(T_0) + \gamma(T - T_0)$, причому T_0 вибирається на лінійній ділянці залежності $\Delta E_g(T)$.

3. Концентрація носіїв у власному напівпровіднику

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{\Delta E_g}{2k_B T}}.$$

4. g – фактор виродження домішкового рівня (додаток А).

1.2 Приклади розв'язування задач

1.2.1 Ширина забороненої зони власного силіцію $\Delta E_g = 1,12$ еВ.

Розрахуйте ймовірність заповнення електроном енергетичного рівня поблизу дна зони провідності у власному силіції за температури $T = 0$ К і $T = 300$ К. Як зміниться ця ймовірність за даних температур, якщо на напівпровідник буде діяти електромагнітне випромінювання з довжинами хвиль $\lambda = 0,6$ та $2,0$ мкм? Вважайте, що за

$$T = 300 \text{ К} \quad E - E_F = \frac{\Delta E_g}{2}.$$

Розв'язання

Функція розподілу Фермі – Дірака має вигляд:

$$f_0(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}.$$

Якщо $P(E)$ – ймовірність того, що електрон має енергію E , то

$P(E) = f_0(E)$. За температури $T = 0$ К $E > E_F$, $e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} \rightarrow \infty$ і $f_0(E) = 0$. Тому енергія електрона не перевищує E_F .

Ймовірність того, що за температури $T = 300$ К електрон має енергію E дорівнює

$$P(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1} = \frac{1}{e^{\frac{0,562 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}} + 1} = \frac{1}{e^{21,6} + 1} = 4 \cdot 10^{-10}.$$

Якщо на напівпровідник діє випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0,6$ мкм, енергія кванта цього випромінювання

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,6 \cdot 10^{-6}} = 3,31 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,1 \text{ еВ}.$$

Внаслідок того, що $E > \Delta E_g$, ймовірність знаходження електрона в зоні провідності збільшується як при 0 К, так і при 300 К.

Якщо на напівпровідник діє випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 2,0$ мкм, то

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,0 \cdot 10^{-6}} = 0,993 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0,62 \text{ еВ}.$$

Внаслідок того, що $E < \Delta E_g$ ніякої зміни ймовірності знаходження електрона в зоні провідності не відбувається як при 0 К, так і при 300 К.

Відповідь: 0 та $4 \cdot 10^{-10}$.

1.2.2 Знайдіть положення рівня Фермі у власному германії за температури $T = 300 \text{ К}$, якщо відомо, що ширина його забороненої зони $\Delta E_g = 0,665 \text{ еВ}$, а ефективні маси густини станів $m_{dp}^* = 0,388 m_e$, $m_{dn}^* = 0,55 m_e$.

Розв'язання

Положення рівня Фермі у власному напівпровіднику визначається виразом (1.25):

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} = E_i + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c},$$

де E_i – рівень, що відповідає середині забороненої зони;

$$N_v = \frac{2(2\pi m_{dp}^* k_B T)^{\frac{3}{2}}}{h^3}; \quad N_c = \frac{2(2\pi m_{dn}^* k_B T)^{\frac{3}{2}}}{h^3}$$

– ефективна густина станів для дірок валентної зони і для електронів зони провідності відповідно. В нашому випадку

$$N_v = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 0,388 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^{\frac{3}{2}}}{(6,63 \cdot 10^{-34})^3} = 6,04 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3},$$

$$N_c = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 0,55 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^{\frac{3}{2}}}{(6,62 \cdot 10^{-34})^3} = 1,02 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Отже,

$$E_F - E_i = \frac{8,625 \cdot 10^{-5} \cdot 300}{2} \ln \frac{6,04 \cdot 10^{24}}{1,02 \cdot 10^{25}} = -6,78 \cdot 10^{-3} \text{ еВ}$$

або

$$E_F - E_v = E_i - E_v + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} = \frac{\Delta E_g}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} =$$

$$= \frac{0,665}{2} - 6,78 \cdot 10^{-3} = 0,326 \text{ eV},$$

тобто рівень Фермі у власному германії за кімнатної температури знаходиться на 6,78 меВ нижче середини забороненої зони, але на 326 меВ вище стелі валентної зони. Результати свідчать про те, що зі зростанням температури рівень Фермі наближається до тієї зони, яка має меншу густину станів і тому заповнюється швидше.

Відповідь: $E_F - E_i = -6,78 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$, або $E_F - E_v = 0,326 \text{ eV}$.

1.2.3 Розрахуйте ширину забороненої зони напівпровідника, що містить $n_1 = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ електронів за $T_1 = 400 \text{ K}$ і $n_2 = 5,5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ за $T_2 = 300 \text{ K}$. Ширина забороненої зони змінюється з температурою за лінійним законом.

Розв'язання

Відношення концентрацій за температур T_1 і T_2 дорівнює:

$$\frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\Delta E_g^0}{2k_B} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)},$$

звідки

$$\Delta E_g^0 = \frac{2k_B T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \left(\frac{n_1 T_1^{\frac{3}{2}}}{n_2 T_2^{\frac{3}{2}}} \right) = \frac{2 \cdot 8,625 \cdot 10^{-5} \cdot 400 \cdot 300}{400 - 300} \cdot \ln \left(\frac{1,5 \cdot 10^{16} \cdot 400^{\frac{3}{2}}}{5,5 \cdot 10^{15} \cdot 300^{\frac{3}{2}}} \right) =$$

$$= 0,297 \text{ eV}.$$

Відповідь: $\Delta E_g^0 = 0,297 \text{ eV}$.

1.2.4 Концентрація електронів у власному напівпровіднику за температури $T = 400 \text{ K}$ дорівнює $1,38 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$. Знайдіть значення добутку ефективних мас електрона і дірки, якщо ширина забороненої зони змінюється за законом

$$\Delta E_g = \Delta E_g^0 - \xi T = 0,785 - 4 \cdot 10^{-4} T \text{ eV}.$$

Розв'язання

З урахуванням температурної зміни ширини забороненої зони концентрація електронів у власному напівпровіднику

$$n = 2 \left(\frac{2\pi \sqrt{m_n^* m_p^*} k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{\xi}{2k_B}} e^{-\frac{\Delta E_g^0}{2k_B T}},$$

де $\Delta E_g = \Delta E_g^0 - \xi T$. Звідси отримуємо

$$2 \left(\frac{2\pi k_B \sqrt{m_n^* m_p^*}}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{\xi}{2k_B}} = n T^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{\Delta E_g^0}{2k_B T}}.$$

Отже,

$$\begin{aligned} \frac{m_n^* m_p^*}{m_e^2} &= \left(\frac{h^2}{2\pi k_B T} \right)^2 \left(\frac{n}{2} \right)^{\frac{4}{3}} e^{-\frac{2(\Delta E_g^0 - \xi T)}{3k_B T}} = \\ &= \left(\frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 400} \right)^2 \cdot \left(\frac{1,38 \cdot 10^{-21}}{2} \right)^{\frac{4}{3}} \cdot e^{-\frac{2(0,785 - 4 \cdot 10^{-4} \cdot 400)}{3 \cdot 8,625 \cdot 10^{-5} \cdot 400}} = 0,21. \end{aligned}$$

Відповідь: $\frac{m_n^* m_p^*}{m_e^2} = 0,21$.

1.2.5 Обчисліть власну концентрацію носіїв заряду в силіції за температури $T = 300$ К, якщо ширина його забороненої зони $\Delta E_g = 1,12$ еВ, а ефективні маси густини станів $m_{dn} = 1,05 m_e$, $m_{dp} = 0,56 m_e$.

Розв'язання

Власну концентрацію носіїв заряду можна знайти за допомогою формули (1.24):

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{\Delta E_g}{2k_B T}}.$$

Ефективна густина станів для електронів у зоні провідності

$$N_c = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot T)^{\frac{3}{2}}}{(6,62 \cdot 10^{-34})^3} = 2,69 \cdot 10^{25} \left(\frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ м}^{-3}.$$

Ефективна густина станів для дірок у валентній зоні

$$N_v = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 0,56 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot T)^{\frac{3}{2}}}{(6,62 \cdot 10^{-34})^3} = 1,05 \cdot 10^{25} \left(\frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ м}^{-3}.$$

Звідси випливає, що за $T = 300 \text{ К}$ власна концентрація

$$n_i = 10^{25} \cdot \sqrt{2,69 \cdot 1,05} e^{-\frac{1,12}{2 \cdot 8,625 \cdot 10^{-5} \cdot 300}} \approx 7 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}.$$

Відповідь: $n_i \approx 7 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}$.

1.2.6 Знайдіть положення рівня Фермі відносно середини забороненої зони за температури $T = 300 \text{ К}$ для германію, що містить $5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ атомів фосфору.

Розв'язання

Внаслідок того, що атоми домішки повністю йонізовані, $n = N_d = 5 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

Ефективна густина станів зони провідності:

$$N_c = \frac{2 \left(2\pi m_{dn} k_B T \right)^{\frac{3}{2}}}{h^3} = \frac{2 \cdot \left(2 \cdot 3,14 \cdot 0,55 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \right)^{\frac{3}{2}}}{(6,62 \cdot 10^{-34})^3} = 1,02 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Положення рівня Фермі відносно дна зони провідності

$$E_c - E_F = kT \ln \frac{N_c}{n} = 8,625 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln \frac{1,02 \cdot 10^{25}}{5 \cdot 10^{22}} = 0,137 \text{ еВ}.$$

За $T = 300 \text{ К}$ $\Delta E_g = 0,67 \text{ еВ}$, а $\frac{\Delta E_g}{2} = 0,335 \text{ еВ}$,

$$E_F - \frac{\Delta E_g}{2} = 0,335 - 0,137 = 0,198 \text{ еВ}.$$

Відповідь: $E_F - \frac{\Delta E_g}{2} = 0,198 \text{ еВ}$.

1.3 Задачі для самостійного розв'язування

- 1 Визначте ефективну густину енергетичних станів у зоні провідності – N_c та у валентній зоні N_v у германії.
- 2 Який вигляд буде мати функція розподілу Фермі – Дірака для дірок $f_p(E)$, якщо $f_n(E) + f_p(E) = 1$?
- 3 Яка ймовірність знайти електрон на нижньому рівні зони провідності у власному германії (ширина забороненої зони $\Delta E_g = 0,72$ еВ), якщо температура зразка дорівнює: а) 30 К; б) 300 К; в) температурі плавлення 937 °С?
- 4 Ширина забороненої зони напівпровідника дорівнює 1 еВ. Яка ймовірність заповнення електроном рівня поблизу дна зони провідності за температури 290 К? Чи збільшиться ця ймовірність, якщо напівпровідник піддати дії електромагнітного випромінювання з довжиною хвилі 1 мкм; 3,4 мкм?
- 5 Визначте ймовірність заповнення електронами енергетичного рівня, розташованого на $10k_B T$ вище рівня Фермі. Як зміниться ймовірність заповнення цього рівня електронами, якщо температуру збільшити вдвічі?
- 6 Виведіть формулу для енергії Фермі для власного напівпровідника, враховуючи, що $n_i = p_i$.
- 7 Знайдіть вигляд температурної залежності концентрації носіїв заряду у власному напівпровіднику, виходячи з закону діючих мас.
- 8 Доведіть, що рівень Фермі у власному напівпровіднику дійсно розташований посередині забороненої зони за умови, що $m_n^* = m_p^*$.
- 9 За якої температури концентрація власних носіїв n_i у силіції буде дорівнювати концентрації власних носіїв у германії за $T = 300$ К.
- 10 Обчисліть значення енергії Фермі для власного напівпровідника – германію. На скільки електрон-вольт рівень Фермі зміщений відносно середини забороненої зони? В якому напрямку?
- 11 Знайдіть положення рівня Фермі у власному напівпровіднику відносно середини забороненої зони за кімнатної температури

($T = 300 \text{ K}$), якщо ефективна маса електрона у 2 рази більша ефективної маси дірки.

- 12 Знайдіть ширину забороненої зони і положення рівня Фермі для власного напівпровідника, в якому концентрація електронів провідності за температури $T = 300 \text{ K}$ дорівнює $1,5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, а стала $G = 4,83 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3} \cdot \text{К}^{-\frac{3}{2}}$.
 - 13 Як зміниться концентрація електронів у власному напівпровіднику при зміні температури від 200 K до 300 K , якщо $\Delta E_g = 0,785 - \xi T \text{ еВ}$, де $\xi = 0,0004 \frac{\text{еВ}}{\text{К}}$?
 - 14 Обчисліть власні концентрації електронів і дірок у германії і кремнії за $T = 300 \text{ K}$. Ефективні маси густини станів у валентній зоні m_{dp} прийміть рівною $0,362m_e$ для Ge і $0,595m_e$ – для Si. Ширина забороненої зони за $T = 300 \text{ K}$ складає $0,66 \text{ еВ}$ у Ge і $1,1 \text{ еВ}$ у Si.
 - 15 Рівень Фермі у кремнії за $T = 300 \text{ K}$ розташований на $0,1 \text{ еВ}$ нижче дна зони провідності. Розрахуйте рівноважну концентрацію електронів і дірок у цьому напівпровіднику, якщо $\Delta E_g = 1,12 \text{ еВ}$, а ефективні маси густини станів $m_v = 0,56m_e$, $m_c = 1,05m_e$.
 - 16 Обчисліть власну концентрацію носіїв заряду в арсеніді галію за $T = 300 \text{ K}$ і $T = 500 \text{ K}$, якщо ефективні густини станів $m_v = 0,48m_e$, $m_c = 0,067m_e$, а температурна зміна ширини забороненої зони підпорядковується виразу
- $$17 \quad \Delta E_g(T) = 1,522 - \frac{5,8 \cdot 10^{-4} T^2}{T + 300}.$$
- 18 Яким аналітичним виразом можна описати температурну залежність концентрації електронів у напівпровіднику p -типу на ділянці збіднення акцепторів?
 - 19 Знайдіть положення рівня Фермі відносно середини забороненої зони за температури $T = 300 \text{ K}$ для кристалу силіцію, який містить 10^{17} атомів бору в 1 см^3 .

- 20 Обчисліть положення рівня Фермі відносно дна зони провідності за температури $T = 300 \text{ K}$ для кристала германію, який містить 10^{17} атомів стибію і $5 \cdot 10^{16}$ атомів індію в 1 cm^3 .
- 21 Визначте відносне положення рівня Фермі в силіцієвому напівпровіднику p -типу і концентрацію неосновних носіїв заряду, якщо концентрація акцепторної домішки $N_a = 10^6 \text{ cm}^{-3}$, а температура навколишнього середовища $T = 343 \text{ K}$.
- 22 В кристалі германію n -типу на кожні 10^6 атомів германію приходить один атом донорної домішки. Вважаючи, що ефективна маса електрона m_n^* дорівнює $\frac{1}{2}$ маси спокою електрона, знайдіть положення рівня Фермі відносно дна зони провідності за кімнатної температури.
- 23 Обчисліть за якої концентрації донорної домішки рівень Фермі співпадає з дном зони провідності, якщо в кристалі германію n -типу на кожні 10^3 атомів германію приходить один атом донорної домішки.
- 24 У кристалі силіцію p -типу на кожні 10^8 атомів силіцію приходить один атом акцепторної домішки. Знайдіть положення рівня Фермі за кімнатної температури ($T = 300 \text{ K}$) відносно валентної зони.
- 25 Маємо кристал германію p -типу за кімнатної температури ($T = 300 \text{ K}$). За якої концентрації акцепторної домішки рівень Фермі буде співпадати зі стелею валентної зони, якщо $m_{dp}^* = 0,4m_e$?
- 26 Ширина забороненої зони в силіції за нормальної температури ($T = 300 \text{ K}$) дорівнює $1,1 \text{ eV}$. Визначте концентрацію донорної домішки, потрібну для зміщення рівня Фермі на межу зони провідності.

2 КІНЕТИЧНІ ЯВИЩА В НАПІВПРОВІДНИКАХ

2.1 Основні формули та визначення

Питому провідність напівпровідників визначають за формулою:

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p = en\mu_n + ep\mu_p = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (2.1)$$

де e – заряд електрона;

n , p – концентрація відповідно електронів і дірок;

μ_n , μ_p – рухливість електронів і дірок.

У власних напівпровідниках концентрації електронів n_i і дірок p_i за будь-якої температури однакові, тобто $n_i = p_i$, значить

$$\sigma = en_i(\mu_n + \mu_p). \quad (2.2)$$

У домішковому напівпровіднику n -типу **концентрацію основних носіїв заряду** визначають за формулою:

$$n_n = \frac{1}{2} \left[\sqrt{N_d^2 + 4n_i^2} + N_d \right], \quad (2.3)$$

а в домішковому напівпровіднику p -типу – за формулою:

$$p_p = \frac{1}{2} \left[\sqrt{N_a^2 + 4n_i^2} + N_a \right], \quad (2.4)$$

де N_d – концентрація донорних атомів;

N_a – концентрація акцепторних атомів.

Концентрацію неосновних носіїв заряду визначають за законом діючих мас:

$$np = n_i^2. \quad (2.5)$$

У випадку, коли виконується наближення невластного напівпровідника (тобто $N \gg n_i$), розрахунок концентрацій n і p спрощується:

для напівпровідників n -типу:

$$n_n = N_d, \quad (2.6)$$

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n}; \quad (2.7)$$

для напівпровідників p -типу:

$$p_p = N_a, \quad (2.8)$$

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p}; \quad (2.9)$$

Оскільки в домішкових напівпровідниках концентрація основних носіїв заряду, як правило, на 5...10 і більше порядків перевищує концентрацію неосновних носіїв, то за таких умов у напівпровіднику n -типу визначальною буде електронна складова провідності (домішкова провідність) і замість формули (2.1) можна записати

$$\sigma = \sigma_n = en_n\mu_n = eN_d\mu_n; \quad (2.10)$$

аналогічно в напівпровідниках p -типу домінуючою буде діркова складова провідності, і формула для σ набуває вигляду

$$\sigma = \sigma_p = ep_p\mu_p = eN_a\mu_p. \quad (2.11)$$

Ефект Холла – виникнення поперечної різниці потенціалів при спільній дії електричного $\mathbf{E}$ і магнітного $\mathbf{B}$ полів у речовині. Ефект Холла може виникати як у газоподібному, так і твердотілому середовищах.

Електрорушійна сила (ЕРС) Холла:

$$U_H = -aE_y = \frac{n\mu_n^2 - p\mu_p^2}{e(n\mu_n + p\mu_p)^2} ajB, \quad (2.12)$$

де a – відстань між електродами; j – густина струму; B – індукція магнітного поля; n , p – концентрація електронів та дірок; μ_n , μ_p – їх рухливості.

Вираз (2.12) зазвичай записують у вигляді

$$U_H = R_H ajB. \quad (2.13)$$

Коефіцієнт $R_H = \frac{n_e\mu_n^2 - n_i\mu_i^2}{e(n_e\mu_n + n_i\mu_i)^2}$ називають *сталю Холла*.

Величина і знак сталої Холла залежать від співвідношення концентрацій і рухливості носіїв заряду.

При розрахунку сталої Холла для напівпровідників необхідно враховувати, що носіями заряду є електрони зони провідності та дірки валентної зони, тому вираз для сталої Холла запишемо у вигляді

$$R_H = A \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(n\mu_n + p\mu_p)^2}, \quad (2.14)$$

де A – множник, який враховує максвеллівський розподіл за енергіями електронів зони провідності й дірок валентної зони невироджених напівпровідників, а також залежності довжини вільного пробігу λ_e (λ_p) від енергії носіїв заряду. Чисельне значення множника A залежить від механізму розсіювання носіїв заряду. При розсіюванні на теплових коливаннях ґратки $A \approx 1,18$, при розсіюванні на йонах домішки $A = 1,93$.

Для *електронних напівпровідників* в області температур, що відповідає домішковій електропровідності, $n \gg p$ і

$$R_H = -\frac{A}{en}. \quad (2.15)$$

Для *діркових напівпровідників* в області температур, що відповідають домішковій електропровідності,

$$R_H = \frac{A}{ep}. \quad (2.16)$$

Для напівпровідників зі *змішаною електропровідністю*, як видно з (2.14), стала Холла, за інших однакових умов, менше, ніж для напівпровідників з одним родом домішок. При цьому, в залежності від співвідношення доданків у чисельнику рівняння (2.14), стала Холла може мати той чи інший знак. Більше того, при різних концентраціях і енергіях йонізації донорної й акцепторної домішок стала Холла може змінити знак при зміні температури напівпровідника.

Для власних і домішкових напівпровідників у температурному діапазоні власної електропровідності $n = p = n_i$. З урахуванням цієї рівності з рівняння (2.14) отримуємо

$$R_H = \frac{A}{en_i} \frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_p + \mu_n}. \quad (2.17)$$

Оскільки зазвичай рухливість електронів зони провідності більша від рухливості дірок валентної зони, стала Холла в таких напівпровідниках має від'ємне значення.

2.2 Приклади розв'язування задач

2.2.1 Обчисліть концентрацію електронів і дірок у германії p -типу з питомим опором $\rho = 0,05 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ за температури $T = 300 \text{ К}$. Власна концентрація носіїв заряду $n_i = 2,1 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$, рухливості електронів і дірок $\mu_n = 0,39 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$, $\mu_p = 0,19 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.

Розв'язання

Питомий опір пов'язаний з концентрацією електронів і дірок рівнянням

$$\frac{1}{\rho} = \sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) = \frac{en_i^2\mu_n}{p} + ep\mu_p.$$

Для концентрації дірок отримуємо квадратне рівняння:

$$p^2 - \frac{p}{e\mu_p} + \frac{n_i^2\mu_n}{\mu_p} = 0.$$

Підставляючи вихідні дані, маємо

$$p^2 - 6,58 \cdot 10^{20} p + 9,03 \cdot 10^{38} = 0,$$

звідки $p = 6,565 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$.

Другий розв'язок квадратного рівняння відкидаємо, тому що він відповідає провідності n -типу. Концентрація неосновних носіїв заряду (електронів)

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(2,1 \cdot 10^{19})^2}{6,565 \cdot 10^{20}} = 6,72 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}.$$

Відповідь: $p = 6,565 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$; $n = 6,72 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$.

2.2.2 Питома провідність силіцієвого зразка при нагріванні від температури $t_1 = 0^\circ \text{C}$ до температури $t_1 = 18^\circ \text{C}$ збільшилася в 4,24 рази. Визначте ширину забороненої зони силіцію.

Розв'язання

Питома провідність власних напівпровідників

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E_g}{2k_B T}},$$

де σ_0 – стала, характерна для даного напівпровідника; ΔE_g – ширина забороненої зони.

Тоді

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{e^{-\frac{\Delta E_g}{2k_B T_1}}}{e^{-\frac{\Delta E_g}{2k_B T_2}}} = e^{\frac{\Delta E_g}{2k_B} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}$$

або прологарифмувавши

$$\ln \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\Delta E_g}{2k_B} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right),$$

звідки шукана ширина забороненої зони

$$\begin{aligned} \Delta E_g &= \frac{2k_B T_1 T_2 \ln \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}{T_2 - T_1} = \frac{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 291 \cdot \ln 4,24}{291 - 273} \\ &= 1,76 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 1,1 \text{ eВ}. \end{aligned}$$

Відповідь: $\Delta E_g = 1,1 \text{ eВ}$.

2.2.3 Градієнт потенціалу в зразку кремнію власної провідності складає $\mathcal{E} = 400 \frac{\text{В}}{\text{м}}$, а рухливості електронів і дірок відповідно дорівнюють $\mu_n = 0,12 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ і $\mu_p = 0,025 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$. Визначте для цього зразка швидкості дрейфу електронів v_n і дірок v_p , питомий опір кремнію власної провідності ρ_i , якщо концентрація власних носіїв струму дорівнює $n_i = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$, та повний дрейфовий струм через площу поперечного перерізу зразка $S = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$.

Розв'язання

За визначенням швидкості дрейфу електронів і дірок відповідно дорівнюють

$$v_n = \mu_n \mathcal{E} = 48 \frac{\text{М}}{\text{с}} \quad \text{та} \quad v_p = \mu_p \mathcal{E} = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}};$$

питомий опір силіцію із власною провідністю становить

$$\rho_i = \frac{1}{\sigma_i} = \frac{1}{n_i e (\mu_n + \mu_p)} = 1,73 \cdot 10^3 \text{ Ом} \cdot \text{м},$$

а повний дрейфовий струм складає

$$I = jS = n_i e (v_n + v_p) S = 0,70 \text{ мкА}.$$

Відповідь: $v_n = 48 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $v_p = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $\rho_i = 1,73 \cdot 10^3 \text{ Ом} \cdot \text{м}$; $I = 0,70 \text{ мкА}$.

2.2.4 Зразок легованого силіцію p -типу має такі лінійні розміри: довжина $l = 5 \text{ мм}$, ширина $b = 2 \text{ мм}$ і товщина $h = 1 \text{ мм}$. Обчисліть концентрацію домішок у зразку та опір зразка, якщо на $7,1 \cdot 10^7$ атомів кремнію приходить один атом акцептора. Визначте електронну й діркову провідності та їх відношення. Рухливість електронів дорівнює $\mu_n = 0,12 \frac{\text{М}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$, а дірок – $\mu_p = 0,025 \frac{\text{М}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$; концентрація власних носіїв складає $n_i = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$.

Розв'язання

Чистий кристалічний силіцій містить в 1 м^3

$$n = \frac{\gamma}{M} N_A \text{ атомів},$$

де M – молярна маса; γ – густина; N_A – число Авогадро. Отже, для кремнію маємо

$$N = 4,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

За умовою задачі концентрація акцепторів, а отже, й дірок дорівнює

$$p_p = \frac{N}{7,1 \cdot 10^7} = 6,24 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}.$$

За визначенням концентрація електронів у p -напівпровіднику буде

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} = 10^{11} \text{ м}^{-3}.$$

Отже, електронна провідність дорівнює

$$\sigma_n = n_p e \mu_n = 1,92 \cdot 10^{-9} \frac{\text{СМ}}{\text{М}},$$

а діркова провідність

$$\sigma_p = p_p e \mu_p = 25 \frac{\text{СМ}}{\text{М}}.$$

Відношення діркової провідності до електронної:

$$k = \frac{\sigma_p}{\sigma_n} = 1,3 \cdot 10^{10}.$$

Опір зразка при цьому буде дорівнювати

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma_p} \frac{l}{ab} = 100 \text{ Ом}.$$

Відповідь: $p_p = 6,24 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}; \quad n_p = 10^{11} \text{ м}^{-3}; \quad \sigma_n = 1,92 \cdot 10^{-9} \frac{\text{СМ}}{\text{М}};$

$$\sigma_p = 25 \frac{\text{СМ}}{\text{М}}; \quad k = 1,3 \cdot 10^{10}; \quad R = 100 \text{ Ом}.$$

2.2.5 Кристал силіцію *n*-типу за температури $T = 300 \text{ К}$ має питомий опір $\rho = 0,1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Визначте, за якої температури в цьому матеріалі починає домінувати власна електропровідність, якщо температурна зміна рухливості носіїв заряду в напівпровіднику визначається

співвідношеннями: $\mu_n = 0,14 \left(\frac{T}{300} \right)^{-\frac{3}{2}}; \quad \mu_p = 0,05 \left(\frac{T}{300} \right)^{-\frac{3}{2}}$, а ширина

забороненої зони – виразом $\Delta E_g = 1,205 - 2,84 \cdot 10^{-4} T$. Ефективні маси густини станів $m_{dn}^* = 1,05 m_e, \quad m_{dp}^* = 0,56 m_e$.

Розв'язання

Будемо вважати, що за $T = 300 \text{ К}$ усі донори повністю йонізовані, тому концентрація домішок:

$$N_d = \frac{1}{\rho e \mu_n} = \frac{1}{0,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,14} = 4,464 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}.$$

Оскільки на ділянці виснаження донорів концентрація носіїв заряду не змінюється, температурну зміну питомої провідності визначають за рівнянням

$$\sigma = e N_d \mu_n = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,464 \cdot 10^{20} \cdot 0,14 \left(\frac{T}{300} \right)^{-\frac{3}{2}} = 5,2 \cdot 10^4 \left(\frac{T}{300} \right)^{-\frac{3}{2}}.$$

Питома провідність власного напівпровідника

$$\begin{aligned} \sigma_i &= e n_i (\mu_n + \mu_p) = e \sqrt{N_c N_v} (\mu_n + \mu_p) e^{\frac{\Delta E_g^0 - \xi T}{2 k_B T}} = \\ &= e \sqrt{N_c N_v} (\mu_n + \mu_p) e^{\frac{\xi}{2 k_B}} e^{-\frac{\Delta E_g^0}{2 k_B T}}. \end{aligned}$$

Ефективна густина станів для електронів і дірок

$$\begin{aligned} N_c &= \frac{2 \left(2 \pi m_{dn}^* k_B T \right)^{\frac{3}{2}}}{h^3} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot T)^{\frac{3}{2}}}{(6,62 \cdot 10^{-34})^3} = \\ &= 2,69 \cdot 10^{25} \left(\frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ м}^{-3}; \\ N_v &= \frac{2 \left(2 \pi m_{dp}^* k_B T \right)^{\frac{3}{2}}}{h^3} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 0,56 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot T)^{\frac{3}{2}}}{(6,62 \cdot 10^{-34})^3} = \\ &= 1,05 \cdot 10^{25} \left(\frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ м}^{-3}. \end{aligned}$$

Розрахуємо питому провідність власного напівпровідника за довільної температури T

$$\sigma_i = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(\frac{T}{300}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot 10^{25} \cdot \sqrt{2,69 \cdot 1,05} \cdot (0,14 + 0,05) \cdot \left(\frac{T}{300}\right)^{\frac{3}{2}} \times \\ \times e^{\frac{2,84 \cdot 10^{-4}}{2,8,625 \cdot 10^{-5}}} \cdot e^{\frac{1,205}{2,8,625 \cdot 10^{-5} T}} = 2,65 \cdot 10^6 e^{\frac{6985}{T}}.$$

Шукану температуру знаходимо з умови $\sigma = \sigma_i$, з якої випливає трансцендентне рівняння

$$5,2 \cdot 10^4 \left(\frac{T}{300}\right)^{-\frac{3}{2}} = 2,65 \cdot 10^6 e^{\frac{6985}{T}}.$$

Після спрощення і логарифмування цього рівняння маємо

$$\ln \frac{1}{T} = 1,138 - \frac{2022}{T}.$$

Чисельний розв'язок цього рівняння дає

$$\frac{1}{T} = \frac{1,9}{10^3} \frac{1}{\text{K}},$$

тобто при $T > 523 \text{ K}$ у цьому зразку буде переважати власна електропровідність.

Відповідь: власна електропровідність буде домінувати за умови, що $T > 523 \text{ K}$.

2.2.6 Зразок напівпровідника довжиною 30 мм, шириною 5 мм і товщиною 1 мм має опір 500 Ом. При внесенні його в магнітне поле з індукцією $B = 0,5 \text{ Тл}$, перпендикулярне площині пластини, на гранях зразка виникає ЕРС Холла 5 мВ при струмі через зразок 10 мА. Визначте рухливість Холла і концентрацію носіїв заряду в напівпровіднику, вважаючи, що він є напівпровідником p -типу.

До якого значення зміниться ЕРС Холла, якщо в теж саме поле внести зразок міді таких самих розмірів і з таким самим струмом? Концентрація електронів провідності в міді $n = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

Розв'язання

Питома провідність напівпровідника

$$\sigma = \frac{l}{RS} = ep\mu_{\text{H}},$$

де l – довжина напівпровідника; S – площа поперечного перерізу; μ_{H} – рухливість Холла. Коефіцієнт Холла

$$R_{\text{H}} = \frac{1}{ep} = \frac{U_{\text{H}}h}{IB},$$

де U_{H} – ЕРС Холла; h – товщина зразка. Звідси концентрація дірок

$$p = \frac{IB}{ehU_{\text{H}}} = \frac{10^{-2} \cdot 0,5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 6,25 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}.$$

Рухливість Холла

$$\mu_{\text{H}} = \frac{l}{eRS_p} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 6,25 \cdot 10^{21}} = 0,012 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}.$$

Відмітимо, що для тих самих значень розмірів зразка, індукції магнітного поля і струму ЕРС Холла пропорційна зворотному значенню концентрації носіїв заряду. Тому ЕРС Холла в мідному зразку

$$U_{\text{H}_{\text{Cu}}} = \frac{U_{\text{H}} \frac{1}{n}}{\frac{1}{p}} = \frac{pU_{\text{H}}}{n} = \frac{6,25 \cdot 10^{21} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{8,5 \cdot 10^{28}} = 3,7 \cdot 10^{-10} \text{ В} = 0,37 \text{ нВ}.$$

Відповідь: $p = 6,25 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$; $\mu_{\text{H}} = 0,012 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$; $U_{\text{H}_{\text{Cu}}} = 0,37 \text{ нВ}$.

2.3 Задачі для самостійного розв'язування

1. Питомий опір власного германію за температури $T = 300 \text{ К}$ $\rho = 0,43 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Рухливості електронів і дірок у германії дорівнюють відповідно $0,39$ і $0,19 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$. Визначте власну концентрацію електронів і дірок.

- 2 Визначте питомий опір напівпровідника n -типу, якщо концентрація електронів провідності в ньому дорівнює 10^{22} м^{-3} , а їх рухливість $\mu_n = 0,5 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.
- 3 За напруженості електричного поля $\mathcal{E} = 100 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ густина струму через напівпровідник $j = 6 \cdot 10^4 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$. Визначте концентрацію електронів провідності в напівпровіднику, якщо їх рухливість $\mu_n = 0,375 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$. Дірковою складовою струму знехтувати.
- 4 Обчисліть відношення повного струму через напівпровідник до струму, зумовленого дірковою складовою: а) у власному германії; б) в германії p -типу з питомим опором $\rho = 0,05 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Прийміть власну концентрацію носіїв заряду за кімнатної температури $n_i = 2,1 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$, рухливість електронів $\mu_n = 0,39 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$, рухливість дірок $\mu_p = 0,19 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.
- 5 До стрижня з арсеніду галію завдовжки 50 мм прикладена напруга 50 В. За який час електрон пройде через весь зразок, якщо рухливість електронів $\mu_n = 0,9 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$?
- 6 Питомий опір власного кремнію за температури $T = 300 \text{ К}$ дорівнює $\rho_i = 2000 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, власна концентрація носіїв заряду $n_i = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$. Чому дорівнює за цієї температури питомий опір силіцію n -типу з концентрацією електронів $n = 10^{20} \text{ м}^{-3}$? Вважайте, що рухливість електронів втричі більше за рухливість дірок і що це співвідношення залишається в силі як для власного, так і для домішкового напівпровідника із заданим ступенем легування.
- 7 Епітаксіальний шар арсеніду галію, легований сіркою, має за кімнатної температури питомий опір $\rho = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Визначте кон-

центрацію донорів у шарі, якщо рухливість електронів

$$\mu_n = 0,8 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}.$$

- 8 Через пластину кремнію з питомим опором $\rho = 0,01 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ проходить електричний струм густиною $j = 10 \frac{\text{мА}}{\text{мм}^2}$. Знайдіть середні швидкості дрейфу електронів і дірок, якщо їх рухливості $0,14$ і $0,05 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ відповідно.
- 9 Обчисліть відношення власної питомої провідності до мінімальної за $T = 300 \text{ К}$ для антимоніду індію, що має такі параметри:
 $n_i = 2 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$; $\mu_n = 7,8 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$; $\mu_p = 0,075 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.
- 10 Визначте струм крізь зразок кремнію прямокутної форми $5 \times 2 \times 1 \text{ мм}$, якщо вздовж зразка прикладена напруга 10 В . Відомо, що концентрація електронів у напівпровіднику $n = 10^{21} \text{ м}^{-3}$, їх рухливість $\mu_n = 0,14 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.
- 11 Обчисліть питомий опір кристалів арсеніду галію, легованих хромом до концентрації $N_a = 2 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$ за температури $T = 300 \text{ К}$, якщо енергія йонізації атомів хрому $\Delta E_a = 790 \text{ меВ}$, а рухливість дірок $\mu_p = 0,04 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$. Ефективна маса дірок $0,48 m_e$.
- 12 На скільки збільшиться питома провідність германію порівняно з власною провідністю при зміні температури від 20 до 21°C , якщо температурна залежність ширини забороненої зони (еВ) має вигляд $\Delta E_g(T) = 0,782 - 3,9 \cdot 10^{-4} T$.
- 13 Зразок кремнію містить як домішку фосфор з концентрацією атомів $2 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$. Яку потрібно створити концентрацію атомів галію в цьому напівпровіднику, щоб тип електропровідності змінився на протилежний, а питомий опір став рівним $\rho = 0,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$? При

розрахунках вважати, що рухливість дірок $\mu_p = 0,05 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$. Вирозити потрібну концентрацію галію в масових частках, якщо густина силіцію $\gamma = 2,328 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

14 Оцініть максимальну питому провідність, яку може мати домішковий силіцій за кімнатної температури. Які фактори обмежують її значення?

15 Кристали арсеніду галію n -типу мають питомий опір $\rho = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, рухливість електронів $\mu_n = 0,2 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ і як основну легуючу домішку містять силіцій у кількості $10^{-2} \text{ ат.}\%$. Вважаючи, що всі атоми силіцію електрично активні, визначте, скільки їх знаходиться у вузлах арсену. Густина матеріалу $\gamma = 5,32 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

16 Зразок германію містить 10^{20} м^{-3} донорних атомів і $7 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ акцепторних домішкових атомів. За даної температури питомий опір власного германію дорівнює $\rho_i = 0,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Визначте рівноважні концентрації електронів і дірок, а також густину дрейфового струму, що буде проходити крізь зразок під дією електричного поля напруженістю $\mathcal{E} = 200 \frac{\text{В}}{\text{м}}$. Рухливість електронів і дірок відповідно дорівнює $\mu_n = 0,39 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ і $\mu_p = 0,19 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.

17 Зразок власного кремнію має питомий опір $\rho_i = 2000 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ за кімнатної температури й концентрацію електронів провідності $n_i = 1,4 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$. Визначте питомий опір зразка, легованого акцепторною домішкою з концентрацією 10^{21} м^{-3} і 10^{23} м^{-3} . Вважайте, що рухливість дірок залишається однаковою як для власного, так і для домішкового силіцію й дорівнює $\mu_p = 0,25 \mu_n$.

18 Визначте: а) яка концентрація атомів-акцепторів (на 1 см^3) потрібна для того, щоб отримати в германії питому провідність

- $\sigma = 1 \frac{\text{мСм}}{\text{см}}$ за $T = 300 \text{ К}$; б) яке при цьому відношення атомів акцепторної домішки до атомів германію; в) яка буде питома провідність, якщо германій містить в такій же пропорції атоми донорної домішки?
- 19 Обчисліть, при якому співвідношенні концентрацій електронів і дірок в кремнії ЕРС Холла обертається в нуль, якщо їх рухливості дорівнюють відповідно $0,14$ і $0,05 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.
- 20 Напівпровідник у вигляді тонкої пластини завширшки $b = 1 \text{ см}$ і довжиною $l = 10 \text{ см}$ вміщений в однорідне магнітне поле індукцією $B = 0,2 \text{ Тл}$. Вектор магнітної індукції перпендикулярний площині пластини. До кінців пластини (за напрямком l) прикладена постійна напруга $U = 300 \text{ В}$. Визначте холлівську різницю потенціалів U_H на гранях пластини, якщо стала Холла $R_H = 0,1 \frac{\text{м}^3}{\text{Кл}}$, питомий опір $\rho = 0,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

3 ГЕНЕРАЦІЯ Й РЕКОМБІНАЦІЯ, ДИФУЗІЯ ТА ДРЕЙФ НОСІЇВ ЗАРЯДУ В НАПІВПРОВІДНИКОВОМУ КРИСТАЛІ

3.1 Основні формули та визначення

За наявності в напівпровіднику рекомбінаційної домішки, яка створює в забороненій зоні глибокі енергетичні рівні, рекомбінація й генерація нерівноважних носіїв заряду протікає в основному через ці глибокі рівні – локальні центри рекомбінації, тобто рекомбінаційні пастки. Неглибокі рівні створюють лише центри прилипання (багаторазного захоплювання і звільнення носіїв) – пастки захоплювання носіїв заряду.

Швидкості рекомбінації R_n і R_p при механізмі рекомбінації через рекомбінаційні центри мають вигляд

$$R_n = -\frac{\Delta n}{\tau_n}; \quad R_p = -\frac{\Delta p}{\tau_p}.$$

Надлишкові концентрації носіїв заряду Δn і Δp при даному механізмі рекомбінації пов'язані співвідношенням

$$\Delta n + N_t \Delta f_t = \Delta p,$$

де Δf_t – зміна ймовірності заповнення пастки електроном;

N_t – концентрація рекомбінаційної домішки.

Час життя нерівноважних носіїв заряду (τ_n , τ_p) – це середній проміжок часу від моменту генерації нерівноважних носіїв заряду до моменту їх зникнення в результаті рекомбінації.

Часи життя нерівноважних носіїв заряду визначають за співвідношеннями

$$\begin{aligned} \tau_n &= \frac{\Delta n [C_n(n+n_1) + C_p(p+p_1)]}{C_n C_p (np - n_1 p_1)}, \\ \tau_p &= \frac{\Delta p [C_n(n+n_1) + C_p(p+p_1)]}{C_n C_p (np - n_1 p_1)}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

При рівності концентрацій надлишкових носіїв заряду (що відповідає йонізації атомів ґратки) часи життя носіїв заряду, як впливає з (3.1), також рівні:

$$\tau_n = \tau_p, \quad \text{якщо} \quad \Delta n = \Delta p. \quad (3.2)$$

На основі (3.2) шляхом виконання проміжних дій можна одержати вираз для часу життя нерівноважних носіїв заряду при рекомбінації через рекомбінаційні пастки:

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_0 + n_1 + \Delta n}{n_0 + p_0 + \Delta n} + \tau_{n0} \frac{p_0 + p_1 + \Delta p}{n_0 + p_0 + \Delta p}. \quad (3.3)$$

Параметри, що входять в (3.3), визначають за формулами

$$\tau_{n0} = \frac{1}{C_n} = \frac{1}{N_t \alpha_n} = \frac{1}{N_t S_n \nu_n}, \quad \tau_{p0} = \frac{1}{C_p} = \frac{1}{N_t \alpha_p} = \frac{1}{N_t S_p \nu_p},$$

$$n_1 = N_c e^{-\frac{E_c - E_t}{k_B T}}, \quad p_1 = N_v e^{-\frac{E_t - E_v}{k_B T}},$$

$$N_c = \frac{2(2\pi m_{dn}^* k_B T)^{\frac{3}{2}}}{h^3}, \quad N_v = \frac{2(2\pi m_{dp}^* k_B T)^{\frac{3}{2}}}{h^3}.$$

У наведених вище формулах використані наступні позначення:

E_t – енергетичний рівень рекомбінаційної домішки, [Дж], [еВ];

τ_{n0} , τ_{p0} – параметри, на величину яких значно впливає природа глибоких рівнів, [с];

n_0 , p_0 – рівноважні концентрації електронів і дірок, визначувані відповідно до табл. 1.1, [м⁻³];

n_1 , p_1 – рівноважна концентрація електронів (дірок) в зоні провідності (у валентній зоні) у разі, коли рівень Фермі співпадає з рівнем пастки, [м⁻³];

S_n , S_p – перерізи захоплювання електронів і дірок рекомбінаційним центром, [м²];

α_n , α_p – коефіцієнти захоплювання електронів і дірок, [м³·с⁻¹];

v_n , v_p – теплова швидкість вільних носіїв заряду (електронів і дірок); $v_n = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_n^*}}$; $v_p = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_p^*}}$, [м·с⁻¹];

N_c , N_v – ефективна густина квантових станів у зоні провідності та у валентній зоні відповідно, [см⁻³];

m_n^* , m_p^* – ефективні маси електронів і дірок (в довідниках приводяться у відносних одиницях); для отримання m_n^* , m_p^* в абсолютних одиницях необхідно домножити їх на масу вільного електрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг;

h – стала Планка ($h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с).

Практично реалізовуваним випадком є випадок малого рівня збудження (малого рівня інжекції), при якому $\Delta n = \Delta p \ll n_0 + p_0$. Тоді відповідно до (3.3) час життя

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_0 + n_1}{n_0 + p_0} + \tau_{n0} \frac{p_0 + p_1}{n_0 + p_0}. \quad (3.4)$$

Концентрації n_1, p_1 тотожні виразам:

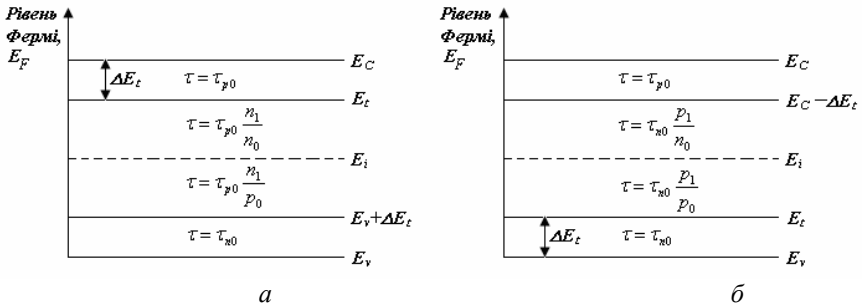
$$n_1 \equiv n_i e^{\frac{E_i - E_f}{k_B T}}, \quad p_1 \equiv p_i e^{-\frac{E_i - E_f}{k_B T}}.$$

З формули (3.4) видно, що τ залежить від τ_{p0} і τ_{n0} , а отже, і від положення рівня Фермі.

Діаграми, що показують співвідношення для визначення часу життя нерівноважних носіїв заряду залежно від положення рівня Фермі, наведені на рис. 3.1.

Наприклад, якщо необхідно розрахувати τ для випадку, коли рівень рекомбінаційної домішки знаходиться нижче середини забороненої зони ($E_i < E_c$) і рівень Фермі знаходиться між E_i і $E_c - \Delta E_t$, то

використовується формула $\tau = \tau_{n0} \frac{p_1}{n_0}$.



а – $E_i > E_i$; б – $E_i < E_i$

Рисунок 3.1 – Спрощені співвідношення для визначення часу життя нерівноважних носіїв заряду при малому рівні інжекції

Рекомбінаційна домішка може утворювати декілька рекомбінаційних рівнів з різними перерізами захвату носіїв заряду (додаток Б). Для вибору одного з них розраховуються функції розподілу електронів і дірок на рекомбінаційних рівнях:

$$f_{in} = \frac{1}{1 + \frac{e^{\frac{E_i - E_F}{k_B T}}}{g}}; \quad f_{ip} = 1 - f_{in}.$$

Величина f_{ip} характеризує ймовірність того, що на пастці немає електрона, тобто вона вільна.

Далі визначаємо добутки $N_i f_{ip} S_n$ і $N_i f_{in} S_p$.

Слід вибрати той рівень, для якого добуток буде максимальним, тому що визначальну роль в процесах рекомбінації виконують рівні, для яких добутки концентрації центрів рекомбінації на переріз захоплювання ними неосновних носіїв заряду максимальний (швидкість рекомбінації зазвичай лімітується захоплюванням неосновних носіїв заряду).

Протягом часу життя нерівноважних носіїв заряду їх надлишкова концентрація зменшується в e разів (за умови, що стороннє джерело припиняє дію при $t = 0$):

$$\Delta n(t) = \Delta n(0) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3.5)$$

Нескомпенсований заряд, що виникає від дії стороннього джерела в момент часу $t = 0$, змінюється за законом

$$\rho(t) = \rho_0 e^{-\frac{t}{\tau_M}}, \quad (3.6)$$

де τ_M – максвеллівський час релаксації, що дорівнює $\tau_M = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{en\mu_n}$; n – концентрація електронів; μ_n – рухливість електронів (аналогічно і для дірок); $\rho_0 \equiv \rho(0)$.

Співвідношення Ейнштейна для коефіцієнтів дифузії та рухливості носіїв заряду

$$D_n = \frac{k_B T}{e} \mu_n, \quad D_p = \frac{k_B T}{e} \mu_p. \quad (3.7)$$

Закон зміни надлишкової концентрації носіїв заряду з відстанню

$$\Delta n(x) = \Delta n(0) e^{-\frac{x}{L_n}}, \quad \Delta p(x) = \Delta p(0) e^{-\frac{x}{L_p}} \quad (3.8)$$

де L_n , L_p – дифузійна довжина¹ електронів і дірок.

Співвідношення між дифузійною довжиною й часом життя

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}, \quad L_p = \sqrt{D_p \tau_p}. \quad (3.9)$$

Рівняння неперервності в одновимірному випадку в умовах малої інжекції (коли концентрація інжекттованих носіїв набагато менша від рівноважних концентрацій основних носіїв струму) в напівпровідниках p - і n -типу відповідно:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = G_n - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} + \mu_n \frac{\partial(\mathcal{E} \cdot n_p)}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2}, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p \frac{\partial(\mathcal{E} \cdot p_n)}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}, \quad (3.11)$$

де G_n , G_p – швидкості генерації електронів і дірок в одиниці об'єму [$\text{см}^{-3}/\text{с}$];

$R_n = -\frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n}$ – швидкість рекомбінації електронів у напівпровіднику p -типу [$\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$];

$R_p = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} = -\frac{\Delta p_n}{\tau_p}$ – швидкість рекомбінації дірок у напівпровіднику n -типу [$\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$];

$D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2}$, $D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}$ – доданки, обумовлені дифузійними процесами;

$\mu_n \frac{\partial(\mathcal{E} \cdot n_p)}{\partial x}$, $\mu_p \frac{\partial(\mathcal{E} \cdot p_n)}{\partial x}$ – доданки, зумовлені процесами дрейфу електронів і дірок під дією електричного поля напруженістю $\mathcal{E}$.

На поверхні напівпровідника існує деяка концентрація дефектів, що характеризується наявністю рекомбінаційних центрів.

Струми в напівпровіднику мають дві складові: дрейфову і дифузійну.

¹ Дифузійна довжина – це відстань, протягом якої концентрація надлишкових носіїв зменшується в e разів.

Струми, зумовлені дифузією електронів, пропорційні градієнту їх концентрації (**закон Фіка**):

$$j_{nD} = eD_n \frac{dn}{dx}, \quad j_{pD} = -eD_p \frac{dp}{dx}, \quad (3.12)$$

де знак мінус вказує на те, що дифузійний струм дірок направлений протилежно градієнту їхньої концентрації.

Повні струми електронів і дірок дорівнюють:

$$j_n = e \left[n\mu_n \mathcal{E} + D_n \frac{dn}{dx} \right]; \quad (3.13)$$

$$j_p = e \left[p\mu_p \mathcal{E} - D_p \frac{dp}{dx} \right]. \quad (3.14)$$

Електричне поле $\mathcal{E}$, що виникає в об'ємі напівпровідника, зумовлене різноманітними зарядами, визначають з **рівняння Пуассона**:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{e}{\varepsilon \varepsilon_0} [p - n + N_d - N_a], \quad (3.15)$$

де N_a і N_d – розподіли в об'ємі акцепторів і донорів відповідно.

Швидкість поверхневої рекомбінації s – це відношення числа актів рекомбінації в одиницю часу на одиниці площі до концентрації надлишкових носіїв.

Поверхнева рекомбінація може істотно змінити час життя носіїв, оскільки $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_V} + \frac{1}{\tau_S}$, де τ_V – час життя носіїв в об'ємі; $\tau_S = \frac{d}{2s}$ – час життя носіїв на поверхні (d – товщина зразка).

Час життя нерівноважних електронів і дірок при міжзонній випромінювальній рекомбінації (коли кожен елементарний рекомбінаційний акт супроводжується випромінюванням фотона) при малому рівні інжекції ($\Delta n \ll n_0 + p_0$)

$$\tau_n = \tau_p = \frac{1}{\gamma_B (n_0 + p_0)}, \quad (3.16)$$

де γ_B – **коефіцієнт випромінювальної рекомбінації** – ймовірність рекомбінації носіїв заряду з випромінюванням фотона.

Для напівпровідника n -типа $\tau_n = \frac{1}{\gamma_B n_0}$, так як $n_0 \gg p_0$.

Для напівпровідника p -типа $\tau_p = \frac{1}{\gamma_B p_0}$, так як $p_0 \gg n_0$.

Час життя носія заряду при міжзонній ударній рекомбінації
(Оже-рекомбінації, за якої надлишкова енергія при рекомбінації електрона й дірки передається третьому носію – електрону або дірці):

$$\tau = \frac{2\tau_i n_i^2}{(n_0 + p_0 + \Delta n)[n_0 + \Delta n + \beta(p_0 + \Delta n)]},$$

де $\tau_i = \frac{1}{2\alpha_{n0} p_0}$ – час життя при ударній рекомбінації у власному напівпровіднику ($n_0 = p_0 = n_i$);

$\beta = \frac{\alpha_{p0} n_0}{\alpha_{n0} p_0}$; α_{n0} , α_{p0} – коефіцієнти захоплювання електронів

і дірок в умовах термодинамічної рівноваги.

Для малого рівня інжекції $\tau = \frac{2\tau_i n_i^2}{(n_0 + p_0)(n_0 + \beta p_0)}$.

Якщо $n_0 \gg p_0$ (напівпровідник n -типу), то $\tau = 2\tau_i \frac{n_i^2}{n_0^2}$.

Якщо $p_0 \gg n_0$ (напівпровідник p -типу), то $\tau = 2\tau_i \frac{n_i^2}{\beta p_0^2}$.

3.2 Приклади розв'язування задач

3.2.1 Розрахуйте дифузійну довжину електронів у германії p -типу і дірок у германії n -типу, якщо час життя неосновних носіїв заряду $\tau_n = \tau_p = 10^{-4}$ с, коефіцієнт дифузії для германію p -типу

$D_n = 9,9 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ і для германію n -типу $D_p = 4,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Розв'язання

Дифузійна довжина електронів

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{9,9 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}} = 0,99 \text{ мм}.$$

Дифузійна довжина дірок

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = \sqrt{4,7 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}} = 0,69 \text{ мм}.$$

Відповідь: $L_n = 0,99 \text{ мм}$; $L_p = 0,69 \text{ мм}$.

3.2.2 На відстані 0,48 мм від освітленої поверхні власного силіцію концентрація нерівноважних носіїв заряду спадає у три рази. Визначте час життя нерівноважних носіїв заряду, якщо температура силіцію $T = 300 \text{ К}$, а рухливість електронів і дірок за цієї температури

$$\mu_n = 0,15 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}, \quad \mu_p = 0,05 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}, \quad \text{а власна концентрація } n_i = 10^{16} \text{ м}^{-3}.$$

Розв'язання

Час життя нерівноважних носіїв заряду визначимо зі співвідношення

$$L = \sqrt{D_{\text{eff}} \tau} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{L^2}{D_{\text{eff}}}.$$

Дифузійна довжина знаходиться з виразу (3.8):

$$\Delta n(x) = \Delta n(0) e^{-\frac{x}{L}},$$

звідки

$$L = \frac{x}{\ln \frac{\Delta n(0)}{\Delta n(x)}} = \frac{4,8 \cdot 10^{-4}}{\ln 3} = 4,37 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Коефіцієнт дифузії електронів і дірок:

$$D_n = \frac{k_B T}{e} \mu_n = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot 0,15 = 3,88 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{с}};$$

$$D_p = \frac{k_B T}{e} \mu_p = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot 0,05 = 1,29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Для власного напівпровідника ($n = p = n_i$) коефіцієнт амбіполяроної дифузії

$$D_{eff} = \frac{2D_n D_p}{D_n + D_p} = \frac{2 \cdot 3,88 \cdot 10^{-3} \cdot 1,29 \cdot 10^{-3}}{3,88 \cdot 10^{-3} + 1,29 \cdot 10^{-3}} = 1,94 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Час життя нерівноважних носіїв заряду:

$$\tau = \frac{L^2}{D_{eff}} = \frac{(4,37 \cdot 10^{-4})^2}{1,94 \cdot 10^{-3}} = 9,84 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

Відповідь: $\tau = 9,84 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$

3.2.3 В момент часу $t_1 = 10^{-4} \text{ с}$ після вимкнення рівномірної за об'ємом генерації електронно-діркових пар нерівноважна концентрація дірок виявилась у 10 разів більша, ніж у момент $t_2 = 10^{-3} \text{ с}$. Визначте час життя нерівноважних дірок τ_p , якщо рівень збудження невеликий і рекомбінація йде через прості дефекти.

Розв'язання

Відповідно до умов даного прикладу в рівнянні (3.10) відсутні доданки, які відображають процеси генерації, дифузії і дрейфу. В цьому випадку надлишкова концентрація неосновних носіїв пропорційна швидкості рекомбінації

$$\frac{d}{dt} \Delta p_n = -\frac{\Delta p_n}{\tau_p},$$

звідки (з урахуванням того, що інжекція вимикається в момент $t = 0$)

$$\Delta p_n(t) = \Delta p_n(0) e^{-\frac{t}{\tau_p}},$$

$$\frac{\Delta p_n(t_1)}{\Delta p_n(t_2)} = e^{\frac{t_2 - t_1}{\tau_p}},$$

$$\tau_p = \frac{t_2 - t_1}{\ln \frac{\Delta p_n(t_1)}{\Delta p_n(t_2)}} = \frac{9 \cdot 10^{-4}}{\ln 10} = \frac{9 \cdot 10^{-4}}{2,31} \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

Відповідь: $\tau_p \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$

3.2.4 У зразку силіцію n -типу за температури $T = 300\text{ К}$ час життя неосновних носіїв заряду $\tau_p = 5\text{ мкс}$, їх рухливість $\mu_p = 0,04 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.

В одну з площин зразка вводиться й підтримується незмінною в часі надлишкова концентрація дірок $\Delta p_0 = 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Визначте густину дифузійного струму в безпосередній близькості від цієї площини. На якій глибині надлишкова концентрація дірок буде складати $\Delta p_1 = 10^{18} \text{ м}^{-3}$? Вважати, що товщина зразка значно більша за дифузійну довжину носіїв заряду.

Розв'язання

Зі співвідношення Ейнштейна (3.7) знайдемо коефіцієнт дифузії дірок:

$$D_p = \frac{k_B T}{e} \mu_p = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot 0,04 = 1,03 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Дифузійна довжина неосновних носіїв заряду (3.9):

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = \sqrt{1,03 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 7,19 \cdot 10^{-5} \text{ м} \approx 72 \text{ мкм}.$$

Розподіл дірок за товщиною зразка при одновимірній дифузії характеризується рівнянням $\Delta p(x) = \Delta p(0) e^{-\frac{x}{L_p}}$, де x – відстань від поверхні. Густина дифузійного струму при одновимірній дифузії

$$j_p = -e D_p \frac{d\Delta p}{dx} = \frac{e D_p}{L_p} \Delta p(x).$$

Для $x = 0$ (тобто в безпосередній близькості від поверхні)

$$j_p = \frac{e D_p}{L_p} \Delta p(0) = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,03 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{19}}{7,2 \cdot 10^{-5}} = 23 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

Глибина x_1 , на якій досягається задана концентрація неосновних носіїв заряду,

$$x_1 = -L_p \ln \frac{\Delta p_1}{\Delta p(0)} = -72 \ln \frac{10^{18}}{10^{19}} = 166 \text{ мкм}.$$

Відповідь: $j_p = 23 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$; $x_1 = 166 \text{ мкм}$.

3.2.5 У n -Ge є центри рекомбінації з концентрацією рекомбінаційної домішки $N_t = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ і енергетичним рівнем $E_t = \frac{E_c + E_v}{2}$. За температури $T = 300 \text{ К}$ переріз захоплення електронів і дірок однаковий, при малих відхиленнях від рівноваги час життя носіїв заряду $\tau = 10^{-4} \text{ с}$, питомий опір n -Ge складає $\rho = 5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Знайдіть переріз захоплення S .

Розв'язання

Відповідно до заданої умови $E_t = E_i$. Тоді можна припустити, що $\tau_{p_0} = \tau_{n_0}$. З формули (3.4) для слабкого збудження за умови $\tau_{p_0} = \tau_{n_0}$:

$$\tau = \frac{1}{N_t \alpha} \frac{n_0 + n_1 + p_0 + p_1}{n_0 + p_0}. \quad (1)$$

Обчислимо концентрації, які входять у формулу (1).

Припустимо, що $T_s < T < T_i$. Тоді відповідно до формул з табл. 1.1 і параметрів германію, що приводяться у додатку А:

$$\begin{aligned} n_0 = N_d &= \frac{1}{\rho e \mu_n} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,39} = 3,2 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}; \\ p_0 &= \frac{N_c N_v}{N_d} e^{\frac{\Delta E_g}{k_B T}} = \frac{1,04 \cdot 10^{25} \cdot 6,1 \cdot 10^{24}}{3,2 \cdot 10^{20}} e^{\frac{0,721,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}} = \\ &= 1,629 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}. \\ n_1 = p_1 = n_i &= 2,5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}. \end{aligned}$$

Справедливість нерівності $T_s < T < T_i$ можна оцінити за допомогою графіка залежності температури початку власної провідності напівпровідника T_i від ступеня легування (додаток А) і з формул табл. 1.1, припустивши, наприклад, що основною електронною домішкою германію є селен, енергія активації якого наведена в додатку В. Тоді

$$\begin{aligned} T_i &\approx 342 \text{ К}; \\ T_s &= \frac{\Delta E_d}{k_B \ln \frac{N_c}{N_d}} = \frac{0,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \ln \frac{1,04 \cdot 10^{25}}{3,2 \cdot 10^{20}}} \approx 156 \text{ К}. \end{aligned}$$

Відповідно до (3.12) коефіцієнт захоплювання

$$\alpha = \frac{1}{\tau N_t} \frac{n_0 + p_0 + 2n_i}{n_0 + p_0} \approx 2,312 \cdot 10^{-15} \frac{\text{М}^3}{\text{с}};$$

і переріз захоплювання

$$S = \frac{\alpha}{v_T} = \frac{\alpha}{\sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_n^*}}} = \frac{2,312 \cdot 10^{-15}}{\sqrt{\frac{8 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{\pi \cdot 0,55 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}}} \approx 1,59 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2.$$

Відповідь: $S \approx 1,59 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2$.

3.3 Задачі для самостійного розв'язування

- 1 Обчисліть дифузійну довжину дірок у германії n -типу, якщо час життя неосновних носіїв заряду $\tau_p = 10^{-4} \text{ с}$, а коефіцієнт дифузії

$$D_p = 4,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{М}^2}{\text{с}}.$$

- 2 Розрахуйте коефіцієнти дифузії електронів і дірок у невідроджених германії і силіції за $T = 300 \text{ К}$.
- 3 Визначте швидкість дрейфу електронів і дірок за $T = 300 \text{ К}$, якщо до зразка прикладене електричне поле з напруженістю $\mathcal{E} = 10, 100, 1000 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ для: а) германію; б) силіцію.
- 4 Визначте час життя й рухливість електронів у невідродженому германії за температури $T = 300 \text{ К}$, якщо дифузійна довжина електронів $L_n = 1,5 \text{ мм}$, коефіцієнт дифузії $D_n = 9,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{М}^2}{\text{с}}$.
- 5 Визначте дифузійну довжину й коефіцієнт дифузії дірок в невідродженому кремнії за кімнатної температури, якщо час життя дірок $\tau_p = 400 \text{ мкс}$, а їх рухливість $\mu_p = 0,05 \frac{\text{М}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.

- 6 Визначте коефіцієнти дифузії електронів і дірок у силіції n -типу за температури $T = 300$ К, якщо концентрація донорної домішки $N_d = 10^{20} \text{ м}^{-3}$.
- 7 Крізь одну з граней зразка силіцію n -типу провідності у формі куба зі стороною 1 мм і питомим опором $\rho = 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ за температури $T = 300$ К інжектують $5 \cdot 10^{21} \frac{\text{електронів}}{\text{м}^{-3}}$. Концентрація вільних електронів змінюється за лінійним законом. Визначте максимальне значення дифузійного струму електронів, який проходитьиме зразком.
- 8 Зразок германію містить 10^{20} м^{-3} донорних домішок і $7 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ – акцепторних. До зразка прикладене електричне поле напруженістю $\mathcal{E} = 200 \frac{\text{В}}{\text{см}}$. Розрахуйте густину дрейфового струму.
- 9 Концентрація донорів у германії становить $N_d = 10^{17} \text{ см}^{-3}$, а час життя електронів $\tau_n = 50$ мкс. Визначте концентрацію неосновних носіїв заряду і дифузійну довжину електронів за $T = 300$ К.
- 10 У германії n -типу за $T = 300$ К дифузійна довжина електронів становить $L_n = 0,15 \text{ см}$, а коефіцієнт дифузії $D_n = 93 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$. Визначте час життя і рухливість електронів.
- 11 Визначте дифузійну довжину L_n і коефіцієнт дифузії D_n електронів у силіції за температури $T = 300$ К, якщо час їх життя $\tau_n = 5$ мкс, а рухливість $\mu_n = 0,135 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.
- 12 Визначте час життя дірок τ_p за температури $T = 300$ К у силіції p -типу з концентрацією акцепторної домішки $N_a = 10^{20} \text{ м}^{-3}$ за умови, що дифузійна довжина дірок у силіції $L_p = 100 \text{ мкм}$.
- 13 Знайдіть дифузійний струм у стрижні з розмірами $l = 5 \text{ мм}$ і $S = 1 \text{ мм}^2$, якщо концентрація електронів на одному кінці стрижня дорівнює 10^{25} м^{-3} , а на іншому – 10^{22} м^{-3} .

- 14 У кристалі силіцію n -типу з концентрацією донорної домішки $N_d = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ напруженість електричного поля складає $\mathcal{E} = 500 \frac{\text{В}}{\text{м}}$, рухливості електронів і дірок – відповідно $\mu_n = 0,135 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ і $\mu_p = 0,048 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$. Площа поперечного перерізу $S = 10^{-6} \text{ м}^2$. Обчисліть швидкості дрейфу електронів і дірок, питомий опір зразка й дрейфовий струм.
- 15 Дрейфовий струм густиною $j = 10 \frac{\text{мА}}{\text{см}^2}$ тече крізь силіцій n -типу з питомим опором $\rho = 5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Розрахуйте дрейфову швидкість дірок і електронів.
- 16 На скільки зміниться коефіцієнт дифузії електронів у невідродженому напівпровіднику з підвищенням температури на 10%, якщо рухливість електронів змінюється пропорційно $T^{-\frac{3}{2}}$?
- 17 В кристалі під дією світла створюється рівноважний розподіл надлишкових носіїв заряду Δn . Рівноважна концентрація неосновних носіїв заряду становить $2,5 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$, а початкова швидкість зменшення концентрації $2,8 \cdot 10^{24} \text{ с}^{-1}$. Розрахуйте: а) час життя неосновних носіїв заряду; б) значення Δn через 2 мс після вимкнення джерела світла.
- 18 В однорідний напівнескінченний напівпровідник n -типу в площині $x = 0$ неперервно інжектуються дірки, так що $\Delta p_0 = 10^{20} \text{ м}^{-3}$. Обчисліть надлишкову концентрацію дірок на відстані $x = 2 \text{ мм}$ від поверхні, якщо $\tau_p = 10^{-4} \text{ с}$; $D_p = 1,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.
- 19 Обчисліть час життя неосновних носіїв заряду в напівпровіднику, якщо їх концентрація, що встановилася під впливом джерела збудження, складає 10^{20} м^{-3} , а початкова швидкість зменшення надлишкової концентрації при відключенні джерела $7,1 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. Знайдіть надлишкову концентрацію Δn через час $t = 2 \text{ мс}$ після вимкнення джерела збудження.

- 20 Концентрація електронів у зразку однорідного слаболегованого кремнію n -типу за кімнатної температури змінюється лінійно від 10^{17} см^{-3} при $x=0$ до $6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ при $x=2 \text{ мкм}$. У зразок інжектуються електрони так, щоб весь час зберігалася ця концентрація. Розрахуйте густину електронного струму в кремнії за відсутності електричного поля, якщо $\mu_n = 1000 \frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ та $T = 300 \text{ К}$.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. **Бонч-Бруевич, В. Л.** Сборник задач по физике полупроводников. [Текст] / В. Л. Бонч-Бруевич, И. П. Звягин, И. В. Карпенко, А. Г. Миронов. – М.: Наука, 1987. – 144 с.
2. **Аркуша, Ю. В.** Задачі з твердотілої електроніки [Текст] / Ю. В. Аркуша, М. І. Білецький, Е. Д. Прохоров. – Х.: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2005. – 148 с.
3. **Антипов, Б. Л.** Материалы электронной техники: Задачи и вопросы [Текст] / Б. Л. Антипов, В. С. Сорокин, В. А. Терехов. – СПб.: Лань, 2001. – 208 с.
4. **Терехов, В. А.** Задачник по электронным приборам [Текст] / В. А. Терехов. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 280 с.
5. **Германюк, В. Н.** Задачник по электровакуумным и проводниковым приборам [Текст] / В. Н. Германюк. – М.: Высшая школа, 1973. – 123 с.
6. Задачи по физике твердого тела [Текст] / под ред. Г. Дж. Голдсмида. Пер. с англ. под ред. А. А. Гусева и М. П. Шаскольской. – М.: Наука, 1976. – 432 с.
7. **Прищепа, М. М.** Мікроелектроніка. Елементи мікросхем. Збірник задач [Текст] / М. М. Прищепа, В. П. Погребняк. – К.: Вища школа, 2005. – 167 с.
8. **Ю, П.** Основы физики полупроводников [Текст] / П. Ю, М. Кардона / Пер. с англ. И. И. Решиной. Под ред. Б. П. Захарчени. – М.: Физматлит, 2002. – 560 с.
9. **Шалимова, К. В.** Физика полупроводников [Текст] / К. В. Шалимова. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 392 с.
10. **Горбачев, В. В.** Физика полупроводников и металлов [Текст] / В. В. Горбачев, Л. Г. Спицына. – М.: Металургія, 1976. – 368 с.
11. **Фистуль, В. И.** Введение в физику полупроводников [Текст] / В. И. Фистуль. – М.: Высшая школа, 1984. – 352 с.

Додаток А
Властивості напівпровідників

Таблиця А.1 – Властивості напівпровідників

<i>Параметр</i>	<i>Si</i>	<i>Ge</i>	<i>GaAs</i>
Атомний номер	14	32	31/33
Кристалічна структура, тип	алмазу		цинкової обманки
Кількість атомів, м^{-3}	$5,0 \cdot 10^{28}$	$4,42 \cdot 10^{28}$	$4,42 \cdot 10^{28}$
Атомна маса	28,08	72,6	144,63
Стала ґратки, <i>нм</i>	0,543	0,565	0,565
Густина, $10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	2,328	5,3267	5,32
Відносна діелектрична проникність	11,8	16	10,9
Точка плавлення, $^{\circ}\text{C}$	1 412	937	1 238
Питома теплота, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$	700	310	350
Теплопровідність, $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{K}}$	1 450	640	460
Температурний коефіцієнт лінійного розширення, $\frac{1}{l} \frac{\Delta l}{\Delta T}, \text{K}^{-1}$	$2,6 \cdot 10^{-6}$	$5,8 \cdot 10^{-6}$	$5,9 \cdot 10^{-6}$
Спорідненість до електрона, eV	4,05	4,0	4,07
Власна концентрація, м^{-3}	$1,6 \cdot 10^{16}$	$2,5 \cdot 10^{19}$	$1,1 \cdot 10^{13}$
Ефективна густина станів, м^{-3} в зоні провідності N_c у валентній зоні N_v	$2,8 \cdot 10^{25}$ $1,02 \cdot 10^{25}$	$1,04 \cdot 10^{25}$ $6,1 \cdot 10^{24}$	$4,7 \cdot 10^{23}$ $7,0 \cdot 10^{24}$
Ефективні маси для густини станів, в. о. електронів $\frac{m_{dn}^*}{m_e}$	1,08	0,56	0,068

дірок $\frac{m_{dp}^*}{m_e}$	0,56	0,35	0,5
Ширина забороненої зони ΔE_g при 300 К, еВ при 0 К, еВ	1,11 1,182	0,66 0,777	1,43 1,559
Температурний коефіцієнт ширини забороненої зони $\xi, \frac{\text{еВ}}{\text{К}}$	$-2,4 \cdot 10^{-4}$	$-3,9 \cdot 10^{-4}$	$-4,3 \cdot 10^{-4}$
Час життя неосновних носіїв, с	$2,5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}	10^{-8}
Рухливість, $\frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ електронів μ_n дірок μ_p	0,15 0,06	0,39 0,19	0,85 0,04
Коефіцієнт дифузії, $\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ електронів D_n дірок D_p	$3,5 \cdot 10^{-3}$ $1,31 \cdot 10^{-3}$	$9,3 \cdot 10^{-3}$ $4,4 \cdot 10^{-3}$	$2,22 \cdot 10^{-2}$ $1,1 \cdot 10^{-3}$
Питомий опір власного напівпровідника ρ , Ом·м	0,47	$2,3 \cdot 10^3$	10^6
Фактор виродження домішкового рівня g донорна домішка акцепторна домішка	2 4	2 4	2 2
Дебаївська температура, Θ_D , К	645	406	344
Швидкість звука, $s, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$9,15 \cdot 10^3$	$5,4 \cdot 10^3$	
Енергія раманівських фононів E_R , еВ	0,063	0,037	0,035

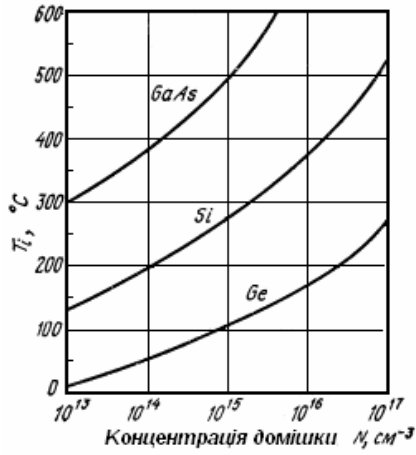


Рисунок А.1 – Залежність температури початку власної провідності напівпровідника T_i від ступеня легування

Додаток Б

Параметри рекомбінаційних домішок в кремнії і германії

Домішка	Положення рівня	Зарядовий стан домішки	Перетин захвата, м^2	Зарядовий стан домішки	Перетин захвата, м^2
Кремній					
<i>Au</i>	0,36	Au^+	$3 \cdot 10^{-21}$ (300 K)	Au^0	$2 \cdot 10^{-21}$ (80-300 K)
	0,57	Au^0	$5 \cdot 10^{-22}$ (80-300 K)	Au^-	10^{-21} (300 K)
<i>Zn</i>	0,30	Zn^0	10^{-21} (80-200 K)	Zn^-	10^{-19} (80-200 K)
	0,57	Zn^-	10^{-22} (80-200 K)	$Zn^=$	$>10^{-19}$
Германій					
<i>Au</i>	0,05	Au^+		Au^0	10^{-20} (20 K)
	0,15	Au^0	10^{-22} (80-300 K)	Au^-	10^{-19} (80 K)
	0,47	Au^-	$2 \cdot 10^{-22}$ (300 K)	$Au^=$	10^{-20} (300 K)
	0,63	$Au^=$	$2 \cdot 10^{-25}$ (10-30 K)	$Au^=$	
<i>Cu</i>	0,04	Cu^0	10^{-22} (85 K)	Cu^-	10^{-19} (24 K)
	0,32	Cu^-	$5 \cdot 10^{-23}$ (300 K) $5 \cdot 10^{-24}$ (200 K)	$Cu^=$	$4 \cdot 10^{-24}$ (300 K)
	0,41	$Cu^=$	$4 \cdot 10^{-24}$ (250 K)	$Cu^=$	10^{-22} (300 K)

Додаток В

Енергетичні рівні домішок в *Ge*, *Si*, *GaAs*

<i>Ge</i>	<i>Li</i>	<i>Sb</i>	<i>P</i>	<i>As</i>	<i>S</i>	<i>Cu</i>	<i>Ag</i>	<i>Au</i>	<i>Se</i>			
	0,0095	0,012						0,04				
	0,0096	0,013	0,18			0,09	0,20	A		0,12	0,14	
						0,26	A	A		A	0,28	
<i>Si</i>												
<i>GaAs</i>												

Li Sb P As S Cu Ag Au Se
B Al Ti Ga In Be Zn Cd Mn Fe Co Ni Hg Pt Cr

<i>Si</i>	<i>Li</i>	<i>Sb</i>	<i>P</i>	<i>As</i>	<i>Bi</i>	<i>Ni</i>		<i>S</i>	<i>Mn</i>	<i>Ag</i>	<i>Pt</i>	<i>Hg</i>
	0,033	0,039	0,044	0,049	0,069							
								0,18		0,19		
								A		A		
<i>GaAs</i>												

Li Sb P As Bi Ni S Mn Ag Pt Hg
B Al Ga In Ti Co Zn Cu Au Fe

<i>GaAs</i>	<i>Te</i>	<i>Si</i>		<i>Ge</i>	<i>Sn</i>	<i>O</i>	<i>Se</i>
	0,003	0,002		Поверхні рівні			0,005
<i>GaAs</i>							

Te Si Ge Sn O Se
Mg C Cd Li Zn Mn Co Ni Si Ge Fe Cr Li Cu

Рисунок В.1 – Енергетичні рівні деяких донорних і акцепторних домішок в заборонених зонах напівпровідників *Ge*, *Si* та *GaAs*. Рівні, що знаходяться вище за центр забороненої зони, є донорними, за винятком тих, які помічені символом *A* (акцептор); їх положення (eВ) визначається щодо дна зони провідності. Нижче за центр забороненої зони знаходяться акцепторні рівні, положення яких визначається щодо стелі валентної зони; виняток становлять донорні рівні, помічені символом *D*

Додаток Г

Енергія йонізації легуючої домішки в напівпровідниках

Домішка	Si	Ge	Домішка	GaAs
Sb	-0,039	-0,0096	Si	-0,002
P	-0,045	-0,12	Te	-0,003
As	-0,049	-0,0127	Cu	0,023
B	0,045	0,0104	Zn	0,008
Al	0,057	0,0102	Cd	0,021
Ga	0,065	0,0108	Hg	0,012

Прийнято, що енергія йонізації донорної домішки від'ємна ($\epsilon_d - \epsilon_c$), а акцепторної – позитивна ($\epsilon_a - \epsilon_v$).