

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет "Запорізька політехніка"

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**та розрахунково-графічні завдання з дисципліни  
“ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА” за темами: «Множини,  
відношення, функції, алгебраїчні структури, комбінаторика»  
для студентів комп’ютерних спеціальностей  
денної форми навчання**

Методичні вказівки та розрахунково-графічні завдання з дисципліни “ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА” за темами: «Множини, відношення, функції, алгебраїчні структури, комбінаторика» для студентів комп’ютерних спеціальностей денної форми навчання / Укл.: І.С. Пожуєва, Т.І. Левицька. – Запоріжжя: НУ "Запорізька політехніка", 2026. – 105 с.

Містить теоретичні питання та розрахунково-графічні завдання з курсу “Дискретна математика” для студентів комп’ютерних спеціальностей денної форми навчання за темами: множини, відношення, функції, алгебраїчні структури, комбінаторика.

Експерт спеціальності: М.Ю. Тягунова, доцент, к.т.н.

Рецензент: О.В. Коротунова, доцент, к.т.н.

Відповідальний  
за випуск: І.С. Пожуєва, доцент, к.т.н.

Рекомендовано до видання НМК  
факультету КНТ НУ «Запорізька  
політехніка»  
Протокол № 1 від 20.08.26

Затверджено на засіданні кафедри  
«Математика» НУ «Запорізька  
політехніка»  
Протокол № 1 від 18.08.26

## ЗМІСТ

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| ВСТУП .....                   | 4   |
| ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ .....      | 5   |
| ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ .....  | 9   |
| Варіант 1.....                | 9   |
| Варіант 2 .....               | 12  |
| Варіант 3 .....               | 15  |
| Варіант 4 .....               | 18  |
| Варіант 5 .....               | 22  |
| Варіант 6 .....               | 25  |
| Варіант 7 .....               | 28  |
| Варіант 8 .....               | 31  |
| Варіант 9 .....               | 34  |
| Варіант 10.....               | 38  |
| Варіант 11.....               | 41  |
| Варіант 12.....               | 44  |
| Варіант 13.....               | 47  |
| Варіант 14.....               | 50  |
| Варіант 15.....               | 54  |
| Варіант 16.....               | 57  |
| Варіант 17.....               | 60  |
| Варіант 18.....               | 63  |
| Варіант 19.....               | 66  |
| Варіант 20.....               | 70  |
| Варіант 21.....               | 73  |
| Варіант 22.....               | 76  |
| Варіант 23 .....              | 79  |
| Варіант 24.....               | 82  |
| Варіант 25.....               | 85  |
| Варіант 26.....               | 88  |
| Варіант 27.....               | 92  |
| Варіант 28.....               | 95  |
| Варіант 29.....               | 98  |
| Варіант 30.....               | 101 |
| ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ..... | 105 |

## ВСТУП

Індивідуальні завдання складені у відповідності до програми з курсу дискретна математика багатоступеневої підготовки фахівців і призначені для студентів денної форми навчання, що навчаються на факультеті КНТ.

У вказівках приведені основні теоретичні питання, на які студентам необхідно знати відповіді для виконання індивідуальних завдань. Приведено 30 варіантів індивідуальних завдань, кожне з котрих має 21 практичних задач за темами: «Множини, відношення, функції, алгебраїчні структури, комбінаторика» з курсу дискретна математика. Номер варіанту визначається за останніми двома цифрами номера залікової книжки студента.

Базою для успішного виконання наданих завдань є навчальний посібник [1] авторів цих методичних вказівок, який містить теоретичні відомості та приклади розв'язання задач, його можна завантажити з репозитарію НУ "Запорізька політехніка". Також при самостійній підготовці та для поглибленого вивчення курсу дискретної математики рекомендуємо використовувати літературу [2-9], наведену в переліку джерел посилання.

# ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ

## МНОЖИНИ. ВІДНОШЕННЯ. ФУНКЦІЇ.

### АЛГЕБРАЇЧНІ СТРУКТУРИ.

1. Що таке множина?
2. Які існують способи завдання множин?
3. Що таке порожня множина?
4. Що таке підмножина?
5. Чим відрізняється поняття включення ( $\subset$ ) від поняття належності ( $\in$ )?
6. Що таке розбиття із позиції теорії множин?
7. Коли множини є рівними?
8. Чи завжди будь-яка множина містить порожню множину як підмножину?
9. Що таке скінчена множина?
10. Що таке потужність множини?
11. Що таке рівнопотужні множини?
12. Які множини називають континуальними?
13. Що таке злічена множина?
14. Властивості злічених множин.
15. Дати означення основних булевих операцій над множинами.
16. Перелічить небулеві операції над множинами та запишіть їх через булеві.
17. Теорема Кантора.
18. Що таке універсум?
19. Наведіть основні закони алгебри множин: комутативний, асоціативний, дистрибутивний, закон поглинання та самопоглинання, закони де Моргана.
20. Наведіть властивості порожньої множини та універсума:  $A \cup \emptyset = \dots$ ,  $A \cap \emptyset = \dots$ ,  $A \cup U = \dots$ ,  $A \cap U = \dots$ ,  $A \cup \bar{A} = \dots$ ,  $A \cap \bar{A} = \dots$ .
21. Принцип двійстості.
22. Що таке булеан деякої множини та чому дорівнює потужність булеана скінченої множини?
23. Що таке декартовий добуток множин  $A$  і  $B$ ?

24. Що таке декартовий степінь деякої множини  $A$ ?
25. Що таке бінарне відношення, задане на множині  $A$ ?
26. Що таке область визначення та область значень відношення?
27. Способи завдання бінарних відношень.
28. Що таке композиція двох відношень?
29. Що таке степінь відношення?
30. Яке відношення називають зворотним до заданого?
31. Яке відношення називається рефлексивним, антирефлексивним, симетричним, антисиметричним, транзитивним, лінійним?
32. Які властивості буде мати матриця рефлексивного, симетричного, антисиметричного відношення, заданого на деякій непорожній скінченій множині?
33. Що таке відношення еквівалентності? Наведіть приклади.
34. Що таке клас еквівалентності?
35. Чи існують різні способи розбиття множини на класи еквівалентності?
36. Множина класів еквівалентності називається ....
37. Чи можна за матрицею відношення дійти висновку про те, що це матриця саме відношення еквівалентності?
38. Які відношення називають відношеннями строгого та нестрогого порядку? Наведіть приклади.
39. Що таке відношення часткового порядку та повного порядку?
40. Чи буде відношенням часткового порядку відношення, обернене до відношення часткового порядку?
41. Яке відношення називається функцією? Наведіть приклади.
42. Що таке сюр'єкція, ін'єкція, бієкція?
43. Що називають  $n$ -арною операцією на множині?
44. Що таке алгебра, чи алгебраїчна структура?
45. Що називають типом та сигнатурою алгебри. Наведіть приклади.
46. Яка алгебра називається булевою?
47. Дати означення підалгебри та навести приклад.
48. Перелічить властивості бінарних операцій.
49. Що таке гомоморфізм алгебри  $A$  в алгебру  $B$ ? Наведіть приклади.

50. Які алгебри є ізоморфними? Наведіть приклади.
51. Довести, що відношення ізоморфізму на множині однотипних алгебр є відношенням еквівалентності?
52. Що таке півгрупа та моноїд? Наведіть приклади.
53. Що таке комутативна півгрупа? Наведіть приклади.
54. Що таке група? Наведіть приклади.
55. Що таке абелева група? Наведіть приклади.
56. Які є приклади абелевої групи?
57. Що таке підстановка? Теорема Келі.
58. Що таке таблиця Келі та яку важливу особливість вона має для груп?
59. Наведіть означення кільця. Які є приклади комутативних та некомутативних кілець?
60. Що таке дільник нуля у кільці?
61. Дати означення поля та навести його приклади.

## КОМБІНАТОРИКА

1. У чому полягає основна задача комбінаторики.
2. Сформулюйте правило суми в комбінаториці для двох неперетинних множин.
3. Сформулюйте правило добутку в комбінаториці для вибору впорядкованої пари  $(x, y)$ .
4. Якщо  $X_1, X_2, \dots, X_n$  попарно неперетинні множини, то правило суми комбінаториці запишеться у вигляді ...
5. Якщо  $x_1$  - може бути вибраний  $n_1$  способами, після чого  $x_2$  -  $n_2$  способами, і т. д.,  $x_k$  -  $n_k$  способами, то вибір впорядкованої послідовності  $(x_1, x_2, \dots, x_k)$  може бути вибраним ... способами.
6. Як називається і обраховується число впорядкованих  $(n, m)$  вибірок, в якій елементи не повторюються?
7. Як називається і обраховується число впорядкованих  $(n, m)$  вибірок, в якій елементи можуть повторюватись?
8. Як називається і обраховується число неупорядкованих  $(n, m)$  вибірок, в якій елементи не повторюються?
9. Як називається і обраховується число неупорядкованих  $(n, m)$  вибірок, в яких елементи повторюються?

10. Що таке перестановка, запишіть формулу знаходження числа перестановок  $n$ -елементної множини.
11. Запишіть формулу для обчислення числа перестановок з повтореннями.
12. Що таке розбиття множини  $X$  на  $k$ -впорядкованих підмножин.
13. Запишіть формулу обрахування числа розбиттів множини  $X$  на  $k$ -впорядкованих підмножин.
14. Запишіть формулу обрахування числа розбиттів множини  $X$  ( $|X|=n$ ) на підмножини, серед яких для  $i=1, 2, \dots, n$  існує  $m_i \geq 0$  підмножин з  $i$  елементами, де  $\sum_{i=1}^n i \cdot m_i = n$  (Набор підмножин неупорядкований).
15. Запишіть формулу бінома Ньютона.
16. Чому дорівнює  $\sum_{m=0}^n C_n^m$ ? (Довести).
17. Як будується трикутник Паскаля? Що означають його елементи?
18. Як записується поліноміальна формула.
19. Запишіть формулу включень та виключень для двох скінчених множин.
20. Запишіть формулу включень та виключень для  $n > 2$  скінчених множин.
21. Якщо  $X$  - скінчена множина,  $X_1, \dots, X_n$  - підмножини  $X$ , тоді:  $|X/(X_1 \cup \dots \cup X_n)| = \dots$
22. Якщо  $|X|=N$  та елементи множини  $X$  можуть мати, чи не мати властивості:  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ , то кількість елементів в  $X$ , не маючих ні однієї з цих властивостей обчислюється за формулою...
23. Перелічить властивості біноміальних коефіцієнтів.
24. Дати означення твірної функції.
25. В чому полягає метод невизначених коефіцієнтів.

## ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

### Варіант № 1

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(A \cap B) \cup C$ ;

б)  $(A \cup C) \setminus \bar{B}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(B \setminus \bar{A}) \cup C$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{2, 3\} \in \{\{1, 2\}, 2, 3\}$ ;

б)  $Q \subset R$ ;

в)  $Q \cup N \subset N$ ;

г)  $N \cap Z \subset Z \cap Q$ ;

д) якщо  $C \subset \bar{A} \cup \bar{B}$ , то  $A \cap B \subset \bar{C}$ .

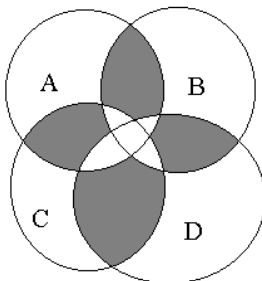
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \cap B) \Delta C) \setminus (A \cup C).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$\overline{A \cap B \cap C \cup (A \cap B) \cup \overline{C}}.$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \times B) \cap (A \times C) = A \times (B \cap C)$  ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$  :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| = x\}.$$

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } |x - 2y| \leq 3\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є рефлексивне, симетричне, нетранзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } \sqrt{(x+y)^2} = 9\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_2$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_1$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_2$ |
| $a_4$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_1$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_3$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_2$ |
| $b_3$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_2$ | $b_4$ |
| $b_4$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_3$ | $b_1$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина непарних чисел групою відносно операції додавання? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. У мамі було 2 яблука, 3 груші та 2 апельсини. Кожен день вона давала дитині по одному фрукту. Скількома способами вона могла це зробити?

2. Розклад на день містить 5 уроків. Визначити кількість таких можливих розкладів при виборі 11 дисциплін за умови, що жоден предмет не стоїть у розкладі двічі на день.

3. Скільки наборів із 17 тістечок можна скласти, якщо у продажу їх 4 сорти?

4. Із 15 робітників фірми директору треба назначити бухгалтера, його помічника, двох менеджерів і чотирьох кур'єрів. Скількома способами це можна зробити?

5. Скількома способами можна поставити в одну шеренгу гравців двох футбольних команд (по 6 чоловік) так, щоб при цьому два футболісти однієї команди не стояли поруч?

6. Три стрільці мають влучити у 15 мішеней (кожен у п'ять). Скількома способами вони можуть розподілити мішені між собою?

7. В екскурсії брали участь студенти технічного університету. Всі вони були зі значками, або з листівками. Юнаків було 16, а зі значками усього – 24 людини. Дівчат із листівками було стільки ж, скільки й юнаків із значками, дівчат із листівками та значками було – 5. Скільки всього було студентів?

## Варіант № 2

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $A \cup \overline{B \cap C}$ ;

б)  $(A \setminus C) \Delta B$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(\overline{B \Delta C}) \cap A$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$ ;

б)  $Q \in R$ ;

в)  $N \cap Z = Z$ ;

г)  $R \setminus N \subset R \setminus Q$ ;

д) якщо  $A \setminus C \subset B \setminus C$ , то  $A \subset B$ .

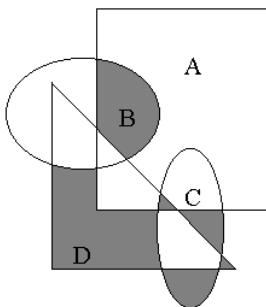
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \setminus C.$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \setminus B) \Delta (C \setminus B)) \cup B.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):  $(A \setminus B) \cup (A \cap B \cap C)$ .

8. Чи є вірною рівність  $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset A \& y \subset B \& |x| = |y| \& x \cap y = \emptyset\},$$

де  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$ .

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \& x^2 - 2x + y^2 \leq 3\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

- а) функціональним;  
 б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } y = \ln|x|\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_1$ | $a_3$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_2$     | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_3$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_2$ | $a_1$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_1$ |
| $b_2$  | $b_4$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_1$ |
| $b_3$  | $b_2$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_4$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_4$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи утворює поле множина матриць виду  $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$ , якщо  $a, b$  - дійсні числа? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

1. Кожен день, протягом 10 днів, клієнт брав з картки гроші

- а) 3 дні у сумі 100 грн, 5 днів у сумі 50 грн., 2 дня у сумі 20 грн.;  
 б) кожен день різну суму 5, 10, 15, ..., 50 грн.

Скількома способами він це міг зробити?

2. Скільки п'ятицифрових чисел можна утворити з дев'яти цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

3. Команда з п'яти спортсменів виступає на змаганнях, у яких бере участь ще 20 спортсменів. Скількома способами можуть бути розподілені місця, зайняті членами цієї команди, за умови, що жодне з них не може бути поділено, та немає значення, як місця будуть поділені між членами команди?

4. Комісія складається з голови, його заступника, та ще трьох чоловік. Скількома способами можна вибрати таку комісію з 7 чоловік?

5. Скількома способами можна розставити 5 різних книжок з математики і 3 різні книжки з фізики, щоб усі книжки з фізики стояли поруч?

6. Вісім авторів мають писати книгу з шістнадцяти розділів. Скількома способами можна розподілити матеріал між авторами, якщо дві людини напишуть по три розділи, чотири – по два та дві – по одному розділу книги?

7. Якщо відомо, що кожен учень у школі вивчає принаймні одну із іноземних мов, знайдіть загальну кількість учнів у школі, якщо відомо, що англійську мову вивчають 28 учнів, французьку – 23 учні, німецьку – 21 учень, англійську та французьку – 12 учнів, англійську та німецьку – 8 учнів, французьку та німецьку – 7 учнів, всі три мови – 5 учнів.

### Варіант № 3

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $\overline{B \cup C}$ ;

б)  $\overline{A \Delta C}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{(C \setminus A) \cup (A \setminus B)}$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\emptyset \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;

б)  $Q \cup R \subset Q$ ;

в)  $Q \cap Z = Z \cup N$ ;

г)  $Z \setminus N \subset R \setminus Q$ ;

д) якщо  $A \subset B$  і  $\overline{C} \subset \overline{B}$ , то  $C \cap A = \emptyset$ .

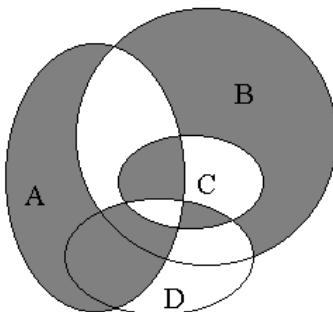
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(A \setminus (C \setminus B)) \cap (C \Delta A).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \setminus B) \Delta A.$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \cap B) \times (A \cap C) = A \times (B \cap C)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \ \& \ x \in y \ \& \ y \subset M \ \& \ |y| = x\}.$$

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |x + 1| \geq y\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є антирефлексивне, антисиметричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y = \lfloor \ln(x-1) \rfloor \}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_2$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_1$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_2$ |
| $a_4$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_1$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_1$ | $b_3$ | $b_3$ | $b_2$ |
| $b_2$  | $b_4$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_2$ |
| $b_3$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_2$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є кільцем множина квадратних матриць порядку  $n$  відносно операцій додавання та множення матриць? (Дати обґрунтовану відповідь.)

## Комбінаторика

1. У вчителя 4 однакових групи з англійської мови і 3 однакових - з французької. Кожен день він готується до однієї мови і проводить заняття в одній групі. Скількома способами він може вести таку підготовку?

2. Садівник протягом трьох днів має посадити 10 дерев десяти різних сортів. Скількома способами він може розподілити за днями свою роботу?

3. У поштовому відділенні продаються листівки 10 сортів. Скількома способами можна купити в ньому 12 листівок?

4. Скільки існує різних нескоротних дробів, чисельниками і знаменниками яких є числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13, 17, 19?

5. З цифр 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 утворюють різні п'ятицифрові числа, які не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 6 і 8 одночасно.

6. Скількома способами можна роздати 6 різних предметів трьом особам так, щоб кожна отримала по 2 предмети?

7. У спортивному клубі займаються 38 чоловік. З них 16 грають у баскетбол, 17 – у хокей, 18 – у волейбол. Баскетболом і хокеєм захоплюється 4 чоловіки, баскетболом і волейболом – 7, волейболом і хокеєм – 5. Скільки чоловік захоплюється одночасно хокеєм, баскетболом і волейболом? Скільки чоловік захоплюється лише одним із цих видів спорту?

### Варіант № 4

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $B \setminus (C \setminus A)$ ;

б)  $\overline{B \Delta C}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{(A \setminus B) \cup C \cap A}$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірною

твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{1, 2\} \subset \{\{1, 2\}, 2, 3\}$ ;

б)  $Q \cup R = R$ ;

в)  $N \cap R \subset Z$ ;

г)  $Z \setminus N \subset Q \setminus N$ ;

д) якщо  $A \cap \overline{B} \subset C$ , то  $A \subset B \cup C$ .

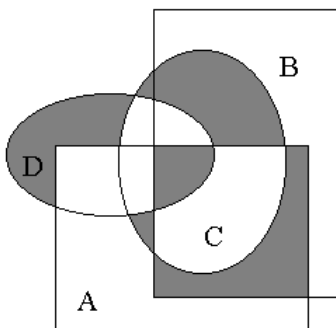
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C.$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(C \Delta A \cap B \cup C) \cup (B \setminus A).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$((A \Delta B \cup C) \cup \overline{A}) \cap C.$$

8. Чи є вірною рівність:

$$(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| = |x|\},$$

де  $M = \{x \mid x \in Z \ \& \ |x| \leq 1\}$ ,  $Z$  - множина цілих чисел.

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |4 + 2x| = y\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ (x + y)^2 = 4\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_2$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_4$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_4$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_2$ | $b_1$ | $b_1$ | $b_4$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_3$ | $b_1$ | $b_2$ |
| $b_3$  | $b_4$ | $b_2$ | $b_1$ | $b_3$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_4$ | $b_2$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина підстановок  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  групою відносно операції композиції підстановок? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

1. Скількома способами можна видати 15 учням:
  - а) 15 різних варіантів білетів;
  - б) 5 білетів першого варіанта, 5 – другого, 5 – третього?
2. Скількома способами можна розділити 6 різних цукерок між трьома дітьми?
3. Скількома способами можна розташувати 12 різних деталей у трьох різних ящиках?
4. Збори, на яких присутні 40 осіб, обирають голову, секретаря і трьох членів комісії. Скількома способами це можна зробити?
5. Для учнів класу було куплено 20 білетів у театр на місцях, що знаходяться в одному ряду (на якому 20 місць). Скільки є способів розподілу цих білетів між учнями (10 хлопців та 10 дівчат), щоб два хлопця або дві дівчини не сиділи поруч?
6. Десятьох тенісистів мають розподілити на групи по 2, 3 і 5 спортсменів для поїздки на три турніри, які обираються з 6 можливих. Скількома способами це можна зробити?
7. Знайдіть кількість цілих додатних чисел, що не більше 1000 і не діляться на жодне з чисел 3, 5 і 7.

## Варіант № 5

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $A \cap B \cup C$ ;

б)  $\overline{A \Delta C}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $C \setminus (\overline{A} \cup \overline{B}) \cap C$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $3 \in \{\{1, 2\}, 3, 4\}$ ;

б)  $Z \subset N$ ;

в)  $Q \cap Z \subset R \setminus N$ ;

г)  $Q \setminus Z \subset R \setminus N$ ;

д) якщо  $A \subset B$  і  $A \subset C$ , то  $A \subset B \cap C$ .

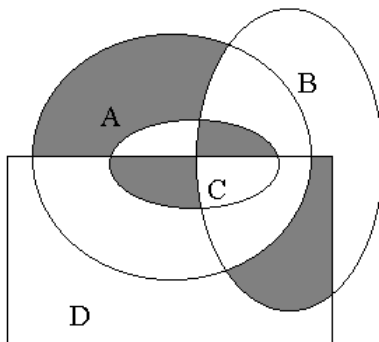
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину

$$B \cap (A \Delta (C \setminus B)) \setminus A.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$((A \Delta B) \setminus C) \cap \overline{B} \cup (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \times D) \cap (C \times B)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \ \& \ y \subset M \ \& \ |y| < x + 2\},$$

де  $M = \{x \mid x \in Z \ \& \ |x| \leq 1\}$ ,  $Z$  - множина цілих чисел.

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ (x + y)^2 = 4\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є рефлексивне, несиметричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ xy = 2\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_2$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_3$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_4$ | $b_1$ | $b_3$ | $b_2$ |
| $b_2$  | $b_2$ | $b_4$ | $b_2$ | $b_1$ |
| $b_3$  | $b_1$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_3$ |
| $b_4$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_4$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина непарних чисел групою відносно операції множення? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних кілець, що світяться, можна утворити, розмістивши по колу 10 різнокольорових лампочок (кілець вважати однаковими, якщо послідовність кольорів одна й та сама)?

2. На дев'яти картинках записані цифри 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (на кожній картці по одній цифрі). Беруть чотири катки і складають з них чотирицифрове число. Скільки різних чисел можна отримати таким чином?

3. Скільки існує трикутників, довжини сторін яких мають одне з таких значень: 4, 5, 6, 7 см?

4. Скільки різних правильних нескоротних дробів можна скласти з чисел 2, 5, 7, 11, 15, 17, 19, 23, 25 так, щоб у кожен дріб входило два числа?

5. Скільки п'ятицифрових чисел можна утворити з цифр 2, 3, 6, 7, 8 (без повторення) так, щоб парні цифри не стояли поруч?

6. Скількома способами можна розкласти 28 різних предметів у чотири однакові ящики так, щоб у кожному з них опинилося по 7 предметів?

7. Знайти кількість цілих додатних чисел, що не більше 1000 і не діляться на жодне з чисел 6, 7 і 15.

### Варіант № 6

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(A \cap C) \cup B$ ;

б)  $B \Delta C$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $C \setminus (\overline{A \cup C}) \cap B$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірному твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\emptyset \cup \{\emptyset\} = \emptyset$ ;

б)  $N \in Z$ ;

в)  $Q \cup N = R \cap Q$ ;

г)  $R \setminus (N \cup Z) \subset Q$ ;

д) якщо  $A \cap B \subset \overline{C}$ , то  $\overline{A \cap B} \subset C$ .

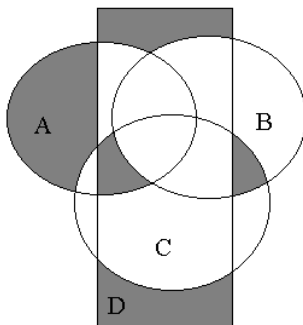
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C.$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((C \cup A) \Delta B) \setminus (A \cup C).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \Delta B \cap C) \cup B.$$

8. Чи є вірною рівність:

$$(A \times B) \cap (C \times D) = (A \times C) \cap (B \times D)?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^B \times A$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset B \text{ \& } y \in A \text{ \& } |x| = \frac{y}{2}\},$$

де  $B = \{1, 2\}$ ,  $A = \{y \mid y \in Z \text{ \& } 1 \leq y \leq 4\}$ ,  $Z$  - множина цілих чисел.

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } |x| \leq |y|\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ (x + y)^3 = 5 \}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_2$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_3$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_4$ | $b_3$ | $b_1$ | $b_2$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_2$ | $b_3$ |
| $b_3$  | $b_2$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_4$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_4$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина додатних дійсних чисел групою відносно операції множення? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних намист можна зробити з 15 різних намистин?

2. Скільки різних трицифрових натуральних чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, щоб у ньому кожна з цих цифр зустрічалась не більше одного разу?

3. З лабораторії, у якій працює 25 осіб, 5 співробітників мають поїхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи?

4. Із 12 тенісистів і 6 тенісисток формують три змішані пари (до пари входять по одному тенісисту й одній тенісистці). Скількома способами це можна зробити?

5. На книжковій полиці вміщується тринадцять томів енциклопедії. Скількома способами їх можна розставити так, щоб томи 1 і 2 стояли поруч?

6. У турнірі беруть участь 12 шахістів. Визначити кількість різних розкладів першого туру (розклади вважаються різними, якщо вони відрізняються учасниками; колір та номер столу не враховується)

7. Знайти кількість цілих додатних чисел, що не більше 9000 і не діляться на жодне з чисел 12, 36 і 52.

### Варіант № 7

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $A \Delta B$ ;

б)  $B \cap \overline{C} \cap \overline{A}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{A \Delta C} \cap B$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірному твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{1, 2\} \in \{\{1, 2, 3\}, \{2, 3\}, 1, 2\}$ ;

б)  $N \cap R \subset Z$ ;

в)  $Z \cup N \subset N$ ;

г)  $R \setminus (N \cap Z) \subset Q$ ;

д) якщо  $A \cup C \subset B \cup C$  то  $A \subset B$ .

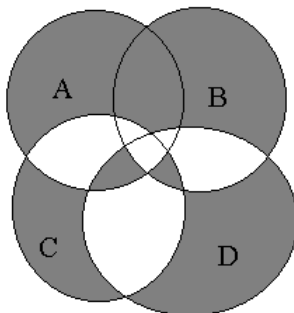
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \setminus B) \cap (C \setminus B)) \Delta B.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$((A \cup B) \Delta C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C).$$

8. Чи є вірною рівність:

$$(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times D) \cap (B \times C) ?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset A \text{ \& } y \subset B \text{ \& } x \subset y\},$$

де  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 4\}$ .

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } x^2 - 2x + y^2 = 8\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є антирефлексивне, симетричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y = (x - 2)^{-2} \}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_3$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_2$ |
| $a_3$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_1$ |
| $a_4$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_2$ |

| $\psi$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_1$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_2$  | $b_1$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_3$  | $b_4$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ |
| $b_1$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_1$ | $b_2$ |
| $b_4$  | $b_4$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина  $M = \{-1, 0, 1\}$  групою відносно операції множення? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Учасники шахового турніру грають у залі, де є 8 столів. Скількома способами можна розмістити 16 шахістів, якщо учасники всіх партій відомі?

2. Скільки трицифрових чисел можна утворити з дев'яти цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

3. Скільки можна побудувати різних прямокутних паралелепіпедів, довжини ребер яких виражають натуральними числами від 1 до 10?

4. У вищій лізі чемпіонату України з футболу грають 16 команд. Скільки існує способів розподілення I, II, та III місця та вибору двох команд які перейдуть у першу лігу (дві останні команди)?

5. З цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 утворюють різні п'ятицифрові числа, що не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічається цифри 5, 3, 4 одночасно, якщо вони не стоять поруч?

6. У шаховому турнірі беруть участь 18 шахістів. Визначити кількість різних розкладів першого туру (розклади вважаються різними, якщо вони відрізняються учасниками, колір та номер столу не враховується).

7. Знайти кількість цілих додатних чисел, які змінюються від 101 до 1000 та діляться рівно на два з чисел 3, 6 і 7.

## Варіант № 8

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(A \cup C) \setminus B$ ;

б)  $\overline{A \Delta C}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(\overline{A \Delta C}) \setminus B$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірнього твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{1, 3, 5\} \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;

б)  $Q \cup R \subset R$ ;

в)  $R \subset Z \cup Q$ ;

г)  $Q \setminus N \subset Z \cap Q$ ;

д) якщо  $A \subset \overline{B}$ , то  $B \subset \overline{A}$ .

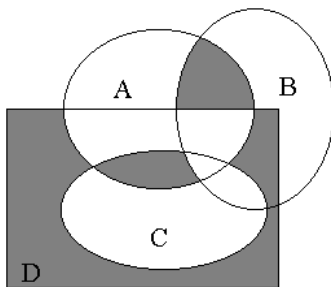
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(A \cup B \Delta C) \setminus (A \cup C).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B \cap C) \cup \overline{A \cap C}.$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| < x\}.$$

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } x + y^2 = 4\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } y = |x^3| \}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_4$ | $a_3$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_2$ |
| $a_4$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_4$ | $b_2$ | $b_2$ | $b_1$ |
| $b_2$  | $b_4$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_1$ |
| $b_3$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_2$ |
| $b_4$  | $b_4$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є булеан  $2^M$  деякої скінченної множини  $M$  кільцем відносно операцій додавання та множення, якщо ці операції задані наступним чином:  $A + B = A \Delta B$ ;  $A * B = A \cap B$ , де  $A \subset M$ ,  $B \subset M$ . (Дати обґрунтовану відповідь.)

## Комбінаторика

1. З літер розрізаної абетки складено слово «конус». Скільки «слів» можна отримати, якщо переставляти букви у цьому слові?

2. Скільки різних чотирицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 так, щоб у кожному з них була цифра 1? (Цифри в числі не повинні повторюватися).

3. Із групи до складу якої входять 8 хлопчиків і 3 дівчинки, треба сформувати команду з 6 осіб. Скільки існує способів формування такої команди?

4. Скільки можна скласти різних неправильних нескоротних дробів, чисельниками і знаменниками яких є числа 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 27?

5. Скількома способами можна переставити букви в слові «обороноздатність», щоб всі букви «о» стояли поряд?

6. П'ять учнів мають підготувати 10 докладів на семінар (кожен по два). Скількома способами вони можуть розподілити доклади між собою?

7. Студенти КНТ факультету обов'язково знають хоча б одну мову програмування. Відомо що PASCAL – знають 15 з них, FORTRAN – 26, C++ - 37, PASCAL та FORTRAN – 11, PASCAL та C++ - 10, PASCAL та FORTRAN – 13; C++, PASCAL та FORTRAN – 7 студентів. Скільки усього студентів на факультеті? Скільки з них знають тільки по одній мові програмування?

## Варіант № 9

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(\overline{B} \setminus C) \cup B$ ;

б)  $(B \cap \overline{A}) \Delta C$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $B \setminus ((A \setminus B) \Delta C)$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{4\} \subset \{1, 2, 3, \{4, 5\}\}$ ;

б)  $Q \cap R \subset R$ ;

в)  $R \setminus Z \subset Q$ ;

г)  $N \cap R \subset Z \cap Q$ ;

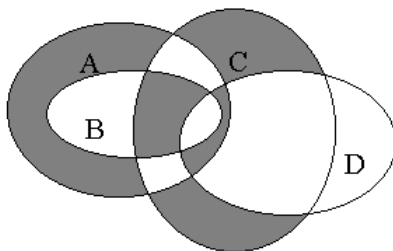
д) якщо  $C \subset B \cap \bar{A}$ , то  $A \cap C = \emptyset$ .

4. Логічним методом довести тотожність:  $A \Delta (A \Delta B) = B$ .

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(((A \cap B) \Delta C) \setminus A) \Delta B.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$\overline{\overline{A \cap B} \cup (A \cap C) \cup \overline{C \setminus B}}.$$

8. Чи є вірною рівність  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \ \& \ y \subset M \ \& \ |y| - 1 = x\},$$

де  $M = \{x \mid x \in Z \ \& \ |x - 1| < 2\}$ ,  $Z$  - множина цілих чисел.

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ x - y^2 > 0\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є рефлексивне, антисиметричне, нетранзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y = \sqrt{1 - x^2}\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_1$ | $a_3$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_2$     | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_3$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_2$ | $a_1$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_4$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_1$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
| $b_3$  | $b_4$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_2$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина підстановок  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \right\}$  групою відносно операції композиції підстановок? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

1. Скількома способами можна розставити 4 однакових книжки з алгебри і 5 різних з геометрії так, щоб усі книги з геометрії стояли поруч?

2. У класі тридцять учнів. Скількома способами можна серед них вибрати старосту та його заступника?

3. Скільки наборів з 10 цукерок можна скласти, якщо у продажу їх 6 сортів?

4. На площині дано три точки: А, В, С. Проведемо через точку А 5 прямих, через В- 3 прямих, через С- 7 прямих. Причому у сукупності ці прямі є прямими загального положення, тобто жодні дві з них не паралельні і жодні три з них не перетинаються в одній точці (крім точок А, В, С), а також немає прямих, що проходять через дві з цих трьох точок. Знайти кількість трикутників, вершини яких є точками перетину цих прямих і не збігаються з точками А, В, С.

5. З цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 утворюють різні шестицифрові числа, що не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 6 та 8 одночасно, але вони не стоять поруч.

6. У групі 20 студентів. Їх необхідно поділити на п'ять коаліцій, в яких повинно бути 3, 3, 3, 4 та 7 осіб. Скількома способами це можна зробити?

7. У класі навчається 40 учнів. Із них мають трійки з англійської мови 16 учнів, з математики – 12, з фізики – 18. Мають трійки з фізики та англійської мови – 11 учнів, з математики та англійської мови – 8, з математики та фізики – 6. А 7 учнів мають трійки по всім цим предметам. Скільки учнів навчаються без трійок з цих предметів? Скільки мають лише по дві трійки з цих предметів?

## Варіант № 10

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

- а)  $\overline{A \cap B}$ ;
- б)  $(A \setminus C) \cup (B \setminus A)$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $C \setminus \overline{A \cap C}$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

- а)  $\{2, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;
- б)  $Q \subset N$ ;
- в)  $N \cup Z = Z \cap R$ ;
- г)  $Z \setminus N \subset Q \cap Z$ ;
- д) якщо  $\overline{A} \subset B$ , то  $A \subset \overline{B}$ .

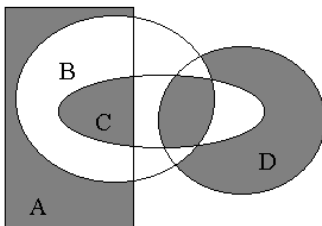
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cap C) \setminus B = (A \setminus B) \cap (C \setminus B).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(C \setminus A) \Delta (B \cup (A \setminus C \cap B)).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cap C \Delta B) \setminus A.$$

8. Чи є вірною рівність:

$$(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times C) \cup (A \times D) \cup (B \times D)?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset A \text{ \& } y \subset B \text{ \& } y \subset x\},$$

де  $A = \{2, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 4\}$ .

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } |y - 4x| < 2\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y = e^{x-1}\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_4$     | $a_3$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_2$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_3$ |
| $b_2$  | $b_4$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_3$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_1$ | $b_4$ | $b_2$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є полем множина комплексних чисел виду  $a + bi$ , де  $a, b$  - раціональні числа, відносно операцій додавання та множення? (Дати обґрунтовану відповідь.)

## Комбінаторика

1. Скількома способами можна розставити

а) 10 різних книжок на полиці;

б) якщо серед них є 5 однакових?

2. 3 команди в котрій 10 плавців, вибирається четвірка, яка бере участь в естафеті з комплексного плавання (тобто кожен пливе своїм стилем). Скількома способами можна вибрати цю естафетну четвірку?

3. Скількома способами можна розташувати 12 різних ручок у чотири різні пенали?

4. На футбольний турнір треба послати збірну команду в складі: тренер, його помічник, 2 асистенти, 20 футболістів, лікар і 2 масажисти. Тренерський склад може бути відібраний з 10 спеціалістів, футболісти - з 25 спортсменів, лікаря треба вибрати одного з трьох, а

масажистів – двох з п'яти. Скількома способами може бути укомплектована така команда?

5. З цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 утворюють різні шестицифрові числа, що не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 7, 8 одночасно.

6. У групі 21 студент. Їх необхідно поділити на три коаліції по 7 осіб. Скількома способами це можна зробити?

7. На базі відпочинку знаходиться 70 осіб. З них 27 займаються в драматичному гуртку, 32 співають у хорі, 20 захоплюються спортом. Драмгурток відвідують 10 осіб з хору, а хор – 6 спортсменів, у драмгуртку 8 спортсменів; 3 спортсмени займаються і в драмгуртку, і в хорі. Скільки осіб не співають у хорі, не захоплюються спортом та не займаються у драмгуртку? Скільки осіб займається лише в одному з цих гуртків?

## Варіант № 11

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $A \cap (B \cup C)$ ;

б)  $\overline{B} \Delta \overline{C}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(\overline{C} \Delta B) \cap A$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{4, 5\} \subset \{\{1\}, 2, 3, 4, 5\}$ ;

б)  $N \in R$ ;

в)  $Q \cup N \subset N$ ;

г)  $Q \setminus Z \subset R$ ;

д) якщо  $A \subset B$  і  $B \subset \overline{C}$ , то  $A \cap C = \emptyset$ .

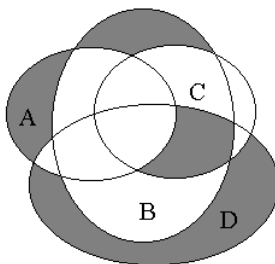
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((B \cap C) \Delta A) \setminus C) \Delta B.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cup B) \cap \overline{C} \cup (\overline{A \cap B \cap C}) \cup (A \cap B \cap C).$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| > x\}.$$

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } |x + 3| \geq |y|\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є антирефлексивне, антисиметричне, нетранзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

- а) функціональним;
- б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ x + \sqrt{y^2} = 1 \}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_1$ | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_2$ |
| $a_3$     | $a_3$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_3$ |
| $a_4$     | $a_2$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_2$ | $b_1$ |
| $b_2$  | $b_3$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ |
| $b_3$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_1$ | $b_2$ |
| $b_4$  | $b_4$ | $b_4$ | $b_2$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є булеан  $2^M$  деякої скінченної множини  $M$  групою відносно операції перерізу двох множин? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Скількома способами можна розставити 12 стрільців:

- а) до 12 мішеней;
- б) 5 до першої мішені, 4 – до другої, 3 – до третьої?

2. Із групи, що складається з 15 спортсменів вибирають чотирьох учасників естафети 800х400х200х100 м. Скількома способами можна розставити спортсменів на етапах такої естафети?

3. Скількома способами можна вибрати 5 олівців з 11 різних?

4. Ліфт, у якому знаходиться 9 пасажирів, може зупинятись на десяти поверхах. Пасажири виходять групами по два, три і чотири чоловіки. Скількома способами вони можуть вийти, якщо ліфт не повертається на поверх, де він уже був?

5. На книжковій полиці вміщується одинадцять томів енциклопедії. Скількома способами їх можна розставити так, щоб томи 3 і 4 не стояли поруч?

6. Чотири садового повинні висадити 14 різних дерев. Перший – 3 дерева, другий – 4 дерева, третій – 2 дерева, а четвертий останні дерева. Скількома способами вони можуть розподілити ці дерева між собою?

7. Під час дослідження читацьких смаків студентів виявилось, що 60% читають журнал А, 50% - журнал В, 50% - журнал С, 30% - журнали А і В, 20% - журнали В і С, 40% - журнали А і С, 10% - журнали А, В і С. Скільки відсотків студентів:

- а) не читає жодного журналу;
- б) читає тільки 2 журнали;
- в) читає не менше двох журналів?

## Варіант № 12

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

- а)  $(A \setminus C) \cap \overline{B}$ ;
- б)  $\overline{C} \Delta B$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $A \setminus (\overline{B \Delta C})$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірною

твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{1\} \subset \{\{1, 2\}, 3, 4\}$ ;

б)  $Q \cap N = N$ ;

в)  $Q \setminus N \subset Z$ ;

г)  $(R \setminus Q) \cap N = \emptyset$ ;

д) якщо  $A \subset B$ , то  $C \setminus B \subset C \setminus A$ .

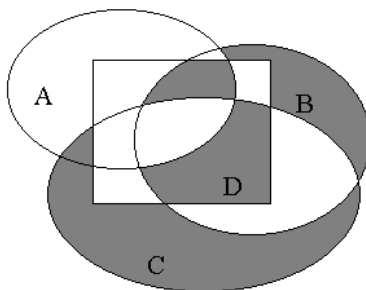
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \cup B) \cup (C \Delta B)) \setminus (A \setminus B).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):  $(A \Delta \overline{B \cap C}) \cup A$ .

8. Чи є вірною рівність  $(A \cup B) \times (A \cup C) = A \times (B \cup C)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset A \text{ \& } y \subset B \text{ \& } |x| + |y| = 3\},$$

де  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$ .

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } x^2 + y^2 = 9\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |x| + y = 1\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_4$     | $a_3$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_3$ | $b_4$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_2$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_4$  | $b_4$ | $b_3$ | $b_3$ | $b_2$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина парних чисел групою відносно операції множення? (Відповідь обґрунтувати.)

## Комбінаторика

1. В дитячому садку 10 хлопчиків. Скільки є способів одягнути їх в новорічні костюми:

- а) якщо є 10 різних костюмів;
- б) є 2 костюми зайців, 5 - ведмежат і 3 - білочок.

2. Скільки різних чотирицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, якщо кожному з них використовувати при записи числа лише один раз?

3. У вазі стоїть пронумеровані 10 червоних і 5 рожевих гвоздик. Скількома способами можна вибрати з вази три квітки?

4. У чемпіонаті України з футболу грає 18 команд. Скількома способами можуть розподілити місця, якщо відомо, що команди «Динамо», «Дніпро», «Шахтар», «Чорноморець» і «Таврія» займуть перші п'ять місць?

5. Скількома способами можна поділити 15 однакових цукерок між п'ятьма дітьми?

6. Дванадцять атлетів треба розподілити на 2 групи по 3 атлета, та 3 групи по 2 атлета для змагань на різні дистанції, при цьому кожна з цих груп може поїхати на змагання в одне з трьох можливих міст. Скількома способами можна розподілити атлетів на необхідні групи та для кожної з них вибрати місто для змагання?

7. На одній з кафедр університету працює 13 викладачів, кожен з яких знає хоча б одну іноземну мову. 10 - знають англійську, 7 - німецьку, 6 - французьку, 5 - англійську та німецьку, 4 - англійську та французьку, 3 - німецьку та французьку. Скільки викладачів:

- а) знають всі три мови;
- б) знають тільки дві мови;
- в) знають лише англійську?

## Варіант № 13

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $A \cap (B \cup C)$ ;

б)  $\overline{B \Delta C}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $C \setminus (B \setminus \overline{C}) \cap A$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$ ;

б)  $Z \subset R$ ;

в)  $Q \cup Z = Q$ ;

г)  $R \setminus Z \subset R \setminus N$ ;

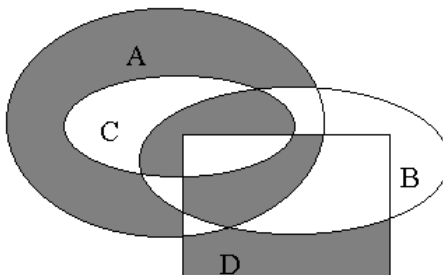
д) якщо  $A \subset B$ , то  $A \cap C \subset B \cap C$ .

4. Логічним методом довести тотожність:  $\overline{A \cup B} \cap A = \emptyset$ .

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(B \cup C) \Delta A \setminus (B \cap C).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cap \bar{B}) \Delta (\bar{A} \cap B).$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$  ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$  :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \ \& \ x \in y \ \& \ y \subset M \ \& \ |y| > x \},$$

де  $M = \{x \mid x \in Z \ \& \ |x| \leq 1\}$ ,  $Z$  - множина цілих чисел.

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ (x - y)^2 = 9\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є нереклексивне, симетричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y = (\sqrt{x})^4 \}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_2$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_2$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_3$ | $b_1$ | $b_1$ | $b_4$ |
| $b_2$  | $b_2$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_1$ |
| $b_3$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_2$ | $b_4$ |
| $b_4$  | $b_3$ | $b_2$ | $b_1$ | $b_1$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина  $M = \{-1, 1\}$  групою відносно операції множення? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Чоловік протягом 14 днів мати був прочитати 14 журналів, причому в день він читав лише один журнал. Скількома варіантами він міг прочитати всі журнали?

2. Скільки різних трицифрових натуральних чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5 за умови, що в кожне число входить цифра не більше одного разу?

3. Скількома способами можна вибрати трьох чергових із класу, в якому навчається 20 учнів?

4. Скількома способами можна розділити 6 різних іграшок та 5 різних книжок між 3 дітьми?

5. Скількома способами можна поділити 9 однакових яблук та 6 однакових груш між трьома дітьми?

6. П'ять учнів вирішили написати всі необхідні 15 білетів, які пропонував викладач на екзамен з філософії. При цьому кількість написаних кожним з них білетів розподілили так – перший має написати 4 білета, другий – 3, третій – 2, четвертий – 1, п'ятий – 5. Скількома способами можна розподілити таким чином всі білети між ними?

7. Скільки чотирьохзначних чисел діляться хоча б на одне з чисел 12, 9, 8?

### Варіант № 14

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(\overline{B} \cap C) \cap \overline{A}$ ;

б)  $\overline{(A \setminus C) \cup B}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $B \setminus ((A \cup B) \setminus C)$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $3 \in \{1, 2, 3, 4\}$ ;

б)  $N \subset R$ ;

в)  $R \subset Q \cap R$ ;

г)  $Z \setminus N \subset R \setminus Q$ ;

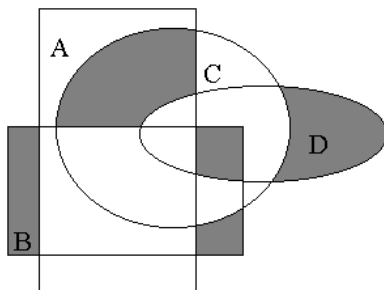
д) якщо  $C \subset A \cup \overline{B}$ , то  $C \subset \overline{B}$ .

4. Логічним методом довести тотожність:  $\overline{A \cap B} \cap A = A \setminus B$ .

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(A \setminus B \setminus C) \cup (B \cap C) \Delta A.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cap B \cap C) \cup \bar{A} \cup \bar{B}.$$

8. Чи є вірною рівність:

$$A \times (B \cap C \cup D) = (A \times B) \cap (A \times C) \cup (A \times D)?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset A \ \& \ y \subset B \ \& \ |y| > |x|\},$$

де  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ .

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |6 - 3y| = x\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |x| + |y| = 4\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

|           |       |       |       |       |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_1$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_2$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_2$ |

|        |       |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
| $b_1$  | $b_3$ | $b_1$ | $b_1$ | $b_4$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_4$ |
| $b_3$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_4$  | $b_3$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_1$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є полем множина квадратних матриць порядку  $n$  відносно операцій додавання та множення матриць? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних «слів» можна скласти з слова:

- а) «січень»;
- б) «автомат»?

2. Скільки різних шестицифрових чисел можна утворити з восьми цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, так щоб у кожному з них була одна цифра 5 та цифри не повторювались?

3. З 10 пронумерованих білих і 8 пронумерованих червоних троянд треба скласти букет, який мав би п'ять квітів. Скількома способами це можна зробити?

4. У речовій лотереї розігрується 8 речей. Усього в «урні» 50 квитків. Виймається 5 квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб тільки два з них були виграшні?

5. Скількома способами можна поділити 8 однакових ручок між чотирма учнями так, щоб у кожного з них було хоча б по одній?

6. У класі 18 учнів. Для проведення контрольної роботи вчитель повинен кожному з них видати один з чотирьох варіантів. Перший варіант получили 4 учня, другий – 6 учнів, третій – 5 учнів, а четвертий – останні учні класу. Скількома способами учні цього класу могли отримати варіанти завдання до контрольної роботи?

7. З колоди взяті 5 карт, які занумеровані числами 1, ..., 5. Скількома способами можна розкласти їх у рядок так, щоб ні одна карта з номером  $i$  не займала  $i$ -е місце?

## Варіант № 15

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(A \cap \overline{B}) \cup C$ ;

б)  $\overline{A} \Delta C$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(A \setminus (\overline{C} \cap B)) \cap C$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{1, 2, 3\} \subset \{2, 3, 4, 5\}$ ;

б)  $Q \cup N \subset R$ ;

в)  $Z \cap Q \subset Q \setminus N$ ;

г)  $(R \setminus Q) \cap Z = \emptyset$ ;

д) якщо  $B \subset \overline{A}$  і  $A \subset C$ , то  $B \subset \overline{C}$ .

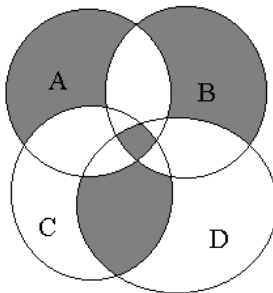
4. Логічним методом довести тотожність:

$$\overline{A \cap B \cap C \cap C} = C \setminus (A \cap B).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(A \cap C \cup B) \Delta (A \Delta B).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cap C \Delta B) \setminus B.$$

8. Чи є вірною рівність:

$$(A \times (B \cap C)) \cap ((A \cap B) \times C) = (A \times C) \cap (B \times B)?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| \leq x\}.$$

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } x + y^2 - 1 > 0\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є антирефлексивне, несиметричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

- а) функціональним;
- б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } y = x + |x|\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_4$ | $a_3$ |
| $a_3$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_2$ |
| $a_4$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_2$ | $a_4$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_1$ |
| $b_2$  | $b_4$ | $b_1$ | $b_4$ | $b_2$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_4$ |
| $b_4$  | $b_3$ | $b_3$ | $b_2$ | $b_4$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є кільцем множина пар цілих чисел  $(a, b)$ , в якій операції додавання та множення визначені наступним чином:  $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$ ;  $(a_1, b_1) * (a_2, b_2) = (a_1 a_2, b_1 b_2)$ ? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

- Скількима способами можна розставити
  - 15 осіб в шеренгу;
  - 5 червоних, 3 зелені и 4 сині кубика в ряд?
- Скільки різних п'ятицифрових чисел можна утворити з семи цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?
- На площині 12 точок розміщені так, що жодні три з них не лежать на одній прямій. Скільки прямих можна провести через ці точки?
- 3 лабораторії, у якій працює 25 осіб, 5 співробітників мають поїхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо начальник лабораторії і головний інженер одночасно їхати не можуть?
- Скількима способами можна поділити 10 зошитів у клітку та 12 зошитів у лінійку між шістьма студентами так, щоб по одному зошиту у клітинку та по одному зошиту у лінійку було у кожного?

6. В гуртожиток необхідно поселити у три двомісні кімнати, та чотири трьохмісні кімнати 18 дівчат. Скількома способами можна розподілити дівчат у кімнати, якщо має значення тільки хто з ким буде в одній кімнаті?

7. У бібліотеці усього 40 різних книжок з математики, в яких можуть бути розділи за темами першого, другого та третього семестрів з курсу „Вища математика”. У 28 книгах є інформація за перший семестр, у 24 – за другий, у 15 – за третій; у 18 – за перший та другий, у 11 – за перший та третій, у 9 – за другий та третій; у 7 – за усі семестри. Скільки книг з математики не містять інформації з курсу вища математика? Скільки книг містить інформацію лише за перший семестр?

### Варіант № 16

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(C \setminus A) \cup (B \setminus A)$ ;

б)  $(B \setminus \overline{C}) \cap A$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{B \Delta C} \setminus C$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірною твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $4 \in \{1, 2, 3, \{4, 5\}\}$ ;

б)  $Q \in R$ ;

в)  $Q \cap R = R$ ;

г)  $Z \cup Q \subset Q \setminus N$ ;

д) якщо  $A \subset B$ , то  $A \setminus C \subset B \setminus C$ .

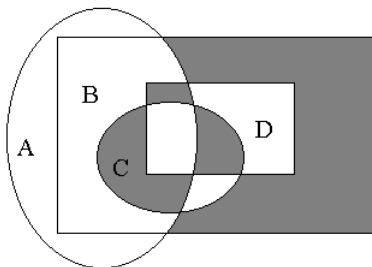
4. Логічним методом довести тотожність:

$$\overline{A \setminus B} \cap C = (C \setminus A) \cup (B \cap C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(A \cap B \Delta C) \cup (B \setminus (A \setminus C)).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(\overline{A \Delta B}) \cup C \cup B.$$

8. Чи є вірною рівність  $A \times (B \setminus C) = (A \times C) \setminus (B \times C)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^M \times M$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset M \ \& \ y \in M \ \& \ y \in x \ \& \ |x| = \frac{y+1}{2}\},$$

де  $M = \{1, 3, 5\}$ .

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |x + 3y| \leq 6\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } x + (\sqrt{y})^2 = 1\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_2$ | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_2$     | $a_1$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_3$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_2$ |
| $a_4$     | $a_2$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_4$ | $b_3$ | $b_2$ | $b_2$ |
| $b_2$  | $b_4$ | $b_1$ | $b_3$ | $b_2$ |
| $b_3$  | $b_2$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_4$ |
| $b_4$  | $b_2$ | $b_2$ | $b_1$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина цілих чисел групою відносно операції додавання? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних «слів» можна скласти з слова:

а) «грудень»;

б) «робота»?

2. Розклад на день містить 4 уроки. Визначити кількість таких можливих розкладів при виборі з 8 дисциплін.

3. Група складається з 10 осіб. Скільки є способів відправити на екскурсію чотирьох осіб з цієї групи?

4. Із групи до складу якої входять 7 хлопчиків і 4 дівчинки, треба сформувати команду з 6 осіб так, щоб вона мала не менше двох дівчат. Скільки існує способів формування такої команди?

5. Скількома способами можна розділити виріб 8 однакових деталей з латуні та 6 однакових деталей зі сталі на трьох станках, які можуть виробляти обидва ці типа деталей, якщо хоча б по одній з цих деталей повинен зробити кожен зі станків?

6. Скількома способами можна розділити 13 різних цукерок на 3 кучки по три цукерки, та одну кучку з чотирьох цукерок?

7. До університету прийшли п'ять вчителів, які читають кожен свій предмет: фізику, хімію, математику, інформатику, історію. Диспетчерська склала розклад занять на один день по одній парі з цих предметів навмання для кафедри за прізвиськом вчителя, та навмання для деканату за назвою предмету. Скількома способами можна скласти такий розклад, щоб ні один з вчителів не попав на свій предмет?

## Варіант № 17

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(A \cup B) \setminus C$ ;

б)  $\overline{C \cup A \cap B}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $C \setminus (A \setminus C) \cup B$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які

твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірною твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{4, 5\} \subset \{1, 2, 3, \{4, 5\}\}$ ;

б)  $Q \subset R \cap N$ ;

в)  $N \cup Z \subset Q \setminus N$ ;

г)  $R \cap Q \subset Q \cup Z$ ;

д) якщо  $A \cap B \subset \overline{C}$ , то  $A \cap C = \emptyset$ .

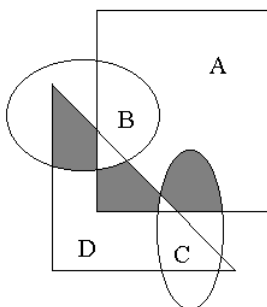
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cup B \setminus C) \cup (A \cap C) = A \cup (B \setminus C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((B \cup A) \setminus C) \Delta A \cap B.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$\overline{\overline{A \cup B} \cap \overline{C \cap B}}.$$

8. Чи є вірною рівність  $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| \geq x\}.$$

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |2x - 3y| \leq 6\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є рефлексивне, антисиметричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y = (x + 3)^{-3}\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_4$ | $a_3$ |
| $a_3$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_2$ |
| $a_4$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_2$ | $a_4$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_3$ |
| $b_2$  | $b_4$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_4$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_3$ | $b_4$ | $b_2$ |
| $b_4$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_4$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи утворює поле множина матриць виду  $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$ , якщо  $a, b$  - раціональні числа? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

1. Скількома способами можна розставити

а) 10 учнів в колонну;

б) 3 кубика и 7 пірамід в ряд?

2. У спортивному класі 15 учнів займаються легкою атлетикою. На змагання необхідно відправити по одному спортсмену для кросу на 2, 5 та 10 км. Скільки способів вибору спортсменів з цього класу на ці змагання?

3. Чемпіонат, у якому беруть участь 16 команд, проводиться в два кола (тобто кожна з команд двічі зустрічається з кожною з решти команд). Визначити, яку кількість зустрічей має бути проведено.

4. Скількома способами можна вибрати 2 олівця і 3 ручки з 6 різних олівців і 8 ручок?

5. Скількома способами можна поділити 5 однакових сорочок та 4 однакових штанів між двома хлопцями?

6. Скількома способами можна розділити 12 різних цукерок між трьома дітьми, якщо самому старшому маємо дати 3 цукерки, середньому – 4, а самому молодшому – 5?

7. Підкидаються три гральні кістки. Скільки може бути варіантів таких, щоб не виповнилась жодна умова:

а) на всіх кістках випали трійки;

б) на всіх кістках випали попарно різні числа;

в) рівно на одній з них випала одиниця?

## Варіант № 18

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $A \setminus (\overline{C} \cap B)$ ;

б)  $(A \Delta C) \setminus B$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(A \cap B) \cup C$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина

дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірною твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

- а)  $5 \in \{1, 3, 5, 6, 7\}$ ;
- б)  $N \in R$ ;
- в)  $R \setminus Q \subset R \setminus N$ ;
- г)  $Q \subset R \setminus Z$ ;
- д) якщо  $A \subset B$ , то  $\overline{B} \subset \overline{A}$ .

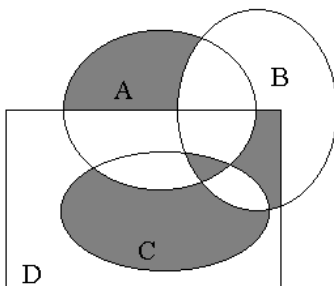
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cup B) \setminus (A \cup C) = B \setminus A \cap C.$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((B \cap C) \setminus A) \Delta (B \setminus A).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(\overline{A} \Delta B) \cup (B \setminus A).$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| = x\},$$

де  $M = \{x \mid x \in Z \ \& \ |x| \leq 1\}$ ,  $Z$  - множина цілих чисел.

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |1 - 2y| = x\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y + x^2 = 4\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_2$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ |
| $a_3$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_4$ | $a_2$ |
| $a_4$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_3$ | $a_1$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_3$ | $b_4$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_2$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_2$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є полем множина цілих чисел відносно операцій додавання та множення? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

1. Скількома способами можна розставити на дошку з 16 квадратів

- а) 16 різних фішок, так щоб кожна була одна в своєму квадраті;
- б) якщо серед них було 5 червоних, 5 чорних та 6 білих?

2. На олімпіаду необхідно представити по одному учню за дисциплінами: фізика, математика, хімія, біологія. У класі 20 учнів. Скількома способами можна вибрати з них для олімпіади, якщо відомо, що Іванов обов'язково повинен там бути?

3. Необхідно сховати у різні 4 шафи 6 дітей, при цьому всі шість вони можуть розміститися і в одному з них. Скількома способами це можна зробити?

4. У вазі стоять пронумеровані 10 червоних і 5 рожевих гвоздик. Скількома способами можна вибрати з вази три квітки так, щоб були як червоні, так і рожеві гвоздики?

5. Садоводу необхідно посадити 7 груш, 8 яблунь та 4 вишні у двох садах. Скільки варіантів може бути такої посадки, якщо хоча б по одному дереву кожного виду він повинен посадити в кожний сад?

6. Скільки різних варіантів розподілу 10 спортсменів на пари для ігри у теніс?

7. Відомо, що телефонний номер з 6 цифр не ділиться на жодне з чисел 3, 6, а також не має цифри 0. Скільки різних таких номерів телефону може бути?

### Варіант № 19

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $\overline{A \cap C}$ ;

б)  $A \cap (B \cap \overline{C})$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{(A \setminus C) \cup (B \setminus A)}$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{\emptyset\} \subset \{1, 2, 3\}$ ;

б)  $Z \subset R \cup N$ ;

в)  $R \cup Z = Z \cap Q$ ;

г)  $Q \subset R \setminus (N \cup Z)$ ;

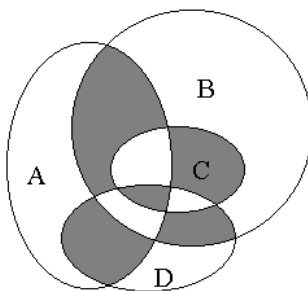
д) якщо  $A \subset B$ , то  $A \cup C \subset B \cup C$ .

4. Логічним методом довести тотожність:  $A \Delta (A \cap B) = A \setminus B$ .

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((C \Delta A) \setminus B) \cup (A \cap C) \Delta B.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(\overline{B \setminus A}) \cup \overline{C \cap A}.$$

8. Чи є вірною рівність:

$$(A \times B) \setminus (C \times D) = ((A \setminus C) \times B) \cup ((A \cap C) \times (B \setminus D))?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^M \times M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset M \text{ \& } y \in M \text{ \& } |x| = \frac{y+1}{2}\}.$$

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } |4x + y| > 2\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є антирефлексивне, симетричне, нетранзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } y = \sqrt{x^2 + 1}\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_3$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_1$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_2$ |
| $b_2$  | $b_2$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_3$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_2$ | $b_1$ | $b_3$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина підстановок  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \right\}$  групою відносно операції композиції підстановок? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних «слів» можна скласти з слова:

а) «листопад»;

б) «креслення»?

2. Робочий має зробити за 5 днів 12 різних деталей. Для вироблення кожної з них достатньо 0,5 часу. Скількома способами робочий може розподілити за днями цю роботу?

3. Під час зустрічі 12 чоловік потиснули один одному руки. Скільки рукостискань було?

4. З 7 пронумерованих білих і 8 пронумерованих червоних троянд треба скласти букет, який мав би 2 білі та 3 червоні троянди або 3 білі та 2 червоні. Скількома способами це можна зробити?

5. Скількома способами можна поставити в ряд 7 хлопців та 5 дівчат так, щоб при цьому дві дівчини не стояли поруч?

6. Три робочих повинні зробити 10 різних деталей. Перший – 3 деталі, другий – 2, а третій – 5. Скількома способами вони можуть розподілити між собою роботу?

7. На заводі виробляються деталі трьох типів, які потрібні для різних видів готової продукції. Відомо що для 50% готової продукції потрібні деталі першого типу, для 40% готової продукції потрібні деталі другого типу, для 35% - третього типу; для 26% готової продукції потрібні деталі першого та другого типу; 21% - першого та третього типу; 18% - другого та третього типу. Скільки відсотків готової продукції потребують всі три типа деталей?

## Варіант № 20

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $A \setminus (B \setminus C)$ ;

б)  $\overline{C \Delta B}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(A \cap (B \cup C)) \setminus C$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{1, 3\} \subset \{1, 3, 5, 6, 7\}$ ;

б)  $Z \cup R = R$ ;

в)  $R \setminus Q \subset Z$ ;

г)  $Q \setminus N \subset Q \setminus Z$ ;

д) якщо  $A \cap B \subset C$ , то  $B \subset C \cup A$ .

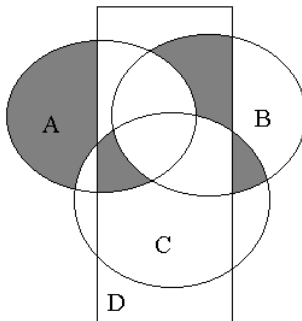
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B.$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину

$$(A \Delta B) \setminus (A \cap C) \Delta C.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cup \overline{B}) \cap (B \cup A \cap C).$$

8. Чи є вірною рівність:

$$((C \times D) \setminus (A \times B)) = ((C \setminus A) \times D) \cup (C \times (D \setminus B))?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \text{ \& } x \in y \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| \leq x\}.$$

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } |1 + 4x| \leq y\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

- а) функціональним;
- б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ x = |y - 2| \}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_3$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_1$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_3$ | $b_1$ | $b_4$ |
| $b_3$  | $b_2$ | $b_1$ | $b_3$ | $b_1$ |
| $b_4$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_1$ | $b_4$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина квадратних матриць порядку  $n$  групою відносно операції множення? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних «слів» можна скласти з слова:

- а) «книга»;
- б) «телевізор»?

2. Скількома способами можна розділити 8 різних ручок між 4 учнями, якщо кожен з них може отримати і без ручки?

3. У лікарні 15 палат. Лікар веде п'ять з них. Скількома способами він може підібрати собі палати для лікування?

4. Скількома способами можна сформувати групу №1 з трьох учнів і одного викладача, якщо є 80 учнів і 3 викладача; або групу №2 з п'яти учнів і двох викладачів, якщо є 20 учнів і 3 викладача?

5. Скількома способами можна по колу поставити 5 різних ляльок та 3 різні м'які іграшки так, щоб при цьому м'які іграшки не стояли поруч?

6. Дев'ятьох студентів необхідно розподілити на три групи по 3 студента, для відправлення цих груп на різні конференції. Конференції проходять у різних п'ятьох містах, з яких необхідно вибрати три. Скількома способами можна відправити цих студентів на можливі конференції?

7. Лікар веде чотири палат з номерами 1,2,3,4. Скільки способів обходу лікарем палат так, щоб порядок заходу лікарем до палати не відповідав її номеру?

## Варіант № 21

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $\overline{B} \setminus (C \setminus \overline{A})$ ;

б)  $\overline{B} \Delta \overline{C}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(\overline{C} \Delta B) \cap A$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{2, 4\} \in \{2, 4, 6, 8, \{2, 4, 6\}\}$ ;

б)  $N \subset R \cap Z$ ;

в)  $R \setminus Z \subset Q$ ;

г)  $N \cup Z \subset R \setminus Q$ ;

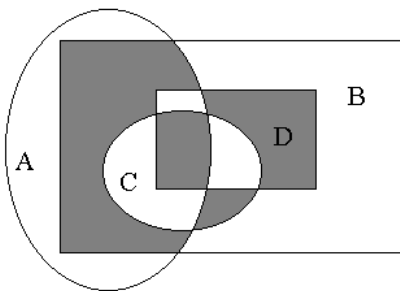
д) якщо  $A \subset B \cup C$ , то  $A \cap B \subset C$ .

4. Логічним методом довести тотожність:  $(A \cup B) \cap A = A$ .

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$C \cup (A \Delta (B \setminus C)) \setminus (B \cap C).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cap B \cap C) \cup (\overline{B} \cap C) \cup \overline{C}.$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \setminus B) \times (C \setminus A) = A \times (C \setminus B)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset A \text{ \& } y \subset B \text{ \& } x \subset y\},$$

де  $A = \{2, 3\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ .

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } |x| \geq |y|\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є нерефлексивне, антисиметричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

- а) функціональним;
- б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } y = x^2 - x\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_1$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_1$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ |
| $a_4$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_1$ | $a_4$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_1$ | $b_3$ | $b_2$ | $b_2$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_3$  | $b_2$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_1$ | $b_3$ | $b_2$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина  $S = \{-i, i, -1, 1\}$ , де  $i = \sqrt{-1}$  групою відносно операції множення? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Скількома способами може бути

- а) утворена черга з 8 осіб;
- б) складена матриця розміру  $(3 \times 3)$ , якщо в ній п'ять нулів, дві одиниці та дві двійки?

2. Скількома способами можна розділити 7 різних видів робіт між 5 робочими, якщо кожний з них може виконати і усі з них?

3. У лікарні 12 палат. Лікар повинен зайти в одну конкретну з них. Скільки способів того, що він не попаде в потрібну йому палату, якщо він заходить в п'ять навмання обраних?

4. У фортепіанному гуртку навчається 10 дітей, у гуртку художнього слова - 15, у вокальному гуртку - 12 і у фотографу - 20. Скількома способами можна сформувати труп з чотирьох читців, трьох піаністів, п'яти співаків і одного фотографа?

5. Скількома способами можна розставити 9 різних книжок на полиці так, щоб дві задані книжки стояли поруч?

6. Два вчителі повинні розподілити між собою групу з 12 студентів на дві підгрупи по 6, для проведення лабораторних робіт. Скількома способами вони це можуть зробити?

7. Скільки шестизначних чисел діляться хоча б на одне з чисел 24, 18? Скільки з них діляться рівно на одне з них?

## Варіант № 22

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(A \cup C) \cap B$ ;

б)  $\overline{A \Delta C}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(A \Delta B) \cap C$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірної твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\emptyset \subset \{2, 4, 6, 8\}$ ;

б)  $Z \in R$ ;

в)  $N \cup R \subset N$ ;

г)  $Z \subset R \setminus Q$ ;

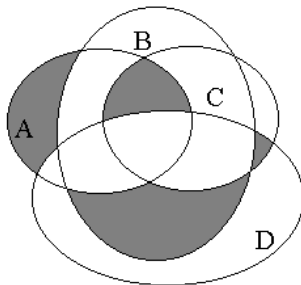
д) якщо  $A \subset B$  і  $B \subset C$ , то  $A \subset C$ .

4. Логічним методом довести тотожність:  $(A \cap B) \cup A = A$ .

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \setminus B) \Delta (A \setminus C)) \cup (B \cap C).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(\overline{A \cup B \cup A \cup B}) \cap C.$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \setminus B) \times (C \setminus A) = (A \times C) \setminus (B \times A)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset A \text{ \& } y \subset B \text{ \& } x \cap y \neq \emptyset\},$$

де  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 4\}$ .

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } x^2 + y^2 \leq 4\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } (x + y)^5 = 1\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_2$ |
| $a_3$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_3$ |
| $a_4$     | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_4$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_2$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_4$ | $b_3$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_4$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_4$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є полем множина комплексних чисел відносно операцій додавання та множення? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних «слів» можна скласти з слова:

а) «сумнів»;

б) «космос»?

2. Скількома способами можна розподілити перших три місця між 8 учасниками змагання з художньої гімнастики?

3. Скількома способами можна купити у магазині 4 пачки сигарет, якщо на вітрині 10 різних видів?

4. На біржу фірма має відрядити двох брокерів, трьох дилерів і одного менеджера. Скількома способами це можна зробити, якщо до складу фірми входять 15 брокерів, 10 дилерів, і 5 менеджерів?

5. Скількома способами можна розподілити виріб 5 однакових деталей та інших 7 однакових деталей на двох станках, які можуть виробляти обидва ці типа деталей, якщо хоча б по одній деталі повинен зробити кожен зі станків?

6. Скількома способами можна розкласти 9 різних предметів у чотири однакові ящики так, щоб у трьох з них опинилося по 2 предмета, а в одному - 3?

7. Скільки чотирьохзначних чисел діляться хоча б на одне з чисел 2, 12, 16? Скільки з них діляться рівно на два з них?

## Варіант № 23

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $\overline{A} \Delta C$ ;

б)  $(B \cap \overline{C}) \setminus A$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $((A \cup C) \setminus B) \cap C$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірному твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $2 \in \{2, 4, 6, 8\}$ ;

б)  $Z \setminus Q \subset R$ ;

в)  $Q \cup N \subset Z$ ;

г)  $N \cup Z \subset Q \cap N$ ;

д) якщо  $A \subset \overline{B \cup C}$  і  $B \subset \overline{A \cup C}$ , то  $B = \emptyset$ .

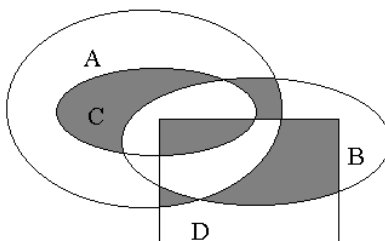
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cup B) \Delta (B \cup C) = (A \Delta C) \setminus B.$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(B \cup (C \Delta (A \setminus B))) \setminus C.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \Delta \overline{B}) \cup (A \cap B \cap C) \cup A.$$

8. Чи є вірною рівність:

$$((A \setminus B) \setminus C) \times D = (A \times D) \setminus (B \times D) \setminus (C \times D)?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \text{ \& } x \in y \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| \geq x\}.$$

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ \& } |2y - x| > 4\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є нереклексивне, несиметричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } x + y^3 = 4\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_2$ | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_1$ |
| $a_3$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_2$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_4$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
| $b_2$  | $b_3$ | $b_3$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_2$ |
| $b_4$  | $b_2$ | $b_1$ | $b_4$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина підстановок

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \right\}$$

групою відносно операції композиції підстановок? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

1. Скількома способами можна

а) розсадити 12 осіб на 12 місць;

б) повісити в шафу 5 однакових білих сорочок, 3 чорних і 7 синіх?

2. Асистент кафедри «Математика» може читати 4 дисципліни, при цьому він повинен читати перших 3 пари протягом двох днів – вівторка та середи. Визначити кількість можливих його розкладів.

3. В університеті 10 комп'ютерних залів. Студент забув у якому з них у нього пара. Скільки існує способів не потрапити в потрібний йому зал, якщо він заходить в три навмання обраних?

4. У лотереї розігрується 12 призів. Усього 40 квитків, виймається 4. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб принаймні два з них були виграні?

5. На двох дачних ділянках необхідно посадити 3 черешні, 5 яблунь та 6 абрикосів. Скільки варіантів може бути такої посадки, якщо хоча б по одному дереву повинно бути посаджено на кожній ділянці?

6. Скількома способами можна розділити 12 різних ручок на 3 набори по 4 в кожному, а потім ці набори поділити між трьома учнями, при цьому не обов'язково, щоб кожен учень отримав набір?

7. 70% людей люблять м'ясо, 50% - люблять молоко, 40% - люблять рибу. Хоча б один з цих продуктів люблять усі. М'ясо та молоко – люблять 43%, м'ясо та рибу – 36%, молоко та рибу – 28%. Скільки людей люблять усі три продукти?

## Варіант № 24

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $\overline{A \cap B \setminus C}$ ;

б)  $(A \setminus B) \Delta C$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $((\overline{B \setminus C}) \cup B) \cap C$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$ ;

б)  $Z \cap R = R$ ;

в)  $N \cup Q \subset R \cap Z$ ;

г)  $N \cap Q \subset Q \setminus Z$ ;

д) якщо  $A \subset B \cup C$ , то  $A \cap \overline{B} \subset C$ .

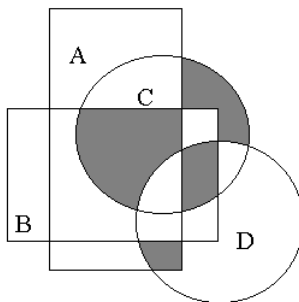
4. Логічним методом довести тотожність:

$$\overline{A \setminus C} \cup \overline{C \setminus B} = U.$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(((A \cup C) \Delta B) \setminus A) \Delta B.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(C \setminus (A \cap B)) \cup B.$$

8. Чи є вірною рівність:  $(A \setminus B) \times (C \cap D) = (A \times C) \setminus (B \times D)$  ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$  :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \ \& \ y \subset M \ \& \ |y| < x + 1\},$$

де  $M = \{x \mid x \in Z \ \& \ |x| \leq 1\}$ ,  $Z$  - множина цілих чисел.

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ x^2 + 4y + y^2 \leq 0\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y = e^{|x|}\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_3$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_4$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_4$ |
| $b_2$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_2$ | $b_1$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_4$ | $b_2$ | $b_3$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина цілих чисел групою відносно операції піднесення до ступеня? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних «слів» можна скласти з слова:

а) «таблиця»;

б) «тактика»?

2. На міжвузівську конференцію необхідно представити п'ять студентів з доповідями з п'яти даних тем. В університеті після проведення відбору між студентами усіх факультетів було відібрано 12 кандидатів. Скількома способами серед них можна вибрати п'ятьох студентів для підготовки необхідних докладів з врахуванням розподілу тем?

3. Скільки можна побудувати різних прямокутників, довжини сторін яких виражаються натуральними числами від 1 до 7?

4. У вазі стоїть пронумеровані 12 червоних і 7 рожевих гвоздик. Скількома способами можна вибрати з вази п'ять квітів так, щоб усі вони були одного кольору?

5. Скількома способами можна переставити букви в слові «оборонятися», щоб однакові букви стояли поряд?

6. Скількома способами можна розділити 10 різних чашок, та 10 різних тарілок на п'ять наборів по дві чашки та дві тарілки?

7. У гардероб здають пальта 5 чоловік. Назад їм вертають пальта навмання. Скільки способів видачі пальт так, щоб не одно з них не досталося хазяїну?

### Варіант № 25

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $\overline{(A \setminus B) \cup C}$ ;

б)  $(B \setminus \overline{A}) \Delta C$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(\overline{B \Delta C}) \cap A$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірному твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{1, 2, 4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$ ;

б)  $Q \cap N \subset N$ ;

в)  $N \cup Z \subset Z$ ;

г)  $(Q \setminus Z) \cap N = \emptyset$ ;

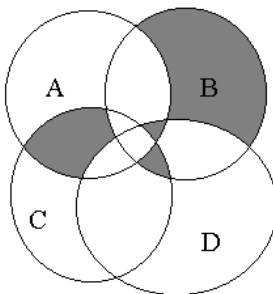
д) якщо  $A \cap B \subset C$ , то  $A \subset \overline{B} \cup C$ .

4. Логічним методом довести тотожність:  $(A \setminus B) \Delta A = A \cap B$ .

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину

$$B \setminus (C \Delta A) \cap (C \setminus A).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$\overline{A \cup B \cup C} \cup (A \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}).$$

8. Чи є вірною рівність:  $(A \cap B) \times (C \setminus D) = (B \times C) \setminus (A \times D)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset A \ \& \ y \subset B \ \& \ y \cap x = \emptyset\},$$

де  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ .

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |6 - 2x| = y\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є рефлексивне, симетричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y\sqrt{x-2} = 1\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_2$ | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_2$     | $a_4$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_1$ |
| $a_3$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_2$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_4$ | $b_2$ | $b_4$ | $b_3$ |
| $b_2$  | $b_3$ | $b_3$ | $b_1$ | $b_4$ |
| $b_3$  | $b_2$ | $b_1$ | $b_3$ | $b_4$ |
| $b_4$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_2$ | $b_1$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина квадратних матриць порядку  $n$  групою відносно операції додавання? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних «слів» можна скласти з слова:

а) «стілець»;

б) «холодильник»?

2. На конференцію необхідно представити три студента з докладами на три данні теми. У групі 11 студентів. Скількома способами можна розподілити між ними ці доклади, якщо кожний студент не може робити більш одного доклада, а також Петров повинен зробити доклад обов'язково?

3. Скільки існує трикутників, довжини сторін яких мають одне з таких значень: 5, 6, 7, 8, 9 см?

4. Для привітання зі святом дівчат, яких у класі 10, хлопці вирішили купити по п'ять книжок двох різних видів із 15, запропонованих видавництвом «Факт». Скільки існує різних способів отримання подарунків дівчатами?

5. Скількома способами можна поставити у колонну 8 чоловіків та 5 жінок так, щоб при цьому жінки стояли поруч?

6. В гуртожиток необхідно поселити у три двохмісні кімнати 6 дівчат, та три трьохмісні кімнати 9 хлопців. Скількома способами це можна зробити, якщо має значення тільки хто з ким буде в одній кімнаті?

7. У кіно продали 6 квитків з номерами місця. Люди займають ці 6 міст, але навмання. Скільки способів посадки людей так, щоб кожен з них не сидів на своєму місці?

### Варіант № 26

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $\overline{(A \cap B)} \setminus C$ ;

б)  $\overline{(A \cup B)} \cap C$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{A \cap B \cup C}$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірною твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{2\} \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;

б)  $Z \cup R = Z$ ;

в)  $Q \subset R \cup N$ ;

г)  $(Q \setminus R) \cup Z \subset Z$ ;

д) якщо  $A \neq B$  і  $B \neq C$ , то  $A \neq C$ .

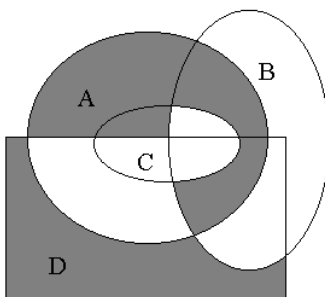
4. Логічним методом довести тотожність:

$$\overline{(A \cup B)} \setminus C = \overline{A \cup B \cup C \cup C}.$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(B \cap (C \Delta A)) \setminus (C \cap B).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$((A \cap \overline{B}) \Delta C) \cup A.$$

8. Чи є вірною рівність:

$$(A \setminus B) \times (C \cup D) = ((A \times C) \setminus (B \times C)) \cup ((A \times D) \setminus (B \times D))?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \ \& \ x \in y \ \& \ y \subset M \ \& \ |y| < x\}.$$

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ (2x - 6y)^2 = 9\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y = x^3 + x\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

|           |       |       |       |       |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
| $a_1$     | $a_2$ | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ |
| $a_2$     | $a_2$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_3$ |

|        |       |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
| $b_1$  | $b_2$ | $b_4$ | $b_4$ | $b_3$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_3$ | $b_2$ | $b_2$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_2$ | $b_1$ |
| $b_4$  | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_1$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина цілих чисел групою відносно операції множення? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. На алеї у рядок саджають дерева. Скількома способами це можна зробити, якщо:

а) є 8 різних дерев;

б) висаджують 5 беріз, 3 тополя, 2 каштана?

2. Скількома способами можна розділити 7 різних іграшок між 3 дітьми, якщо вони можуть остатися і без іграшок?

3. Скільки варіантів покупки 5 коробок цукерок, якщо в магазині є 7 різних видів?

4. Перший станок випустив 10 деталей з котрих 2 браковані, а другий станок випустив 15 деталей з 4 бракованими. Вибираємо станок и 5 деталей зроблених на ньому. Скількома способами можна здійснити цей вибір, щоб отримати рівно 2 браковані деталі?

5. Скількома способами можна по колу поставити 3 учня першого класу та 5 учнів другого класу так, щоб всі учні першого класу стояли поруч?

6. У вазі стоять пронумеровані 14 червоних гвоздик. Скількома способами можна зробити з них три букета по три гвоздики, та один букет з п'яти гвоздик?

7. Студенти групи університету можуть мати читацький квиток чи пропуск до гуртожитку, хоча б одне обов'язково. Юнаків у групі 14; а студентів, які мають читацький квиток усього – 26. Дівчат з пропуском стільки ж, скільки й юнаків з читацьким квитком, дівчат з

читацьким квитком та пропуском до гуртожитку було – 4. Скільки всього було студентів у групі?

### Варіант № 27

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(\overline{A} \cup \overline{C}) \cap B$  ;

б)  $(A \Delta C) \Delta B$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{(A \cap C) \cup B}$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірному твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\emptyset = \{\emptyset\}$  ;

б)  $Z \in R$  ;

в)  $Q \cap R \subset Z$  ;

г)  $(R \setminus Q) \cup Z \subset Z$  ;

д) якщо  $A \cap B \subset C$  і  $A \cup B \subset C$ , то  $A \cap C = \emptyset$ .

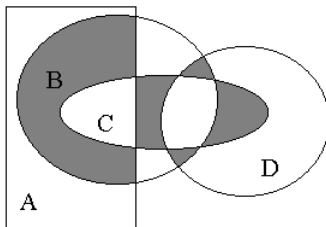
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cup \overline{B}) \cap (B \cup A) = A.$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \cap B \cup C) \Delta B) \Delta A.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$((B \cup C) \Delta A) \cup (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \Delta B) \times C = (A \times C) \Delta (B \times C)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset A \ \& \ y \subset B \ \& \ x \subset y \ \& \ |x| + 1 = |y|\},$$

де  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 4\}$ .

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |x + y| > 1\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є нереклексивне, симетричне, нетранзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y = \ln^2 x\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_2$ | $a_4$ | $a_1$ | $a_3$ |
| $a_2$     | $a_2$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_4$ | $a_2$ | $a_1$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_3$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_2$ | $b_4$ | $b_3$ | $b_1$ |
| $b_2$  | $b_2$ | $b_3$ | $b_1$ | $b_2$ |
| $b_3$  | $b_4$ | $b_4$ | $b_2$ | $b_3$ |
| $b_4$  | $b_3$ | $b_2$ | $b_1$ | $b_1$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є булеан  $2^M$  деякої скінченної множини  $M$  групою відносно операції об'єднання двох множин? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних «слів» можна скласти з слова:

а) «тайфун»;

б) «піраміда»?

2. Учень має чотири дні, протягом яких повинен зробити домашню роботу за 6 предметами. Скількома способами він може розподілити за днями виконання цих домашніх робіт?

3. У відрядження необхідно відправити 7 чоловік. Скількома способами це можна зробити, якщо кандидатів – 21?

4. Перший станок випустив 10 деталей з котрих 2 браковані, а другий станок випустив 15 деталей з 4 бракованими. Вибираємо станок и 5 деталей зроблених на ньому. Скількома способами можна здійснити цей вибір, щоб отримати хоча б 2 браковані деталі?

5. Скількома способами можна переставити букви в слові «попередження», щоб однакові букви стояли поряд?

6. Комісія складається з голови, та ще трьох відділів: перший по прийманню документів з двох чоловік; другий по проведенню письмового екзамену з чотирьох чоловік; третій по перевірці

екзаменаційних робіт з трьох чоловік. На кафедрі 10 чоловік, скількома способами можна їх розподілити для утворення цієї комісії?

7. Знайти кількість цілих додатних чисел від 200 до 9000, які діляться рівно на два з чисел 16, 18, 15.

## Варіант № 28

### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $\overline{B} \cap \overline{C}$ ;

б)  $(B \setminus \overline{A}) \cup C$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{(A \cap B)} \cup C$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$ ;

б)  $N \cap R = R$ ;

в)  $R \subset Z \cup Q$ ;

г)  $R \cap N \subset Q \setminus Z$ ;

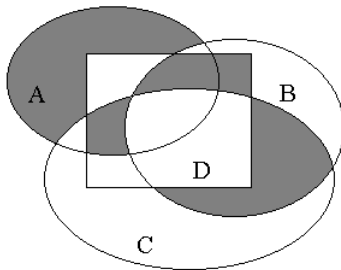
д) якщо  $A \subset B \cap C$ , то  $A \subset B$  і  $A \subset C$ .

4. Логічним методом довести тотожність:  $\overline{A \cap B} \cup A = U$ .

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину

$$((A \setminus B) \cup (B \setminus C)) \Delta C.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cap B \cap X) \cup (A \cap B \cap C \cap X \cap Y) \cup (A \cap X \cap \overline{X}).$$

8. Чи є вірною рівність

$$(A \times C) \setminus (B \times D) = ((A \setminus B) \times C) \cup (A \times (C \setminus D))?$$

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ , де  $M = \{1, 2, 3\}$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \ \& \ x \in y \ \& \ y \subset M \ \& \ |y| > x \}.$$

10. Зобразити відношення графічно

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ x^2 + y^2 = 4\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею  $A(R)$ .

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } y = \sqrt{|x - 3|}\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_3$ |
| $a_2$     | $a_2$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ |
| $a_4$     | $a_1$ | $a_2$ | $a_4$ | $a_4$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_2$ | $b_4$ | $b_4$ | $b_3$ |
| $b_2$  | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_2$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_2$ | $b_1$ | $b_2$ |
| $b_4$  | $b_2$ | $b_1$ | $b_4$ | $b_4$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина додатних раціональних чисел групою відносно операції множення? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Викладач може перевірити контрольні роботи 12 студентів у різних послідовності. Скількома різними способами він може це зробити?

2. Скількома способами можна посадити алею з 12 дерев, якщо маємо по 15 дерев 4 видів?

3. Скільки наборів із 8 фруктів можна скласти, якщо у продажу їх 5 різних сортів?

4. Для хлопців, яких було 12, дівчата на свято вирішили купити ручки трьох різних видів по чотири кожного виду. Всього у магазині їм було запропоновано 10 різних видів. Скільки існує різних способів отримання подарунків хлопцями?

5. Необхідно зробити 18 карток по 6 кожного варіанту для написання контрольної роботи студентами першого курсу. Скількома способами може бути розподілена ця робота між трьома асистентами кафедри, якщо всі завдання на кожен варіант відомі?

6. Як можна розподілити 20 різних бусинок, для створення трьох бус: перше з 8, друге – з 7, та третє – з 5 бусинок?

7. Група з 8 осіб писала анкету без прізвищ. Скільки способів повернення цієї анкети так, щоб ні одна особа не отримала своєї анкети?

### Варіант № 29

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $\overline{B \Delta C}$ ;

б)  $A \cap \overline{B \cup C}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $((A \setminus C) \Delta B) \cap A$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірнього твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{2\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;

б)  $N \in Q$ ;

в)  $N \subset R \cap N$ ;

г)  $R \setminus N \subset Q \setminus Z$ ;

д) якщо  $A \subset C$  і  $B \subset C$ , то  $A \cup B \subset C$ .

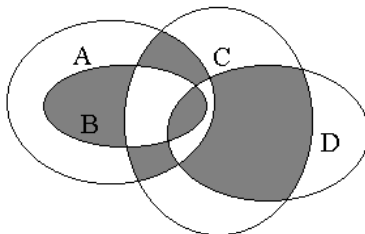
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cup B) \Delta C = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cap C) \setminus (B \cap C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину

$$(A \Delta B \cap C) \Delta (B \setminus C).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cap B \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C) \cup \bar{B} \cup \bar{C}.$$

8. Чи є вірною рівність  $A \times (B \Delta C) = (A \times B) \Delta (A \times C)$ ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \subset A \text{ \& } y \subset B \text{ \& } (x \cup y) \subset C\},$$

де  $A = \{1, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 6\}$ ,  $C = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ ,  $\mathbb{Z}$  - множина цілих чисел.

10. Зобразити відношення графічно

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } |2x - 4| \leq y\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є нерелфлексивне, антисиметричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним;

б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } y - 5 = \sqrt{x^2 + 1}\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ |
| $a_2$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_3$ |
| $a_4$     | $a_2$ | $a_4$ | $a_1$ | $a_2$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_4$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_1$ |
| $b_2$  | $b_2$ | $b_1$ | $b_1$ | $b_4$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_1$ |
| $b_4$  | $b_3$ | $b_3$ | $b_4$ | $b_1$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є полем множина раціональних чисел відносно операцій додавання та множення? (Дати обґрунтовану відповідь.)

### Комбінаторика

- Скільки різних «слів» можна скласти з слова:
  - «плита»;
  - «шоколад»?
- У змаганнях по футболу беруть участь 10 команд. Скількома способами можна розподілити перших п'ять місць між ними?
- Скільки існує ромбів, довжини діагоналей яких мають одне з таких значень: 4, 5, 6, 7, 8, 9 см (квадрати не враховувати)?
- З колоди карт (36 штук) витягнули 4. Скільки варіантів того, що всі вони однієї масті, або одного пріоритету?
- Необхідно розсадити 4 хлопців та 7 дівчат на один рядок з 15 місць в театрі. При цьому всі вони повинні сидіти підряд і так, щоб два хлопця не сиділи поруч. Скільки варіантів існує їх розсадити?
- Скількома способами можна розставити 10 різних книжок на 2 полиці по 5 на кожну з них, з врахуванням розташування їх на полицях?
- Дано 200 геометричних фігур. Відомо, що 150 з них мають усі прямі кути, 120 – мають однакові сторони, 87 – і однакові сторони і

усі прямі кути. Скільки даних геометричних фігур не буде мати ці дві властивості? Скільки з цих фігур ромбів, які не є квадратами?

### Варіант № 30

#### Множини. Відношення. Функції. Алгебраїчні структури.

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а)  $(C \setminus A) \cup (A \setminus B)$ ;

б)  $\overline{A \Delta B}$ .

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{\overline{B \cup C}}$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірною твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

а)  $\{1, 2, 3\} \in \{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$ ;

б)  $Q \cup R \subset Z$ ;

в)  $Q \cap N = N$ ;

г)  $Q \setminus Z \subset R \setminus N$ ;

д) якщо  $A \in B$  і  $B \in C$ , то  $A \in C$ .

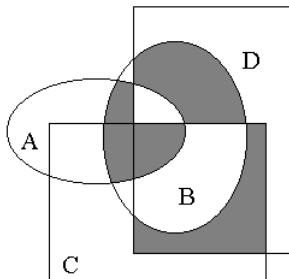
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cap B \cap C) \cup (A \setminus B \setminus C) = A \setminus (B \Delta C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(((A \cap C) \setminus B) \cup B \cap A) \Delta C.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cap B \cap C \cap \bar{D}) \cup (\bar{A} \cap C) \cup (\bar{B} \cap C) \cup (C \cap D).$$

8. Чи є вірною рівність  $(A \Delta B) \times (B \setminus C) = B \times C$  ?

9. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$  :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| > x\},$$

де  $M = \{x \mid x \in Z \text{ \& } |x| \leq 1\}$ ,  $Z$  - множина цілих чисел.

10. Зобразити відношення графічно:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } x + 2y + y^2 = 3\},$$

де  $R$  - множина дійсних чисел.

11. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

12. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

- а) функціональним;
- б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ |y| = x^2\}.$$

13. Нехай маємо 2 алгебри  $A = (M; \varphi)$ ,  $B = (P; \psi)$ , де  $M = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Операції  $\varphi$  і  $\psi$  задано таблицями Келі:

| $\varphi$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$     | $a_2$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ |
| $a_2$     | $a_3$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_4$ |
| $a_3$     | $a_1$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_3$ |
| $a_4$     | $a_2$ | $a_4$ | $a_1$ | $a_2$ |

| $\psi$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $b_1$  | $b_4$ | $b_2$ | $b_1$ | $b_3$ |
| $b_2$  | $b_2$ | $b_1$ | $b_4$ | $b_1$ |
| $b_3$  | $b_3$ | $b_3$ | $b_1$ | $b_4$ |
| $b_4$  | $b_3$ | $b_4$ | $b_1$ | $b_1$ |

Чи є ці алгебри ізоморфними? Якщо це так, тоді яка функція  $f: M \rightarrow P$  є ізоморфізмом?

14. Чи є множина раціональних чисел групою відносно операції множення? (Відповідь обґрунтувати.)

### Комбінаторика

1. Скільки різних «слів» можна скласти з слова:

- а) «автобус»;
- б) «конспект».

2. Скількома способами можна вибрати партнерів для танців для 6 дівчат, якщо є 9 хлопців?

3. На змаганні по тенісу виступає команда з восьми чоловік. Всього у змаганні приймають участь 26 спортсменів. Скількома способами можуть бути розподілені місця, зайняті членами цієї команди, за умови, що жодне з них не може бути поділено, та немає значення, як місця будуть поділені між членами команди?

4. Скільки існує способів розсадити 14 осіб за 10 парт обов'язково по 2 особи за одну парту. Немає значення з якої сторони один від одного вони будуть сидіти за партою?

5. Скількома способами можна поділити 6 однакових столів та 10 стільців між чотирма аудиторіями, щоб у кожній з них було хоча б по одному столу та одному стільцю?

6. З 9 пронумерованих білих і 10 пронумерованих червоних троянд треба скласти 5 однокольорових букетів: три по 3 білих троянд, та два по 5 червоних. Скількома способами це можна зробити?

7. У класі навчається 35 людей. Усі вони у вільний час або плавають у басейні, або грають на скрипці, або працюють у ботанічному саду. 25 - займаються ботанікою, а 5 займаються усім. Одна людина з класу не грає на скрипці і не любить ботаніку, а два її товариші – ботаніки не вміють плавати, але добрі скрипалі. Скільки в класі скрипалів?

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Левицька Т. І., Пожуєва І. С. Короткий курс дискретної математики : навч. посібник. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2026. 142 с.
2. Гнатів Б. В., Гладун В. Р., Гнатів Л. Б. Дискретна математика : навч. посібник. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2021. 400 с.
3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. Львів : Магнолія, 2021. 432 с.
4. Матвієнко М. П. Дискретна математика : підручник. Київ : Ліра-К, 2019. 324 с.
5. Журавчак Л. М. Дискретна математика для програмістів : підручник. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2019. 420 с.
6. Журавчак Л. М., Мельникова Н. І., Сердюк П. В. Практикум з комп'ютерної дискретної математики : навч. посібник. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2020. 316 с.
7. Капітонова Ю. В., Кривий С. Л., Летичевський О. А. Основи дискретної математики : підручник. Київ : Наукова думка, 2002. 579 с.
8. Михайленко В. М., Федоренко Н. Д., Демченко В. В. Дискретна математика : підручник. Київ : Вид-во Європейського ун-ту, 2003. 319 с.
9. Бондаренко М. Ф., Білоус Н. В., Руткас А. Г. Комп'ютерна дискретна математика : підручник. Харків : Компанія СМІТ, 2004. 480 с.