

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Запорізький національний технічний університет

ЛЕКЦІЇ З ФІЗИКИ

Частина 3

ФІЗИКА ТВЕРДОГО ТІЛА

ЯДЕРНА ФІЗИКА

Для студентів інженерно-технічних
спеціальностей 151, 152, 153, 172

РТ- факультету
денної форми навчання

ЗАПОРІЖЖЯ

2019

Лекції з фізики. Частина 3. Фізика твердого тіла. Ядерна фізика.
Для студентів інженерно-технічних спеціальностей 151, 152, 153, 172
РТ- факультету денної форми навчання./Укладач: В.К.Манько.-
Запоріжжя: ЗНТУ, 2019.-103 с.

Укладач:
доцент кафедри фізики

В.К.Манько

Рецензент: Швець Юлій Олександрович -зав. кафедри
інформатики та інформаційних технологій в
освіті, КЗ "ЗОППО" ЗОР, доцент, к.ф.- м.н.

Затверджено
на засіданні кафедри
фізики

Протокол № 5 від 26 березня 2019 р.

Рекомендовано до видання

НМК РТ - факультету.

Протокол № 5 від 21 лютого 2019 р.

ЗМІСТ

ЧАСТИНА 3

16 Сили зв'язку в тв. тілах. Дефекти кристалів	256
16.1 Сили Ван-дер-Ваальса.....	256
16.2 Іонний зв'язок	256
16.3 Ковалентний зв'язок.....	258
16.4 Металевий зв'язок	260
16.5 Водневий зв'язок	260
16.6 Сили відштовхування.....	261
16.7 Типи кристалів та їх дефекти	261
17 Елементи фізичної статистики	266
17.1 Хімічний потенціал. Ферміями і бозони. Невироджені і вироджені системи частинок. Поняття про функцію розподілу	266
17.2 Фазовий простір мікрочастинок та його квантування. Густина квантових станів	268
17.3 Функція розподілу для невинроджених систем (функція Максвелла-Больцмана).....	270
17.4 Функція розподілу для винроджених систем (функція Фермі-Дірака).....	272
17.5 Правило статистичного усереднення.....	274
18 Теплові властивості твердих тіл	276
18.1 Класична теорія теплопровідності твердих тіл. Закон Дюлонга і Пті. Протиріччя класичної теорії теплоємності твердих тіл	276
18.2 Нормальні коливання кристалічної ґратки. Спектр цих коливань. Поняття про фонони. Фононна модель твердих тіл	277
18.3 Дебасєвська теорія теплоємності твердих тіл.....	279
18.4 Теплоємність електронного газу	281
18.5 Теплове розширення твердих тіл	282
18.6 Теплопровідність кристалічної ґратки	284
18.7 Теплопровідність електронного газу (металів).....	286
19 Елементи зонної теорії твердих тіл	287
19.1 Узагальн електронів у кристалі. Утворення ен зон	287
19.2 Поняття про зони Бріллюена	290
19.3 Ефективна маса електронів. Поняття про дірки	291

19.4	<u>Заповнення зон електр. Пров, діел., напівпровідники.....</u>	293
20	<u>Електропровідність твердих тіл</u>	295
20.1	<u>Дрейф носіїв струму в електричному полі. Рухливість носіїв струму. Питома електропровідність</u>	295
20.2	<u>Залежність рухливості носіїв заряду від температури</u>	298
20.3	<u>Електропровідність чистих металів і сплавів. Температурний коефіцієнт опору</u>	299
20.4	<u>Поняття про надпровідність</u>	300
20.5	<u>Залежність концентрації вільних носіїв заряду в напівпровідниках від положення рівня Фермі.....</u>	303
20.6	<u>Положення рівня Фермі і концентрація вільних носіїв заряду у власних напівпровідниках. Електропровідність власних напівпровідників</u>	305
20.7	<u>Положення рівня Фермі і концентрація вільних носіїв заряду в домішкових напівпровідниках. Електропровідність домішкових напівпровідників при низьких температурах.....</u>	306
20.8	<u>Залежність положення рівня Фермі в домішкових напівпровідниках від температури. Температура виснаження домішки. Перехід до власної електропровідності.....</u>	308
21	<u>Нерівноважні явища в напівпровідниках</u>	310
21.1	<u>Нерівноважні носії заряду в напівпровідниках</u>	310
21.2	<u>Власна та домішкова фотопровідність</u>	313
21.3	<u>Поглинання світла речовиною. Кінетика фотопровідності.....</u>	315
21.4	<u>Люмінесценція</u>	317
21.5	<u>Ефект Холла та його застосування</u>	318
22	<u>Контактні явища</u>	321
22.1	<u>Контакт двох металів. Товщина контактного шару</u>	321
22.2	<u>Контакт метал-напівпровідник і його випрямляючі властивості. Омичний контакт</u>	322
22.3	<u>Контакт двох напівпровідників з різним типом провідності. р-п- перехід і його випрямляючі властивості.....</u>	326
22.4	<u>Способи одержання р-п-переходів.....</u>	330
22.5	<u>Принцип роботи біполярного транзистора.....</u>	331
23	<u>Магнітні властивості твердих тіл.....</u>	333
23.1	<u>Магнітне поле в магнетиках. Діа- пара- і</u>	

<u>ферромагнетики та їх властивості.....</u>	<u>333</u>
23.2 <u>Магнітні властивості атомів. Гіромагнітні відношення.....</u>	<u>336</u>
23.3 <u>Природа діамagnetизму.....</u>	<u>337</u>
23.4 <u>Природа парамагнетизму. Парамагнетизм</u>	
<u>електронного газу.....</u>	<u>339</u>
23.5 <u>Гіромагнітні дослід. Природа феромагнетизму. Домени.</u>	
<u>Антиферомагнетики. Ферити.....</u>	<u>340</u>
24 <u>Елементи ядерної фізики.....</u>	<u>343</u>
24.1 <u>Склад і характеристики атомних ядер.....</u>	<u>343</u>
24.2 <u>Природа ядерних сил.....</u>	<u>344</u>
24.3 <u>Енергія зв'язку атомних ядер.....</u>	<u>347</u>
24.4 <u>Радіоактивність. Ядерні перетворення.</u>	
<u>Правило зміщення.....</u>	<u>348</u>
24.5 <u>Закон радіоактивного розпаду.....</u>	<u>349</u>
<u>ЛІТЕРАТУРА.....</u>	<u>351</u>

16 Сили зв'язку в твердих тілах. Дефекти кристалів

Для утворення стійкої кристалічної ґратки між атомами твердого тіла повинні діяти як сили протягування, так і сили відштовхування. Розглянемо п'ять основних сил протягування.

16.1 Сили Ван-дер-Ваальса

Сили Ван-дер-Ваальса діють між атомами інертних елементів і між молекулами з насиченим хімічним зв'язком O_2 , N_2 і т.д. Розрізняють три типи цих сил: орієнтаційні; індукційні; дисперсійні.

Орієнтаційні сили виникають між полярними молекулами, тобто такими, у яких центри позитивних і негативних зарядів не співпадають. Вони орієнтуються таким чином, щоб між ними виникала кулонівська сила притягування (рис.16.16). При цьому потенціальна енергія їх взаємодії мінімальна. Тепловий рух руйнує таку орієнтацію молекул.

Рисунок 16.1

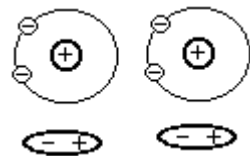


Рисунок 16.2

Індукційні сили виникають між неполярними молекулами, але які легко поляризуються під дією поля сусідніх молекул, тобто в них наводиться (індукується) дипольний момент. Потім молекули орієнтуються, як на рис.16.1.

Дисперсійні сили виникають за рахунок узгодженого руху електронів сусідніх атомів, наприклад, гелію. Виникають миттєві дипольні моменти, рис.16.2, які знову таки притягуються по закону Кулона.

16.2 Іонний зв'язок

Іонний зв'язок, як правило, виникає між атомами металу та галогену. При зближенні атомів електрон із металу переходить на атом галогену, в результаті чого зовнішні електронні оболонки стають повністю заповненими. Утворені іони притягуються у відповідності із законом Кулона. Енергія притягування дорівнює потенціальній енергії

взаємодії зарядів і зростає обернено пропорційно відстані r між атомами

$$U_{\text{пр}} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (16.1)$$

Сили відштовхування проявляються на малих відстанях і швидко зростають із зменшенням відстані. Енергія відштовхування

$$U_{\text{відшт}} = \frac{B}{r^n}, \quad (16.2)$$

де B і n – константи. Результуюча енергія U взаємодії іонів дорівнює сумі енергій

$$U = \frac{B}{r^n} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (16.3)$$

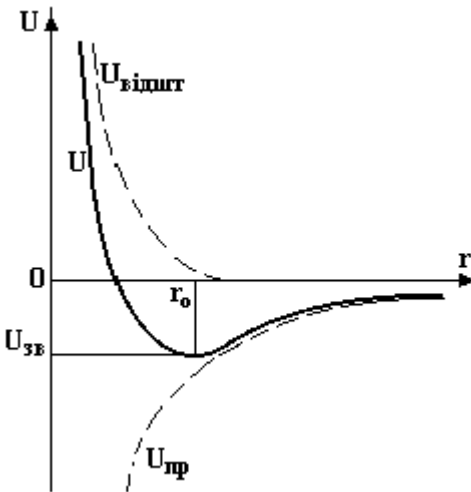


Рисунок 16.3

На рис.16.3 ця енергія зображена суцільною лінією. Мінімум функції $U(r)$ відповідає рівноважній відстані r_0 між атомами і енергії зв'язку $U_{\text{зв}}$. Знайдемо цю енергію, враховуючи, що у рівноважному стані сила притягування дорівнює силі відштовхування $F_{\text{пр}} = -F_{\text{відшт}}$. Використаємо зв'язок сили і потенціальної енергії

$F = -\text{grad}U$. Одержуємо, враховуючи формули (16.1) і (16.2),

$$F_{\text{пр}} = -\frac{dU_{\text{пр}}}{dr} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2},$$

Отже,

$$F_{\text{відшт}} = -\frac{dU_{\text{відшт}}}{dr} = n \frac{B}{r_0^{n+1}}.$$

$$-\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} = n \frac{B}{r_0^{n+1}} \Rightarrow B = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \cdot \frac{r_0^n}{n}.$$

Підставляємо значення B у формулу (16.3). Одержуємо енергію зв'язку між двома іонами

$$U_{зв} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Якщо братка складається із N іонів, то її енергія дорівнює

$$U_{гр} = -A \cdot N \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right), \quad (16.4)$$

де $A=1,6 \div 1,8$ – стала Маделунга, яка враховує енергію взаємодії даної молекули з другими молекулами в кристалі.

16.3 Ковалентний зв'язок

Ковалентний зв'язок виникає за рахунок обміну електронами сусідніх атомів. Такий

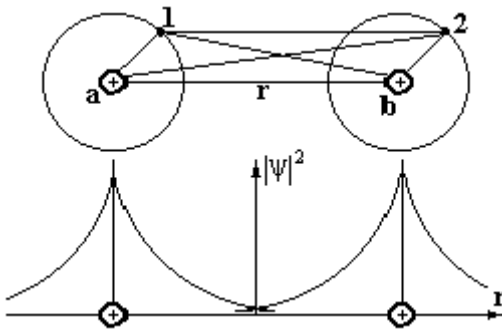


Рисунок 16.5

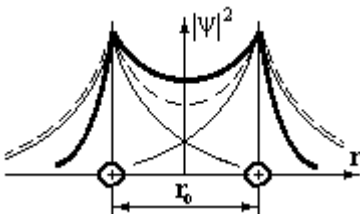


Рисунок 16.4

тип сил зв'язку проявляється, наприклад, у молекулах H_2 , O_2 , N_2 , в кристалах германію, кремнію, алмазу, тобто, як правило, між однаковими атомами. Розглянемо механізм виникнення сили зв'язку на прикладі молекули водню (рис.16.4). На великій відстані між атомами хвильові функції електронів сусідніх атомів майже не перекриваються. Кожний електрон належить своєму атому, тобто обмін електронами не відбувається. Наприклад, при

відстані між ядрами $r = 50 \text{ \AA}$ один обмін електронами може відбутися за 10^{12} років. Енергія такої системи дорівнює сумі енергій ізолюваних атомів $2E_0$. При зближенні атомів хвильові функції електронів перекриваються (рис.16.5), ймовірність їх переходів від атома до атома зростає настільки, що втрачає сенс вести мову про належність електрона певному атому. Наприклад, при $r_0 = 2 \text{ \AA}$ частота переходів електронів становить 10^{14} Гц. Практично пара електронів належить відразу обом атомам. При цьому відбувається не просте додавання $|\psi|^2$ (пунктирна лінія на рис.16.5), а затягування електронів у простір між ядрами (жирна лінія на рис.16.5). За межами цього простору густина електронної хмари зменшується порівняно з густиною в ізолюваних атомах. Це приводить до зменшення енергії системи і до появи сили притягування між атомами. Ця узагальнена електронна пара як би стягує ядра, намагаючись їх зблизити. Енергія такої системи

$$U = 2E_0 + \frac{K \pm A}{1 \pm S^2}, \quad (16.5)$$

де $K < 0$ – енергія кулонівської взаємодії електронів з ядрами, електронів між собою і ядер між собою; $A < 0$ – енергія обмінної взаємодії, яка виникає за рахунок обміну електронами. Це як раз та додаткова енергія, що зумовлена перерозподілом густини електронної хмари; S – інтеграл неортогональності враховує зміну хвильових функцій під дією сусідніх атомів. Його величина лежить в межах від 0 до 1; Знак $+$ у формулі (16.5) відповідає симетричному стану, коли спіни узагальнених електронів протилежні, а знак $-$ антисиметричному стану при паралельних спінах узагальнених електронів.

Аналіз формули (16.5) показує, що для симетричного стану дріб завжди від'ємна і $U < 2E_0$. Виникає сила притягування. Для антисиметричного стану у випадку ковалентної природи сили зв'язку $|A| > |K|$ і тому $U > 2E_0$. Сила зв'язку не виникає. Але слід зауважити, що при $|A| < |K|$ $U < 2E_0$. Тобто теж виникає сила притягування. Такий випадок реалізується у феромагнетиках при обміні електронами внутрішніх незаповнених оболонок і приводить до утворення областей спонтанного намагнічування (доменів).

Особливістю ковалентної сили зв'язку є її направленість по лінії максимального перекриття хвильових функцій і насичений

характер, тобто кожний атом утворює зв'язок з певною кількістю сусідніх атомів. Кількість утворених зв'язків визначається кількістю електронів, яких не вистачає для повного заповнення валентної електронної оболонки. Наприклад, для чотирьохвалентних германію і кремнію це по чотири сусідніх атомів, так як для повного заповнення потрібно 8 електронів. Направленим характером зв'язку пояснюється руйнування кристалів уже при незначних деформаціях.

16.4 Металевий зв'язок

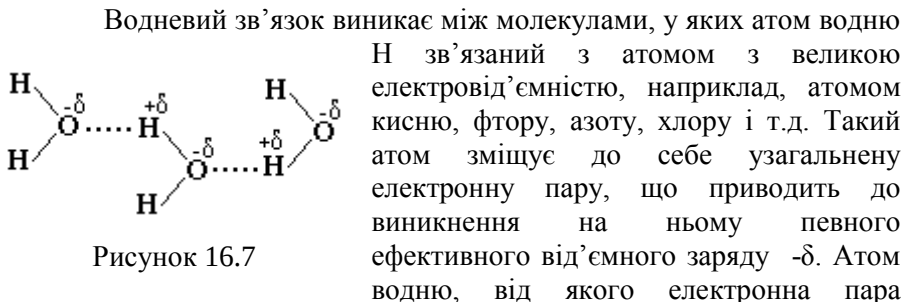
Металевий тип зв'язку виникає між атомами, у яких валентний електрон слабо зв'язаний з ядром. При зближенні атомів він покидає свій атом і може вільно переміщуватись по кристалу. Таким чином виникає досить однорідний розподіл густини від'ємного заряду, який різко зростає безпосередньо поблизу вузлів кристалічної ґратки із-за



Рисунок 16.6

наявності внутрішніх електронних оболонок. Наприклад, для алюмінію по результатам рентгенографічного аналізу ця залежність показана на рис.16.6. Зв'язок виникає за рахунок взаємодії позитивних іонів з електронним газом. Із зменшення відстані між атомами збільшується густина електронного газу, що приводить до зростання сили зв'язку. Наряду з цим зростає сила кулонівського відштовхування ядер. При рівності цих сил утворюється стійка кристалічна ґратка. Таким чином металевий зв'язок подібний до ковалентного, так як в їхній основі лежить загальний принцип: узагальнення валентних електронів. Але якщо при ковалентному зв'язку узагальнені електрони знаходяться між сусідніми атомами, то в металах електрони не локалізуються біля своїх атомів, а вільно переміщуються по кристалу. Електронний газ виконує роль „цементу в бетоні”. У зв'язку з цим металевий зв'язок має ненаправлений характер і тому метали витримують досить значні деформації без руйнування.

16.5 Водневий зв'язок



відтягнута, набуває позитивного заряду $+\delta$. Таким чином утворюється диполь, протягування між якими і приводить до виникнення водневого зв'язку, рис.16.7. Слід зауважити, що електрон в такій молекулі повністю не переходить на сусідній атом, як у випадку іонного зв'язку.

Якби водневий зв'язок, характерний для кристалів льоду, не існував, він би плавився не при 0°C , а при -100°C , а вода б кипіла уже при -80°C .

16.6 Сили відштовхування

Сили відштовхування перешкоджають нескінченному зближенню частинок і їхньому повному зливанню. Існування цих сил зумовлене:

- 1) силами відштовхування однойменних зарядів ядер;
- 2) внаслідок перекривання внутрішніх заповнених електронних оболонок при зближенні атомів. У цьому випадку проявляється принцип заборони Паулі, згідно з яким на кожному енергетичному рівні може знаходитись одиниць електрон. Тому частина електронів повинна переходити на більш високі енергетичні рівні, що приводить до зростання енергії системи, а отже до виникнення сили відштовхування.

16.7 Типи кристалів та їх дефекти

У відповідності з п'ятьма видами сил зв'язку розрізняють п'ять типів кристалічних ґраток:

- а) **Молекулярну** ґратку мають всі інертні елементи у твердій фазі. Між атомами виникають сили Ван-дер-Ваальса. При цьому

формується кубічна гранецентрована брeтка з **координаційним числом** (числом найближчих атомів) 12, рис.16.8,а.

б) **Іонні** ґратки являються основними серед неорґанічних сполук. Тип кристалічної ґратки залежить від розмірів іонів, але завжди формується структура з найбільш щільною упаковкою, причому іони одного знаку завжди оточені іонами протилежного заряду. Типовим представником іонного кристалу є хлористий натрій NaCl, рис.16.8,б.

в) **Атомні** кристали, наприклад, Ge, Si, P, As, Sb, Bi, Se, Te, J, SiO₂, утворюються за рахунок ковалентного зв'язку. Координаційне число дорівнює 8-N, де N – номер групи в періодичній системі елементів. Наприклад, атоми елементів 4-ї групи вуглець, германій, кремній, мають по чотири валентних електрони. До повного заповнення електронної оболонки не вистачає ще чотирьох електронів. Тому кожний атом утворює ковалентний зв'язок з чотирма атомами, і формується кристалічна брeтка типу алмазу, рис.16.8,в. Деяким

т
с
н
(
г

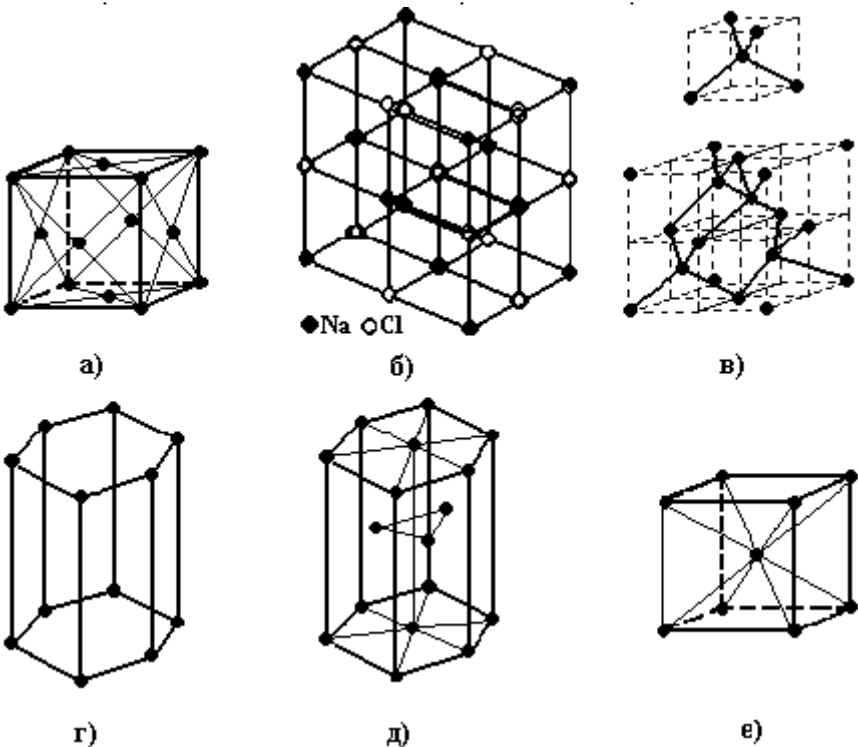


Рисунок 16.8

г) **Метали** мають кристалічні ґратки: кубічну гранецентровану (рис.16.8.а), гексагональну щільної упаковки (рис.16.8.д), кубічну об'ємноцентровану (рис.16.8.е).

д) Ґратку з водневим зв'язком має лід.

Описана вище ідеальна структура кристалів з дальнім порядком розміщення атомів в реальних умовах не існує. Термодинамічно рівноважною є структура з різними видами недосконалості (дефектами). Всі дефекти поділяються на точкові і просторові.

До точкових дефектів відносяться:

а) **Дефекти по Френкелю** (рис.16.9,а), коли деякі атоми за рахунок

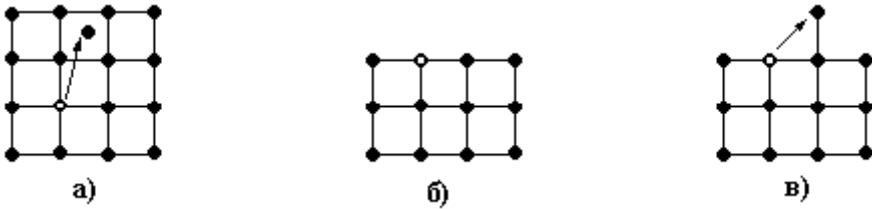


Рисунок 16.9

теплової енергії покидають своє місце і переходять у міжвузольний простір.

Цей атом, як і утворена вакансія, рухаються по кристалу. Вакансія переміщується внаслідок поетапного її заповнення іншими регулярними атомами.

б) **Дефекти по Шотткі**, коли поверхневий атом повністю втрачає зв'язок з кристалом („випаровуються“) і переходить в пару

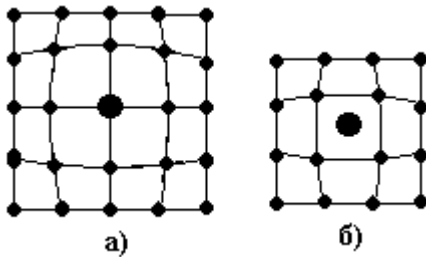


Рисунок 16.10

(рис.16.9,б), або частково втрачає зв'язок з поверхнею і переходить в положення над поверхнею (часткове „випаровування“) (рис.16.9,в). При заміщенні вакансії атомами із глибини кристалу, вона фактично затягується в об'єм.

в) **Домішкові атоми заміщення**, рис.16.10,а), коли сторонній атом замінює регулярний, і

домішкові **атоми впровадження**, рис.16.10,б), коли інший атом знаходиться у міжвузольному просторі. Сучасними методами очистки можна одержувати матеріали, які містять до 10^{-9} % домішки. Така чистота аналогічна наявності у 10 тонах пшениці одного зерна ячменю.

Просторові дефекти – це:

а) **Мозаїчна структура**. Кожний полікристал складається із монокристалічних блоків розмірами від 10^{-6} до 10^{-8} м, які мають різну орієнтацію. Кут розорієнтації складає декілька хвилин. У місцях стикання блоків виникає перехідний шар, у якому відбувається перехід від однієї орієнтації до іншої. Зовнішній вигляд поверхні такого кристалу нагадує мозаїку.

б) **Дислокації**. Поняття дислокацій було введено при теоретичному розрахунку міцності кристалів на зсув. Згідно з теорією під дією

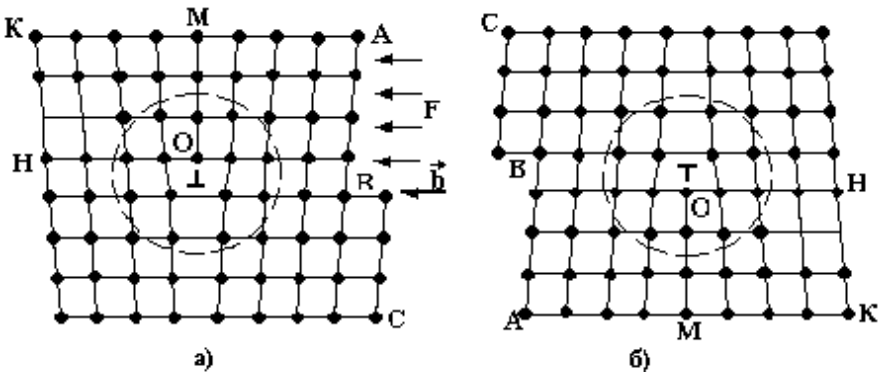


Рисунок 16.11

сколюючої напруги відбувається перемикання міжатомних зв'язків по

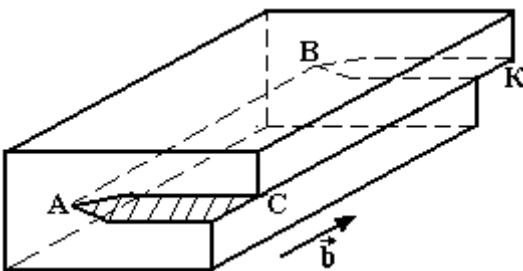


Рисунок 16.12

всьому кристалу, тобто відбувається зсув однієї частини кристалу відносно іншої одночасно по всій площині ковзання. Але виявилось, що теоретична міцність на 3-4 порядки більша від

експериментально виміряної. Така розбіжність була пояснена тим, що зсув і перемикання зв'язків відбувається не по всьому кристалу, а тільки в його частині. Внаслідок цього в одній частині кристалу виникає недобудована площа M (рис.16.11), яка називається екстраплощиною. Границя O , позначена на рисунку знаком $\perp$, що відокремлює область АВОМ, в якій відбувся зсув, від області КМОН не охопленої зсувом, називається лінійною дислокацією. Лінія o – центр дислокації. Вектор b , в напрямку якого відбувся зсув, називається вектором зсуву, або вектором Бюргерса.

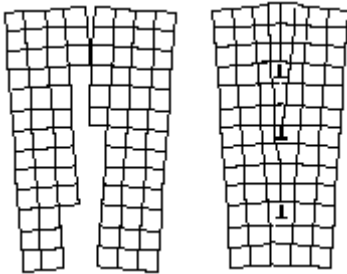


Рисунок 16.13

Відстань між атомами в частині кристалу з екстраплощиною менша від нормальної (братка стиснута), інша частина розтягнута. На рис.16.11 дислокації а) і б) мають протилежні знаки - одна позитивна, інша негативна.

Якщо при деформації зсуву відбувається неповний одиничний зсув, наприклад, при різанні ножицями (рис.16.12), виникають гвинтові дислокації (правогвинтові і лівогвинтові). АВ – вісь дислокації.

Дислокації в кристалі виникають в процесі його утворення при зростанні блоків (рис.16.13), при деформаціях (наклеп, прокатка, ковка).

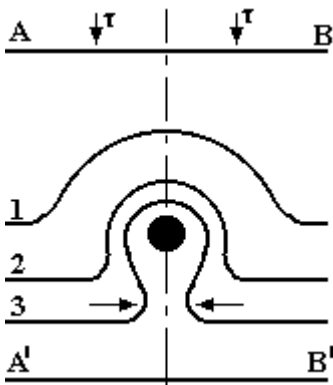


Рисунок 16.14

Дислокації можуть рухатись по кристалу, долаючи перешкоди у виді різних дефектів, як це показано на рис.16.14. При цьому поблизу дефектів накопичується велика кількість дислокацій, що може привести до появи мікротріщини, і, як наслідок, до руйнування кристалу.

Тому для підвищення міцності необхідно: а) формувати бездислокаційні кристали, що технологічно складно. Такі кристали мають невеликі розміри, порядку 10мкм, так звані „вуси”. Їхня

міцність близька до теоретично розрахованої.

б) перешкодити накопиченню дислокацій в одному місці. Для цього необхідно обмежити їхню рухливість, що досягається створенням великої концентрації дефектів. Це досягається введенням легуючих домішок, закалюванням. При закалюванні утворюються дефекти по Декелю і по Шотткі, які при швидкому охолодженні не зникають, а „заморожуються”.

17 Елементи фізичної статистики

17.1 Хімічний потенціал. Ферміями і бозони. Невироджені та вироджені системи частинок. Поняття про функцію розподілу

Будь-яке тверде тіло складається з великої кількості частинок. Такі системи вивчаються в розділах фізики: термодинаміка і статистична фізика. При цьому одним із важливих параметрів системи є хімічний потенціал μ . Згідно з першим началом термодинаміки змінити внутрішню енергію U системи можна трьома шляхами:

- за рахунок передачі системі певної кількості теплоти ΔQ ;
- виконанням системою, чи над нею механічної роботи $A = P \cdot \Delta V$;
- зміною кількості частинок на ΔN .

Таким чином можемо записати

$$\Delta U = \Delta Q - P \cdot \Delta V + \mu \cdot \Delta N, \quad (17.1)$$

де μ – хімічний потенціал. При $\Delta Q = 0$ і $\Delta V = 0$ $\mu = \Delta U / \Delta N$. Тобто **хімічний потенціал** - це та частина внутрішньої енергії, яку вносить одна частинка в теплоізольовану систему незмінного об'єму.

Рівноважним станом системи є однакове значення хімічного потенціалу в будь-якій її точці. В противному разі можна було б створити вічний двигун. Дійсно, якщо забирати (витрачається енергія) частинки з місць, де хімічний потенціал менший, і переносити їх за межами силових полів (без виконання роботи), повернути (виділяється енергія) в місця з більшим значенням хімічного потенціалу, можна одержати виграв в енергії.

По характеру поведінки частинок в системі вони поділяються на два типи: ферміони і бозони. **Ферміони** – це частинки з напівцілим

спіном ($\pm 1/2$). Це електрони, протони, нейтрони. **Бозони** – частинки з цілим спіном. Це фотони, фонони, піони та ін. Ферміонам властивий **принцип Паулі**, тобто в одному квантовому стані може знаходитись тільки один ферміон. Якщо квантовий стан зайнятий, то інша частинка з ферміонними властивостями в нього потрапити не може, поки він не звільниться. Тобто ферміони мають властивість „уособлення”. Бозони ж навпаки з більшою ймовірністю займають уже зайнятий квантовий стан. Принцип заборони Паулі їм не характерний. Тобто бозони мають „колективістські” властивості. Для того, щоб ферміонні чи бозонні властивості частинок проявились у системі, вони повинні взаємодіяти між собою, тобто зустрічатись. Критерієм К частоти зустрічі частинок є відношення кількості частинок N до кількості квантових станів G у системі. Якщо відношення $\frac{N}{G} \ll 1$, частота зустрічі частинок одна з одною дуже мала, і їхні ферміонні чи бозонні властивості не проявляються. У розпорядженні кожної частинки є велика кількість квантових станів. Тому питання про характер і послідовність їх заповнення неактуальне. Такі системи називаються **не виродженими** і описуються класичною статистикою Максвелла-Больцмана. При $K = \frac{N}{G} \approx 1$ питання про заповнення квантових станів стає актуальним. Це **вироджені** системі і описуються функціями Фермі-Дірака (ферміони) і Бозе-Ейнштейна (бозони).

Введемо поняття функції розподілу та встановимо її фізичний зміст. Позначимо кількість квантових станів в інтервалі енергій від E до $E+dE$ як $g(E) \cdot dE$, де $g(E)$ – **густина квантових станів**, тобто їх кількість в одиничному інтервалі енергій. Якщо позначити ймовірність заняття частинкою квантового стану з енергією E як $f(E)$, то кількість частинок в інтервалі енергій від E до $E+dE$ буде дорівнювати

$$dN(E) = f(E) \cdot g(E) \cdot dE \quad (17.2)$$

і називається **повною статистичною функцією** розподілу по енергіям. Аналогічно вводяться функції розподілу по іншим фізичним величинам: по швидкостям, по імпульсам і т.д.

17.2 Фазовий простір мікрочастинок та його квантування. Густина квантових станів

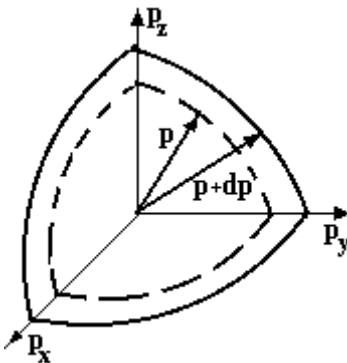
Стан мікрочастинок характеризується трьома координатами x, y, z і трьома проекціями імпульсу p_x, p_y, p_z . Такий шестимірний простір називається фазовим простором. Величина

$$d\Gamma = d\Gamma_v \cdot d\Gamma_p = dx \cdot dy \cdot dz \cdot dp_x \cdot dp_y \cdot dp_z \quad (17.3)$$

називається елементом цього простору. Тут $d\Gamma_v = dx \cdot dy \cdot dz$ – елемент об'єму, $d\Gamma_p = dp_x \cdot dp_y \cdot dp_z$ – елемент простору імпульсів.

Для класичної частинки ці величини можуть бути скільки завгодно малими, так як фізичні величини змінюються неперервно. Для квантових же частинок, які мають хвильові властивості, фізичні величини змінюються дискретно. У відповідності з принципом невизначеності Гейзенберга $dx \cdot dp_x \geq h$; $dy \cdot dp_y \geq h$; $dz \cdot dp_z \geq h$, де h – стала Планка. Тому мінімальний об'єм фазового простору $d\Gamma = d\Gamma_v \cdot d\Gamma_p = h^3$.

Для вільних квантових частинок, тобто коли на них не діє силове поле, важливими є їхня енергія, або імпульс, так як вони можуть займати будь-яку точку геометричного простору. В цьому випадку зручніше користуватись не 6-мірним фазовим простором, а 3-мірним простором імпульсів, найменший елемент якого $d\Gamma_p = h^3/V$, де V – об'єм системи.



Поділ фазового простору на найменші елементи $d\Gamma$, чи $d\Gamma_p$ називається його квантуванням. Знайдемо густину квантових станів спочатку у просторі імпульсів $g(p)$, а потім перейдемо до енергій $g(E)$. Для цього у просторі імпульсів виберемо сферу радіусом p , і порахуємо кількість

Рисунок 17.1

елементів $d\Gamma_p$ в сферичному шарі товщиною dp . На рис.17.1 зображена $\frac{1}{8}$ частина цього шару у першому квадранті. Кількість квантових станів $g(p) \cdot dp$ у цьому сферичному шарі дорівнює відношенню його об'єму $4\pi p^2 dp$ до мінімального об'єму елементу $d\Gamma_p$. Маємо

$$g(p) \cdot dp = \frac{4\pi p^2 dp}{d\Gamma_p} = \frac{4\pi V}{h^3} p^2 \cdot dp. \quad (17.4)$$

Тоді густина квантових станів

$$g(p) = \frac{4\pi V}{h^3} p^2. \quad (17.5)$$

Знайдемо функцію $g(E)$. Для цього в рівняння (17.4) підставимо імпульс $p = \sqrt{2mE}$, і $dp = \sqrt{2m} \cdot \frac{1}{2\sqrt{E}} \cdot dE$. Після спрощень одержимо

$$g(E) \cdot dE = \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E} \cdot dE, \text{ звідки маємо для}$$

густини квантових станів по енергіям

$$g(E) = \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E} \quad (17.6)$$

Намалюємо графіки функцій (17.5) і (17.6) густини квантових станів (рис.17.2)

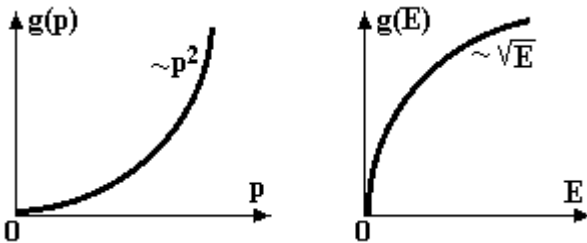


Рисунок 17.2

Із графіків видно, що з ростом p і E густина $g(p)$ і $g(E)$ квантових станів зростає, а тому критерій частоти зіткнень частинок зменшується і може

від значення близького до 1 зменшитись до значення набагато меншого за 1. А це означає, що система із виродженої може стати невиродженою, або кажуть виродження знімається.

Для електронів, враховуючи, що у кожному квантовому стані може знаходитись дві частинки з протилежними спінами, густина квантових станів у два рази більша, ніж за виразами (17.5) і (17.6).

Приклад. З'ясувати характер двох систем: 1) азот при нормальних умовах; 2) електронний газ в металах і напівпровідниках.

Оцінимо критерій К виродженості системи. Кількість частинок $N=n \cdot V$, де n -концентрація, V - об'єм системи. Кількість квантових станів

$$G = \int_0^E g(E) dE = \int_0^E \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E} \cdot dE = \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \cdot \frac{2}{3} E^{3/2}.$$

Враховуючи, що енергія частинки $E = \frac{3}{2} kT$, після скорочень

$$\text{одержуємо } K = \frac{3n h^3}{4\pi} (3mkT)^{-3/2}.$$

Для **азоту** маємо: $n=2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ —це число Лошмідта, $m=28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, $T=273\text{K}$, $h=6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$, $k=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$. Розрахунок дає $K \approx 10^{-6} \ll 1$. Це набагато менше за 1. Отже азот – система не вироджена.

В **металах** концентрація порядку $5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, тобто приблизно у 1000 разів більша, маса електрона $m=9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ на 5 порядків менша. Це приводить до зростання K . Щоб значення критерію K було в межах 0,5-1, потрібна температура приблизно 10^5 К . А при таких температурах метали в твердій фазі не існують. Отже електронний газ в металах завжди вироджений і описується квантовою статистикою Фермі-Дірака. У напівпровідниках же концентрація електронів на 6 порядків менша, ніж у металах. Тому ця система навіть при кімнатній температурі не вироджена і описується класичною статистикою Максвелла-Больцмана.

17.3 Функція розподілу для невироджених систем (функція Максвелла-Больцмана)

Функція Максвелла- Больцмана описує невироджені системи як ферміонів, так і бозонів, і має вид

$$f_{M-B}(E) = e^{\frac{\mu}{kT}} e^{-\frac{E}{kT}} = A e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (17.7)$$

де μ – хімічний потенціал. Його можна знайти із умови нормування функції розподілу

$$\begin{aligned} N &= \int_0^{\infty} dN(E) = \int_0^{\infty} g(E) \cdot f(E) \cdot dE = \\ &= \int_0^{\infty} e^{\frac{\mu}{kT}} e^{-\frac{E}{kT}} \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E} \cdot dE = e^{\frac{\mu}{kT}} V \left(\frac{2\pi m kT}{h^2} \right)^{3/2}. \end{aligned} \quad (17.8)$$

Інтеграл взятий заміною $\frac{E}{kT} = x$, враховуючи, що $\int_0^{\infty} e^{-x} \sqrt{x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ є

табличним. Одержуємо нормовану функцію Максвелла-Больцмана

$$f_{M-B}(E) = \frac{N}{V} \left(\frac{h^2}{2\pi m kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{E}{kT}}. \quad (17.9)$$

Із виразів (17.2), (17.6) і (17.9) після спрощень одержимо нормовану повну статистичну функцію розподілу Максвелла-Больцмана

$$dN(E) = \frac{2\sqrt{E}N}{\sqrt{\pi}(kT)^3} e^{-\frac{E}{kT}} dE. \quad (17.10)$$

Графіки функцій (17.7) і (17.10) мають вид

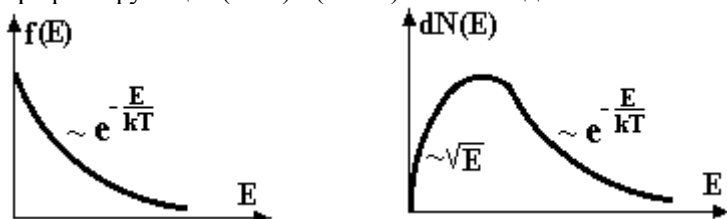


Рисунок 17.3

17.4 Функція розподілу для вироджених систем (функція Фермі-Дірака)

Функція Фермі-Дірака описує вироджені системи ферміонів і має вид

$$f_{\Phi-D} = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1} \quad (17.11)$$

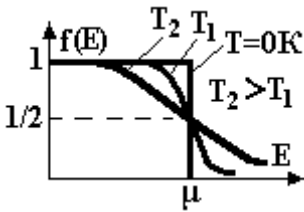


Рисунок 17.4

Графік цієї функції показаний на рис.17.4. При температурі $T=0\text{K}$ і $E<\mu$ $f(E)=1$, а при $E>\mu$ $f(E)=0$. Це означає, що квантові стани, в яких енергія частинок менша від хімічного потенціалу μ , займаються з ймовірністю 1, тобто всі вони зайняті. Ймовірність же зайняття рівнів, енергія частинок на яких більша від хімічного потенціалу, дорівнює нулю, тобто вони всі вільні. Рівень, на якому енергія частинок дорівнює хімічному потенціалу, називається рівнем Фермі. При температурах, відмінних від абсолютного нуля при $E=\mu$ $f(E)=1/2$. Отже **рівень Фермі** – це енергетичний рівень, ймовірність зайняття якого частинками дорівнює 1/2. При збільшенні температури край функції розподілу Фермі-Дірака розмивається. І чим вища температура, тим більше розмиття, яке охоплює інтервал енергій $\pm kT$. Це означає, що

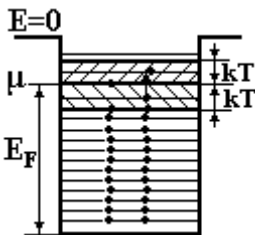


Рисунок 17.5

частинки з енергією меншою, але близькою до рівня Фермі зазнають теплового збудження, тобто одержують теплову енергію, і переходять на більш високі енергетичні рівні за рівень Фермі. Метал, а саме в ньому електронний газ описується розглядуваною функцією, представляє для електронів потенціальну яму з дискретним енергетичним спектром, показаним на рис.17.5.

З нього видно, що максимальну кінетичну енергію при $T=0\text{K}$ мають електрони, які знаходяться на рівні Фермі μ .

Ця кінетична енергія, відрахована від дна ями позитивна і називається **енергією Фермі** E_F . Знайдемо її із умови, що при $T=0K$

інтеграл $\int_0^{E_F} dN = N$ дорівнює загальній кількості частинок. Одержимо

$$N = \int_0^{E_F} dN = \int_0^{E_F} \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E} dE = \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \cdot \frac{2}{3} E_F^{3/2}.$$

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} \quad \text{Отже,} \quad E_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}. \quad (17.12)$$

Тут $n=N/V$ – концентрація електронів. При $n=10^{28} \text{ м}^{-3}$ $E_F \approx 1,5 \text{ eV}$. Зручніше задавати цю енергію характеристичною температурою Фермі T_F , яка вводиться із рівняння $E_F = kT_F$. При оціненому значенні енергії Фермі температура Фермі дорівнює $T_F=2 \cdot 10^4 K$, яка набагато більша від температури плавлення металів. Цей результат ще раз доводить, що електронний газ в металах завжди вироджений.

Оцінимо долю електронів, які при температурі T зазнають теплового збудження, тобто знайдемо долю частинок, які знаходяться в інтервалі kT енергії поблизу рівня Фермі. Відстань між енергетичними рівнями в потенціальній ямі $\varepsilon = \frac{2E_F}{N}$. Тоді кількість

енергетичних рівнів в інтервалі kT буде $\frac{kT}{\varepsilon} = \frac{kTN}{2E_F}$. Враховуючи, що

електронів у 2 рази більше, ніж рівнів, але ймовірність їх заняття поблизу рівня Фермі дорівнює 0,5, одержуємо

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{kT}{2E_F}. \quad (17.13)$$

Навіть при температурі 1000K ця доля збуджених електронів не перевищує 1÷2%.

Як же видозмінюється функція Фермі-Дірака при високих температурах? Коли $E_F \gg kT$, тобто $E_F \gg \mu + kT$, одиницею в знаменнику функції (17.11) можна знехтувати, і функція перейде у функцію (17.7) Максвелла-Больцмана, як і повинно бути у випадку переходу виродженої системи в не вироджену.

$$f_{\Phi-D}(E) = \frac{1}{\frac{E-\mu}{e^{kT}}} = e^{\frac{\mu}{kT}} e^{-\frac{E}{kT}} = f_{M-B}(E).$$

17.5 Правило статистичного усереднення

Для переходу від закономірностей поведінки окремих частинок (координат, проекцій імпульсу, енергії, швидкостей і т.д.) до статистичних закономірностей поведінки системи в цілому, необхідно вміти знаходити середні характеристики окремих частинок. Термодинамічні параметри колективу виражаються через усереднені характеристики окремих частинок. Знайдемо правило такого усереднення на прикладі знаходження середньої енергії $\bar{E}$ поступального руху молекул ідеального газу.

Добуток $E \cdot dN(E) = E \cdot g(E) \cdot f(E) \cdot dE$ дає енергію всіх частинок в інтервалі енергій від E до $E+dE$. Тоді очевидно, що інтеграл від цього добутку в межах від 0 до ∞ дасть енергію всіх N частинок. Враховуючи умову (17.8) нормування повної статистичної функції розподілу і означення середнього арифметичного, одержуємо

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\infty} E \cdot dN(E)}{\int_0^{\infty} dN(E)} = \frac{\int_0^{\infty} E \cdot f(E) \cdot g(E) \cdot dE}{\int_0^{\infty} f(E) \cdot g(E) \cdot dE}. \quad (17.14)$$

Після підстановки виразів (17.6) і (17.7) маємо

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\infty} E \cdot A e^{-\frac{E}{kT}} \cdot \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E} \cdot dE}{\int_0^{\infty} A e^{-\frac{E}{kT}} \cdot \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E} \cdot dE}.$$

Виконємо заміни $E=kT \cdot x$, а $dE=kT \cdot dx$. Одержуємо

$$\bar{E} = kT \frac{\int_0^{\infty} e^{-x} x^{3/2} \cdot dx}{\int_0^{\infty} e^{-x} x^{1/2} \cdot dx} . \text{ Чисельник інтегруємо по частинам,}$$

приймавши $U = x^{3/2}$, $dU = 3/2 \cdot x^{1/2}$, $dV = e^{-x} dx$, $V = -e^{-x}$.

$$\bar{E} = kT \frac{-x^{3/2} e^{-x} \Big|_0^{\infty} + 3/2 \cdot \int_0^{\infty} e^{-x} x^{1/2} \cdot dx}{\int_0^{\infty} e^{-x} x^{1/2} \cdot dx} .$$

Перший доданок в чисельнику після підстановки меж інтегрування дає нуль. Після скорочення інтегралів одержуємо відому із молекулярно-кінетичної теорії формулу для середньої енергії

$$\bar{E} = 3/2 \cdot kT .$$

Аналогічно правилу (17.14) знаходяться середні значення інших фізичних величин, наприклад середньої квадратичної швидкості

$$\bar{V}_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\bar{V}^2} = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} V^2 \cdot dN(V)}{\int_0^{\infty} dN(V)}} = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} V^2 \cdot f(V) \cdot g(V) \cdot dV}{\int_0^{\infty} f(V) \cdot g(V) \cdot dV}} , \quad (17.15)$$

середнього імпульсу

$$\bar{P} = \frac{\int_0^{\infty} P \cdot dN(P)}{\int_0^{\infty} dN(P)} = \frac{\int_0^{\infty} P \cdot f(P) \cdot g(P) \cdot dP}{\int_0^{\infty} f(P) \cdot g(P) \cdot dP} \text{ і т.д.} \quad (17.16)$$

18 Теплові властивості твердих тіл

До теплових властивостей відносяться: теплоємність, теплове розширення, теплопровідність. Розглянемо кожне із цих явищ.

18.1 Класична теорія теплопровідності твердих тіл. Закон Дюлонга і Пті. Протиріччя класичної теорії теплоємності твердих тіл

Молярною теплоємністю називається кількість теплоти, яку необхідно передати 1 молю речовини, щоб температура збільшилась на 1К. Передану теплоту поглинають молекули і атоми, тобто відбувається зміна внутрішньої енергії U_m за рахунок теплопередачі. Отже молярна теплоємність знаходиться за формулою

$$C = \frac{dU_m}{dT}, \quad (18.1)$$

де U_m – внутрішня енергія 1 моля твердого тіла.

В молекулярно-кінетичній теорії було введено поняття степеней вільності і встановлено, що N – атомна молекула має 18 поступальних, 3 обертальних і $3N-6$ коливальних степенем вільності. Розглядаючи властивості твердих тіл ми маємо системами з величезною кількістю частинок. Так в 1 см^3 металу міститься приблизно 10^{22} атомів. Тому коливальних степеней вільності $3 \cdot 10^{22}-6$ набагато більше, ніж поступальних і обертальних, якими можна знехтувати. Таким чином класична теорія теплоємності розглядає тверде тіло як систему з $3N$ коливальними степенями вільності, на кожну з яких, згідно з відомим законом про рівномірний розподіл енергії по степеням вільності, припадає енергія kT . Тоді внутрішня енергія 1 моля твердого тіла

$$U_m = 3N_A kT = 3RT, \quad (18.2)$$

де N_A – число Авогадро, k – стала Больцмана, $N_A \cdot k = R$ – газова стала. Із (18.1) і (18.2) одержуємо

$$C = \frac{dU_m}{dT} = \frac{d(3RT)}{dT} = 3R \approx 25 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}), \quad (18.3)$$

що молярна теплоємність твердих тіл не залежить від температури і для всіх тіл однакова. Цей закон був на початку 1819 році експериментально встановлений при високих температурах французькими вченими Дюлонгом і Пті.

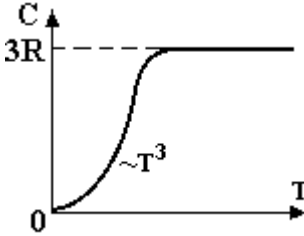


Рисунок 18.1

При зменшенні температури, як показали експерименти, теплоємність зменшується до нуля пропорційно T^3 (рис.18.1). Причому це зменшення починалось для різних речовин при різній характерній температурі, яка була названа температурою Дебая в честь німецького фізика П.Дебая (1884-1966), який розробив квантову теорію

теплоємності, що не суперечить експериментові. Розглянемо цю теорію в наступних двох параграфах.

18.2 Нормальні коливання кристалічної ґратки. Спектр цих коливань. Поняття про фонони. Фононна модель твердих тіл

За рахунок теплової енергії атоми кристалу здійснюють коливання навколо свого положення рівноваги. Причому за рахунок

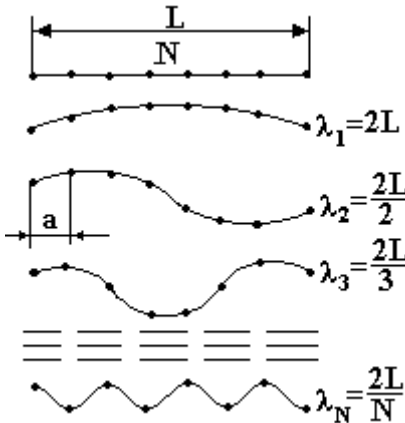


Рисунок 18.2

сил зв'язку між атомами коливання передаються від одного атома до іншого. Таким чином цей колективний рух атомів охоплює увесь кристал у вигляді пружних коливань різних частот і довжин хвиль. Знайдемо частоти і довжини хвиль цих **нормальних коливань**.

Розглянемо одномірний ланцюг довжиною L із N атомів, відстань між якими a . Вияснимо, які довжини хвиль можуть в ньому виникати. Як видно з рис.18.2 можливий цілий набір

довжин хвиль від $2L$ до $2L/N$, причому існує мінімальне значення $\lambda_{\min}$

$= 2L/N = 2a$. Цій мінімальній довжині хвилі відповідає максимальна циклічна частота коливань, яка названа частотою Дебая,

$$\omega_{\max} = \omega_D = \frac{2\pi\nu}{\lambda_{\min}} = \frac{\pi\nu}{a}. \quad (18.4)$$

У формулу (18.4) входять характерні для кожної речовини величини: міжатомна відстань a і швидкість поширення пружних коливань, тобто швидкість звуку ν . Тому для кожної речовини частота Дебая різна і являється її характерним параметром. Наприклад, для міді $a=3,6 \cdot 10^{-10}$ м, $\nu = 3550$ м/с, $\omega_D = 3 \cdot 10^{13}$ Гц.

Для більш наглядної оцінки частоти Дебая вводиться характерна **температура Дебая** θ_D , при якій теплова енергія $k\theta_D$ дорівнює енергії коливань $\hbar\omega_D$, тобто

$$\theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k}, \quad (18.5)$$

де $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ - стала Планка.

Виходячи із означення, слід відмітити, що температура Дебая це така температура, вище якої в кристалі збуджуються всі можливі частоти коливань. При менших температурах теплового збудження зазнають низькочастотні коливання, а високочастотні ні. По мірі зростання температури частотна межа збуджених і не збуджених коливань зростає, наближаючись до свого граничного значення – частоти Дебая. Таким чином температура Дебая поділяє температурну шкалу на область низьких ($T < \theta_D$) і високих ($T > \theta_D$) температур, в яких властивості речовин суттєво різні. В табл.18.1 приведені значення температури Дебая для деяких речовин.

Таблиця.18.1

Речовина	Fe	Al	Si	Ge
θ_D , К	467	418	658	366

При певній температурі в кристалі збуджуються коливання з різними частотами і енергіями. Порція (квант) енергії $\hbar\omega$, на яку змінюється енергія нормальних коливань кристалічної ґратки називається фононом. Це квазічастинки введені для спрощення фізичної моделі твердого тіла. По фононній моделі тверде тіло

розглядається як посудина, обмежена поверхнею кристалу і заповнена фононним газом, який має бозонні властивості. Спін фононів дорівнює нулю. Це дає можливість застосувати до твердого тіла математичний апарат фізичної статистики з використанням функції розподілу Бозе-Ейнштейна

$$f_{\text{Б-Е}}(\omega) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (18.6)$$

Густина квантових станів для фононів, як функція циклічної частоти, має вигляд

$$g(\omega) = 9N \frac{\omega^2}{\omega_D^3}. \quad (18.7)$$

18.3 Дебаєвська теорія теплоємності твердих тіл

Квантова теорія теплоємності твердих тіл була розроблена у 1912 році німецьким фізиком Дебаєм в рамках фононної моделі твердого тіла. Термодинамічна енергія кристалу складається із енергії нормальних коливань. Знайдемо коливальну енергію $E_{\text{гр}}$ кристалічної ґратки як енергію усіх фононів із врахуванням розподілу по частотам (енергіям), аналогічно, як це робилося в розділі 17.5 (див. чисельник формули (17.14))

$$E_{\text{гр}} = \int_0^{\infty} \hbar\omega \cdot f_{\text{Б-Е}}(\omega) \cdot g(\omega) \cdot d\omega. \quad (18.8)$$

Підставимо в (18.8) вирази (18.6) і (18.7), а також замінімо верхню межу інтегрування з ∞ на ω_D , так як більшої частоти коливань у кристалі не виникає. Одержимо

$$E_{\text{гр}} = \int_0^{\omega_D} \hbar\omega \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \cdot 9N \frac{\omega^2}{\omega_D^3} \cdot d\omega. \quad (18.9)$$

Для взяття інтегралу виконаємо такі заміни:

$$\frac{\hbar\omega}{kT} = x; \quad \omega = \frac{kT}{\hbar} x; \quad d\omega = \frac{kT}{\hbar} dx; \quad \text{при } \omega = 0; \quad x = 0;$$

$$\text{при } \omega = \omega_D \quad x_{\text{верх}} = \frac{\hbar\omega_D}{kT} = \frac{k\theta_D}{kT} = \frac{\theta_D}{T}.$$

Після підстановок і спрощень, враховуючи, що $\hbar\omega_D = k\theta_D$, одержуємо

$$E_{\text{гр}} = \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{x^3}{e^x - 1} \cdot 9N \frac{(kT)^4}{(\hbar\omega_D)^3} \cdot dx = 9Nk \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^4 \theta_D \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \quad (18.10)$$

Інтеграл (18.10) і молярну теплоємність знайдемо для двох температурних інтервалів, врахувавши, що $N=N_A$, а $C = \frac{dE_{\text{гр}}}{dT}$.

Область високих температур $T \gg \theta_D$. Для таких температур $\hbar\omega \ll kT$, тобто $x \ll 1$, внаслідок чого в степеневому ряді $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots$ можна обмежитись першими двома членами, так як наступні набагато менші від них. Тоді енергія ґратки

$$E_{\text{гр}} = 9N_A k \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^4 \theta_D \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} x^2 dx = 3N_A kT = 3RT, \quad (18.11)$$

а молярна теплоємність

$$C = \frac{dE_{\text{гр}}}{dT} = 3R. \quad (18.12)$$

Таким чином, в області високих температур теорія Дебая дає відомий закон Дюлонга і Пті.

Область низьких температур $T \ll \theta_D$. Для таких температур верхню межу $\frac{\theta_D}{T}$ інтеграла (18.10) можна замінити нескінченністю.

Враховуючи, що $\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$ є табличним, одержуємо

$$E_{\text{гр}} = 9N_A k \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^4 \theta_D \frac{\pi^4}{15} \quad \text{і}$$

$$C = \frac{dE_{\text{гр}}}{dT} = \frac{12\pi^4 R}{5\theta_D} T^3 \sim T^3. \quad (18.13)$$

В області низьких температур молярна теплоємність пропорційна кубу абсолютної температури (18.13). Це **закон Дебая** (див. рис.18.1), який добре узгоджується з експериментом.

18.4 Теплоємність електронного газу

Із розглянутої вище теорії теплоємності Дебая випливає висновок, що теплоємність металів і діелектриків однакова. На перший погляд таке твердження здається дивним. Адже в металах, на відміну від діелектриків, існує система вільних електронів з досить великою концентрацією, порівнянною з концентрацією атомів. При нагріванні металів вони теж повинні поглинати енергію і тому, розглядаючи електронний газ як одночастинний газ, молярна теплоємність якого дорівнює $1,5 \cdot R$, теплоємність металів повинна була б бути більшою від теплоємності діелектриків на цю величину і складати $4,5 \cdot R$. Це протиріччя пояснюється тим, що електронний газ в металах вироджений і тому в поглинанні енергії приймають участь не всі електрони, а тільки невелика їх частка. Ця доля, як показано в розділі 2.4 формула (2.13), не перевищує $1 \div 2\%$. Отже, теплова енергія поглинута електронами одного моля речовини, враховуючи (2.13), дорівнює

$$E_e = kT \cdot \Delta N_M = kT \frac{N_A kT}{2E_F} = \frac{RkT^2}{2E_F},$$

а теплоємність електронного газу

$$C_e = \frac{dE_e}{dT} = \frac{d}{dT} \left(\frac{RkT^2}{2E_F} \right) = \frac{kT}{E_F} R \sim T. \quad (18.14)$$

При кімнатній температурі 300K енергія $kT \approx 0,025$ eV, а енергія Фермі $E_F \approx 1,5$ eV. Тому теплоємність електронного газу $C_e \approx 0,015 \cdot R \ll 3 \cdot R$. Тому при високих температурах вона не вносить помітного вкладу в загальну теплоємність твердих тіл.

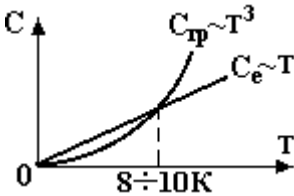


Рисунок 18.3

Співвідношення (18.14) показує, що теплоємність електронного газу завжди пропорційна абсолютній температурі, а теплоємність ґратки при низьких температурах пропорційна кубу температури. Тому в області наднизьких температур C_e стає більшою, ніж $C_{гр}$. На рис.18.3 у збільшеному масштабі показана початкова ділянка рис. 18.1. Видно, що електронна складова теплоємності грає переважну роль при температурах порядку 10K.

В завершення, слід зауважити, що електронна теплоємність у напівпровідниках, а тим більше в діелектриках, не проявляється, так як концентрація електронів у них набагато менша, ніж в металах.

18.5 Теплове розширення твердих тіл

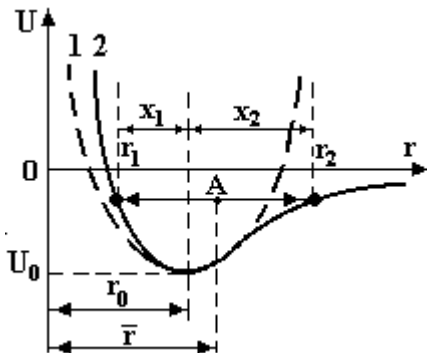


Рисунок 18.4

Зміна геометричних розмірів твердих тіл при зміні температури називається **тепловим розширенням**. Для пояснення природи цього явища розглянемо залежність потенціальної енергії U взаємодії між атомами від відстані r між ними (рис. 18.4, суцільна крива 2). Вона відображає крайні

положення r_1 і r_2 частинки, яка здійснює ангармонічні (негармонічні) коливання відносно положення рівноваги r_0 при температурі відмінній від 0К. Ця крива асиметрична відносно лінії $r = r_0$. Ліва вітка іде крутіше, ніж права. Тому відхилення частинки вліво $x_1 = r_0 - r_1$ менше, ніж вправо $x_2 = r_2 - r_0$. Середня відстань $\bar{r}$ (точка А) більша від рівноважної r_0 . А це й означає розширення кристалу. У випадку протилежної асиметрії кривої потенціальної енергії (рис.18.5) кристал

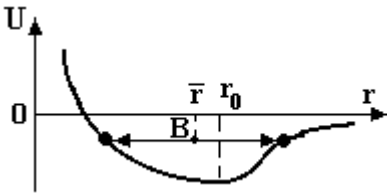


Рисунок 18.5

з ростом температури буде стискуватись.

Для кількісного описання явища теплового розширення лінійного наближення залежності сили F взаємодії від зміщення $x = r - r_0$, яке приймається в законі Гука, в теорії теплоємності, тепер уже

недостатньо. Дійсно, в лінійному наближенні сила $F = -\beta x$, а потенціальна енергія

$$U(x) = -\int_0^x F(x) \cdot dx = \int_0^x \beta x \cdot dx = \frac{\beta x^2}{2} \quad (18.15)$$

уявляє собою квадратну параболу (рис. 18.4, крива 1), симетричну відносно положення рівноваги. Тому середня відстань не змінюється. Отже, в раді розкладення сили по степеням x враховується і квадратичний член з коефіцієнтом ангармонічності g

$$F(x) = -\beta x + gx^2. \quad (18.16)$$

Потенціальна енергія, яка знаходиться аналогічно (18.15),

$$U(x) = \frac{\beta x^2}{2} - \frac{gx^3}{3} \quad (18.17)$$

описує асиметричну криву 2 рис. 18.4. Дійсно, знак другого доданку (18.17) змінюється у відповідності із знаком x . При відхиленні вліво $x < 0$ і графік іде вище квадратної параболи, при відхиленні вправо $x > 0$ і крива іде нижче параболи.

Знайдемо **коефіцієнт α теплового розширення**, як відносну зміну геометричного розміру при зміні температури на 1K

$$\alpha = \frac{1}{r_0} \cdot \frac{d\bar{x}}{dT} \quad (\text{K}^{-1}). \quad (18.18)$$

Середнє зміщення $\bar{x}$ знаходимо усереднивши силу у виразі (18.16). Ясно, що середнє значення сили дорівнює нулю

$$\bar{F}(x) = -\beta\bar{x} + g\bar{x}^2 = 0. \quad (18.19)$$

Середнє значення потенціальної енергії дорівнює половині повної енергії ґратки, тобто

$$\bar{U}(x) = \frac{E_{\text{гр}}}{2} = \frac{\beta\bar{x}^2}{2} - \frac{g\bar{x}^3}{3} = \frac{\beta\bar{x}^2}{2}. \quad (18.20)$$

Тут враховано, що середнє значення $\bar{x}^3 = 0$, так як в процесі коливачь x змінює знак. Із (18.20) знаходимо $\bar{x}^2 = \frac{E_{\text{гр}}}{\beta}$, підставляємо

в (18.19). Одержуємо $\bar{x} = \frac{g}{\beta} E_{\text{гр}}$. Тоді із (18.18) маємо

$$\alpha = \frac{1}{r_0} \cdot \frac{d\bar{x}}{dT} = \frac{g}{r_0\beta^2} \cdot \frac{dE_{\text{гр}}}{dT} = \frac{g}{r_0\beta^2} \cdot C \sim C. \quad (18.21)$$

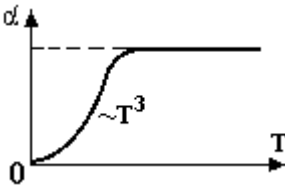


Рисунок 18.6

Отже температурна залежність коефіцієнта теплового розширення (рис.18.6) аналогічна рис.18.1 температурній залежності теплоємності ґратки. Для більшості металів коефіцієнт теплового розширення знаходиться в межах $10^{-4} \div 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

18.6 Теплопровідність кристалічної ґратки

Явище теплопровідності заключається в передачі теплоти від більш нагрітих до менш нагрітих частин системи. У фоновій моделі твердого тіла передача теплової енергії здійснюється фононами. Чим

більша температура тим більша енергія і концентрація фононів. За рахунок наявності градієнта концентрації відбувається „дифузія” фононів у напрямку зменшення температури, тобто в напрямку зменшення енергії фононів. Агармонічний характер коливань атомів твердого тіла являється причиною взаємодії одна з одною негармонічних пружних хвиль. Або другими словами, фонони розсіюються на фононах аналогічно зіткненню між молекулами газу. Фонон-фононна взаємодія викликає появу так званого теплового опору, і чим він більший, тим гірше передається тепло. За відсутності такої взаємодії тепло передавалося б із швидкістю звуку.

Знайдемо коефіцієнт теплопровідності і проаналізуємо його залежність від температури, скориставшись аналогією фононної моделі твердого тіла і молекулярного газу. Рівняння теплопровідності має вигляд (див. Ч1, розд. 6.12)

$$q = -\chi \frac{dT}{dz} \Delta S, \quad (18.22)$$

де q – теплова енергія, яка переноситься за одиницю часу через одиничну площу, перпендикулярну до напрямку градієнта температури $\frac{dT}{dz}$, ΔS – площа, χ – коефіцієнт теплопровідності

$$\chi = \frac{1}{3\mu} \rho v \lambda_{\phi} C. \quad (18.23)$$

Тут: μ – моларна маса, ρ – густина, v – швидкість руху фононів, тобто швидкість звуку, λ_{ϕ} – довжина вільного пробігу фононів, C – молярна теплоємність твердого тіла. Із усіх цих величин залежними від температури є теплоємність і довжина вільного пробігу, яка, подібно до вільного пробігу молекул газу, обернено пропорційна концентрації фононів. Таким чином,

$$\chi(T) \sim \lambda_{\phi}(T) C(T) \sim \frac{C(T)}{n_{\phi}(T)}. \quad (18.24)$$

Область високих температур $T \gg \theta_D$. У цій області енергія фононів досягає свого максимального значення $k\theta_D$. Енергію гратки можна знайти як енергію усіх фононів, а враховуючи (18.11), можна записати

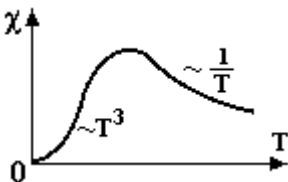


Рисунок 18.7

$$E_{\text{гр}} = 3RT = n_{\text{ф}} V k \theta_D, \text{ звідки}$$

$$n_{\text{ф}} = \frac{3RT}{V k \theta_D} \sim T \quad (18.25)$$

концентрація фононів пропорційна температурі. Теплоємність, згідно з (18.12), не залежить від температури. Таким чином, одержуємо, що коефіцієнт теплопровідності обернено пропорційний температурі рис. 18.7.

В області низьких температур $T < \theta_D$ енергія ґратки, згідно з (18.13) пропорційна T^4 , а енергія фононів $E_{\text{ф}} = kT$ пропорційна температурі. Тому концентрація фононів пропорційна T^3 . Теплоємність також $\sim T^3$. Тому коефіцієнт теплопровідності від температури не залежить.

В області наднизьких температур $T \ll \theta_D$ концентрація фононів стає настільки малою, що вони уже між собою не взаємодіють, а розсіюються тільки на поверхні кристалу. (Цей стан аналогічний стану вакууму для газів). Теплоємність у цій області, а отже і коефіцієнт теплопровідності $\sim T^3$.

18.7 Теплопровідність електронного газу (металів)

Електронна складова теплопровідності в металах характеризується коефіцієнтом теплопровідності

$$\chi_e = \frac{1}{3\mu} \rho v_F \lambda_e C_e. \quad (18.26)$$

Тут v_F - швидкість теплового руху електронів, яка відповідає енергії Фермі і від температури не залежить. Тому $\chi_e(T) \sim \lambda_e(T) \cdot C_e(T)$. Теплоємність C_e пропорційна температурі $\sim T$ (див.(18.14)). Довжина вільного пробігу електронів визначається розсіюванням їх на фононах і на домішкових атомах.

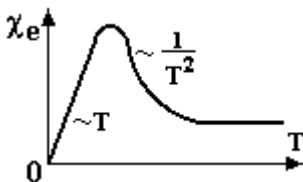


Рисунок 18.8

В області високих температур $T \gg \theta_D$ основним механізмом розсіювання електронів є їхня взаємодія з фононами, концентрація яких $n_{\text{ф}} \sim T$. А так як $\lambda_e \sim 1/n_{\text{ф}}$, то $\lambda_e \sim 1/T$. $C_e \sim T$. Тому

коефіцієнт теплопровідності $\chi_e \sim T^0$ від температури не залежить (рис.18.8).

В області низьких температур $T < \theta_D$ концентрація фононів $n_\phi \sim T^3$. Тому $\lambda_e \sim 1/T^3$, а $\chi_e \sim T^{-2}$.

В області наднизьких температур $T \ll \theta_D$ концентрація фононів стає настільки малою що електрони розсіюються на домішкових атомах. А так як концентрація останніх від температури не залежить, то і довжина вільного пробігу електронів перестав залежати від температури. Тому коефіцієнт теплопровідності $\chi_e \sim C_e \sim T$.

Вияснимо, який механізм теплопровідності металів домінуючий: фононний чи електронний? Для цього оцінимо відношення коефіцієнтів теплопровідності із формул (18.23) і (18.26)

$$\frac{\chi_e}{\chi} = \frac{\nu_F \lambda_e C_e}{\nu \lambda_\phi C} \quad (18.27)$$

Прийmemo такі числові значення: $\nu_F \approx 10^6$ м/с, $\lambda_e \approx 10^{-8}$ м відоме по експериментальним вимірюванням питомої електропровідності, $C_e \approx 0,015 \cdot R$ (див. розділ 18.4), $\nu \approx 3 \cdot 10^3$ м/с, $\lambda_\phi \approx 5 \cdot 10^{-10}$ м міжатомна відстань, $C = 3R$ закон Дюлонга і Пті. Одержуємо

$$\frac{\chi_e}{\chi} = \frac{\nu_F \lambda_e C_e}{\nu \lambda_\phi C} \approx \frac{10^6 \cdot 10^{-8} \cdot 0,015 \cdot R}{3 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-10} \cdot 3 \cdot R} \approx 330.$$

Отже теплопровідність металів в основному зумовлена електронами.

19 Елементи зонної теорії твердих тіл

19.1 Узагальнення електронів у кристалі. Утворення енергетичних зон

Енергетичний спектр ізолюваного атома дискретний. Квантовий стан електронів в атомах характеризуються чотирма квантовими числами: n – головне квантове число, яке визначає енергію електрона; ℓ – орбітальне, задає момент імпульсу; m – магнітне квантове число, задає проекцію моменту імпульсу на напрямок силового поля; m_s – спінове число, визначає проекцію власного механічного і магнітного моментів електрона на напрямок магнітного поля. Енергетичні рівні в атомах вироджені, тобто одному

значенню головного квантового числа, або одному значенню енергії, відповідає декілька квантових станів. Кратність виродження, тобто

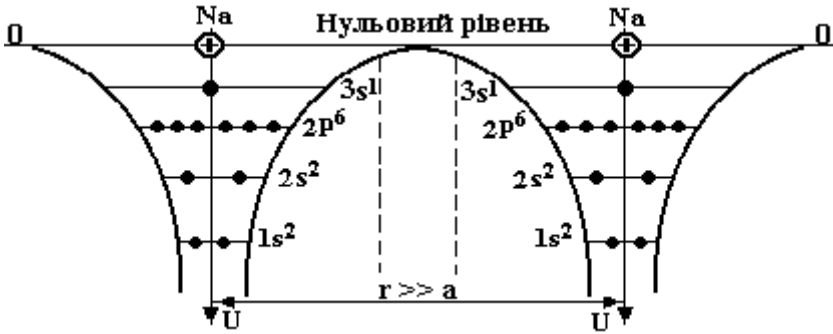


Рисунок 19.1

кількість квантових станів з однаковим значенням енергії, дорівнює $2\ell + 1$. Виродження може зніматись під дією магнітного чи електричного поля, тобто відбувається розщеплення енергетичного рівня на декілька підрівнів.

При утворенні кристалу таке розщеплення відбувається під дією поля сусідніх атомів. Розглянемо цей процес на прикладі натрію (Na). Структура електронної оболонки Na записується так $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$. Перше число – це головне квантове число, буквами s, p, d, f, g і т.д. задаються орбітальні квантові числа відповідно 0, 1, 2, 3, 4 і т.д. Цифра в степені дає кількість електронів на даному підрівні. На рис.19.1 зображений енергетичний спектр двох ізольованих атомів Na.

Із рисунка видно, що ізольовані атоми розділені один від одного потенціальним бар'єром шириною g . Для різних рівнів висота бар'єру різна. Тепер будемо зближувати атоми. Взаємодія між ними зростає і на відстані $a = 4,3 \text{ \AA}$, яка відповідає параметру кристалічної ґратки,

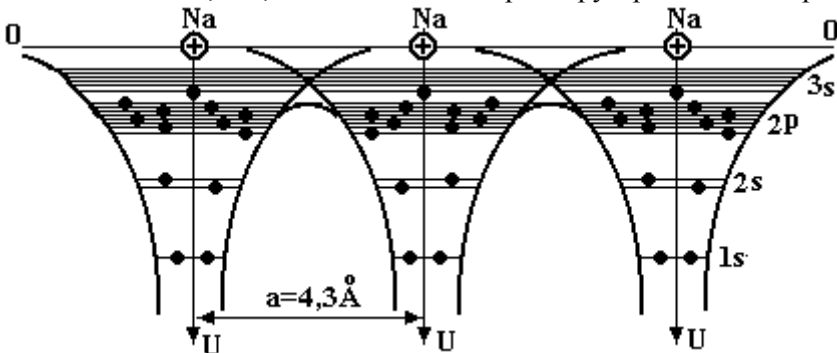


Рисунок 4.2

досягає нормальної величини (рис.19.2).

Із рис.19.2 видно, що потенціальні криві, які відділяють сусідні атоми, частково перекриваються і дають результуючу потенціальну криву, яка проходить нижче нульового рівня. Це означає не тільки зменшення ширини потенціального бар'єру, а і його висоти. Причому для рівнів 3s він став навіть нижче їхнього початкового положення. Тому ці валентні електрони одержують можливість практично без перешкоди переходити від одного атома до іншого, тобто стали вільними. Тепер електрони кристалу утворили єдину квантово-механічну систему, а згідно з принципом Паулі вони не можуть знаходитись на одному енергетичному рівні. Тому кожний із рівнів розщеплюється на N підрівнів. N – кількість атомів утвореного кристалу. Крім цього під дією поля сусідніх атомів знімається виродження. Таким чином замість одного рівня утворюється енергетична зона з $N \cdot (2\ell + 1)$ підрівнів. Енергетичні рівні внутрішніх електронних оболонок розщеплюються в зону частково, або для

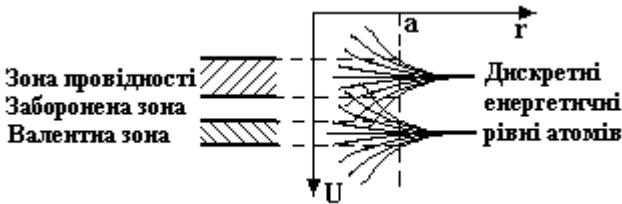


Рисунок19.3

глибоких рівнів розщеплення зовсім не відбувається. Схематично такий процес ілюструється рис. 19.3. Вільні електрони рівня

3s утворили зону провідності, а рівня 2p валентну зону. Ці зони можуть перекриватись, або бути розділеними зоною заборонених значень енергії. В першому випадку будемо мати метал, у другому діелектрик, чи напівпровідник в залежності від ширини забороненої зони.

Ширина зон дорівнює декілька електрон-вольт. Якщо кристал об'ємом 1 см^3 має приблизно 10^{26} атомів, то енергетичний інтервал між рівнями в зоні буде порядку 10^{-22} eV . Ця енергія настільки мала, що можна вважати зміну енергії в межах зон неперервною. Але все таки число рівнів у зонах кінцеве. Це може відігравати вирішальну обмежуючу роль при заповненні зон електронами.

19.2 Поняття про зони Бріллюєна

Згідно з гіпотезою де-Бройля електрон має хвильові властивості з довжиною хвилі $\lambda = \frac{h}{p}$, де h – стала Планка, $p = mv$ – імпульс.

Кінетична енергія $E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m^2 v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$. Імпульс можна виразити через хвильове число $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot h}{2\pi \cdot \lambda} = \hbar k$. Тоді кінетична

енергія буде
$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2. \quad (19.1)$$

Ця залежність енергії від хвильового числа називається дисперсійною кривою. Для вільного електрона вона уявляє квадратну параболу.

Якщо вільний електрон рухається в кристалі, на нього діє періодичне поле атомів. Розв'язуючи рівняння Шредінгера для електрона, який рухається в періодичному полі, вимога нерозривності

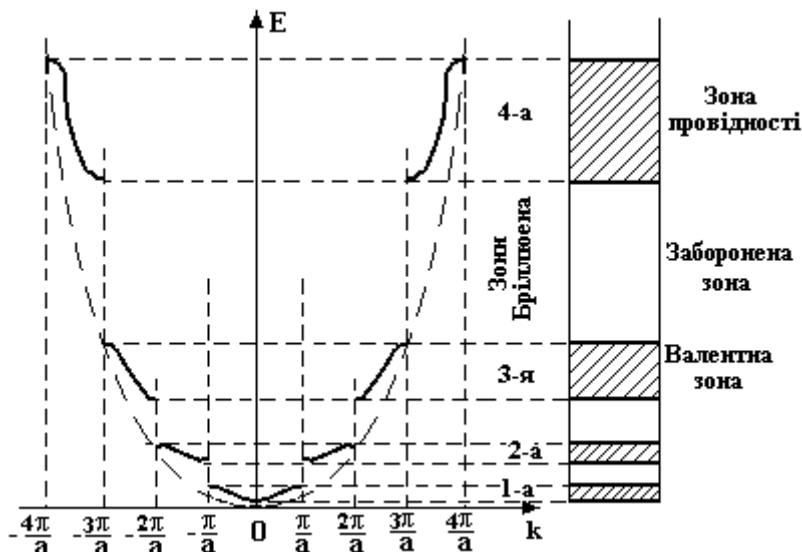


Рисунок 19.4

хвильової функції та її перших похідних приводить до того, що дисперсійна крива $E(k)$ (рис.19.4) зазнає розривів при значеннях хвильових чисел $k = \pm n \cdot \pi/a$, де $n = 1, 2, 3, \dots$, a – період поля (стала кристалічної ґратки).

Пунктиром показана дисперсійна крива вільного електрона, суцільною – електрона в кристалі. Інтервали значень хвильового числа k , в межах яких енергія змінюється неперервно, а на границях зазнає розриву, називаються **зонами Бріллюена**. 1-а зона простирається від $-\pi/a$ до $+\pi/a$, 2-а від $-2\pi/a$ до $-\pi/a$ і від $+\pi/a$ до $+2\pi/a$ і т.д. На рис.19.4 показані дисперсійні криві і зони Бріллюена для лінійного одноатомного ланцюга. У трьохмірному випадку зони Бріллюена уявляють собою досить складні замкнуті поверхні - багатогранники, вставлені один в один. Їх називають дисперсійними поверхнями

Відмітимо загальні властивості границь зон Бріллюена і зон дозволених значень енергії:

- а) Дно зони дозволених значень енергії відповідає мінімуму дисперсійних поверхонь (зон Бріллюена);
- б) Стеля зони дозволених значень енергії відповідає максимуму дисперсійних поверхонь (зон Бріллюена).
- в) В межах зони Бріллюена між мінімумом і максимумом завжди є точка перегину.

19.3 Ефективна маса електронів. Поняття про дірки

Для описання поведінки електрона в кристалі необхідно знати форму дисперсійних поверхонь. Але досконала їх форма не завжди відома та виявляється не завжди і потрібна. Достатньо сформульованих вище трьох загальних властивостей. Вияснимо, як впливають ці властивості на поведінку електрона в кристалі?

Для вільного електрона дисперсійна крива описується рівнянням (19.1). Візьмемо з цього рівняння похідну по хвильовому числу k і знайдемо його

$$\frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2}{m} k \quad \Rightarrow \quad k = \frac{m}{\hbar^2} \cdot \frac{dE}{dk}. \quad (19.2)$$

Тоді імпульс електрона $p = \hbar k = \frac{m}{\hbar} \cdot \frac{dE}{dk}$, а його швидкість

$$v = \frac{p}{m} \cdot \frac{dE}{dk}. \quad (19.3)$$

Нехай на електрон з боку електричного чи магнітного поля діє деяка сила. Знайдемо прискорення, взявши з виразу (19.3) похідну за часом

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{dE}{dk} \right) = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{d^2E}{dk \cdot dt} = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{d^2E}{dk^2} \cdot \frac{dk}{dt}. \quad (19.4)$$

З другого боку по другому закону Ньютона імпульс сили дорівнює зміні імпульсу $Fdt = dp$, або, враховуючи, що $p = \hbar \cdot k$, одержуємо

$$F \cdot dt = \hbar \cdot dk \quad \Rightarrow \quad \frac{dk}{dt} = \frac{F}{\hbar}. \quad (19.5)$$

Підставимо (19.5) в (19.4)
$$a = \frac{F}{\hbar^2} \cdot \frac{d^2E}{dk^2} = \frac{F}{m_{\text{еф}}},$$

де ефективна маса

$$m_{\text{еф}} = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2E}{dk^2}}. \quad (19.6)$$

Ефективна маса враховує властивість другої похідної із дисперсійної кривої, тобто вплив силового поля кристалу на рух у ньому електронів. Проаналізуємо залежність (19.6) в особливих точках дисперсійних кривих. Видно, що знак і величина $m_{\text{еф}}$ визначається другою похідною.

а) **Поблизу дна зони** дозволених значень енергій дисперсійна крива зазнає мінімуму. Як відомо, у цьому випадку друга похідна із функції позитивна. Отже і $m_{\text{еф}} > 0$.

б) **Біля стелі зони** дисперсійна крива зазнає максимуму і друга похідна із функції негативна. Отже і $m_{\text{еф}} < 0$! Це означає, що прискорення електрона в кристалі протилежне тому, яке мав би вільний електрон. Наприклад, в електричному полі вільний електрон рухається проти напруженості, а в кристалі у випадку $m_{\text{еф}} < 0$ по полю. Причиною цього є досить велике внутрішнє поле кристалу, яке переважає прикладене зовнішнє поле. Тому для спостерігача здається,

що електрон веде себе як позитивна частинка з позитивною ефективною масою. Таку частинку назвали діркою. У зв'язку з цим були введені поняття ефективної маси електронів m_n і дірок m_p .

в) **В точці перегину**, тобто поблизу середини зони дозволених значень енергії, друга похідна дорівнює нулю, а ефективна маса прямує до нескінченності. Це випадок, коли сила зв'язку електрона настільки велика, що зовнішнє поле не може привести електрон у прискорений рух.

г) Ефективна маса як електронів, так і дірок може бути більшою, або меншою від маси спокою вільного електрона m . Наприклад, для германію $m_n=0,56m$, $m_p=0,59m$; для кремнію $m_n=1,08m$, $m_p=0,37m$. Це знову таки зумовлено впливом внутрішнього поля кристалу. У випадку воно допомагає дії зовнішньої сили ефективна маса менша маси спокою вільного електрона, а коли протидіє – більша.

19.4 Заповнення зон електронами. Провідники, діелектрики, напівпровідники

Енергетична зона має велику, але обмежену кількість енергетичних рівнів, на кожному з яких може знаходитись по два електрони з протилежними спінами. По характеру заповнення електронами валентної зони і зони провідності, а саме вони визначають електричні властивості, всі тіла поділяються на дві групи:

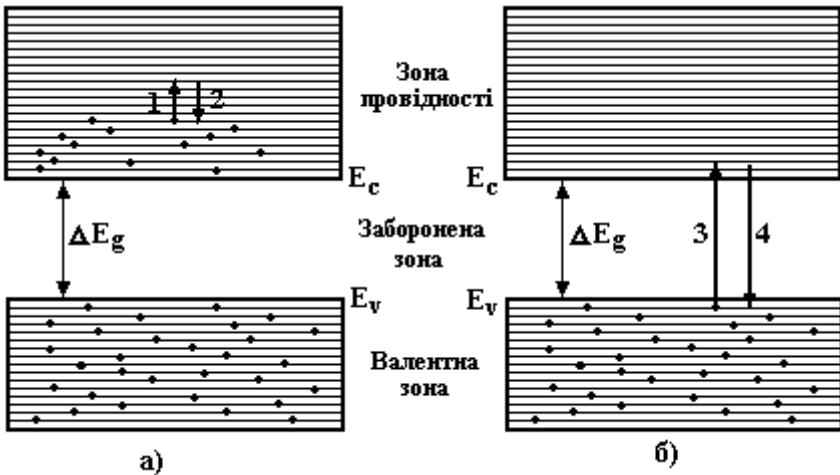


Рисунок 19.5

а) тіла з частково заповненими зонами, рис.19.5,а;

б) тіла з повністю заповненими і зовсім вільними зонами, рис.19.5,б.

Тіла 1-ї групи являються хорошими електропровідниками. Це метали. При протіканні електричного струму електрон прискорюється електричним полем. Його енергія збільшується. На енергетичній зонній діаграмі цей процес відповідає переходу 1 (рис.19.5,а) на більш високий енергетичний рівень. А такий перехід можливий тільки тоді, коли останній вільний. В противному разі, по принципу Паулі, таких перехід неможливий. Далі електрон стикається з атомом, дефектом кристалу, фононом, поверхнею кристалу і т. ін., тобто розсіюється. Його енергія зменшується, що відповідає переходу 2 (рис.19.5,а). А далі все повторюється. Не дивлячись на те, що електрон фактично повертається у початковий енергетичний стан, просторово він переміщується по кристалу, що на зонній діаграмі не відображається. Частково заповнені зони утворюються: 1) за рахунок перекриття валентної зони і зони провідності, тобто коли заборонена зона відсутня; 2) коли електрон переходить із валентної зони в зону провідності, долаючи заборонену зону, рис.19.5,б, перехід 3. Для такого переходу електрон повинен одержати енергію, не меншу ніж ширина забороненої зони. Зрозуміло, що чим вона більша, тим менше електронів здійснюють такі переходи і тим менша електропровідність кристалу. Тому речовини з широкою забороненою зоною являються хорошими діелектриками. Наприклад, алмаз ($\Delta E_g = 5,2 \text{ eV}$), сапфір ($\Delta E_g = 7 \text{ eV}$). По значенню ширини забороненої зони тіла поділяються на діелектрики ($\Delta E_g > 3 \text{ eV}$) і напівпровідники ($< 3 \text{ eV}$). Межа 3 eV умовна. Такий типовий напівпровідник, як сульфід цинку (ZnS) має ширину забороненої зони $3,8 \text{ eV}$. Із підвищенням температури кількість електронів, здатних подолати заборонену зону за рахунок теплової енергії, збільшується, зростає електропровідність, і може настати тепловий пробій діелектрика.

Перехід 3 приводить до появи не тільки вільного електрона в зоні провідності, а і вільної дірки у валентній зоні, яка теж приймає участь в електропровідності. Така біполярна електропровідність спостерігається у власних (чистих) напівпровідниках.

Наявність домішок у напівпровідниках суттєво збільшує їхню електропровідність. Розглянемо цей механізм електропровідності. Домішкові атоми мають іншу валентність, ніж валентність регулярних атомів. Якщо вона більша, домішка називається донорною (збільшує

концентрацію вільних електронів), якщо менша – акцепторною (збільшує концентрацію дірок). Наприклад, для 4-х валентного германію (Ge) 5-ти валентний миш'як (As) являється донором, а 3-х валентний індій (In) акцептором. Під дією внутрішнього поля кристалу енергія зв'язку валентних електронів сторонніх атомів зменшується і вони легко іонізуються. Енергетичний рівень домішкових атомів, як правило, знаходиться в забороненій зоні: донорної ближче до зони провідності, акцепторної до валентної зони, рис.19.6. Енергія іонізації домішкових атомів значно менше, ніж

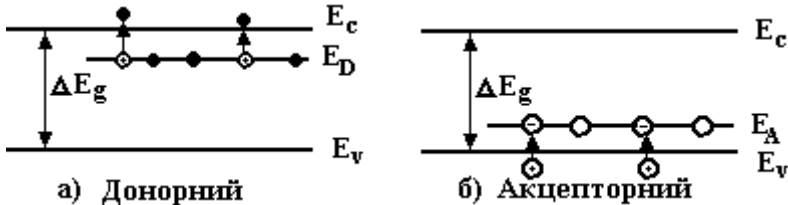


Рисунок 19.6

ширина забороненої зони. Наприклад, для Ge $\Delta E_g \approx 0,7$ eV, а енергія активації індію чи миш'яку $E_D \approx E_A \approx 0,01$ eV. Тому раніше іонізуються домішкові атоми, ніж відбуваються переходи зона-зона.

Іонізація донорних атомів приводить до появи в зоні провідності вільних електронів і нерухомих позитивних іонів донора (рис.19.6,а), а іонізація акцепторних атомів – до появи дірок у валентній зоні і нерухомих негативних іонів акцептора (рис.19.6,б). Таким чином, електропровідність домішкових напівпровідників зумовлена носіями одного знаку донорних (n-типу) електронами, акцепторних (p-типу) дірками, або кажуть домішкові напівпровідники мають уніполярну електропровідність.

20 Електропровідність твердих тіл

20.1 Дрейф носіїв струму в електричному полі. Рухливість носіїв струму. Питома електропровідність

За відсутності електричного поля електрони в твердому тілі знаходяться в рівноважному стані і, рухаючись хаотично, не мають якогось переважного напрямку руху. Заряд, який переноситься через

будь-який переріз провідника, однаковий. Електричний струм відсутній.

Накладення електричного поля викликає, наряду з тепловим рухом, направлений рух проти напруженості електричного поля. Такий рух зарядів називається дрейфом, а швидкість—дрейфовою швидкість $V_{\text{др}}(t)$. Знайдемо величину і закон зміни цієї швидкості з часом після вимикання електричного поля. На електрон з боку електричного поля діє прискорююча сила $F_{\text{ел}} = -qE$. Вплив кристалічної ґратки формально можна врахувати дією деякої сили опору $F_{\text{оп}} = -r V_{\text{др}}(t)$, яка пропорційна дрейфовій швидкості і протилежна їй за напрямком. Ця сила враховує розсіювання електрона. Тоді диференціальне рівняння руху електрона, виходячи з 2-го закону Ньютона, набуде вигляду,

$$m a_{\text{др}} = F_{\text{ел}} + F_{\text{оп}} \Rightarrow m \frac{dV_{\text{др}}(t)}{dt} = -qE - rV_{\text{др}}(t). \quad (20.1)$$

Якщо після встановлення стаціонарного струму поле вимкнути, тобто в рівнянні (20.1) покласти $E=0$, одержимо

$$m \frac{dV_{\text{др}}(t)}{dt} = -rV_{\text{др}}(t) \Rightarrow \frac{dV_{\text{др}}(t)}{V_{\text{др}}} = -\frac{r}{m} dt. \text{ Після інтегрування,}$$

маємо

$$V_{\text{др}}(t) = V_{\text{др}}(0) \cdot \exp\left(-\frac{r}{m} t\right). \text{ Позначимо } \frac{r}{m} = \tau - \text{ час релаксації}$$

струмового стану, тобто час, за який дрейфова швидкість зменшується в $e \approx 2,7$ рази. Для металів $\tau \sim 10^{-14}$ с. Одержимо

$$V_{\text{др}}(t) = V_{\text{др}}(0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (20.2)$$

При сталому режимі протікання струму дрейфова швидкість уже не буде змінюватись з часом. Тому рівняння (20.1) набуде вигляду

$$\text{при } \frac{dV_{\text{др}}(t)}{dt} = 0 \quad -qE - rV_{\text{др}}(t) = 0. \text{ Звідки оцінимо } V_{\text{др}}$$

$$V_{\text{др}} = -\frac{q\tau}{m} E \approx \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-14}}{9 \cdot 10^{-31}} \approx 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м/с} \approx 0,18 \text{ см/с}.$$

Ця швидкість набагато менша від теплової швидкості, яка складає декілька 1000 м/с. З останнього рівняння знайдемо відношення дрейфової швидкості до напруженості електричного поля

$$\frac{V_{др}}{E} = -\frac{q\tau}{m} = U, \quad \left[\frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}} \right]. \quad (20.3)$$

Ця величина називається **рухливістю**. Це дрейфова швидкість, яку набуває носій заряду в електричному полі одиничної напруженості. Розрізняють рухливість електронів U_n і дірок U_p .

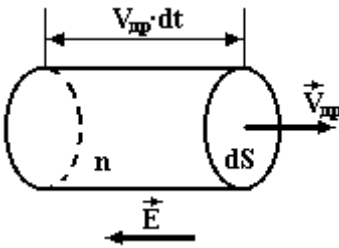


Рисунок 20.1

Знайдемо питому електропровідність кристалу, тобто електропровідність провідника довжиною 1м і площею перерізу 1м^2 . За час dt через переріз провідника dS (рис.20.1) перейдуть електрони, які знаходяться від нього не далі, ніж $V_{др} \cdot dt$ і перенесуть заряд $dQ = n \cdot q \cdot V_{др} \cdot dt \cdot dS$, n – концен-трація, q – заряд електрона. Струм – це

швидкість переносу заряду $I = \frac{dQ}{dt}$, а його густина – це струм, який

протікає через одиницю площі поперечного перерізу $j = \frac{I}{dS}$. Таким чином, маємо

$$j = \frac{dQ}{dt \cdot dS} = \frac{nqV_{др}dt \cdot dS}{dt \cdot dS} = qnV_{др} = qnU_n E = \sigma_n E. \quad (20.4)$$

Одержали відомий закон Ома в диференційній формі. Тут електронна складова питомої електропровідності, враховуючи формулу (20.3), буде

$$\sigma_n = qnU_n = \frac{q^2 n \tau}{m_n}. \quad (20.5)$$

Діркова складова електропровідності у напівпровідниках знаходиться аналогічно

$$\sigma_p = q p U_p = \frac{q^2 p \tau}{m_p}. \quad (20.6)$$

У формулах (20.5,) і (20,6) m_n і m_p – ефективні маси електронів і дірок.

20.2 Залежність рухливості носіїв заряду від температури

Щоб встановити температурну залежність електропровідності проаналізуємо спочатку температурну залежність рухливості. Формула (20.3) показує, що вона визначається залежністю часу релаксації τ від температури. Ясно, що час релаксації прямо пропорційний довжині вільного пробігу електрона λ і обернено пропорційний тепловій швидкості V

$$U(T) \sim \frac{\lambda(T)}{V(T)}. \quad (20.7)$$

Розглянемо область **високих температур**. При високих температурах основним механізмом розсіювання електронів є електрон-фононна взаємодія. Концентрація фононів тут пропорційна температурі і досить велика. А так як $\lambda \sim 1/n_{\text{ф}}$, маємо $\lambda \sim 1/T$.

Теплова швидкість електронів у випадку не виродженого характеру

системи, тобто у напівпровідниках, $V = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \sim T^{1/2}$, а у випадку

виродженої системи, в металах, дорівнює швидкості Фермі (див.

розділ 17.4) $V_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m}} = \text{const} \sim T^0$ не залежить від

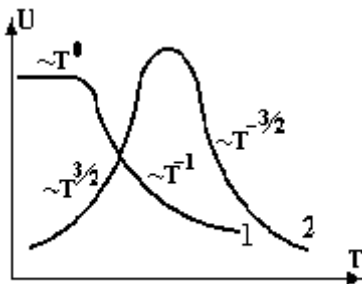
температури.

Таким чином, для напівпровідників

$$U(T) \sim \frac{\lambda(T)}{V(T)} \sim \frac{T^{-1}}{T^{1/2}} \sim T^{-3/2}, \quad (20.8)$$

а для металів

$$U(T) \sim \frac{\lambda(T)}{V(T)} \sim \frac{T^{-1}}{T^0} \sim T^{-1}. \quad (20.9)$$



1-метали, 2-напівпровідники

В області **низьких температур** концентрація фононів мала, і головним є розсіювання електронів на домішкових атомах і інших структурних дефектах. Як показав Резерфорд, довжина вільного пробігу електронів у цьому випадку пропорційна 4-й степені швидкості $\lambda \sim V^4$. Тоді рухливість $U \sim V^3$. Температурна залежність швидкості проаналізована вище. Таким чином одержуємо для напівпровідників

$$U(T) \sim \frac{\lambda(T)}{V(T)} \sim V^3 \sim T^{3/2}, \quad (20.10)$$

а для металів

$$U(T) \sim \frac{\lambda(T)}{V(T)} \sim V_F^3 \sim T^0. \quad (20.11)$$

Залежності рухливості від температури показані на рис.20.2.

20.3 Електропровідність чистих металів і сплавів. Температурний коефіцієнт опору

Електропровідність металів і сплавів зумовлена дрейфом носіїв одного знаку – електронів. Питома електропровідність виражається формулою (20.5). Величина, обернена питомій електропровідності, називається питомим опором

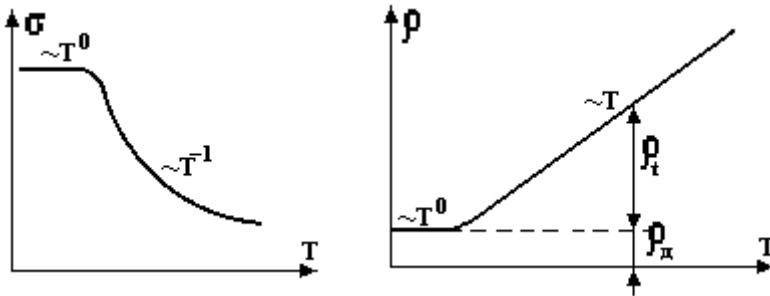


Рисунок 20.3

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{qnU}, \quad [\text{Ом} \cdot \text{м}]. \quad (20.12)$$

Температурна залежність (рис.20.3) обумовлена температурною залежністю рухливості, так як концентрація вільних носіїв у металах і сплавах від температури не залежить.

Питомий опір сплавів складається із двох частин:

$$\rho = \rho_t + \rho_d \quad (20.13)$$

температурно-залежного опору ρ_t , і залишкового опору ρ_d , зумовленого розсіюванням електронів на домішкових атомах.

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t^0) \quad (20.14)$$

лінійно зростає з температурою, а ρ_d величина стала. Для чистих металів вона близька до нуля. Але це не надпровідність. У формулі (20.14) ρ_0 – питомий опір при 0°C ,

$$\alpha = \frac{d\rho}{\rho \cdot dT}, \left[\frac{1}{\text{K}} \right] - \quad (20.15)$$

температурний коефіцієнт опору (скорочено ТКО) показує відносну зміну опору при зміні температури на 1К. Знайдемо його для сплаву, користавшись (20.13) і (20.15)

$$\alpha_c = \frac{d(\rho_d + \rho_t)}{(\rho_d + \rho_t) \cdot dT} = \frac{d\rho_t}{(\rho_d + \rho_t) \cdot dT} = \frac{1}{\left(\frac{\rho_d}{\rho_t} + 1 \right)} \cdot \frac{d\rho_t}{\rho_t \cdot dT} = \frac{\alpha_{\text{чист.}}}{\left(\frac{\rho_d}{\rho_t} + 1 \right)},$$

де $\alpha_{\text{чист.}}$ – ТКО чистого металу, для якого $\rho_d = 0$. Знаменник завжди більший 1. Отже ТКО сплаву завжди менший, ніж ТКО чистого металу. Різниця може досягати десятків разів. В табл.20.1 приведені ТКО деяких металів і сплавів.

Таблиця 20.1

Чисті метали і стопи	Мідь Cu	Олово Sn	Нікель Ni	Бронза (88% Cu, 18% Sn, 1% Pb)	Ніхром (80% Ni, 20% Cr)
$\alpha, 10^{-3}, \text{K}^{-1}$	4,1	4,2	6,2	0,5	0,13

Сплави з малим ТКО використовуються для виготовлення термостабільних резисторів.

20.4 Поняття про надпровідність

Досліджуючи роль домішок на формування залишкового опору ρ_d , нідерландський фізик Комерлінг-Оннес у 1911 році виявив дивне явище: при температурі рідкого гелію 4,2К електричний опір чистої ртуті падав до нуля. Це явище одержало назву **надпровідність**. Уже в 1913 році йому була присуджена Нобелівська премія.

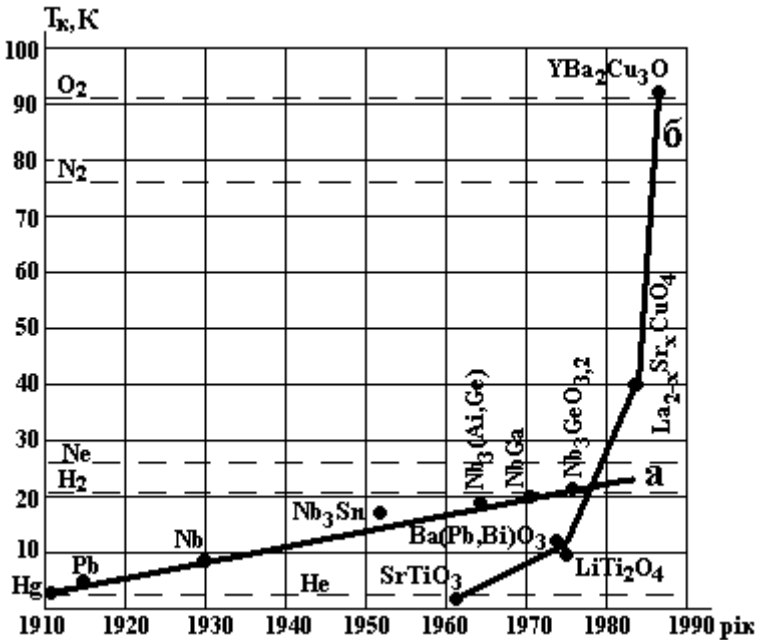


Рисунок 20.4

Температура T_k переходу у надпровідний стан називається критичною температурою. Для різних матеріалів вона різна. Наприклад, для олова $T_k = 3,73\text{К}$, для свинцю $T_k = 7,19\text{К}$. Привабливо знайти матеріал з критичною температурою цього фазового переходу другого роду близькою до кімнатної, що дало б зменшення втрат електроенергії практично до нуля. Динаміка досліджень у цьому напрямку відображає рис. 20.4. Видно, що метали та їх сплави (а) мають найбільшу критичну температуру близьку до 20К. Наряду з цим була виявлена властивість надпровідності серед метало-оксидних керамік (б). В березні 1987 року в США групою вчених під

керівництвом Ву було відкрите явище високотемпературної надпровідності. Критична температура перевищила температуру рідкого азоту і навіть кисню!

Теорія надпровідності кристалічних провідників була розроблена в 1957 році американськими вченими Бардіним, Купером, Шріффером і радянськими Боголюбовим, Абрикосовим. Вона одержала назву БКШ-теорія по першим буквам американських вчених. Розглянемо в загальних рисах її фізичну суть.

Електрон поляризує кристалічну ґратку за рахунок притягування до себе позитивних іонів. Ця область кристалу називається поляроном (рис 20.5). Разом із рухом електрона переміщується і деформована (поляризована) область кристалу. Таким чином виникають пружні коливання ґратки, тобто генеруються фонони. З цими фононами взаємодіє інший електрон, як правило з протилежним спіном. Таким чином між електронами встановлюється зв'язок за рахунок обміну фононами. Така пара електронів була названа куперівською парою. Зрозуміло, що відстань між електронами, які об'єдналися в пару становить декілька міжатомних відстаней і тому сила кулонівського відштовхування значно менша, ніж сила зв'язку. При утворенні таких пар енергія системи зменшується на величину енергії зв'язку $E_{зв}$ електронів у парі, а енергія кожного електрона – на $0,5 \cdot E_{зв}$. Тому змінюється і енергетичний спектр електронів, об'єднаних в куперівські пари (рис.20.6,а) порівняно з спектром нормальних електронів (рис.20.6,б).

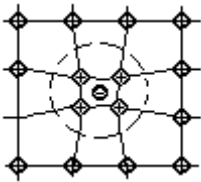


Рисунок 20.5

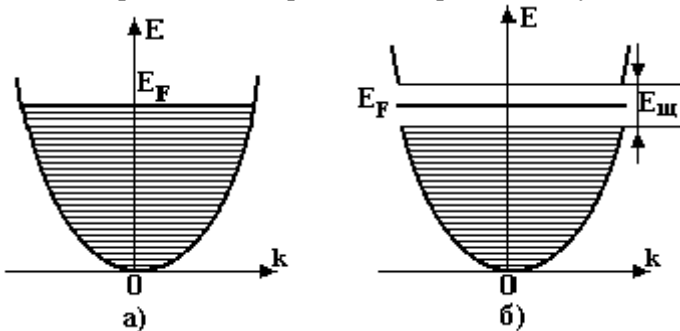


Рисунок 20.6

куперівських пар і основними рівнями утворюється енергетична щілина $E_{щ}$. Так як в куперівські пари об'єднуються електрони з протилежними спінами, спин куперівської пари дорівнює нулю. А це значить вони мають властивості бозонів, тобто на збуджений рівень (в режимі протікання струму) може переходити не одна пара а безліч. Для релаксації струмового стану куперівська пара повинна віддати енергію $E_{щ}$ фононам. Але якщо температура кристалу така, що енергія фононів менша, ніж $E_{щ}$, то фактично немає частинок, яким можна було б віддати зайву енергію, і куперівські пари не руйнуються. Режим протікання струму зберігається. А це і означає надпровідний стан.

Такий механізм надпровідності може реалізуватись тільки в кристалічних матеріалах. Метало-оксидні кераміки (спечені окисли металів) – це неупорядковані системи, і розглянутий механізм надпровідності для них неприйнятний. На даний час механізм високотемпературної надпровідності ще не з'ясований.

20.5 Залежність концентрації вільних носіїв заряду в напівпровідниках від положення рівня Фермі

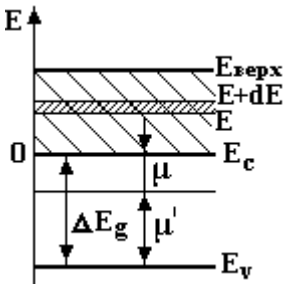


Рисунок 20.7

Намалюємо енергетичну діаграму напівпровідника (рис.20.7). Енергію будемо відрховувати від дна зони провідності. З рисунка видно, що $\mu + \mu^I = -\Delta E_g$. Так як електрон-ний газ в напівпровідниках не вироджений, скористаємось повною статистичною функцією розподілу Максвелла-Больцмана по енергіям

$$dN = g(E) \cdot f(E) \cdot dE =$$

$$= \frac{4\pi V}{h^3} (2m_n)^{3/2} \sqrt{E} e^{\frac{\mu}{kT}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot dE$$

Тоді концентрація електронів в інтервалі енергій від E до $E+dE$ в зоні провідності буде дорівнювати

$$dn = \frac{dN}{V} = \frac{4\pi}{h^3} \cdot (2m_n)^{3/2} \cdot e^{\frac{\mu}{kT}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot E^{\frac{1}{2}} \cdot dE. \quad (20.16)$$

Повна концентрація електронів в зоні провідності при сталій температурі знайдеться шляхом інтегрування (20.16)

$$n = \int_0^{E_{\text{верх}}} dn = \int_0^{E_{\text{верх}}} \frac{4\pi}{h^3} \cdot (2m_n)^{3/2} \cdot e^{\frac{\mu}{kT}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot E^{\frac{1}{2}} \cdot dE.$$

Так як функція $e^{-\frac{E}{kT}}$ із зростанням енергії швидко зменшується, верхню межу інтегрування $E_{\text{верх}}$ можна замінити нескінченністю ∞ .

$$n = \int_0^{\infty} dn = \int_0^{\infty} \frac{4\pi}{h^3} \cdot (2m_n)^{3/2} \cdot e^{\frac{\mu}{kT}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot E^{\frac{1}{2}} \cdot dE.$$

Замінюючи $\frac{E}{kT} = x$, маємо

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_n}{h^2} \right)^{3/2} e^{\frac{\mu}{kT}} (kT)^{3/2} \int_0^{\infty} e^{-x} \sqrt{x} \cdot dx. \quad \text{Враховуючи значення}$$

табличного інтегралу $\int_0^{\infty} e^{-x} \sqrt{x} \cdot dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$, одержуємо концентрацію

$$\text{електронів} \quad n = 2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{\frac{\mu}{kT}} = N_c \cdot e^{\frac{\mu}{kT}}. \quad (20.17)$$

Аналогічно для концентрації дірок маємо

$$p = 2 \left(\frac{2\pi m_p kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{\frac{\mu'}{kT}} = N_v \cdot e^{\frac{\mu'}{kT}}. \quad (20.18)$$

Тут N_c і N_v – ефективна концентрація станів у зоні провідності і у валентній зоні відповідно. Так як μ і μ' від'ємні (див. рис.20.7) можна зробити висновок: чим далі знаходиться рівень Фермі від границі зони тим менша концентрація відповідних вільних носіїв

заряду – електронів у зоні провідності, дірок у валентній зоні. Добуток концентрацій електронів і дірок

$$np = 4 \left(\frac{2\pi kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot (m_n m_p)^{3/2} \cdot e^{-\frac{\Delta E_g}{kT}} = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{\Delta E_g}{kT}} \quad (20.19)$$

не залежить від положення рівня Фермі, а визначається тільки шириною забороненої зони ΔE_g і температурою. Це співвідношення називається **законом діючих мас**.

20.6 Положення рівня Фермі і концентрація вільних носіїв заряду у власних напівпровідниках. Електропровідність власних напівпровідників

Для власних напівпровідників концентрація електронів і дірок однакові, так як кожний перехід електрона в зону провідності супроводжується виникненням вільної дірки у валентній зоні. Прирівнюючи ліві частини рівнянь (20.17) і (20.18) після спрощення враховуючи, що $\mu^I = -(\Delta E_g + \mu)$ маємо

$$2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{\frac{\mu}{kT}} = 2 \left(\frac{2\pi m_p kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{\frac{\Delta E_g + \mu}{kT}}. \text{ Знайдемо } \mu$$

$$\mu = -\frac{\Delta E_g}{2} + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \frac{m_p}{m_n}. \quad (20.20)$$

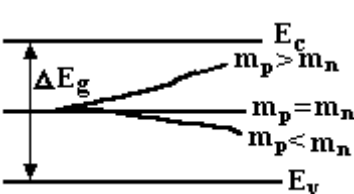


Рисунок 20.8

При $T=0K$ $\mu = -\frac{\Delta E_g}{2}$, тобто рівень Фермі знаходиться посередині забороненої зони. З ростом температури він зміщується від середини зони в залежності від співвідношення ефективних мас: (рис.20.8) при $m_p > m_n$ вгору, при $m_p < m_n$

вниз. Підстановка (20.20) в (20.17) після елементарних спрощень дає

$$n_i = p_i = 2 \left(\frac{2\pi \sqrt{m_n \cdot m_p} kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{\Delta E_g}{2kT}} = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{\Delta E_g}{2kT}}.$$

(20.21)

Індекс i означає, що мова йде про власний напівпровідник. Електропровідність власних напівпровідників складається із електронної і діркової компонент, тобто

$$\sigma_i = \sigma_n + \sigma_p = qn_i(U_n + U_p) =$$

$$= q(U_n + U_p) 2 \left(\frac{2\pi \sqrt{m_n \cdot m_p} kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{\Delta E_g}{2kT}} = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E_g}{2kT}}. \quad (20.22)$$

В області високих температур рухливість $\sim T^{-3/2}$, тому

$$\sigma_0 = q(U_n + U_p) 2 \left(\frac{2\pi \sqrt{m_n \cdot m_p} kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

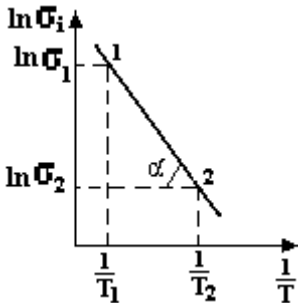


Рисунок 20.9

напівпровідника ΔE_g

$\sim T^0$ не залежить від температури. Функцію (20.22) питомої електропровідності власних напівпровідників від температури зручно зображати у напівлогарифмічних

координатах $\ln \sigma_i = \ln \sigma_0 - \frac{\Delta E_g}{2k} \cdot \frac{1}{T}$,

коли вона уявляє пряму лінію, рис.20.9. По нахилу цієї лінії можна визначити ширину забороненої зони

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta E_g}{2k} = \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}.$$

20.7 Положення рівня Фермі і концентрація вільних носіїв заряду в домішкових напівпровідниках. Електропровідність домішкових напівпровідників при низьких температурах

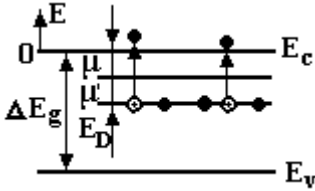


Рисунок 20.10

Намалюємо зонну діаграму донорного напівпровідника, рис.20.10. При низьких температурах іонізуються атоми донорної домішки, так як для переходу електрона із валентної зони в зону провідності енергії теплового збудження недостатньо. Тому генеруються вільні електрони і зв'язані іони донорних атомів. Концентрація електронів, за формулою (20.17),

дорівнює
$$n = 2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{\frac{\mu}{kT}} = N_c \cdot e^{\frac{\mu}{kT}} .$$
 Концентрацію

іонізованих донорів p_d запишемо, скориставшись формулою (20.18), в якій ефективну кількість станів у валентній зоні N_v замінимо на концентрацію донорної домішки N_d , так як саме вона являється ефективною кількістю станів для позитивних іонів донорних атомів,

$$p_d = N_d \cdot e^{\frac{\mu^I}{kT}} .$$
 Так як кожний електронний перехід приводить до появи одного вільного електрона і одного позитивного іона, концентрація електронів і іонів однакова, $n = p_d$. Із рис.20.10. видно, що $\mu + \mu^I = -E_D \Rightarrow \mu^I = -(E_D + \mu)$. Таким чином, одержуємо

$$N_c \cdot e^{\frac{\mu}{kT}} = N_d \cdot e^{-\frac{E_D + \mu}{kT}} \Rightarrow \mu = -\frac{E_D}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_d}{N_c} . \quad (20.23)$$

Рівень Фермі при $T=0K$ знаходиться посередині між дном зони провідності і донорним рівнем. Концентрацію електронів знайдемо після підстановки (20.23) в (20.17)

$$\ln n = \ln N_c + \ln N_d - \frac{E_D}{2kT} . \quad (20.24)$$

Рисунок 20.11

Аналогічно знаходиться концентрація дірок p у акцепторному напівпровіднику

$$p = \sqrt{N_V N_A} \cdot e^{-\frac{E_A}{2kT}}. \quad (20.25)$$

Електропровідність зумовлена носіями одного знаку.

$$\text{Тому } \sigma_n = qnU_n = qU_n \sqrt{N_C N_D} \cdot e^{-\frac{E_D}{2kT}} = \sigma_0 e^{-\frac{E_D}{2kT}} \quad (20.26)$$

$$\sigma_p = qpU_p = qU_p \sqrt{N_V N_A} \cdot e^{-\frac{E_A}{2kT}} = \sigma_0 e^{-\frac{E_A}{2kT}}. \quad (20.27)$$

Графік температурної залежності домішкової електропровідності (рис.20.11) зображають у таких же напівлогарифмічних координатах, як і власну електропровідність (див. рис.20.9). Нахил графіка дає можливість знайти енергію активації домішкових атомів E_D чи E_A .

20.8 Залежність положення рівня Фермі в домішкових напівпровідниках від температури. Температура виснаження домішки. Перехід до власної електропровідності

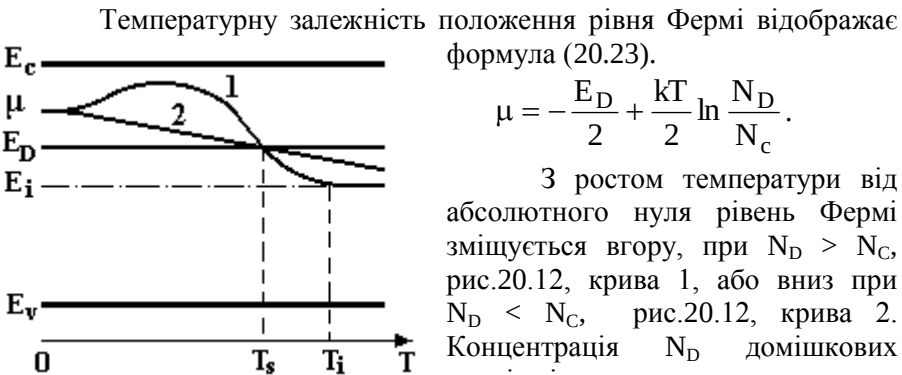


Рисунок 20.12

З ростом температури від абсолютного нуля рівень Фермі зміщується вгору, при $N_D > N_C$, рис.20.12, крива 1, або вниз при $N_D < N_C$, рис.20.12, крива 2. Концентрація N_D домішкових атомів від температури не залежить (вона задається в технологічному процесі легування), а ефективна кількість станів в зоні зростає згідно з формулою (20.17) $N_C \sim T^{3/2}$. Тому у першому випадку великої концентрації донорів при деякій

температурі N_C зростаючи стає рівним N_D . Рівень Фермі після підняття знову повертається в положення $-E_D/2$. При подальшому зростанні температури рівень Фермі опускається ще нижче. У другому випадку слабого легування співвідношення $N_D < N_C$ завжди виконується, і рівень Фермі монотонно опускається до середини забороненої зони.

При деякій температурі T_s рівень Фермі він співпадає з домішковим рівнем. У розділі 17.4 ми встановили, що у цьому випадку ймовірність заняття рівня електронами дорівнює 0,5. При подальшому зростанні температури доля донорних атомів, які віддали свої електрони в зону провідності, зростає. Наступає такий момент, коли всі атоми домішки уже іонізовані. Концентрація електронів у зоні провідності перестає зростати і практично дорівнює концентрації донорної домішки $n = N_D$. Кажуть, що домішка виснажилась. Ця температура T_s називається температурою виснаження домішки. Прийнято знаходити її із умови при $\mu = E_D$ $n = 0,5N_D$. Із формули (20.17) одержуємо

$$n = \frac{N_D}{2} = N_C \cdot e^{\frac{E_D}{kT_s}} \Rightarrow T_s = \frac{E_D}{k \ln \frac{N_D}{2N_C}}. \quad (20.28)$$

Видно, що чим більша енергія активації домішки і чим більша її концентрація, тим вища температура виснаження. Дійсно, так як $E_D < 0$ і $N_D < N_C$, логарифм від'ємний і із збільшенням N_D його модуль зменшується, а T_s зростає.

Наприклад, для германію при $N_D = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ і $E_D = 0,03 \text{ eV}$ $T_s = 32 \text{ K}$. Тобто при кімнатній температурі домішка вже виснажена.

При подальшому зростанні температури збільшується концентрація так званих власних електронів n_i за рахунок переходів із валентної зони в зону провідності. Температуру T_i , при якій $n_i = N_D$ прийнято називати температурою переходу до власної електропровідності. Знайдемо її, врахувавши формулу (20.21)

$$n_i = N_D = \sqrt{N_C N_V} \cdot e^{-\frac{\Delta E_g}{2kT_i}} \Rightarrow T_i = \frac{\Delta E_g}{k \ln \frac{N_C N_V}{N_D^2}}. \quad (20.29)$$

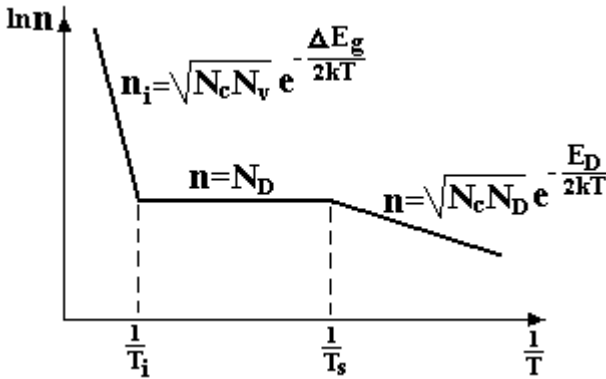


Рисунок 20.13

Узагальнюючи все сказане, на малюємо залежність концентрації електронів домішкових напівпровідників у всьому температурному діапазоні,

рис.20.13. В

діапазоні температур між T_i і T_s концентрація не змінюється. Тому електропровідність у цьому діапазоні визначається температурною залежністю рухливості (див. рис.20.2, крива 2).

В залежності від того, на яку ділянку залежності $U(T)$ приходить діапазон температур $T_i - T_s$, можливі три варіанти:

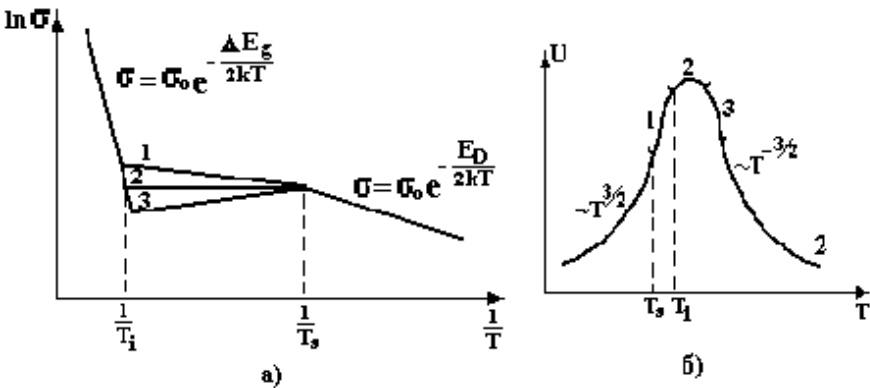


Рисунок 20.14

(рис.20.14); 1- електропровідність зростає; 2 – не змінюється; 3 – зменшується.

21 Нерівноважні явища в напівпровідниках

21.1 Нерівноважні носії заряду в напівпровідниках

Крім теплового збудження електронів, що приводить до появи рівноважних вільних носіїв заряду, можливі і другі способи і форми передачі енергії електронам твердого тіла. Вільні носії заряду, які виникають не за рахунок теплової енергії, називаються

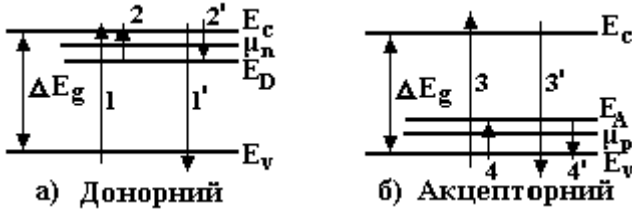


Рисунок 21.1

нерівноважними. Вони можуть генеруватись за рахунок освітлення кристалу, під дією потоку заряджених частинок, при протіканні хімічної реакції на поверхні кристалу, в процесі введення вільних зарядів через контакт (інжекція) і т.д. Такі носії заряду називаються **нерівноважними**, так як вони не знаходяться у тепловій рівновазі з кристалічною ґраткою. На відміну від рівноважних нерівноважні носії можуть розподілятися по кристалу нерівномірно, внаслідок чого виникає градієнт їх концентрації, а отже і дифузія. Це приводить до ряду специфічних явищ, які спостерігаються у напівпровідниках і називаються нерівноважними явищами. До них відносяться, наприклад, фотопровідність, люмінісценція, фотомагнітні ефекти і т.д. Незважаючи на особливості генерації нерівноважних носіїв заряду їхні властивості (рухливість, ефективна маса) за досить короткий проміжок часу після генерації ($\sim 10^{-10}$ с) за рахунок розсіювання стають тими ж, як і рівноважних. На зонній діаграмі (рис.21.1) процеси генерації зображені переходами 1-4.

Але по мірі зростання концентрації вільних носіїв заряду зростає ймовірність зворотних переходів 1' - 4', які приводять до загибелі вільних носіїв заряду. Цей процес називається **рекомбінацією**.

При незмінній потужності зовнішнього впливу через деякий час настає стаціонарний стан, коли швидкість генерації g дорівнює швидкості рекомбінації R і встановлюється певна стаціонарна концентрація вільних носіїв заряду

$$n = n_0 + \Delta n; \quad p = p_0 + \Delta p, \quad (21.1)$$

де n , p – загальні концентрації електронів і дірок відповідно;
 n_0 , p_0 – рівноважні концентрації електронів і дірок;
 Δn , Δp – додаткові концентрації, тобто концентрації нерівноважних носіїв заряду.

Кожний нерівноважний носій заряду існує „живе” в кристалі обмежений час до рекомбінації. Середнє значення цього часу називається **часом життя** електронів τ_n і дірок τ_p .

Процес генерації характеризується **швидкістю генерації** g . Це кількість пар нерівноважних носіїв, які виникають в одиниці об'єму за одиницю часу, тобто швидкість зростання концентрації.

Аналогічно процес рекомбінації характеризується **швидкістю рекомбінації** R . Це кількість пар нерівноважних носіїв, які зникають в одиниці об'єму за одиницю часу, тобто швидкість зменшення концентрації нерівноважних електронів і дірок. Враховуючи, що n_0 і p_0 при незмінній температурі з часом не змінюються, одержуємо при невеликому рівні збудження, тобто коли $\Delta n \ll n_0$ і $\Delta p \ll p_0$,

$$R_n = -\frac{dn}{dt} = -\frac{d(\Delta n)}{dt} = \frac{\Delta n}{\tau_n}; \quad R_p = -\frac{dp}{dt} = -\frac{d(\Delta p)}{dt} = \frac{\Delta n}{\tau_p}. \quad (21.2)$$

Знак (-) враховує зменшення концентрації при рекомбінації. Після вимикання зовнішнього „генератора”, що означає $g = 0$, маємо диференційні рівняння і їх рішення у вигляді:

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau_n}; \quad \frac{d(\Delta p)}{dt} = -\frac{\Delta p}{\tau_p}$$

$$\Delta n = \Delta n(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}}; \quad \Delta p = \Delta p(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_p}}, \quad (21.3)$$

де $\Delta n(0)$ і $\Delta p(0)$ – надлишкові концентрації електронів і дірок перед вимиканням збудження. Видно, що зменшення концентрацій відбувається по експоненті. Звідси, **час життя** нерівноважних носіїв заряду це час, протягом якого їхня концентрація після припинення збудження зменшується в $e \approx 2,7$ рази.

За час життя нерівноважні носії за рахунок дифузії переміщуються по кристалу на певну відстань, яка називається їхньою **дифузійною довжиною**

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}; \quad L_p = \sqrt{D_p \tau_p}. \quad (21.4)$$

D_n і D_p – коефіцієнти дифузії електронів і дірок.

Таким чином, для генерації носіїв заряду необхідно затратити енергію: при фундаментальних переходах 1,3 (рис.21.1) не меншу, ніж ширина забороненої зони ΔE_g ; при збудженні домішки (переходи 2,4) не меншу, ніж енергія активації домішкових атомів E_D , E_A . При рекомбінації енергія виділяється. Віддача енергії може здійснюватись у вигляді кванта електромагнітного випромінювання (люмінісценція), або без випромінювання у вигляді фононів. В останньому випадку кристал нагрівається.

21.2 Власна та домішкова фотопровідність

Процес генерації нерівноважних носіїв заряду **при опроміненні** напівпровідника називається внутрішнім фотоелементом. Додаткова електропровідність напівпровідника, яка виникає за рахунок надлишкових нерівноважних носіїв заряду, генерованих випромінюванням, називається **фотопровідністю**.

При відсутності освітлення темнова електропровідність

$$\sigma_T = e(n_o U_n + p_o U_p), \quad (21.5)$$

де e – заряд електрона, U_n і U_p – рухливості електронів і дірок.

При освітленні світлова електропровідність

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{св}} &= e(n U_n + p U_p) = e[U_n (n_o + \Delta n) + U_p (p_o + \Delta p)] = \\ &= e(n_o U_n + p_o U_p) + e(U_n \Delta n + U_p \Delta p) = \sigma_T + \sigma_{\text{ф}}. \end{aligned}$$

Отже, додаткова електропровідність при освітленні називається **фотопровідністю** і дорівнює

$$\sigma_{\text{ф}} = e(U_n \Delta n + U_p \Delta p). \quad (21.6)$$

В залежності від енергії світлових квантів може збуджуватись власна і домішкова фотопровідність. Коли енергія поглинутого електроном фотона не менша ніж ширина забороненої зони, відбувається його перехід із валентної зони в зону провідності

(переходи 1,3 рис.21.1). Генеруються електрон і дірка. Має місце власна, або біполярна фотопровідність, величина якої визначається формулою (21.6). Як уже зазначалось, умовою її існування є нерівність

$$E_{\phi} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \geq \Delta E_g. \quad (6.7)$$

При $E_{\phi} = \Delta E_g$, маємо мінімальну частоту ν_{ϕ} і максимальну довжину хвилі λ_{ϕ} світла, коли воно ще фотоелектрично активне. Ці параметри називаються „червоною” (довгохвильовою) межею фотопровідності

$$\nu_{\phi} = \frac{\Delta E_g}{h} \quad \lambda_{\phi} = \frac{hc}{\Delta E_g}. \quad (21.8)$$

Домішкова фотопровідність спостерігається при значно меншій частоті, або більшій довжині хвилі. Тепер енергії фотона необхідно вистачити для іонізації домішкових атомів (переходи 2,4 рис.21.1). „Червона” межа домішкової фотопровідності виражається аналогічним (21.8) співвідношенням, якщо ΔE_g замінити на енергію активації донора E_D чи акцептора E_A . При домішковій фотопровідності генеруються носії одного знаку, тому така фотопровідність називається моно полярною

$$\sigma_{\phi} = eU_n \Delta n \quad \text{і} \quad \sigma_{\phi} = eU_p \Delta p) \quad (21.9)$$

для донорного і для акцепторного напівпровідників відповідно.

Зрозуміло, що для збудження домішкової фотопровідності домішкові атоми не повинні бути термічно іонізовані. Тобто температура фотопровідника повинна бути нижчою, ніж температура виснаження домішки (див. розділ 20.7).

Як власна, так і домішкова фотопровідність залежать від

довжини хвилі випромінювання рис.21.2. В області коротких довжин хвиль спостерігається власна фотопровідність, а в довгохвильовій області – домішкова, причому домішкових полос може бути декілька у відповідності з різними енергіями активації різних

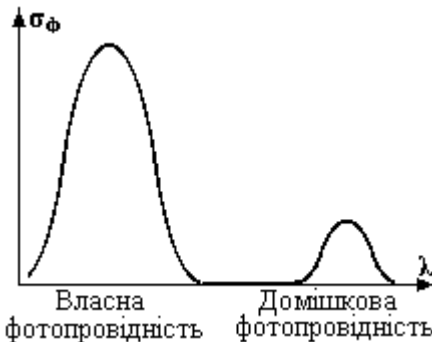


Рисунок 21.2

домішок. Спад фотопровідності з боку великих довжин хвиль (правий спад на рис.21.2) зумовлений енергетичними обмеженнями, коли енергія фотонів уже менша від ширини забороненої зони, чи енергії активації домішки. Спад з боку коротких довжин хвиль пояснюється так званим екситонним поглинанням, введеним вперше Френкелем. Екситон утворюється при переході електрона на більш високі енергетичні рівні, які знаходяться в забороненій зоні біля дна зони провідності, тобто він не стає вільним. Електрон не втрачає повністю зв'язку з діркою. Таким чином, **екситон** – це пара електрон-дірка, які можуть або рекомбінувати, або розпастись на вільні носії заряду.

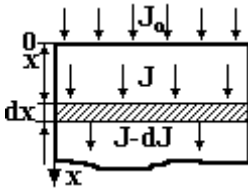


Рисунок 6.3

21.3 Поглинання світла речовиною. Кінетика фотопровідності

Нехай на поверхню твердого тіла падає пучок світла інтенсивністю J_0 . Направимо вісь X вглибину тіла, відраховуючи від поверхні. По мірі проникнення у речовину інтенсивність буде спадати. Її зменшення dJ у шарі товщиною dx на глибині x від поверхні буде дорівнювати

$$dJ = -kJdx. \quad (21.10)$$

Знак (-) показує, що із зростанням глибини X інтенсивність світла зменшується. k – **коефіцієнт поглинання**, показує відносну зміну інтенсивності світла у шарі товщиною 1м . Інтегрування (21.10) з граничними умовами: при $x=0$ $J=J_0$ дає закон зміни інтенсивності світла від глибини x його проникнення

$$J = J_0 e^{-kx}. \quad (21.11)$$

Ця формула відображає **закон поглинання Бугера-Ламберта**.

З'ясуємо, як буде змінюватись фотопровідність при вмиканні і вимиканні світла, тобто знайдемо кінетику фотопровідності. Швидкість генерації $g = kJ\eta$ пропорційна коефіцієнту поглинання k , інтенсивності світла J і **квантовому виходу** η . Останній показує відношення кількості генерованих нерівноважних носіїв заряду до кількості поглинутих фотонів. Будемо розглядати слабкий рівень збудження. Тоді швидкість рекомбінації R пропорційна першій степені додаткової концентрації Δn нерівноважних носіїв заряду (див.

формулу 21.2). Швидкість зміни концентрації $\frac{dn}{dt} = g - R$.

Враховуючи (21.1) і (21.2), одержуємо

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = kJ\eta - \frac{\Delta n}{\tau_n}. \quad (21.12)$$

Інтегруємо це рівняння

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = \frac{kJ\eta\tau_n - \Delta n}{\tau_n} \Rightarrow \int \frac{d(\Delta n)}{\Delta n - kJ\eta\tau_n} = -\int \frac{dt}{\tau_n}$$

$\ln(\Delta n - kJ\eta\tau_n) = -\frac{t}{\tau_n} + C$. Константу інтегрування знайдемо,

підставивши початкові умови: при $t = 0$ $\Delta n = 0$. Одержуємо

$C = \ln(-kJ\eta\tau_n)$. Після підстановки константи C і спрощень, маємо закон зміни концентрації нерівноважних носіїв заряду з часом

$$\Delta n(t) = kJ\eta\tau_n \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_n}} \right) = \Delta n_{\text{стац}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_n}} \right). \quad (21.13)$$

Підстановка (21.13) в (21.9) дає кінетику фотопровідності після вмикання світла

$$\sigma_\phi = eU_n \Delta n = eU_n kJ\eta\tau_n \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_n}} \right) = \sigma_{\text{стац}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_n}} \right). \quad (21.14)$$

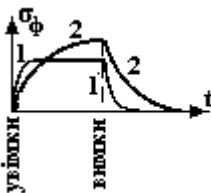


Рисунок 21.4

дає

Зростання фотопровідності відбувається по експоненті зі сталою часу, яка дорівнює часу життя нерівноважних носіїв заряду (рис.21.4). При вимиканні світла $g = 0$, і рівняння (21.12) набуває виду $\frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau_n}$. Його інтегрування з початковими умовами: при $t=0$ $\Delta n = \Delta n_{\text{стац}} = kJ\eta\tau_n$

$$\Delta n(t) = kJ\eta\tau_n e^{-\frac{t}{\tau_n}} = \Delta n_{\text{стац}} e^{-\frac{t}{\tau_n}} \quad (21.15)$$

$$\sigma_{\phi} = eU_n \Delta n = eU_n kJ\eta\tau_n e^{-\frac{t}{\tau_n}} = \sigma_{\text{стац}} e^{-\frac{t}{\tau_n}}. \quad (21.16)$$

Формули (21.14) і (21.16) показують, що для збільшення фотопровідності необхідно збільшити час життя нерівноважних носіїв. Але при цьому зменшиться швидкодія фоторезистора. Тому на практиці необхідно вибрати компромісне рішення відносно швидкодії і величини фотовідгуку.

21.4 Люмінесценція

Для генерації нерівноважних носіїв заряду (рис.21.5 перехід 1) необхідно затратити енергію. При їх рекомбінації енергія виділяється. У випадку, коли ця енергія виділяється у вигляді фотонів, спостерігається свічення кристалу, тобто люмінесценція. При цьому рекомбінація відбувається через особливі енергетичні рівні – центри свічення (ЦС) (переходи 2, 3).

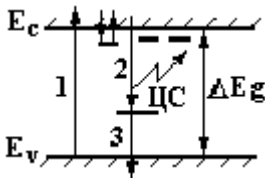


Рисунок 21.5

У відповідності із способом збудження кристалу розрізняють такі види люмінесценції:

- а) **фотолюмінесценція** – збудження за рахунок світла;
- б) **катодолюмінесценція** – збудження при бомбардуванні електронами;
- в) **електролюмінесценція** – свічення кристалу в електричному полі;
- г) **хемілюмінесценція** – збудження за рахунок енергії, яка виділяється при хімічній реакції, наприклад, при рекомбінації атомів в молекули на поверхні кристалу. В останньому випадку має місце **радикало-рекомбінаційна** люмінесценція (РРЛ);
- д) **тріболюмінесценція** – збудження за рахунок механічної енергії, наприклад, при руйнуванні кристалу;

Особливістю люмінесценції є її нерівноважний характер, на відміну від теплового, рівноважного випромінювання. Це означає, що

про поміщені збудженого кристалофосфору в замкнуту теплоізольовану оболонку з ідеально відбиваючими стінками свічення через деякий час припиниться. Таке свічення називають ще холодним.

Друга особливість люмінесценції заключається в тому, що час післясвічення (час свічення кристалу після припинення збудження) набагато більший, ніж період світлових хвиль ($10^{-13} - 10^{-15}$ сек.). В залежності від часу післясвічення люмінесценція умовно поділяється на: флуоресценцію (час після свічення менший, ніж 10^{-8} сек.), і фосфоресценцію (час післясвічення більший, ніж 10^{-8} сек, і може досягати декількох діб). Час післясвічення значно збільшується при наявності так званих центрів прилипання. Це енергетичні рівні в забороненій зоні поблизу зони провідності, на які захоплюються електрони, а потім звільняються за рахунок теплової енергії. Тому при нагріванні збудженого кристалу інтенсивність люмінесценції зростає за рахунок рекомбінації цих захоплених електронів. Відбувається висвічування світосуми.

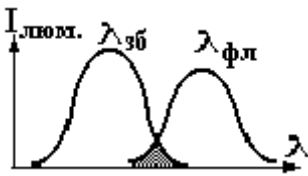


Рисунок 21.6

(рис.21.6). Цей закон стає зрозумілим із зонної діаграми (рис.21.5).

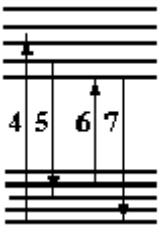


Рисунок 21.7

Збуджуючий фотон повинен мати енергію не меншу, ніж ширина забороненої зони ΔE_g (перехід 1), в той час як випромінюваний при переході 2 фотон має меншу енергію, а отже і більшу довжину хвилі. Але спостерігається і антистоксівська люмінесценція з протилежним співвідношенням довжин хвиль (рис.21.6 заштрихована область). Пояснюється це тим, що збуджуючий фотон поглинається уже збудженим атомом. Електронні переходи відбуваються між електронно-коливальними рівнями (рис.21.7). Переходи 4 і 5 викликають стоксівську, а 6 і 7 – антистоксівську люмінесценцію.

21.5 Ефект Холла та його застосування

Ефект Холла був відкритий у 1879 році американським фізиком Е. Холлом (1855-1938) і заключається у виникненні в провіднику із

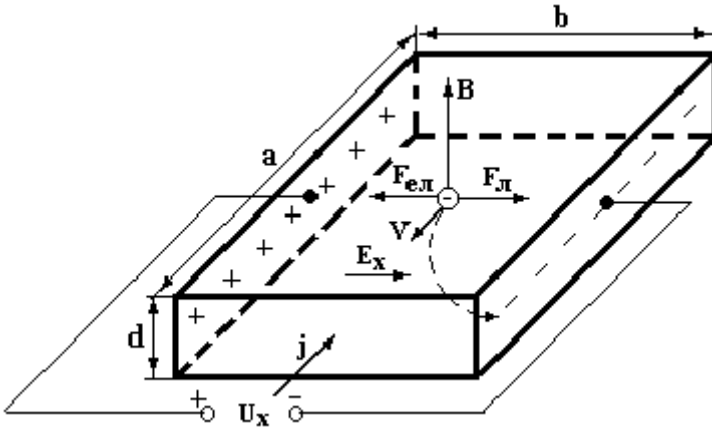


Рисунок 21.8

струмом, який знаходиться у магнітному полі, електричного поля в напрямку, перпендикулярному до напрямку струму і індукції магнітного поля. Причиною виникнення цього ефекту є відхилення руху заряджених частинок (електронів, дірок) під дією сили Лоренца від прямолінійної траєкторії (пунктирна лінія на рис.21.8). Внаслідок цього вільні носії заряду відхиляються до однієї з бічних граней. Не дивлячись на те, що напрямом сили Лоренца, яка діє і на електрони і на дірки однаковий (він визначається правилом лівої руки у відповідності із напрямком струму і індукції магнітного поля), до однієї з граней відхиляється більше тих носіїв, концентрація яких більша. На рисунку

показаний випадок донорного напівпровідника. Таким чином відбувається перерозподіл зарядів, виникає поперечне електричне поле напруженістю E_x , яке перешкоджає подальшому перерозподілу зарядів. Динамічна рівновага настає при умові рівності сили Лоренца $F_L = q \cdot V \cdot B$ силі електричного поля $F_{el} = q \cdot E_x$ (q – заряд носіїв струму, V – їхня дрейфова швидкість). Враховуючи, що густина струму $j = q \cdot V \cdot n$ і вважаючи холлівське поле E_x однорідним, тобто холлівська напруга $U_x = E_x \cdot b$, одержуємо

$$U_x = \frac{1}{qn} \cdot j \cdot B \cdot b. \quad (21.17)$$

Таким чином, знак холлівської напруги залежить від знаку основних носіїв заряду, а її величина обернено пропорційна їхній концентрації n . Тому в напівпровідниках холлівська напруга на декілька порядків більша, ніж у металах і досягає десятків мілівольт.

Застосування ефекту Холла:

а) Цей ефект покладений в основу роботи магнетометрів - приладів для вимірювання індукції магнітного поля. Формула (21.17) показує, що $U_x \sim B$, тобто шкалу мілівольтметра можна проградувати в одиницях індукції (Тл).

б) Вимірювання концентрації носіїв заряду та їх рухливості μ . Густина струму $j = I/(bd)$. З врахуванням цього із (21.17) одержуємо

$$n = \frac{j \cdot B \cdot b}{q \cdot U_x} = \frac{I \cdot B}{q \cdot d \cdot U_x} \quad (21.18)$$

Знаючи товщину d датчика Холла, струм I і індукцію магнітного поля B , можна розрахувати концентрацію n , вимірюючи холлівську напругу U_x . Для вимірювання рухливості необхідно додатково вимірювати опір R зразка – датчика Холла та його геометричні розміри: довжину a і ширину b . Для прямокутного зразка, зображеного на рисунку

$$R = \frac{a}{\sigma \cdot b \cdot d}, \text{ де питома електропровідність } \sigma = q \cdot n \cdot \mu.$$

$$\text{Одержуємо} \quad \mu = \frac{a}{q \cdot n \cdot b \cdot d \cdot R}. \quad (21.19)$$

в) Для вимірювання великих значень струму, наприклад, 1000 А, причому безконтактним способом. В основу методу покладена властивість електричного струму утворювати магнітне поле. Фактично вимірюється індукція магнітного поля, яка потім перераховується в струм, що його утворює.

г) Для вимірювання кутів. Якщо магнітне поле утворює певний кут α з напрямком струму, то холлівська напруга буде залежати від цього кута, тобто визначатися перпендикулярною до струму складовою індукції (див. формулу (21.17)). Це дає можливість виміри кутів

привести до вимірювань напруги і використовувати у системах автоматичного регулювання.

д) Холлівські мікрофони діють по такому ж принципу. Датчик коливається разом із мембраною. Частота і амплітуда холлівської напруги змінюються відповідно з коливаннями мембрани.

е) Захисні вимикачі електроустановок від перевантажень. Датчик Холла поміщується в магнітне поле лінії живлення установки. При перевантаженнях струм живлення, а разом з ним індукція магнітного поля і холлівська напруга різко зростають. Коли холлівська напруга перевищує певну межу, спрацьовує електронна система, і установка знеструмується.

ж) В безконтактних електронних системах запалювання двигунів внутрішнього згорання. Діамагнітна пластина (як правило мідна) обертається синхронно з колінчатим валом. Пластина екранує датчик Холла від магнітного поля. Холлівська е.р.с. не виникає. В пластині зроблені отвори, через які в певні моменти датчик зазнає дії магнітного поля. У ці моменти виникає імпульс холлівської напруги, який в подальшому використовується електронною системою для подачі високої напруги на свічку запалювання відповідного циліндра.

22 Контактні явища

22.1 Контакт двох металів. Товщина контактного шару

Розглянемо два метали з різними роботами виходу електронів A_1 і A_2 , а також різними енергіями Фермі E_{F1} і E_{F2} . Зонні діаграми

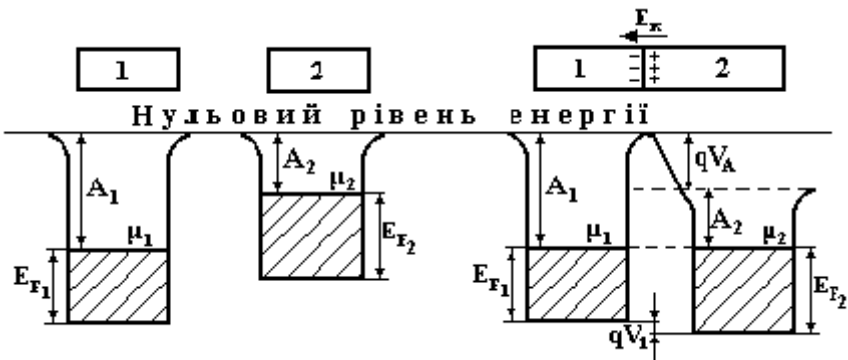


Рисунок 22.1

показані на рис.22.1. (див. розділ 17.4)

Після утворення контакту між металами відбуваються переходи електронів з одного металу в інший (у нашому випадку із 2-го в 1-ий) поки рівні Фермі μ_1 і μ_2 не стануть однаковими. Виникає контактне поле E_K , яке перешкоджає подальшому переходу електронів. Настає стан динамічної рівноваги. Між металами виникає контактна різниця потенціалів (КРП) V_K , зумовлена різницею робіт виходу електронів (зовнішня КРП)

$$V_A = \frac{A_1 - A_2}{q} \quad (22.1)$$

і різницею рівнів Фермі (внутрішня КРП)

$$V_i = \frac{E_{F2} - E_{F1}}{q}. \quad (22.2)$$

Результуюча КРП дорівнює сумі $V_K = V_A + V_i$. (22.3)

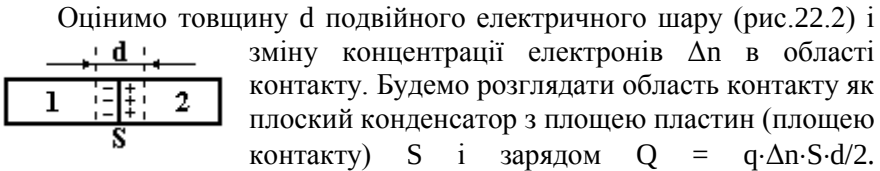


Рисунок 22.2

Оцінимо товщину d подвійного електричного шару (рис.22.2) і зміну концентрації електронів Δn в області контакту. Будемо розглядати область контакту як плоский конденсатор з площею пластин (площею контакту) S і зарядом $Q = q \cdot \Delta n \cdot S \cdot d/2$. Скористаємось формулою електроємності плоского конденсатора і означенням електроємності. Одержуємо

$$C = \frac{Q}{V_K} = \frac{q \cdot \Delta n \cdot S \cdot d}{2 \cdot V_K} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d} \quad \text{звідки знаходимо}$$

$$\Delta n = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot V_K}{q \cdot d^2}. \quad (22.4)$$

Для кількісної оцінки максимально можливого значення Δn приймемо мінімально можливе значення $d = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, що складає приблизно одну міжатомну відстань, $\varepsilon = 1$, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$, $V_K = 1 \text{ В}$.

$$\Delta n = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot V_K}{q \cdot d^2} \approx \frac{2 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (3 \cdot 10^{-10})^2} \approx 10^{27} \text{ м}^{-3}.$$

Прийнявши мінімальне значення концентрації електронів в металі $n = 10^{28} \text{ м}^{-3}$, одержуємо максимальну відносну зміну концентрації $\sim 10\%$. Врахувавши цей результат і той експериментальний факт, що довжина вільного пробігу електронів складає десятки і сотні міжатомних відстаней, тобто набагато більше від d , можемо зробити висновок, що електропровідність (опір) контакту двох металів мало відрізняється від електропровідності (опору) об'єму металів.

22.2 Контакт метал-напівпровідник і його випрямляючі властивості. Омічний контакт

Розглянемо контакт металу з роботою виходу електронів A_m і донорного (електронного) напівпровідника з роботою виходу A_n . Якщо $A_m < A_n$ то електрони будуть переходити із напівпровідника в метал, поки рівні Фермі не стануть однаковими (рис.22.3). КРП також складає декілька вольт.

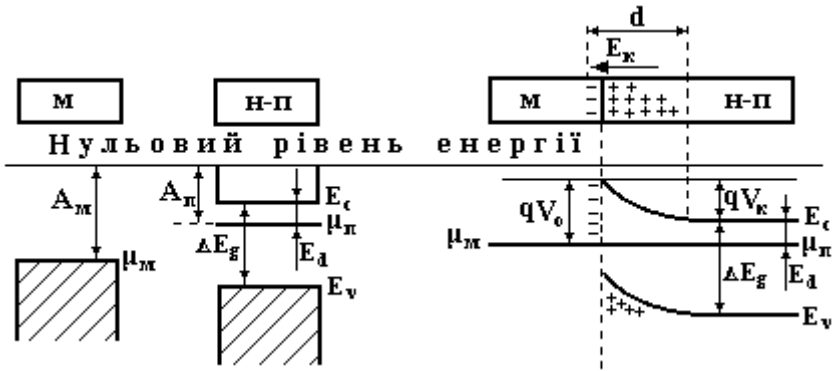


Рисунок 22.3

Для одержання такої КРП необхідно, щоб із напівпровідника із одиниці об'єму в метал перейшла приблизно та ж кількість електронів $\sim 10^{27} \text{ м}^{-3}$. Концентрація ж електронів в домішкових напівпровідниках $n_0 = N_d \approx 10^{24} \text{ м}^{-3}$. Тому тепер електрони повинні перейти із області напівпровідника товщиною приблизно 1000 міжатомних відстаней, що набагато більше довжини їх вільного пробігу. Окрім того в напівпровіднику формується досить широка область, збіднена на основні носії заряду. Тому електропровідність такого контакту

набагато менша, ніж об'єму напівпровідника, а тим більше ніж металу. Такий контакт називається запірним.

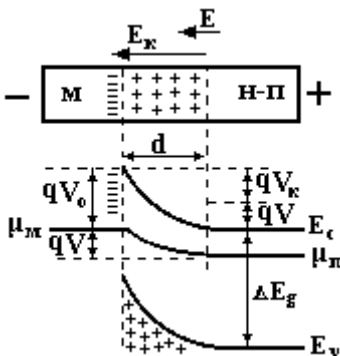
Напруженість контактного електричного поля направлена від напівпровідника в метал, а по величині ($E_k = V_k/d \approx 3 \cdot 10^6$ В/м) набагато менша від напруженості внутрішнього поля кристалу напівпровідника ($\sim 10^8$ В/м). Тому в області контакту структура енергетичних зон напівпровідника не змінюється, а енергетичні рівні зазнають викривлення, в нашому випадку загинаються вгору. Упевнимось у цьому такими міркуваннями. Нехай нам потрібно перемістити електрон через контакт із об'єму напівпровідника в метал. Для цього ми повинні рухати його в напрямку напруженості контактної поля E_k , яке буде перешкоджати такому рухові. Дійсно, оскільки заряд електрона від'ємний, на нього діє сила, направлена проти вектора напруженості електричного поля. Отже ми повинні виконати певну роботу, яка перетворюється в потенціальну енергію електрона. А це й означає загинання енергетичних зон вгору, що і відображено на рис.22.3.

Нехтуючи товщиною контактної шару в металі в одну міжатомну відстань, можемо вважати, що вся контактна область поширюється в напівпровідник. Із формули (22.4), враховуючи, що кількість електронів, які зазнають переходу, дорівнює концентрації донорної домішки $\Delta n = N_d$, знаходимо товщину контактної шару

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot V_k}{q \cdot N_d}}. \quad (22.5)$$

У рівноважному стані, тобто без зовнішньої напруги, для переходу електронів із напівпровідника в метал потрібно подолати потенціальний бар'єр $q \cdot V_k$, а для протилежного переходу - $q \cdot V_0$. Потоки електронів однакові. Струм через контакт відсутній.

Проаналізуємо поведінку контакту при підключенні зовнішньої напруги.



Запираюче (зворотне) ввімкнення контакту буде тоді, коли напруженість E зовнішнього електричного поля співпадає з напрямком напруженості контактної поля E_k (рис.22.4), тобто (+) зовнішньої

Рисунок 22.4

батареї напругою V з'єднаний з напівпровідником, а $(-)$ з металом. Всі енергетичні рівні напівпровідника опускаються вниз на величину $q \cdot V$. Висота бар'єру для потоку електронів (основних носіїв) із напівпровідника в метал зростає і стає рівним $q \cdot (V_K + V)$. Цей потік значно зменшується. Потік же електронів із металу в напівпровідник не змінюється, так як для них висота бар'єру залишається такою ж $q \cdot V_0$. Зростає також ширина контактної області

$$d_{зв} = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot (V_K + V)}{q \cdot N_d}}. \quad (22.6)$$

Таким чином, зменшення потоку основних носіїв заряду (електронів) і розширення збідненого на вільні носії заряду контактної шару приводить до різкого зменшення електропровідності контакту. Через нього протікає невеликий зворотній струм зумовлений неосновними носіями заряду (дірками), концентрація яких дуже мала (рис.22.5)

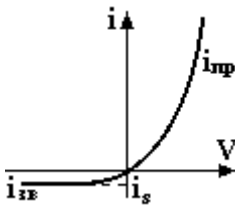


Рисунок 22.5

$$i_{зв} = i_s \left(e^{-\frac{qV}{kT}} - 1 \right). \quad (22.7)$$

i_s – струм насичення, який визначається концентрацією основних носіїв заряду. При збільшенні зовнішньої напруги V зворотній струм зростаючи по експоненті швидко виходить на насичення.

Пряме ввімкнення буде тоді, коли напруженість зовнішнього поля протилежна контактному, тобто напівпровідник з'єднується з $(-)$ зовнішньої батареї, а метал з $(+)$. Тепер всі енергетичні рівні напівпровідника опускаються вниз на величину $q \cdot V$. Висота потенціального бар'єру для основних носіїв заряду (електронів) із напівпровідника в метал зменшується до величини $q \cdot (V_K - V)$, і прямий струм швидко зростає (див. рис.22.5).

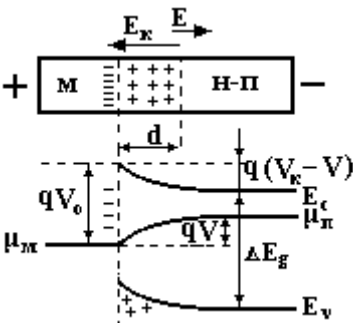


Рисунок 22.6

$$i_{\text{пр}} = i_s \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right). \quad (22.8)$$

Концентраційного обмеження, як це було при зворотному ввімкненні, немає. Крім того зменшується ширина високоомної контактної області

$$d_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot (V_{\text{к}} - V)}{q \cdot N_d}}, \quad (22.9)$$

що також приводить до зростання електропровідності.

Таким чином розглянутий контакт має властивість односторонньої електропровідності, тобто має **випрямляючі властивості**: пропускати струм в одному напрямку і практично не пропускати в зворотному. Ця властивість характеризується **коефіцієнтом випрямлення** - це відношення прямого струму до зворотного при однаковій зовнішній напрузі. Для контактів метал-напівпровідник, або ще їх називають діодами Шотткі, цей коефіцієнт не дуже великий, порівнюючи з р-п-переходами і лежить в межах $10^4 \div 10^5$. Але вони мають досить малий час перемикавання з прямого ввімкнення на зворотне, порядку $10^{-10} \div 10^{-11}$ сек, що дає можливість використовувати їх у швидкодіючих ЕОМ.

Для виготовлення електричних контактів до напівпровідникових приладів необхідно формувати невідправляючі, або омічні контакти, які б не спотворювали на роботу цих приладів. Такі контакти формуються з такими металами, коли відбувається збагачення приконтактної області напівпровідника основними носіями заряду. Як правило використовується той же метал, яким легований напівпровідник. Наприклад, р-Ge – In, n-Ge – Sb, n-Si – Ni, і т.д. В протилежному разі утворюються випрямляючі контакти, розглянуті вище.

22.3 Контакт двох напівпровідників з різним типом провідності. р-п- перехід і його випрямляючі властивості

Розглянемо контакт напівпровідників з різним типом провідності спочатку у рівноважному стані (без зовнішньої батареї). При утворенні контакту будуть відбуватись дифузійні переходи

основних носіїв заряду в сусідні області: електронів із n - напівпровідника в p - напівпровідник, дірок навпаки. Такі

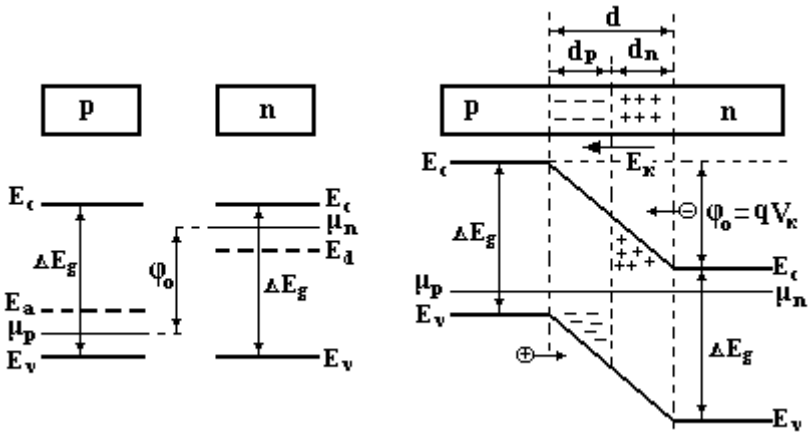


Рисунок 22.7

переходи зумовлені градієнтом концентрації носіїв заряду одного знаку. Дійсно, згідно є формулою (20.19) добуток концентрацій електронів і дірок визначається степенем легування, шириною забороненої зони і температурою. Наприклад, для германію при температурі 300 К цей добуток дорівнює 10^{38} м^{-3} . При помірному рівні легування $n_n = p_p = N_d = N_a = 10^{22} \text{ м}^{-3}$. Тоді концентрація неосновних носіїв буде дорівнювати $n_p = p_n = 10^{38}/10^{22} = 10^{16} \text{ м}^{-3}$. Отже концентрації однойменних зарядів у сусідніх областях відрізняються на 6 порядків. Таким чином p -напівпровідник буде збагачуватись електронами і заряджатись негативно, а n -напівпровідник – дірками і заряджатись позитивно. Такі переходи будуть продовжуватись до встановлення динамічної рівноваги поки рівні Фермі не стануть однаковими (рис.22.7). Виникає потенціальний бар'єр $\phi_0 = \mu_n - \mu_p = q \cdot V_k$. Знайдемо його, скориставшись формулою (20.17), або (20.18).

$$n_n = N_c e^{\frac{\mu_n}{kT}} ; \quad n_p = N_c e^{\frac{\mu_p}{kT}} \quad \Rightarrow \quad \frac{n_n}{n_p} = e^{\frac{\mu_n - \mu_p}{kT}} \quad \Rightarrow$$

$$V_k = \frac{\mu_n - \mu_p}{q} = \frac{kT}{q} \ln \frac{n_n}{n_p} = \frac{kT}{q} \ln \frac{p_p}{p_n}. \quad (22.10)$$

Видно, що КРП V_k не може перевищувати ширину забороненої зони і тим більша, чим більше відношення концентрації основних носіїв заряду до концентрації неосновних, тобто чим більша ступінь легування напівпровідників. Контактний шар простягається в область обох напівпровідників. На основі формули (22.5) одержуємо

$$d = d_n + d_p = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot V_k}{q} \left(\frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a} \right)}. \quad (22.11)$$

а) Запираюче (зворотне) ввімкнення контакту

Коли до контакту прикладена зовнішня напруга в зворотному напрямку, енергетичні рівні р-напівпровідника піднімаються, а п-напівпровідника опускаються (рис.22.8). Висота потенціального бар'єру зростає на величину qV . Збільшується також ширина контактної області

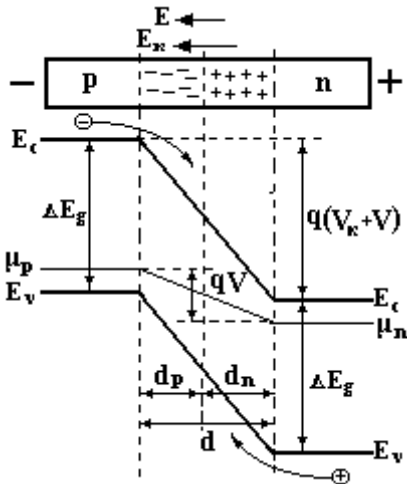


Рисунок 22.8

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot (V_k + V)}{q} \left(\frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a} \right)}$$

Через р-п-перехід буде протікати зворотній струм, зумовлений неосновними носіями заряду, потік яких практично не змінюється, так як для них не було і не виник потенціальний бар'єр. Величина цього потоку обмежується концентрацією і дифузійною довжиною неосновних носіїв заряду. Потік же основних носіїв заряду зменшується, так як для них величина потенціального бар'єру зросла на величину qV . Через контакт протікає невеликий

зворотній струм, який змінюється по такому ж закону, як і для контакту метал-напівпровідник (22.7).

б) Пряме ввімкнення контакту. Пробій р-п-переходів

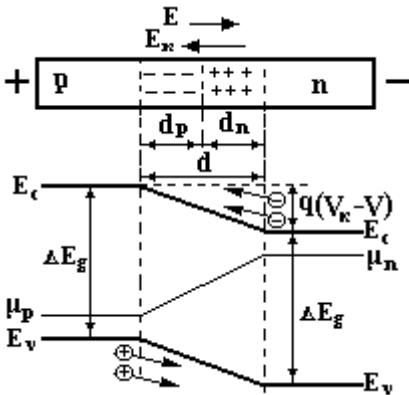


Рисунок 22.9

При прямому ввімкненні, коли напруженість зовнішнього електричного поля протилежна контактному, енергетичні рівні р-напів-провідника опускаються, а п-напівпровідника піднімаються (рис.22.9). Висота потенціального бар'єру для основних носіїв заряду зменшується на величину qV . Тому їх потік через контакт різко зростає. Зменшується ширина збідненої контактної області

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot (V_k - V)}{q} \left(\frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a} \right)}$$

що також приводить до зростання прямого струму. Закон його зміни також описується формулою (22.8), а вольт-амперна характеристика має вид рис.22.10. Але на відміну від діодів Шотткі, діоди на основі р-п-переходу мають значно більший коефіцієнт випрямлення $10^8 \div 10^9$.

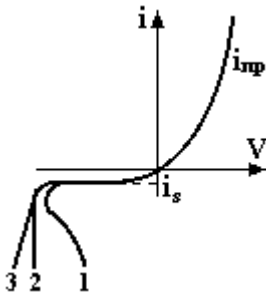


Рисунок 22.10

Отже, р-п-переходи, як і діоди Шотткі, мають властивість добре пропускати струм в одному напрямку і погано в протилежному, тобто мають випрямляючу властивість. Але при певних умовах ця властивість може втрачатись. Відбувається пробій р-п-переходу із-за

таких процесів (рис.22.10):

1 - тепловий пробій виникає при перегріванні контакту, коли тепло, яке виділяється в контакт, не повністю відводиться від нього. Температура переходу збільшується, зростає концентрація неосновних носіїв заряду за рахунок теплової генерації, зростає зворотній струм,

що в свою чергу викликає подальше збільшення температури. Діод швидко виходить з ладу.

2 - лавинний пробій виникає при хорошому тепловідводі, але концентрація неосновних носіїв заряду, а значить і зворотній струм, зростають за рахунок процесу ударної іонізації. Наявні вільні носії заряду на довжині вільного пробігу в сильному електричному полі набувають енергію, достатню для іонізації атомів напівпровідника при зіткненні. Зрозуміло, що лавиноподібний процес буде мати місце тоді, коли при такому зіткненні буде генеруватись не один, а декілька носіїв заряду.

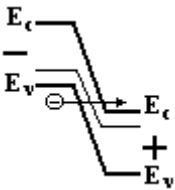


Рисунок 22.11

3 - тунельний пробій виникає в тонких р-п-переходах, коли відбувається тунельний перехід неосновних носіїв заряду. На рис.22.11 показаний такий перехід електрона із валентної зони р-напівпровідника безпосередньо в зону провідності п-напівпровідника. Ймовірність такого тунелювання зростає при співпаданні положення відповідних енергетичних рівнів у зонах.

Різка залежність величини зворотного струму від напруги у передпробійній області використовується у напівпровідникових стабілітронах для стабілізації напруги. На цій ділянці вольт-амперної характеристики при зміні струму напруга майже не змінюється.

22.4 Способи одержання р-п-переходів

Сплавні р-п-переходи одержують шляхом розплавлення на поверхні п-германію індію (In), тривалентного елементу, який являється в германії акцепторною домішкою. При нагріванні до 550°C в нейтральній атмосфері водню, або аргону індій плавиться і розчиняє частину германію. Після охолодження утворюється рекристалізований шар p-Ge (рис.22.12)

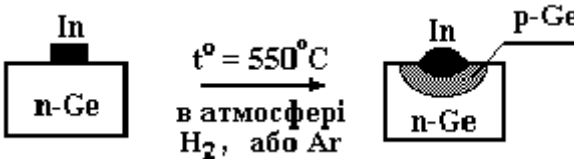


Рисунок 15

Дифузійні р-п-переходи формуються шляхом перекомпенсації п-кремнію в р-кремній за рахунок дифузії при температурі 1200°C в поверхневий шар акцепторної домішки бора (В), наприклад, із парів борної кислоти H_3BO_3 . Створюючи на поверхні пластини захисну маску із двоокису кремнію SiO_2 , формують р-п-переходи в певних місцях. (рис.22.13). Це планарна технологія виготовлення інтегральних мікросхем. Глибина залягання переходу залежить від температури і часу дифузійного процесу.

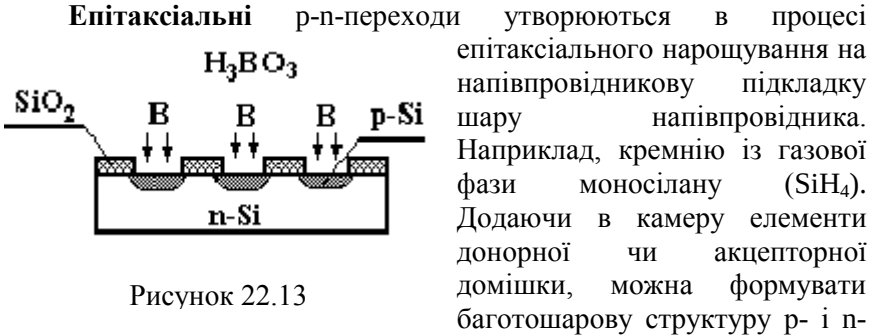


Рисунок 22.13

Епітаксіальні р-п-переходи утворюються в процесі епітаксіального нарощування на напівпровідникову підкладку шару напівпровідника. Наприклад, кремнію із газової фази моносілану (SiH_4). Додаючи в камеру елементи донорної чи акцепторної домішки, можна формувати баготоразову структуру р- і п-

областей (сендвіч).

Метод іонної імплантації – легування напівпровідника шляхом бомбардування прискореними іонами відповідної домішки (іонним пучком).

22.5 Принцип роботи біполярного транзистора

Транзистор був винайдений у 1948 році американськими фізиками Дж.Бардінім і У.Браттейном і уявляє собою трьохелектродний напівпровідниковий прилад з двома р-п-переходами (рис.22.14): емітерним і колекторним.

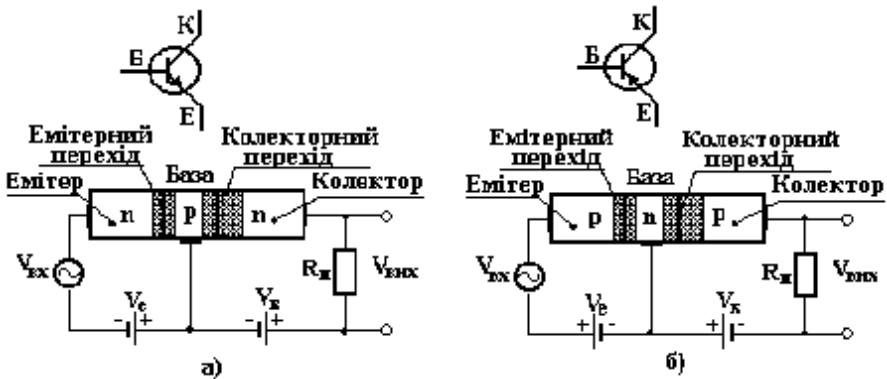


Рисунок 22.14

На рис.22.14, а) приведення ввімкнення транзистора $n-p-n$ типу, а на рис.22.14, б) – $p-n-p$ типу по схемі із загальною базою. Емітерний перехід батареєю V_e зміщується в прямому напрямку. Тому електричний опір емітерного кола невеликий, а отже згідно з законом Ома навіть при малій напрузі вхідного сигналу $V_{вх}$ через емітерний перехід протікає значний струм. Основні носії заряду із емітера інжектуються (уприскуються) в базу, де вони являються неосновними носіями заряду.

Колекторний перехід батареєю V_k зміщується в зворотному напрямку. Опір колекторного контуру великий, що дає можливість вмикати в нього великий опір навантаження R_n , з якого і знімається вихідна напруга $V_{вих}$.

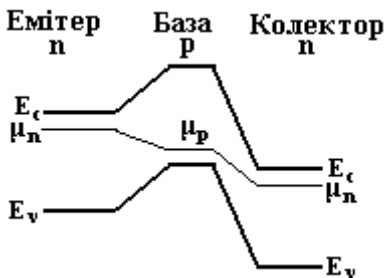


Рисунок 22.15

На рис.22.15 показана зонна діаграма $n-p-n$ транзистора. Електрони із емітерної області, долаючи зменшений потенціальний бар'єр, інжектуються в базу, де частково рекомбінують, викликаючи протікання незначного базового струму. Але конструктивно базову область формують тонкою ($10 \div 200$ мкм), а тому більшість

електронів не встигають рекомбінувати і досягають колекторного переходу. Тут для них потенціальний бар'єр відсутній. Більш того,

контактне і зовнішнє електричні поля прискорюють їх перехід в колекторну область, як би витягують із бази. У колекторі електрони являються основними носіями, і тому ймовірність їх рекомбінації з неосновними (дірками) мала, оскільки концентрація дірок невелика. В колекторному контурі протікає струм $I_K = I_e - I_b$. Але струм бази набагато менший, ніж струм емітера, тому можна вважати, що $I_K \approx I_e$. Таким чином, транзистор дав можливість примусити протікати по високоомному колекторному колу приблизно такий же струм, як і по низькоомному емітерному колу. У відповідності із законом Ома $V_{BX} = I_e \cdot R_{BX}$; $V_{ВВХ} = I_K \cdot R_H$. А так як $R_H \gg R_{BX}$ і $I_K \approx I_e$, $V_{ВВХ} \gg V_{BX}$. Одержали підсилення напруги, яке характеризується коефіцієнтом підсилення $k_V = V_{ВВХ} / V_{BX} \gg 1$. Схема із загальною базою дає також підсилення потужності, що характеризується коефіцієнтом

$$k_P = \frac{P_{ВВХ}}{P_{BX}} = \frac{I_K \cdot V_{ВВХ}}{I_e \cdot V_{BX}} \approx k_V \gg 1. \quad (22.12)$$

Підсилення струму ця схема не дає.

Схема ввімкнення транзистора з загальним емітером (рис.22.16, а) дає підсилення напруги, струму і потужності, а ввімкнення з загальним колектором (емітерний повторювач) (рис.22.16, б) використовується для узгодження каскадів електричних схем по входному і вихідному опорам, так як для неї характерне співвідношення $R_{BX} \gg R_{ВВХ}$.

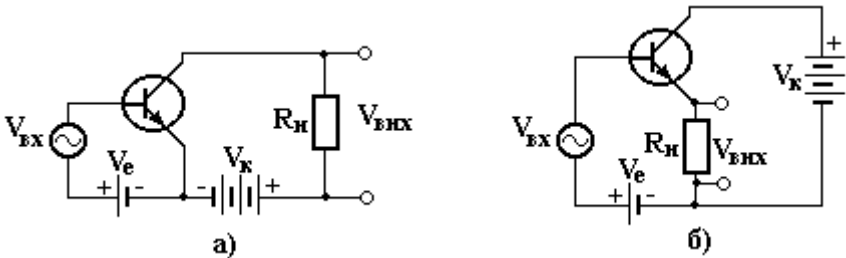


Рисунок 22.16

23 Магнітні властивості твердих тіл

23.1 Магнітне поле в магнетиках. Діа- пара- і ферромагнетики та їх властивості

Магнітні властивості речовин характеризуються **відносною магнітною проникністю**

$$\mu = \frac{B}{B_0}, \quad (23.1)$$

яка показує відношення індукції магнітного поля в речовині до індукції магнітного поля у вакуумі (повітрі).

Добавка до індукції, яка створюється речовиною, називається **намагніченістю**

$$J_m = B - B_0 = \mu B_0 - B_0 = (\mu - 1) \cdot B_0 = \chi \cdot B_0 = \chi \cdot \mu_0 H, \quad (23.2)$$

де H – напруженість магнітного поля, $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м- магнітна стала,

$\chi = \frac{J_m}{B_0}$ називається магнітною **сприйнятливістю** - це відношення

намагніченості до індукції поля у вакуумі (повітрі).

В залежності від значень вказаних характеристик усі речовини поділяються на три групи: діамагнетики, парамагнетики і ферромагнетики.

У **діамагнетиків** $\mu \approx 0,99999 < 1$, а $\chi \approx -10^{-5} < 0$. Магнітне поле у діамагнетиках послаблюється. Магнітна проникність і магнітна сприйнятливість не залежать від напруженості магнітного поля H (рис.23.1, а). До діамагнетиків відносяться, наприклад, мідь, германій, кремній, вісмут.

У **парамагнетиків** $\mu \approx 1,0001 > 1$, а $\chi \approx 10^{-4} > 0$, тобто магнітне поле незначно підсилюється. Магнітна проникність і



Рисунок 23.1

магнітна сприйнятливість також не залежать від напруженості магнітного поля H , але тільки у відносно слабких полях і при високих температурах. В сильних полях і при низьких температурах намагніченість асимптотично наближається до насичення J_s (рис.23.1, б). Крім того, у парамагнетиків χ обернено пропорційно залежить від температури по

закону Кюрі

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (23.3)$$

де C – стала Кюрі визначається природою парамагнетика. До парамагнетиків відносяться Pt , $FeCl_2$, CaO , $NiSO_4$.

У **феромагнетиків** $\mu \gg 1$ і $\chi \gg 1$, тобто магнітне поле значно підсилюється. Залежність магнітної проникності і магнітної сприйнятливості від напруженості магнітного поля складніша, ніж у парамагнетиків (рис.23.2).

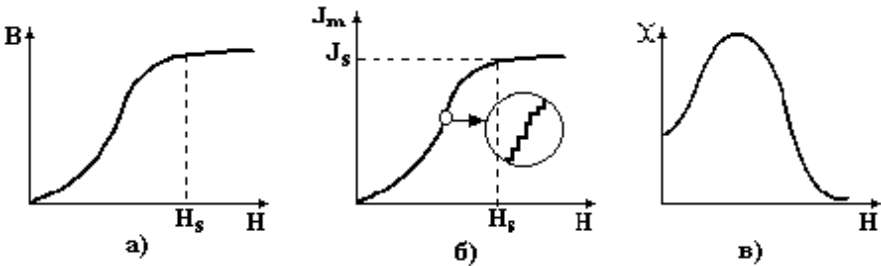


Рисунок 23.2

Із збільшенням намагнічуючого поля H індукція B (рис.23.2, а) і намагніченість J_m (рис. 23.2, б) зростають спочатку швидко, а потім зростання сповільнюється, а починаючи деякого значення H_s намагніченість практично досягає граничного значення насичення J_s . Магнітна сприйнятливості при цьому наближається до 0. Ретельне вивчення кривої намагнічування показує, що вона має стрибкоподібний характер (рис.23.2, б). Це явище називається ефектом Баркгаузена, який вперше виявив таку закономірність.

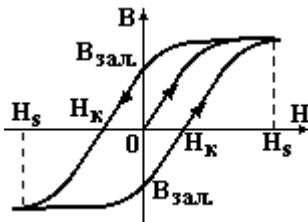


Рисунок 23.3

На рис.23.3 приведена крива повного циклу перемагнічування феромагнетика (петля гістерезису). Видно, що зміна B відстає від зміни H . Це явище називається **гістерезисом**. При $H = 0$ $B = B_{\text{зал}}$ – це залишкова намагніченість. Для її знищення необхідно прикласти розмагнічуюче (протилежне за напрямком) магнітне поле H_k , напруженість якого називається **коерцетивною силою**. Площа петлі гістерезису пропорційна роботі перемагнічування одиниці

об'єму феромагнетика, яка перетворюється в тепло. Матеріали з вузькою петлею гістерезису називаються магнітом'якими, а з широкою – магнітожорсткими. Наприклад, для сплаву магніто (від **магнит**, **нікель** і **кобальт**), який використовується для виготовлення постійних магнітів, $H_k \approx 5 \cdot 10^5$ А/м, $B_{\text{зал}} \approx 1,35$ Тл.

При нагріванні феромагнетиків їхні магнітні властивості змінюються (рис.23.4). До деякої, характерної для кожного матеріалу, температури θ_k магнітна сприйнятливості не залежить від температури, а потім різко зменшується, і феромагнетик перетворюється в парамагнетик. Має місце фазовий перехід другого роду. Подальша зміна χ відбувається по закону Кюрі-Вейса

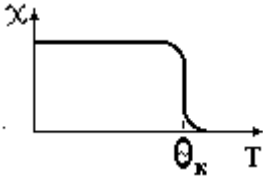


Рисунок 23.4

$$\chi = \frac{C}{T - \theta}, \quad (23.4)$$

де θ – парамагнітна температура дещо вища за температуру Кюрі θ_k .

Намагнічування феромагнітних тіл супроводжується зміною геометричних розмірів. Це явище називається магнітострикцією і лежить в основі дії генераторів ультразвукових коливань.

Типовими феромагнетиками є залізо, кобальт, нікель.

З'ясуємо природу цих магнітних властивостей.

23.2 Магнітні властивості атомів. Гіромагнітні відношення

Згідно з теорією атома Бора (вона для пояснення магнітних властивостей атома дає достатнє наближення) електрон в атомі рухається по круговій орбіті утворюючи замкнутий орбітальний струм

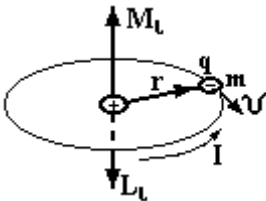


Рисунок 23.5

$$I = -q \cdot \nu \quad \left(\nu = \frac{v}{2\pi} \text{ — частота обертання} \right)$$

електрона на орбіті, v – лінійна швидкість, r – радіус орбіти, q –заряд електрона). Орбітальний магнітний момент цього струму

$M_\ell = \mu_o \cdot I \cdot S$. $S = \pi \cdot r^2$ - площа орбіти. Одержуємо

$$M_\ell = -\mu_o q \hbar / 2. \quad (23.5)$$

Вектор цього орбітального моменту направлений перпендикулярно до площини орбіти (рис.23.5) у відповідності з правилом правого гвинта.

Механічний орбітальний момент імпульсу (кількості руху) електрона

$$L_\ell = m_{\text{ел}} v r \quad (23.6)$$

направлений проти вектора M_ℓ . Відношення магнітного моменту до механічного

$$\Gamma_\ell = \frac{M_\ell}{L_\ell} = -\frac{\mu_o q}{2m_{\text{ел}}} \quad (23.7)$$

називається **гіромагнітним відношенням** у даному випадку орбітальним. Видно, що воно не залежить від радіуса орбіти і швидкості електрона, тобто однакове для будь-якої орбіти.

По квантовій теорії атома орбітальний механічний момент електрона і його проекція на напрямок магнітного поля H змінюються дискретно (квантуються)

$$L_\ell = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}, \quad L_{\ell H} = m \hbar. \quad (23.8)$$

$\ell = 0, 1, 2, 3, \dots$, $m = -\ell, \dots, 0, \dots, \ell$ - орбітальне і магнітне квантові числа відповідно.

Із (23.7) і (23.8) одержуємо

$$M_\ell = -\frac{\mu_o q}{2m_{\text{ел}}} L_\ell = -\frac{\mu_o q}{2m_{\text{ел}}} \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)} = -\mu_B \sqrt{\ell(\ell+1)}, \quad (23.9)$$

$$M_{\ell H} = -\frac{\mu_o q}{2m_{\text{ел}}} L_{\ell H} = -\frac{\mu_o q}{2m_{\text{ел}}} \hbar m = -\mu_B m. \quad (23.10)$$

$$\text{Тут } \mu_B = \frac{\mu_o q}{2m_{\text{ел}}} \hbar = 1,15 \cdot 10^{-29} \text{ В} \cdot \text{с} \cdot \text{м} \quad \text{магнетон Бора} -$$

найменше значення магнітного моменту атома, або „квант” магнітного моменту. Ця величина прийнята за одиницю вимірювання магнітного моменту в атомних системах.

Таким чином, орбітальний магнітний момент атома і його проекція теж змінюються дискретно.

Крім орбітальних електрон має і спінові механічний L_s і магнітний M_s моменти, які теж квантуються. Відношення цих моментів дає спінове гіромагнітне відношення

$$\Gamma_s = \frac{M_s}{L_s} = -\frac{\mu_o q}{m_{\text{ел}}}, \quad (23.11)$$

яке, як показали вимірювання, в два рази більше, ніж орбітальне.

Магнітний момент мають і ядра атомів, але його величина на $2 \div 3$ порядки менша від магнітного моменту електрона, і тому у більшості випадків ним нехтують.

Таким чином, для знаходження магнітного моменту атома необхідно векторно, з врахуванням квантування додати всі орбітальні і спінові магнітні моменти усіх його електронів. Для повністю заповнених електронних оболонок результуючий орбітальний і спіновий моменти дорівнюють нулю, а для незаповнених – відмінний від нуля. Отже такі атоми мають постійний магнітний момент.

23.3 Природа діамagnetизму

Розглянемо рух електрона при відсутності зовнішнього магнітного поля по коловій орбіті радіусом r з кутовою швидкістю ω_o

(рис.23.6). На нього діє доцентрова сила $F_o = m_{\text{ел}} \omega_o^2 r$,

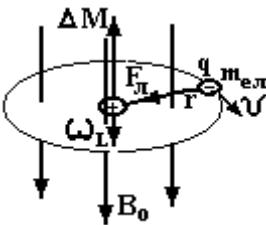


Рисунок 23.6

природа якої зараз нас не цікавить. При накладенні зовнішнього магнітного поля B_o на електрон буде додатково діяти сила Лоренца $F_L = q\omega_o r B_o$, направлена в нашому випадку теж до центра орбіти. Під дією цих двох сил зміниться кутова швидкість. Вона зросте на величину ω_L , яка називається частотою Лармора, і стане рівною $\omega = \omega_o + \omega_L$.

За другим законом Ньютона

$$F_o + F_L = m_{\text{ел}} \omega^2 r \Rightarrow m_{\text{ел}} \omega_o^2 r + q\omega_o r B_o = m_{\text{ел}} (\omega_o + \omega_L)^2 r.$$

Розкриваючи дужки і нехтуючи доданком, який містить ω_L^2 , так як він набагато менший за інші із-за нескінченно малого значення частоти Лармора ($\omega_L \ll \omega_o$), одержуємо

$$\omega_L = \frac{qB_o}{2m_{el}}. \quad (23.12)$$

Збільшення кутової швидкості приводить до зростання орбітального струму електрона, а отже і орбітального магнітного моменту на величину так званого індукованого магнітного моменту

$$\Delta M = \mu_o S \Delta I = -\mu_o \pi r^2 q \frac{\omega_L}{2\pi} = -\frac{\mu_o q^2 r^2}{4m_{el}} B_o. \quad (23.13)$$

Цей магнітний момент направлений проти зовнішнього поля B_o . Отже діамagnetики намагнічуються в напрямку, протилежному зовнішньому полю і послаблюють його..

У випадку, коли зовнішнє поле B_o не перпендикулярне площині орбіти, виникає прецесія орбіти навколо цього поля, подібно дзизи. При цьому також виникає індукований магнітний момент, але дещо менший. Якщо змінити напрямок зовнішнього магнітного поля, індукований магнітний момент теж змінить напрямок у буде послаблювати намагнічуюче поле.

Таким чином, **діамагнітний ефект** заключається в послабленні зовнішнього магнітного поля за рахунок зміни орбітального руху електрона і виникнення протилежно направлено індукованого магнітного моменту. Цей ефект має місце в усіх магнетиках, але порівняно з іншими магнітними ефектами (парамагнітним, феромагнітним) може бути домінуючим, як це спостерігається у діамagnetиках, чи навпаки не проявляється.

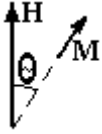
23.4 Природа парамагнетизму. Парамагнетизм електронного газу

Парамагнітні властивості характерні речовинам, електронні оболонки атомів яких не повністю заповнені, тобто атоми мають постійний магнітний момент M , або уявляють собою постійні магнітні диполі. Другою умовою існування парамагнітного ефекту є слаба взаємодія цих диполів між собою. Відомо, що потенціальна енергія U

магнітного диполя M у зовнішньому полі напруженістю H залежить від кута θ між ними (рис.23.7)

$$U = -MH \cos \theta. \quad (23.14)$$

Мінімальне значення буде при $\theta = 0^\circ$.



Тому всі диполі намагаються зорієнтуватись у напрямку зовнішнього поля H , викликаючи його підсилення. Результуючий магнітний момент речовини складається із проекцій магнітних моментів окремих атомів на напрямок зовнішнього поля. Тепловий рух викликає

Рисунок 23.7 дезорієнтацію магнітних моментів окремих атомів, і чим вища температура, тим сильніша ця дезорієнтуюча дія і тим менша намагніченість і магнітна сприйнятливість. При певній температурі встановлюється динамічна рівновага між орієнтуючою дією поля і дезорієнтуючою дією теплового руху.

Вважаючи, що кут θ може приймати будь-яке значення, і скориставшись Больцманівським законом розподілу цих кутів, французький фізик П.Ланжевен (1872-1946) розрахував намагніченість одиниці об'єму J_m і магнітну сприйнятливість χ

$$J_m = \frac{nM^2}{3kT} H, \quad \chi = \frac{nM^2}{3\mu_0 k} \cdot \frac{1}{T}. \quad (23.15)$$

Видно, що $J_m \sim H$, а $\chi \sim T^{-1}$ у відповідності із законом Кюрі.

Відмітимо, що речовина буде парамагнетиком, коли підсилення магнітного поля за рахунок орієнтації магнітних диполів буде перевищувати діамангнітний ефект.

Парамагнітні властивості мають і вільні електрони. В зоні провідності знаходяться електрони з протилежно направленими спінами і спіновими магнітними моментами приблизно в однаковій кількості. Результуючий спіновий магнітний момент електронного газу дорівнює нулю. Під дією зовнішнього магнітного поля частина спінів, „перекидається” (змінює напрямок на протилежний), щоб потенціальна енергія їх була мінімальною у відповідності з формулою (23.14). В результаті кількість електронів з протилежними спінами становиться не однакою. Виникає результуючий магнітний момент, який і підсилює зовнішнє поле.

23.5 Гіромагнітні досліді. Природа феромагнетизму.

Антиферромагнетики. Феріти

У розд. 23.2 було встановлено, що магнітний і механічний моменти атомів направлені вздовж однієї лінії в протилежних напрямках. Тому при орієнтуючій дії на один із них, другий також зазнає орієнтуючої дії. В цьому і заключається ідея гіромагнітних дослідів (рис.23.8).

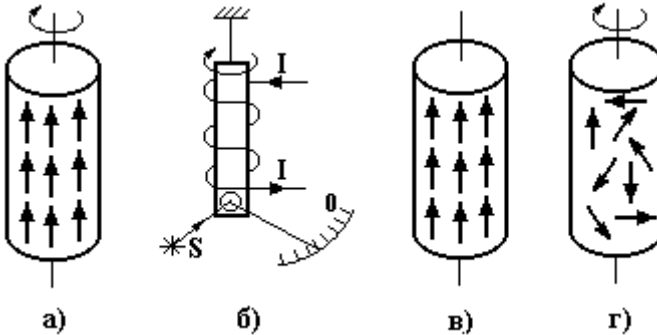


Рисунок 23.8

Бернетт у 1909 році одержав намагнічування залізного стержня при його швидкому обертанні (рис.23.8, а). Механічні моменти електронів за рахунок гіроскопічних сил, подібно дзизи, орієнтуються вздовж осі обертання стержня. Разом з ними орієнтуються і їхні магнітні моменти, що приводить до намагнічування стержня.

У 1915 році А. Ейнштейн і А. Де Гааз провели протилежний дослід (рис.23.8, б). Вони намагнічували залізний стержень. Разом з магнітними моментами орієнтувались і механічні моменти електронів. У відповідності із законом збереження моменту імпульсу, стержень повинен прийти в обертальний рух, що і було підтверджено експериментально.

У 1917 році А.Ф.Іоффе і П.Л.Капіца швидко нагріли намагнічений стержень вище точки Кюрі. До нагрівання магнітні і механічні моменти були зорієнтовані (рис.8.8, в), але стержень не обертався. Після нагрівання орієнтація магнітних і механічних моментів стала хаотичною (рис.8.8, г), і сумарний механічний момент став відмінний від нуля. Стержень приходив у обертальний рух у відповідності із законом збереження моменту імпульсу.

У всіх цих дослідах вимірювалось відношення магнітного моменту до механічного, тобто гіромагнітне відношення. Виявилось, що для феромагнітних тіл воно дорівнює спіновому гіромагнітному відношенню $-\mu_0 \cdot q/m_{\text{ел.}}$. Це свідчить про те, що феромагнетизм зумовлений не орбітальними, а спіновими магнітними моментами електронів. При цьому утворюються області ($\sim 10^{-2} \div 10^{-3}$ см) спонтанного намагнічування – домени. В домені спінові магнітні моменти електронів орієнтовані паралельно, що і приводить до намагнічування. У не намагніченому феромагнетика магнітні моменти доменів орієнтовані хаотично (рис.23.9, а). При намагнічуванні вони

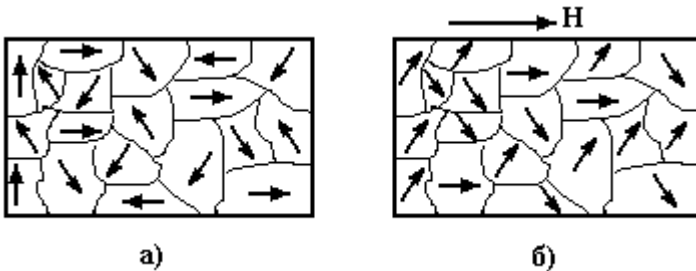


Рисунок 23.9

одержують переважну орієнтацію вздовж зовнішнього поля H (рис.23.9, б), підсилюючи його.

Як же утворюються домени? Сила зв'язку між атомами в домені носить обмінну природу. Відбувається обмін електронами внутрішніх незаповнених оболонок атомів, причому, як зазначалось у розділі 16.4 формула (16.5), енергетично вигіднішою може бути паралельна орієнтація спінів і спінових магнітних моментів. Це феромагнетики. У випадку, коли енергетично вигіднішою є антипаралельна орієнтація спінів, домени не утворюються. Це антиферомагнетики, наприклад MnO .

Доменна природа феромагнетизму легко пояснює ефект Баркгаузена (рис.23.2,б). Ступінчатий характер кривої намагнічування зумовлений послідовною стрибкоподібною переорієнтацією окремих доменів. Насичення намагнічування пояснюється тим, що вже всі домени зорієнтовані вздовж намагнічуючого зовнішнього поля.

У антиферомагнетиках спіни електронів паралельні і домени не утворюються. Але при нагріванні антипаралельна орієнтація руйнується і стає паралельною. Намагніченість антиферомагнетика зростає (рис.23.10). При певній температурі, яка називається антиферомагнітною точкою Кюрі, або температурою Нееля T_N , намагніченість досягає максимуму, а потім зменшується, як і у феромагнетиків. Антиферомагнетик перетворюється в парамагнетик.

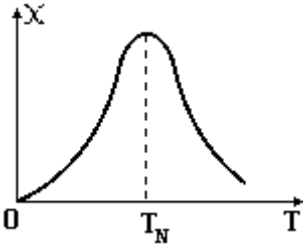


Рисунок 23.10

Антиферомагнетик можна розглядати як складну структуру, утворену двома підгратками, кожна із яких спонтанно намагнічена, і вставлені одна в іншу так, що їхні намагніченості протилежні. Якщо магнітні моменти цих підграток однакові, то при 0K вони компенсують одна одну, і магнітний момент антиферомагнетика дорівнює нулю. У випадку, коли магнітні моменти підграток різні, виникає спонтанна намагніченість кристалу. Такий некомпенсований антиферомагнетик називається ферімагнетиком, або феритом, наприклад, FeO , Fe_2O_3 . Відмінна особливість феритів це хороші магнітні властивості (висока магнітна проникність, мала коерцетивна сила, велике значення індукції насичення) і великий електричний опір. Саме за рахунок високого електричного опору їх широко використовують у техніці надвисоких частот (НВЧ), тому що втрати на нагрівання за рахунок індукційних струмів Фуко мізерні.

24 Елементи ядерної фізики

24.1 Склад і характеристики атомних ядер

Ядра всіх елементів складаються із елементарних частинок двох видів: протонів і нейтронів (нуклонів).

Протони мають заряд $+1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл $= +e$, масу $m_p = 1836,1 \cdot m_e$, спин 0,5, власний магнітний момент $\mu_p = 2,79 \cdot \mu_B = 2,79 \cdot \mu_B \cdot (m_p/m_e) = \mu_B/660$, де μ_B – магнетон Бора (див. розділ 23.2). Магнітний момент протона у 660 разів менший, ніж магнітний момент електрона.

Нейтрон був відкритий у 1932 році англійським фізиком Д.Чедвіком (1891-1974). При бомбардуванні берилію α – частинками (двозарядні іони гелію He^{+2}) було виявлене якесь невідоме сильно проникаюче випромінювання. Енергія частинок цього випромінювання була оцінена Чедвіком по взаємодії з азотом і аргоном. Були одержані значення 55 MeV, 90 MeV, 150 MeV з дуже великою розбіжністю. Для γ -випромінювання (короткохвильове електромагнітне випромінювання) таку велику різницю в енергії γ -квантів пояснити неможливо. Тому був зроблений висновок, що має місце потік важких частинок масою $m_n = 1836,6 \cdot m_e$. Велика проникаюча здатність ($10 \div 20$ см шар свинцю) пояснювалась відсутністю заряду. Не дивлячись на це, нейтрон має спин 0,5 і власний магнітний момент $\mu_n = -1,91 \cdot \mu_B$. Знак (-) показує, що вектор магнітного моменту направлений проти вектора механічного моменту.

Відразу ж після відкриття нейтрона радянський фізик Д.Д.Іваненко і німецький учений В.К.Гейзенберг запропонували протонно-нейтронну модель ядра. По цій моделі ядро складається із протонів і нейтронів, загальна їх кількість дає масове число A . Число протонів Z дорівнює позитивному заряду ядра і кількості електронів в атомі. Це порядковий номер елементу в таблиці Д.І Менделєєва. Тоді очевидно, що число нейтронів $N = A - Z$. Позначаються ядра X_Z^A . Ядра з однаковим порядковим номером Z і різними масовими числами A , тобто різною кількістю нейтронів, називаються ізотопами, наприклад, $\text{O}_8^{16}; \text{O}_8^{17}; \text{O}_8^{18}; \text{H}_1^1; \text{H}_1^2; \text{H}_1^3$.

Радіуси ядер залежать від масового числа A (кількості нуклонів)

$$r_{\gamma} = 1,3 \cdot \sqrt[3]{A} \cdot 10^{-15} \text{ м}, \quad (24.1)$$

а тому густина ядер усіх елементів однакова.

Спин ядра складається із спінів нуклонів, які орієнтуються антипаралельно. Тому більшість спінів нуклонів взаємно

компенсуються. Ядра з парною кількістю протонів і парною кількістю нейтронів мають нульовий спіні.

24.2 Природа ядерних сил

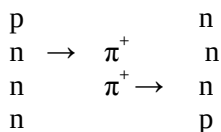
Між нуклонами в ядрі можуть діяти такі сили:

- **сили гравітаційного притягування**, але вони настільки малі, що не можуть забезпечити досить велику енергію зв'язку, яка спостерігається експериментально;
- **сили електростатичної природи** також не можуть забезпечити зв'язок, а навпроти приводять до відштовхування однойменно заряджених протонів і не діють на нейтрони;
- особливі, **ядерні сили**, які мають обмінну природу. Така гіпотеза вперше була запропонована у 1934 радянським фізиком І.Є.Таммом (1895-1971) році і розвинута японським фізиком Х.Юкавою.

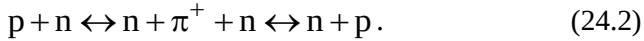
Ідея про обмінну природу ядерних сил запозичена із квантової електродинаміки, де електромагнітна взаємодія між частинками пояснюється обміном фотонами – частинками з нульовою масою спокою. Юкава для пояснення великих значень енергії зв'язку атомних ядер припустив, що нуклони повинні обмінюватись частинками з ненульовою масою спокою. По його оцінкам маса цих частинок повинна складати $200 \div 300 m_e$, тобто мати проміжне значення між масою електрона і масою нуклонів. Вони були названі **мезонами** від грецького слова мезос- середній. Такі частинки були виявлені у 1947 році в космічному випромінюванні і були названі **π -мезонами**, або просто **піонами**. Були виявлені позитивні π^+ , негативні π^- і нейтральні π^0 піони. Заряд позитивних піонів дорівнює заряду електрона. Маса заряджених піонів $273 \cdot m_e$, нейтрального - $264 \cdot m_e$ дійсно лежать в межах, передбачених Юкавою. Спіни всіх піонів дорівнюють 0.

Розглянемо процес обміну піонами між нуклонами.

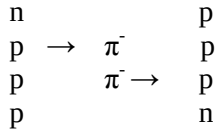
- а) Між протоном (p) і нейтроном (n) з участю π^+ -піона:



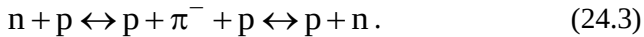
Протон випромінює π^+ - піон, перетворюючись у нейтрон. Цей піон поглинається нейтроном. Утворюється протон. Далі процес іде в зворотному напрямку. Схематично його можна записати так



б) Між протоном (p) і нейтроном (n) з участю π^- -піона:

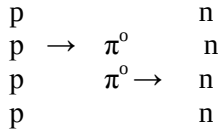


Схематично

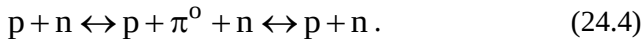


Видно, що при обміні зарядженими піонами кожний нуклон частину часу знаходиться в зарядовому стані, а частину в нейтральному.

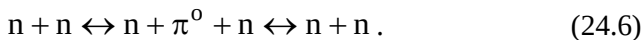
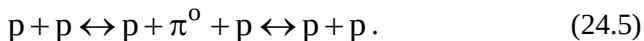
в) Між протоном і нейтроном нейтральним піоном:



Схематично



Аналогічно зображається обмін між однаковими нуклонами



Таким чином кожний нуклон безперервно випромінює і поглинає піони, утворюючи навколо себе піонні хмари.

Розглянемо рад експериментальних фактів та їх пояснення з точки зору піонної теорії ядерних сил.

– **Зарядова незалежність** ядерних сил, тобто сили зв'язку між р-р, р-п, п-п однакові. Це спостерігається в дослідях по розсіюванню одних нуклонів на інших. По піонній теорії принципової різниці між протонами і нейтронами для взаємодії між собою немає.

– **Насичений характер ядерних сил** заключається в тому, що кожний нуклон утворює зв'язок з обмеженим числом сусідніх нуклонів. Дійсно, обмінна взаємодія піонами може здійснюватись тільки з найближчими нуклонами, і коли є перекриття піонних хмар.

– **Наявність магнітних моментів** не тільки у протонів, а і у нейтронів піонна модель пояснює тим, що кожний нуклон оточений піонами, частина з яких можуть бути зарядженими. Така система може мати магнітний момент, аналогічно існуванню магнітного моменту у нейтральних атомів.

– **Кінцевий радіус дії ядерних сил** впливає із ненульової маси спокою піонів. Схеми (24.2)-(24.6) на перший погляд протирічать закону збереження енергії. Дійсно, була якась частинка, потім утворилась така ж і ще деяка (піон) здавалось би з нічого. Але якщо випромінений піон буде поглинутий за короткий проміжок часу (у відповідності з принципом невизначеності Гейзенберга за час

$\Delta t \leq \frac{h}{\Delta E}$), експериментально виявити це порушення закону

збереження неможливо. Оцінимо радіус дії ядерних сил. Нехай піони рухаються із швидкістю $V = 10^8$ м/с близькою до швидкості світла протягом максимально можливого часу Δt . Врахуємо співвідношення Ейнштейна $\Delta E = m_\pi \cdot c^2$. Одержуємо

$$r = V \cdot \Delta t = \frac{V \cdot h}{m_\pi \cdot c^2} = \frac{10^8 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{273 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16}} \approx 3 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

Це значення добре узгоджується з розмірами атомних ядер.

Таким чином, основні властивості ядерних сил вдається пояснити нуклон-піонною взаємодією.

24.3 Енергія зв'язку атомних ядер

Піонна теорія не дає можливості точно розрахувати енергію зв'язку ядер. Тому її розраховують по **дефекту мас**. Це різниця між масою всіх уособлених нуклонів і масою ядра, яке утворилось із цих нуклонів

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_{\text{я}} = Z \cdot m_H + (A - Z) \cdot m_n - m_a \quad (24.7)$$

Тут $m_{\text{я}}$, m_a - маси ядра і атома відповідно, m_H - маса атома водню.

Енергія зв'язку $E_{\text{зв}}$ розраховується за формулою Ейнштейна

$$E_{\text{зв}} = \Delta m \cdot c^2. \quad (24.8)$$

Енергія зв'язку, що припадає на один нуклон, називається питомою енергією зв'язку. Вона залежить від атомного номера

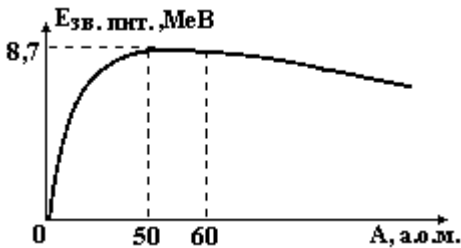


Рисунок 24.1

елемента (рис.24.1) і складає декілька МеВ. Це набагато більше (приблизно у 10^6 раз), ніж енергія зв'язку електрона в атомі ~ 10 еВ. Ядра з масовими числами $50 \div 60$ а.о.м. (а.о.м.- атомна одиниця маси $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг) мають найбільшу питому енергію зв'язку і тому вони найбільш енергетично вигідні.

Це елементи Cr, Mn, Fe, Co, Ni. Інші елементи теж досить стійкі, тому що для реакції ділення і реакцій синтезу необхідно подолати певний потенціальний бар'єр, тобто необхідна енергія активації. Якщо цей бар'єр подолати, то будуть протікати ядерні реакції з виділенням енергії, тому що питома енергія зв'язку як легких (реакції синтезу), так і важких (реакції ділення) менша, ніж 8,7 МеВ. Різниця цих енергій і буде виділятися. Це досить велика енергія. Наприклад, при синтезі двох ядер дейтерію H_1^2 в ядро гелію He_2^4 виділяється енергія 24 МеВ, тоді як в реакції горіння вуглецю $C + O_2 \rightarrow CO_2$ виділяється тільки 5 еВ.

24.4 Радіоактивність. Ядерні перетворення.

Правило зміщення

Радіоактивністю називається процес перетворення одних атомних ядер у інші, яке супроводжується випромінюванням певних елементарних частинок. До радіоактивних процесів відносяться:

α – розпад, випромінюються іони гелію He^{+2} (α – частинки);

β – розпад, з участю електронів;

γ – розпад, випромінюються γ – кванти, електромагнітне випромінювання з малою довжиною хвилі ($10^{-10} \div 10^{-13}$ м);

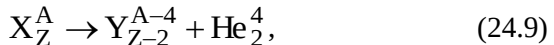
Протонна радіоактивність, випромінюються протони, іони атомів водню H^+ ;

Реакції ділення важких ядер.

Ці процеси можуть протікати як самовільно (природна радіоактивність), так і викликатись штучно (штучна радіоактивність).

Розглянемо приклади деяких радіоактивних перетворень.

α – розпад протікає по схемі (X , Y – символи вихідного і кінцевого елементів відповідно):

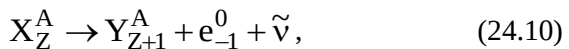


наприклад, $\text{U}_{92}^{238} \rightarrow \text{Th}_{90}^{234} + \text{He}_2^4$, уран перетворився у торій.

Атом, що утворюється, може знаходитись у збудженому стані. Тоді переходячи в нормальний стан, цей атом може випромінювати рентгенівські промені (γ – випромінювання). Крім того α – частинка має значну кінетичну енергію.

β – розпад. Існують три різновидності β – розпаду:

– **електронний розпад**, коли ядро випромінює електрон:

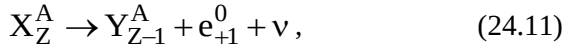


наприклад, $\text{Th}_{90}^{234} \rightarrow \text{Pa}_{91}^{234} + e_{-1}^0 + \tilde{\nu}$,

торій перетворився в протактиній і електрон. Але тут виникає ще одна частинка ν -нейтрино, або $\tilde{\nu}$ - антинейтрино з половинним спіном, нульовим зарядом, і масою, набагато меншою від маси електрона. Саме вони забезпечують виконання закону збереження моменту

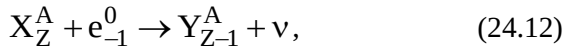
імпульсу. Дійсно, так як спин ядра дорівнює 0,5, а спин електрона $\pm 0,5$, то загальний спин частинок, які виникають при такому перетворенні, може бути або 0, або 1, що відрізняється від спіна вихідного атома (0,5). Нейтріно і антинейтріно були експериментально виявлені у 1956 році.

– β^+ - розпад, або позитронний розпад. Уцьому випадку із ядра вилітає позитрон – частинка, яка має заряд $+e$ і масу електрона.



наприклад, $N_7^{13} \rightarrow C_6^{13} + e_{+1}^0 + \nu$ азот перетворюється у вуглець.

– **електронний захват** полягає в поглинанні (захопленні) ядром електрона першої електронної орбіти (К-орбіти), так як вона найближча до ядра. Значно рідше захоплюються електрони з більш віддалених орбіт: другої L, або третьої M – орбіт. В результаті такого захвату один із протонів перетворюється в нейтрон, випромінюючи нейтріно



наприклад, $K_{19}^{40} + e_{-1}^0 \rightarrow Ar_{18}^{40} + \nu$ калій перетворюється в аргон. Після такого захвату звільнене місце займають електрони із більш віддалених від ядра орбіт, що супроводжується рентгенівським випромінюванням.

При протонній радіоактивності випромінюються один або декілька протонів

Узагальнюючи вище розглянуті процеси радіоактивності, можна відмітити, що завжди виконується закон збереження заряду і масових чисел і сформулювати **правило зміщення**: при α – розпаді маса ядра зменшується на 4 а.о.м., а заряд на 2, і таким чином елемент зміщується на 2 клітинки до початку таблиці Менделєєва. При β – розпаді маса ядра не змінюється, а заряд збільшується на 1, і елемент зміщується на 1 клітинку до кінця таблиці Менделєєва, а при β^+ - розпаді на 1 клітинку до її початку.

24.5 Закон радіоактивного розпаду

Знайдемо закон зміни з часом кількості атомів, що зазнали радіоактивного перетворення. Нехай спочатку маємо N_0 радіоактивних атомів. Очевидно, що кількість dN атомів, які розпадаються за час dt буде пропорційна цьому часові і кількості N атомів, які на цей момент ще не розпалися

$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt. \quad (24.13)$$

Знак (-) показує, що кількість атомів, які не розпалися, зменшується.

$\lambda = \frac{dN}{N} \cdot \frac{1}{dt}$ - стала **радіоактивного розпаду** показує долю атомів, що розпадаються за одиницю часу. Для кожного радіоактивного елементу це величина стала, але різна для різних елементів.

Інтегруємо рівняння (24.13) з початковими умовами: про $t = 0$ $N = N_0$.

$$\frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt; \Rightarrow \ln N = -\lambda \cdot t + \ln N_0; \Rightarrow$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (24.14)$$

Кількість атомів, що розпалися

$$N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}). \quad (24.15)$$

Час T , за який розпадається половина всіх радіоактивних атомів, називається **періодом піврозпаду**. Для різних елементів він різний і лежить в межах від $3 \cdot 10^{-7}$ сек. до $5 \cdot 10^{15}$ років. Знайдемо зв'язок між періодом піврозпаду T і сталою розпаду λ . Для цього у (24.14) підставимо $t = T$, $N = 0,5 \cdot N_0$. Одержуємо

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}, \quad \text{або} \quad T = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (24.16)$$

Кожний радіоактивний препарат характеризується **активністю** – це швидкість розпадів

$$n = \left| \frac{dN}{dt} \right| = N_0 \lambda e^{-\lambda t} = \lambda N = \frac{N \cdot \ln 2}{T}. \quad (24.17)$$

Активність тим менша, чим менше радіоактивних атомів залишилось і чим більший період піврозпаду. Вимірюється активність в 1/с, або 1 Кюрі = $3,7 \cdot 10^{10}$ 1/с.

ЛІТЕРАТУРА

1. Савельев, И.В. Курс общей физики. Т.2 [Текст]/ И.В. Савельев. - М.: Наука Савельев, И.В. Курс общей физики. Т.1 [Текст]/ И.В. Савельев. - М.: Наука, 1982.- 432с.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики. Т.2 [Текст]/ И.В. Савельев. - М.: Наука, 1982.- 496 с.
3. Савельев, И.В. Курс общей физики. Т.3 [Текст]/ И.В. Савельев. - М.: Наука, 1982.- 304 с.
4. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст]/Трофимова Т.И. - М: Академия, 2006.-560 с.
5. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Т.1. Механика [Текст] / Д.В.Сивухин.– М: Наука, 2005, - 559 с.
Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Т.3. Электричество [Текст] / Д.В.Сивухин.– М: Наука, 2004, - 654 с.
6. Воловик, П.М. Фізика: Для університетів [Текст] / П.М.Воловик. – К.: Ірпінь: Перун, 2005.–864 с.
7. Чолпан, П.П. Фізика [Текст]/ П.П.Чолпан.– К.: Вища школа, 2003.- 512с.
8. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Т.7[Текст] /Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.–М.: Наука, 1982.–620 с.
9. Калашников, С. Г. Электричество. Учебн. пособие [Текст]/С.Г.Калашников М.: Физматлит, 2003.– 624 с.
10. Александров, Н.В. Курс общей физики. Механика. [Текст]/Н.В.Александров, А.Я.Яшкин.–М.: Просвещение, 1978.– 416 с
11. Иродов, И.Е. Механика.Основные законы. Учебник для ВУЗов[Текст]/И.Е.Иродов .–М.: Бином. Лаборатория знганий, 2010.–309 с.
- 12.Бушок, Г.Ф. Курс фізики.-т.1,2,3[Текст]/.Ф.Бушок, Є.Ф.Венгер.– К.:Вища школа, 2002.
- 13.Кучерук, І.М. Загальний курс фізики.Т. Т1.2.3.1,2,3[Текст]/ І.М.Кучерук, І.Т.Горбачук, П.П.Луцик.– К.: Техніка, 1999.
- 14.Епифанов, Г.И. Физика твердого тела: Учеб. пособие для. втузов [Текст] /Г.И.Епифанов.–М.: Высшая школа, 1977.–288 с.

15. Зачек І. Р., Кравчук І. М., Романишин Б. М., Габа В. М., Гончар Ф. М. Курс фізики: Навчальний підручник. – Львів: Видавництво “Бескид Біт”, 2002.
16. Дмитриева, В.Ф. Основы физики: Учеб. пособие для студ. вузов [Текст] / В.Ф.Дмитриева, В.Л.Прокофьева. – М.: Высшая школа, 2001. – 527 с.
17. Тамм, И.Е. Основы теории электричества: Учеб. пособие для. вузов [Текст] / И.Е.Тамм. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 616 с.
18. Шалимова, К. В. Физика полупроводников [Текст] / К.В.Шалимова. – М.: Энергия, 2010. – 392 с.
19. Яворский, Б.М. Курс Физики [Текст] / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф, С.М.Милковская. – М.: Высшая школа, 1964.
20. Иродов, И.Е. Механика. Основы знаний [Электронный ресурс] / И.Е.Иродов. – М.: Лаборатория знаний, 2017. – 1 pdf файл 312 с.