

УДК 678.02:621.365

Задоя Н.О.¹, Медведенко Є.Д.²

¹ канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

² студ. гр. М-316 НУ «Запорізька політехніка»

ПОСТАНОВКА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ НАГРІВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНОГО СКЛОПЛАСТИКУ

Під впливом радіаційних методів обробки в зоні опромінення досягається висока температура, що може викликати термічні деформації і погіршення якості склопластикових конструкцій (деструкція полімерного сполучного, газовиділення). Процес терморадіаційного твердіння полімерів, як поліконденсаційного, так і полімеризаційного типів ставить завдання оптимізації температурних режимів, які забезпечують якісне твердіння зв'язуючих. Одним із шляхів вирішення поставленого технологічного завдання є створення математичної моделі теплових процесів у склопластику при радіаційному твердінні та інженерних методів розрахунку температурних полів.

Поставимо задачу в такий спосіб. Циліндр нескінченної довжини, із внутрішнім радіусом r_1 і зовнішнім радіусом r_2 , обертається навколо своєї осі з постійною кутовою швидкістю ω . Поза його розташовується джерело електронів, який опромінює паралельним пучком заданої ширини b , викликаючи

нагрівання. Потужність теплового джерела Q на одиницю довжини циліндра може регулюватися енергією електронів E і струмом пучка I . Нагріті ділянки циліндра передають тепло холодним у результаті процесу теплопровідності. Тепло також розсіюється в просторі в результаті конвенції і теплового випромінювання.

Так як теплопровідність наповнювача відрізняється від теплопровідності сполучного, пакет із наповнювача та зв'язуючого є анізотропний по теплопровідності матеріал. Шари у циліндрі можуть бути спіральні-кільцеві та геодезичні. Спіральні-кільцеві шари характеризуються малим кутом до прямої і мають, отже, приблизну симетрію щодо відображень по тангенціальному, осьовому та радіальному напрямкам. Кожен окремо геодезичний шар не володіє такою симетрією, але зазвичай після шару з кутом намотування φ йде шар із кутом намотування $-\varphi$. Пара таких шарів вже приблизно володіє симетрією зазначеного виду. Це стосується також циліндра в цілому, який, таким чином, являє собою ортотропне тверде тіло, що має різну теплопровідність в трьох взаємно перпендикулярних напрямках. Теплові потоки в циліндричній системі координат у радіальному напрямку r , тангенціальному φ та осьовому z рівні відповідно: $q_r = -\lambda_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r}$; $q_\varphi = -\lambda_\varphi \cdot \frac{\partial T}{r \partial \varphi}$; $q_z = -\lambda_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z}$.

Проходячи по товщі матеріалу, енергія електронів зменшується за експоненціальним законом. Частина електронів віддають тепло композиту, а частина – розсіюється в просторі. Будемо вважати, що струм пучка I позначає ту частину струму електронів, яка витрачається на нагрівання циліндра зсередини і дозволяє розподіляти тепло рівномірно в межах ефективної ширини. Усередині виробу через процес гальмування електронів виділяється теплота. Об'ємна густина теплового потоку визначається як кількість теплоти, що виділяється гальмуванням електронів у елементарному обсязі середовища в одиницю часу, та позначається через $q(r, \varphi, z, \vartheta)$. В системі координат, пов'язаній із циліндром, який обертається (лагранджевої системі координат), циліндр стає нерухомим, а навколо нього обертається джерело електронів.

Диференціальне рівняння теплопровідності має у загальному випадку безліч рішень. Щоб із цієї множини вибрати рішення, що характеризує конкретний розглянутий процес, і дати повний опис цього процесу, необхідно до основного диференціального рівняння приєднати додаткові умови, які включають геометричні (форма та лінійні розміри тіла), фізичні (теплофізичні властивості) та крайові (сукупність початкового та граничних умов).

Диференціальне рівняння теплопровідності разом із заданими додатковими умовами повністю визначають крайову задачу теплопровідності.