

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Тиховод С. М.

**МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ
ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ В
ТРАНСФОРМАТОРАХ НА ОСНОВІ
МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНИХ СХЕМ
ЗАМІЩЕННЯ**

Навчальний посібник

Електронне видання комбінованого
використовування на DVD-ROM

Запоріжжя
2017

УДК [621.3.011+621.3.013]

*Рекомендовано до видання Вченою радою
Запорізького національного технічного університету
(Протокол №2 від 10.10.2017 р.)*

Рецензенти:

В. Т. Діордієв – завідувач кафедри «Електроенергетика і автоматизація» Таврійського державного агротехнічного університету, доктор технічних наук, професор;

П. Д. Андрієнко – перший заступник голови правління, директор з наукової роботи ООО НДІ «Перетворювач», доктор технічних наук, професор;

В. І. Лазарєв – начальник відділу електромагнітних досліджень ПАТ «ВІТ», доктор технічних наук, професор, с. н. с.;

О. Г. Волкова – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри ТЗЕ ЗНТУ.

Тиховод С. М.

Т46 Моделювання перехідних електромагнітних процесів в трансформаторах на основі магнітоелектричних схем заміщення [Електронний ресурс]: навчальний посібник / С. М. Тиховод. – Електрон. дані. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2017. – 1 електрон. опт. диск (DVD-ROM); 12 см. – Назва з тит. екрана.
ISBN 978-617-529-174-0

Висвітлено основні поняття магнітоелектричних схем заміщення електромагнітних пристроїв в перехідних режимах. Значну увагу приділено складанню та розв'язку рівнянь стану, що складаються на основі магнітоелектричних схем заміщення за законами Кирхгофа. Висвітлено методи моделювання нелінійних кіл. Надані тексти комп'ютерних програм.

УДК [621.3.011+621.3.013]

ISBN 978-617-529-174-0

© Запорізький національний технічний
університет (ЗНТУ), 2017
© Тиховод С. М., 2017

ЗМІСТ	3
ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1. СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ РОЗРАХУНКУ ДИНАМІЧНИХ МАГНІТНИХ ПОЛІВ В ТРАНСФОРМАТОРАХ	7
1.1. Огляд математичних моделей числових розрахунків магнітних полів.....	9
1.2. Огляд розрахунків магнітних полів методами магнітних кіл.....	10
Висновки до розділу 1	18
РОЗДІЛ 2 МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНІ СХЕМИ ЗАМІЩЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРИСТРОЇВ ТА МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ	19
2.1. Магнітоелектрична схема заміщення нелінійної магнітної вітці, що описується двома змінними параметрами	19
2.1.1. Постановка завдання	19
2.1.2. Формалізація розрахунку перехідного процесу з використанням числового методу прогнозу і корекції	27
2.1.3. Алгоритм розрахунку	32
2.1.4. Програма розрахунку	34
2.1.5. Інструкція по користуванню програмою Tr_1_1	39
2.2. Формалізація розрахунку перехідного процесу з використанням неявного багатокрокового числового методу безпосередньо	41
2.2.1. Опис принципу	41
2.2.2. Алгоритм розрахунку	43
2.2.3. Текст програми Tr_1_2.m	46
2.2.4. Інструкція по користуванню програмою Tr_1_2	50
2.3. Магнітоелектрична схема заміщення, що використовує «магнітний струм» – похідну магнітного потоку	51
2.3.1. Опис принципу	51
2.3.2. Алгоритм	54
2.3.3. Текст програми	58
2.3.4. Інструкція по користуванню програмою Tr_1_3	62
2.4. Магнітоелектрична схема заміщення, що використовує магнітні струми і магнітні конденсатори	63

2.4.1. Опис принципу	63
2.4.2. Алгоритм і програма	66
2.5. Магнітоелектрична схема заміщення, що використовує магнітні струми і магнітні конденсатори з диференціальної ємністю.....	67
2.5.1. Опис принципу	67
2.5.2. Алгоритм програми Tr_1_4_2	71
2.5.3. Програма Tr_1_4_2	73
2.5.4. Інструкція по користуванню програмою програми Tr_1_4_2	78
2.5.5. Моделювання перехідного процесу при включенні трифазного п'ятистрижневого трансформатора	79
ВИСНОВКИ	86
СПИСОК ВИКОРИСТОВАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	88

ВСТУП

Перехідні електромагнітні процеси в електротехнічних системах, що призводять до кидків струму при комутаціях, становлять значну небезпеку для силових трансформаторів, а також впливають на надійність релейного захисту, тому дослідження цих процесів *актуально*. Останнім часом зростає науковий інтерес до комп'ютерних розрахунків перехідних електромагнітних процесів в складових частинах електротехнічних систем, що містять силові трансформатори, реактори. Застосування сучасного комп'ютерного дослідження електромагнітних процесів дозволяє суттєво скоротити фінансові витрати та час на дороге фізичне моделювання і вирішувати ті завдання, які, зважаючи на складність обладнання, недоступні при аналітичному дослідженні. При цьому представляється можливість дослідження електромагнітних процесів в окремих елементах магнітних і електричних частин об'єктів електротехнічної системи і взаємодії об'єктів у цій системі з урахуванням їх реальних конструктивних особливостей.

Розрахунок перехідних процесів електромагнітних полів у трансформаторах і реакторах можливо тільки в дуже дорогих програмних пакетах як ANSYS, COMSOL і їм подібних. Такі програмні пакети дозволяють виконувати розрахунок тривимірних магнітних полів в перехідних режимах при умові, що до електромагнітних пристроїв підключається електричне коло, що містить всього кілька елементів. Розрахунок динамічних електромагнітних полів в трансформаторах, включених у складні електротехнічні системи, взагалі не представляється можливим. Тому завдання розрахунку електромагнітних полів часто зводять до задачі розрахунку електромагнітних процесів у взаємозв'язаних електричних і магнітних колах. Розрахунок процесів в електричних і магнітних колах з зосередженими параметрами вимагає суттєво менших ресурсів комп'ютера, ніж розрахунок полів. Програмні пакети, що призначені для розрахунку кіл, в порівнянні з програмними пакетами для розрахунку полів мають істотно меншу складність і вартість, а

також значно скорочують час розрахунку. В даний час розрахунок перехідних процесів в електротехнічних системах, що містять електромагнітні пристрої, проводять методами теорії електричних і магнітних кіл, які взаємодіють між собою. Об'єднання магнітного та електричного кіл в одне, так зване магнітоелектричне коло, дозволяє виконувати одночасне дослідження електричних і магнітних процесів. Для автоматизації досліджень часто використовується ряд готових програмних комплексів, призначених для аналізу електричних процесів у електричних та електронних схемах. Математичні моделі, покладені в основу цих програмних комплексів, не повною мірою відповідають сучасним вимогам аналізу на основі магнітоелектричних схем заміщення (МЕСЗ). Характерною особливістю МЕСЗ є наявність численних керованих джерел напруги і струму, а також численних нелінійних магнітних елементів зі стрімкою зміною характеристики. Керовані джерела створюють так звані «алгебраїчні петлі», які призводять до того, що обчислювальний процес істотно затягується, або взагалі припиняється.

Ускладнення конструкцій трансформаторів та електричних схем, в які вони включаються, врахування нелінійності та зростаючі вимоги до точності розрахунків призвели до появи наукової задачі комп'ютерного аналізу перехідних електромагнітних процесів у трансформаторах на основі магнітоелектричних схем заміщення.

Розв'язування цієї задачі полягає в розвитку методів розрахунку електромагнітних процесів на основі нелінійних МЕСЗ. Для цього потрібно вдосконалення принципів формування МЕСЗ електромагнітних пристроїв, а також вдосконалення принципів застосування існуючих методів розрахунку диференціальних рівнянь, отриманих на основі законів Кирхгофа. Це дозволяє створити більш досконалі математичні моделі, які є базою для розробки нових універсальних спеціалізованих програмних комплексів комп'ютерного аналізу. Для цього необхідне глибоке розуміння принципів, на основі яких розробляються програмні комплекси комп'ютерного аналізу електромагнітних процесів.

Мета роботи. Виклад та аналіз сучасних методів комп'ютерного розрахунку електромагнітних процесів в електротехнічних системах, що містять трансформатори, на основі нелінійних магнітоелектричних схем заміщення. Виклад дається у формі, зрозумілою студентам третього курсу електротехнічних спеціальностей, а також аспірантам.

РОЗДІЛ 1

СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ РОЗРАХУНКУ ДИНАМІЧНИХ МАГНІТНИХ ПОЛІВ В ТРАНСФОРМАТОРАХ

Розрахунок електромагнітних процесів, в основному, виконується наступними методами: аналітичними, графічними (графоаналітичними), числовими.

Аналітичні методи дозволяють отримати точний розв'язок в аналітичній формі, що відповідає фізичним процесам, які описуються математичними виразами. Як правило, аналітичними методами вирішуються завдання, сформульовані за допомогою рівнянь Максвелла або їх спрощеного варіанту при заданих граничних та початкових умовах, а також за допомогою рівнянь, які складені за законами Кирхгофа. Головною перевагою аналітичних методів перед іншими є можливість отримати точний розв'язок в аналітичній формі, зручній для подальшого дослідження. Недоліком є те, що аналітичний розв'язок для полів можна одержати тільки для дуже простих конфігурацій досліджуваних тіл і простих часових залежностей, як правило, для лінійних середовищ. Практично значущі задачі для можливості отримання аналітичного розв'язку повинні передбачати досить великий набір припущень і ідеалізацій. Тому аналітичні методи застосовують тільки для досить простих завдань, для попередніх розрахунків, що дозволяють проводити якісний аналіз зміни основних величин і виявлення основних

тенденцій або для розрахунків, що дозволяють верифікувати інші методи.

Числові методи розрахунку стають все більш популярними останнім часом [1–17]. Це пов'язано з великим прогресом цифрової обчислювальної техніки, а також з розвитком математичної теорії числових методів, які використовуються при розрахунку полів і електричних процесів в колах. Числові методи розрахунку полів дозволяють врахувати тривимірну конфігурацію досліджуваних областей, а також нелінійні властивості матеріалів. При цьому можливе дослідження полів як в стаціонарних, так і перехідних режимах. Числові методи моделювання дозволяють швидко поставити і вирішувати досить складні практичні завдання, які неможливо вирішити з заданою точністю за допомогою інших методів. Одним з недоліків числових методів моделювання полів є необхідність застосування комп'ютера з великою оперативною пам'яттю і з великою швидкістю розрахунків, що раніше стримувало застосування цих методів. Іншим недоліком числових методів є те, що при зміні хоча б одного параметра моделі необхідно виконувати новий розрахунок. Однак широке застосування сучасних високошвидкісних і ресурсоемних комп'ютерів істотно знижує зазначені недоліки. Це призвело до того, що числові методи моделювання є в даний час самими економними і ефективними. Тому у даній роботі особлива увага приділена саме числовим методам розрахунку електромагнітних процесів.

Графічні методи відрізняє хороша наочність. Однак ці методи мають невисоку точність. Графічні методи поки що не піддаються автоматизації, яка необхідна при розрахунку складних кіл. Тому ці методи, як правило, застосовуються для ілюстрації аналітичних і числових методів. Графічні методи широко використовуються в курсі вивчення теоретичних основ електротехніки для кращого розуміння студентами принципів розрахунку іншими методами. Проте великий прогрес у розвитку комп'ютерної графіки може істотно підвищити роль графічних методів розрахунку.

1.1. Огляд математичних моделей числових розрахунків магнітних полів

Розрахунки полів різної природи, що придатні для практичного застосування, можливі тільки при використанні сучасних комерційних програмних комплексів. Такі комплекси розробляються фірмами-виробниками з урахуванням задоволення потреб дослідників, що працюють в різних областях науки і техніки. Нас цікавлять тільки методи дослідження електромагнітних полів, а також методи дослідження перехідних процесів в електричних колах, і пов'язаних з ними магнітних колах.

В умовах конкуренції між фірмами-розробниками створені математичні моделі, на основі яких виконані універсальні програмні комплекси для аналізу електромагнітних полів. Найбільш популярними є ANSYS/EMAG, COSMOS/M (модуль низькочастотного електромагнітного розрахунку ESTAR), COMSOL, FEMM, Femlab, Maxwell, ELCUT. Якщо найбільш «важкі» (і дорогі) комплекси, такі як ANSYS/EMAG, COMSOL дозволяють виконувати моделювання тривимірних полів, то більш прості (і менш дорогі) комплекси орієнтовані, в основному, на двовимірне моделювання. Двовимірне моделювання широко застосовується для моделювання полів протяжних об'єктів (кабелі, лінії електропередачі тощо). У багатьох випадках двовимірне моделювання розглядається як попередній етап перед тривимірним моделюванням.

В основу сучасних програмних комплексів, призначених для дослідження електромагнітних полів, покладені математичні моделі, які використовують найбільш популярні числові методи: метод кінцевих різностей, метод кінцевих елементів, метод граничних елементів, метод інтегральних рівнянь, а також комбіновані методи. Найбільш популярним в даний час є метод кінцевих елементів [18]. Останні модифікації зазначених програмних комплексів отримали додаткові можливості. Стало можливим проводити дослідження не тільки стаціонарних полів, але і полів, що змінюються в часі. До польової моделі, стало можливим підключати додаткову модель – електричне коло і

виконувати спільне моделювання електричних процесів в колі і електромагнітних процесів в області поля. Однак електричне коло, яке підключається, не може бути складним, що в даний час є перешкодою для дослідження в динаміці полів в електромагнітних пристроях, включених у складні нелінійні електричні кола. Тому привабливим є метод моделювання електричних і магнітних полів методами електричних і магнітних кіл, пов'язаних між собою.

1.2. Огляд розрахунків магнітних полів методами магнітних кіл

Слід особливо відзначити роботи, присвячені розрахунку магнітних полів, що змінюються в часі, методами магнітних кіл. Як показано у роботі [19] метод магнітних кіл безпосередньо впливає з методу сіток. Метод магнітних кіл зручний у тому випадку, якщо відомо, що в якійсь області магнітне поле за певними координатами змінюється слабо. Тоді розміри сітки можна збільшити у багато разів, що дає суттєву економію кількості розрахункових вузлів. Зазвичай так буває протягом однорідних ділянок магнітопроводів і ці ділянки можна з точністю, достатньою для практики, представляти магнітними вітками.

Моделі для дослідження електромагнітних перехідних процесів на основі теорії електричних і магнітних кіл застосовувалися ще в початку минулого століття [20]. У 90-х роках за кордоном дослідниками було запропоновано кілька моделей на основі теорії електричних і магнітних кіл [21–23]. Основна причина постійного вдосконалення моделей полягає в поліпшенні властивостей електротехнічних сталей, вимогою більшої деталізації моделей, збільшенням забруднення мереж електропостачання вищими гармоніками і необхідністю вирішувати цю проблему, а також з постійним розвитком комп'ютерної техніки.

Основна відмінність моделей між собою полягало в наступному [20]:

– різний спосіб розгляду потоків розсіяння збуджених обмоток;

– різний облік фазних потоків розсіяння (PLF), зчеплених тільки з обмотками однієї фази;

– крива намагнічування в різних моделях визначалася різними способами з урахуванням або без урахування петлі гістерезису. У роботі [24] стверджується, що гістерезисний цикл не робить істотного впливу на перехідні процеси, в яких енергія забезпечується безпосередньо джерелом живлення;

– визначення і облік втрат холостого ходу;

– облік таких виробничих параметрів як зазори, додаткові потоки розсіяння і додаткові втрати, що залежать як від конструкції, так і від технології виробництва.

У більшості моделей магнітне коло своїми вітками повторює конфігурацію магнітопроводу. В роботі [20] розглянуто схематично магнітопровід трифазного тристрижневого трансформатора, на кожному стержні якого розташована первинна (р) і вторинна (s) обмотки (див. рис. 1.1). До первинних обмоток підводиться напруга джерела, а до вторинних обмоток зазвичай підключається навантаження.

Магнітні потоки (див. рис. 1.1) можна розділити на категорії:

– магнітні потоки, які зв'язують різні фази і проходять по магнітопроводу ($\Phi_1 - \Phi_5$);

– фазні потоки розсіяння (PLF), які пов'язують всі обмотки однієї фази і частково проходять через повітря ($\Phi_{01}, \Phi_{02}, \Phi_{03}$);

– потоки саморозсіяння, які проходять крізь повітря і зчеплені тільки з однією первинною обмоткою ($\Phi_{\sigma p1}, \Phi_{\sigma p2}, \Phi_{\sigma p3}$) або тільки з однією вторинною обмоткою ($\Phi_{\sigma s1}, \Phi_{\sigma s2}, \Phi_{\sigma s3}$);

– взаємні потоки розсіяння, що зв'язують первинні і вторинні обмотки однієї фази поза сталевому сердечника ($\Phi_{\sigma ps1}, \Phi_{\sigma ps2}, \Phi_{\sigma ps3}$).

Якщо магнітопроводу поставити у відповідність магнітне коло, то кожен магнітний потік протікає по своїй вітці, яка має свій магнітний опір. Потоки $\Phi_1 - \Phi_5$ протікають по вітках, що мають нелінійні опори $R_{e1}, R_{e2}, R_{e3}, R_{y4}, R_{y5}$ (індекс «e» відповідає стержням, а індекс «y» – ярмам). Потоки $\Phi_{01}, \Phi_{02}, \Phi_{03}$ протікають по відповідним лінійним опорами R_{01}, R_{02}, R_{03} . Потокам $\Phi_{\sigma p1},$

$\Phi_{\sigma p2}, \Phi_{\sigma p3}$ ставляться у відповідність лінійні індуктивності $L_{\sigma p1}, L_{\sigma p2}, L_{\sigma p3}$, потокам $\Phi_{\sigma s1}, \Phi_{\sigma s2}, \Phi_{\sigma s3}$ відповідають $L_{\sigma s1}, L_{\sigma s2}, L_{\sigma s3}$, а потокам $\Phi_{\sigma ps1}, \Phi_{\sigma ps2}, \Phi_{\sigma ps3}$ відповідають лінійні взаємні індуктивності $M_{\sigma ps1}, M_{\sigma ps2}, M_{\sigma ps3}$. Виходячи з того, які із зазначених елементів використані в магнітній схемі заміщення магнітної системи, виходить відповідна модель.

На рис. 1.2 –1.4 показані найбільш поширені моделі магнітної системи тристрижневого трифазного трансформатора.

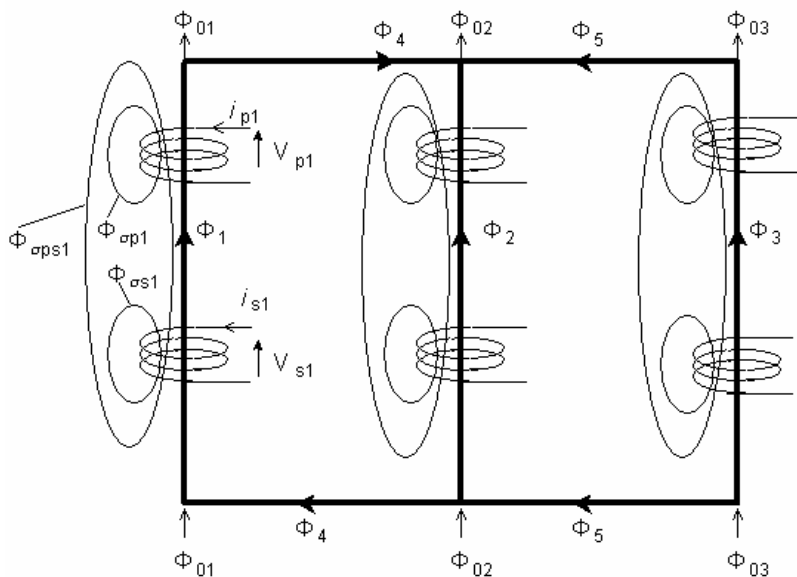


Рис. 1.1. Схема магнітопроводу трифазного тристрижневого трансформатора

На рис. 1.2 показана модель, де всі фазні потоки розсіяння (PLF) сконцентровані на центральному стрижні. У моделі, показаній на рис. 1.3, всі потоки PLF розподілені по центральному стрижні. У моделі, показаній на рис. 1.6, всі потоки PLF розподілені по стрижнях.

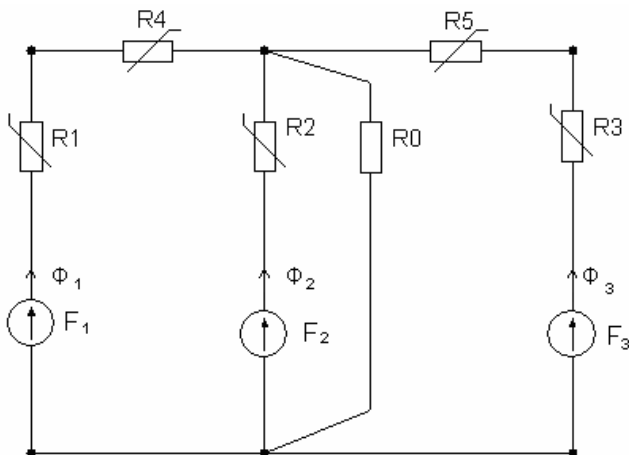


Рис. 1.2. Модель магнітного кола трансформатора, в якій всі фазні потоки розсіяння сконцентровані на центральному стрижні

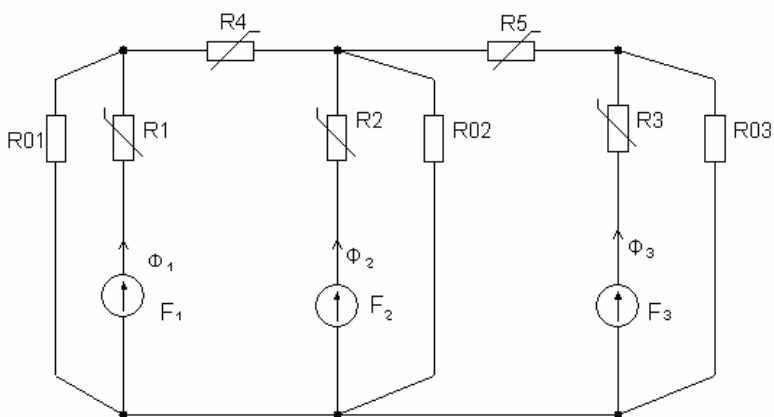


Рис. 1.3. Модель магнітного кола, в якому всі PLF розподілені по стрижнях

Використовувалися також моделі, в яких потоки PLF взагалі не враховувалися (див. рис. 1.4).

Показано в [20], що для низького і помірного насичення стали потоки PLF можна взагалі не враховувати і застосовувати модель, показану на рис. 1.4.

Еквівалентні параметри електричної схеми заміщення трансформатора можуть бути визначені з дослідів холостого ходу і короткого замикання. Ці досліді можуть бути проведені на реальному об'єкті, а також можуть відтворюватися на математичних моделях.

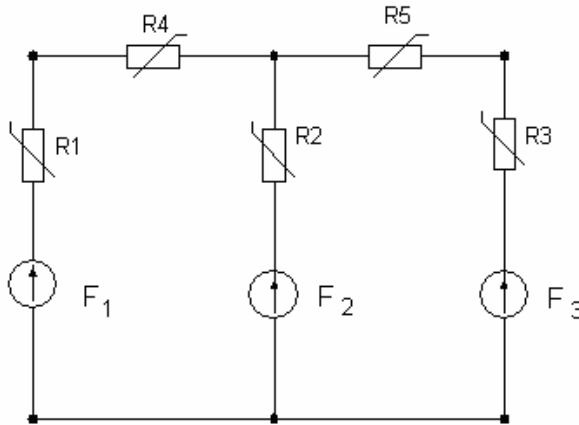


Рис. 1.4. Модель, в якій потоки PLF не враховуються

У роботі [25] автор запропонував опис електромагнітного кола повністю рівноправне по відношенню до електричних і магнітних змінних. Це дозволяє реалізувати в загальному вигляді перетворення кола або до його еквівалентної електричної схеми, або до магнітної. Показано, що перетворення схеми до магнітного кола більш просто і наочно. При розрахунку такий підхід дає істотну економію комп'ютерних ресурсів, що в той час було важливим. Крива намагнічування сталі береться як кусково-лінійна функція, а електромагнітний зв'язок між обмотками і магнітопроводами здійснюється з допомогою електромагнітного гіратора. Це дозволяє взагалі відмовитися від використання взаємних індуктивностей. Кусково-лінійна апроксимація кривої намагнічування є недоліком цієї моделі.

Подальший розвиток теорії комп'ютерного розрахунку перехідних процесів в трансформаторах зображено в роботах М.

А. Шакірова. В його роботах, мабуть, вперше об'єднані електричні та магнітні кола отримали назву – магнітоелектричні схеми заміщення (МЕСЗ). У роботі [26] зазначено, що традиційно використовуваний принцип аналогії між електричними і магнітними величинами протиприродний тим, що активні втрати виділяються в магнітному колі не на активному, а на реактивному магнітному опорі. У статті запропоновано нове поняття – магнітна ємність. В роботах [26–27] М. А. Шакировым запропоновано поняття магнітного струму зміщення $i^m = d\Phi/dt$ за аналогією з електричним струмом зміщення щільністю dD/dt . При цьому магнітному потоку відводиться роль магнітного заряду $q^m = \Phi$. Подібно до електричного струму зміщення, що протікає через ємнісний елемент, магнітний струм зміщення повинен протікати через магнітний ємнісний елемент C_m . Надалі магнітний струм зміщення будемо називати просто магнітним струмом. Поняття магнітного струму вперше введено ще Хевисайдом [27].

Магнітна ємність феромагнітного стрижня довжиною ℓ і площею поперечного перерізу S повинна визначатися з виразу:

$$C^m = \frac{\mu_a S}{\ell} \quad (1.17)$$

Застосуємо до первинної обмотки з числом витків W_1 закон Ома в комплексній формі і отримаємо:

$$\underline{Z}_{-\sigma l} \underline{I}_1 + j\omega W_1 \underline{\Phi}_0 = \underline{U}_1, \quad (1.18)$$

де $\underline{Z}_{\sigma l} = R_{\sigma l} + j X_{\sigma l}$ – опір втрат і розсіювання первинної обмотки; $\underline{\Phi}_0$ – комплексне значення магнітного потоку в сердечнику; $W_1 \underline{I}_1$ – МРС обмотки.

Застосуємо до замкнутого контуру магнітопроводу закон повного струму в комплексній формі і отримаємо:

$$W_1 \underline{I}_1 = \underline{H} \ell = \underline{\Phi}_0 \frac{\ell}{\mu_a S} = \underline{\Phi}_0 \underline{Z}_{-M} \quad (1.19)$$

Розв'язок (1.18) і (1.19) в матричній формі мають вигляд:

$$\left[\begin{array}{c|c} Z & j\omega W_1 \\ \hline -\frac{\sigma_1}{W_1} & Z \\ \hline -W_1 & -M \end{array} \right] \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{\Phi}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1.20)$$

Зробивши в (1.20) заміну змінної $\underline{\Phi}_0 = \underline{I} / j\omega$ отримаємо систему рівнянь з антисиметричної матрицею коефіцієнтів:

$$\left[\begin{array}{c|c} Z & W_1 \\ \hline -\frac{\sigma_1}{W_1} & Z^\mu \\ \hline -W_1 & - \end{array} \right] \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}^\mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.22)$$

де

$$Z^\mu = \frac{Z_M}{j\omega} = \frac{U_M \Phi}{j\omega} = \frac{U_M}{I_\mu}. \quad (1.23)$$

Величина Z^μ названа М. А. Шакировым магнітним струмоопором, а вираз, що впливає з (1.23)

$$\underline{U}_M = Z^\mu I_\mu \quad (1.24)$$

названо новою формою закону Ома для синусоїдального режиму магнітного кола. З (1.23) слід:

$$Z^\mu = \frac{R_M + jX_M}{j\omega} = \frac{X_M}{\omega} - j \frac{R_M}{\omega}, \quad (1.25)$$

а величина Z^μ має ємнісний характер, і її слід представляти у вигляді:

$$Z^\mu = R^\mu - jX^\mu = R^\mu - j \frac{1}{\omega C^\mu}, \quad (1.26)$$

де C^μ – магнітна ємність.

Із зіставлення дійсних частин (1.25) та (1.26) і аналізу втрат в магнітному стрижні зроблено висновок, що втрати в стрижні можна інтерпретувати як втрати в магнітному струмоопорі внаслідок вихрових струмів і гістерезису.

У роботі [26] запропоновано методи перетворення магнітоелектричного кола до еквівалентного електричного кола шляхом стандартних матричних процедур, що виключають блок магнітних змінних. Аналогічно можна перейти до еквівалентного магнітного кола шляхом стандартних матричних процедур, що виключають блок електричних змінних. Мета перетворень – отримання системи рівнянь меншої розмірності. Для отримання можливості аналітичних перетворень система меншої розмірності вельми бажана. Комплексний метод передбачає усталеність всіх коефіцієнтів, в тому числі і магнітної проникності сталі магнітопроводу. Однак миттєве значення магнітної проникності залежить від миттєвого значення напруженості магнітного поля, а також від струму. Тому розрахунок комплексним методом можливий тільки для режимів, у яких робоча точка знаходиться на лінійній ділянці кривої намагнічування. При перехідних процесах робоча точка може потрапляти і в область глибокого насичення. Розрахунок таких режимів можливий тільки числовими методами на комп'ютері. У той час (2003 рік) така економія комп'ютерних ресурсів вже не була такою актуальною. Дослідники виконували таку економію виходячи з недавнього минулого досвіду, коли комп'ютерна техніка СРСР була досить слабкою.

У роботі [26] зазначено, що з моменту опублікування Фортеською методу симетричних складових [28] не було інших методів розрахунку багатозначних несиметричних кіл, і метод застосування магнітоелектричних кіл склав альтернативу методам Фортеською.

Подальші роботи присвячені опрацюванню можливості використання готових програмних комплексів для моделювання електромагнітних процесів в нелінійних магнітоелектричних колах. Одним із сучасних комплексів, визнаних багатьма дослідниками, є система Matlab з додатком Simulink [29–30]. У систему Matlab входить Toolbox SimPowerSistem, призначений

для моделювання електричних кіл. За допомогою цього Toolbox електричне коло зображується безпосередньо на екрані та за допомогою спливаючих вікон задаються параметри всіх елементів. У SimPowerSystem є досить великий набір різних елементів, які можуть входити в коло. До складу елементів також входять джерела напруги, що керовані струмом, необхідні для зв'язку електричних і магнітних кіл. Джерел напруги, керованих похідної струму у складі елементів SimPowerSystem немає. Система Simulink виявилася вельми чутливою до наявності в колі так званих «алгебраїчних петель». Алгебраїчна петля виникає, якщо струм одного елемента (наприклад, котушки) управляє джерелом напруги, включеним в магнітну вітку, а її магнітний потік в свою чергу управляє джерелом напруги, включеним в вітку котушки. При виникненні алгебраїчної петлі видається попередження та обчислювальний процес, як правило, переривається. У магнітоелектричних колах наявність чисельних алгебраїчних петель є характерною властивістю.

Для усунення цієї перешкоди у роботі [31] запропоновано в «алгебраїчну петлю» вводити додатковий елемент затримки. Цим досягається розрив алгебраїчної петлі, і обчислювальний процес отримав можливість виконання. Однак у цій роботі не проведено дослідження про вплив елемента затримки на похибку розрахунку. У роботі відзначено також, що використання системи Simulink можливо для дослідження тільки досить простих магнітоелектричних кіл.

Тому розробка математичних моделей, які можуть бути реалізовані у вигляді програмного комплексу, позбавленого недоліків відомих універсальних комплексів, є актуальною задачею.

Висновки до розділу 1

1. В даний час розрахунок розподілу магнітних полів у перехідних режимах в електромагнітних пристроях, що включені в складне електричне коло, доцільно виконувати на основі використання магнітоелектричних схем заміщення. Немає необхідності МЕСЗ зводити до чисто електричних або магнітних кіл в цілях економії комп'ютерних ресурсів.

2. В даний час фірмами-розробниками створені універсальні програмні комплекси для аналізу електромагнітних процесів в

електричних колах. Однак існуючі програмні комплекси мають суттєві недоліки при використанні магнітоелектричних схем заміщення.

3. Магнітоелектричні схеми заміщення є підґрунтям для складання та подальшого розрахунку рівнянь стану. Подальший розвиток методів аналізу процесів повинно супроводжуватися глибоким вивченням принципів формування магнітоелектричних схем заміщення, принципів складання рівнянь стану та їх числового рішення.

РОЗДІЛ 2

МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНІ СХЕМИ ЗАМІЩЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРИСТРОЇВ ТА МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

2.1. Магнітоелектрична схема заміщення нелінійної магнітної вітці, що описується двома змінними параметрами

2.1.1. Постановка завдання

Розглянемо ділянку сталевого магнітопроводу, на якому розташована котушка, що містить N витків, по яких протікає струм $i(t)$ (рис. 2.1).

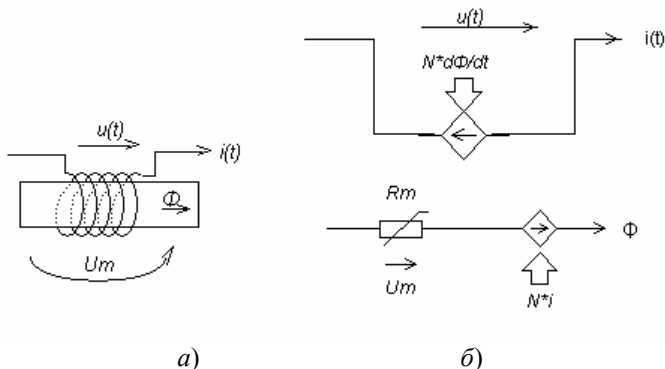


Рис. 2.1. Зображення котушки магнітоелектричної схемою заміщення: а) – магнітна вітка з котушкою; б) – магнітоелектрична схема заміщення

Струм $i(t)$, що протікає по котушці, створює згідно із законом повного струму Ампера в магнітній вітці магніторушійну силу (МРС), яка дорівнює $N i$. Магнітний потік Φ , що перетинає витки котушки, створює в котушці ЕРС індукції, яка дорівнює $N \cdot d\Phi/dt$ (спрямовану згідно з правилом буравчика проти напрямку струму). Таким чином, електричні і магнітні вітки пов'язані між собою, що можна врахувати введенням в схему заміщення керованих джерел напруги (рис. 2.1,б). Це дозволить формалізувати складання рівнянь стану.

Якщо магнітна вітка лінійна, то ділянка магнітопроводу має статичний магнітний опір

$$R_m = \frac{\ell}{S\mu_0\mu},$$

де ℓ – довжина магнітної вітці, S – площа поперечного перерізу магнітної вітці, μ_0 – магнітна постійна, μ – відносна магнітна проникність матеріалу магнітопроводу.

Якщо магнітна вітка нелінійна, то магнітний потік Φ залежить від магнітної напруги U_m , згідно кривої намагнічування сталі. По заданому початковому значенню магнітного потоку визначається значення магнітної індукції B . Потім по заданій кривій намагнічування сталі $H(B)$ визначається значення напруженості H магнітній вітці. Магнітний опір обчислюється за законом Ома:

$$R_m = \frac{U_m}{\Phi} = \frac{H\ell}{\Phi}. \quad (2.1)$$

Передбачається, що ця ділянка має бути однорідною, тобто на протязі ділянки повинна бути незмінною площа її поперечного перерізу S та не повинні змінюватися магнітні властивості матеріалу магнітопроводу. Такий спосіб розрахунку магнітного опору застосований в роботі [32].

Традиційно криві намагнічування електротехнічної сталі задавалися з допомогою апроксимуючих функцій. У роботі [33] наведено велику кількість різних функцій, з допомогою яких можна з різним ступенем точності апроксимувати криві намагнічування різних сталей. Однак вибір апроксимуючої

функції в ті роки (1948 р.) визначався, в основному, можливістю отримання рішення в аналітичній формі. В даний час до апроксимуючих функцій пред'являються інші вимоги, тому як рішення шукається не в аналітичній, а в числовій формі. Апроксимуюча функція в комп'ютерному розрахунку повинна з малою похибкою відтворювати криву намагнічування і бути гладкою, а також повинна допускати швидке визначення числовими методами значення функції та її похідної при будь-якому значенні аргументу. В роботах [34–35] запропоновано використовувати універсальні криві намагнічування електротехнічних сталей. Однак не всі електротехнічні сталі можуть бути коректно представлені універсальними кривими намагнічування. В даний час вимогами, що пред'являються до апроксимації кривих намагнічування електротехнічних сталей, найбільшою мірою задовольняють сплайн-функції [36–38]. У системі MATLAB [39], існує програмна підтримка сплайн-функцій. Практика використання сплайнів для апроксимації кривих намагнічування показує наступне. Достатньо задати два масиви значень магнітної індукції і напруженості магнітного поля. Там де крива змінюється значніше, опорні точки слід задавати гущі. Для гарячекатаних сталей з пологої кривої намагнічування апроксимація кривої намагнічування виконується завжди адекватно. При цьому достатньо задати 15–20 точок. Для холоднокатаних текстурованих сталей з крутої характеристикою намагнічування поблизу місць крутого перегину кривої спостерігаються значні відхилення апроксимації від істинної кривої навіть при густому завданні опорних точок. Це суттєво впливає на точність розрахунків і стійкість обчислювального процесу. Щоб уникнути такого небажаного явища автором даній роботи запропоновано виконувати попереднє логарифмування кривої намагнічування. Як показала практика, попереднє логарифмування кривої намагнічування зменшує швидкість зростання кривої і при апроксимації сплайнами такої кривої проблем не виникає.

Формула (2.1) дозволяє обчислювати магнітний опір в широкому діапазоні зміни напруженостей магнітного поля, але при $H = 0$ маємо невизначеність. Тому при $H = 0$ слід визначати

магнітний опір як відношення малих приростів магнітній напруги ΔU_m і магнітного потоку $\Delta \Phi$. При розрахунку перехідного процесу використання значення магнітного опору, обчисленого за формулою (2.1), означає, що на поточному $n+1$ кроці інтегрування використовується значення, що обчислені на попередньому кроці. При використанні зі стрімкою зміною кривій намагнічування, що є характерним для сучасних електротехнічних сталей, такий прийом може призвести до значної похибки розрахунку. Для адекватного визначення значення магнітного опору саме на $n+1$ -му поточному кроці інтегрування необхідно використовувати ітераційний процес. Цей процес полягає в тому, що з початкового значення магнітного опору R_m обчислюється значення магнітної напруги U_m , потім значення напруженості H . Далі по кривій намагнічування обчислюється магнітний потік Φ , потім нове значення R_m і так далі, поки два суміжних по ітераціях значення магнітного опору будуть відрізнятися на величину, меншу заданої похибки. Однак такий ітераційний процес збігається дуже повільно.

Для прискорення збіжності ітераційного процесу поступимо таким чином. В деякій робочій точці номер n ($\Phi_n, U_m n$) кривої намагнічування нелінійну залежність можна апроксимувати прямою лінією, дотичної до вебер-амперної характеристики (див. рис. 2.2). Отриману пряму уявімо як навантажувальну характеристику активного лінійного двополюсника, що має еквівалентний опір R_n і МРС E_n :

$$R_n = \left. \frac{dU_m}{d\Phi} \right|_{U_m = U_{mn}} ; E_n = U_{mn} - \Phi_n R_n \quad (2.2)$$

Отже, нелінійний магнітний опір R_m замінюється двома послідовно включеними елементами: джерелом напруги E_n і лінійним резистивним елементом R_n . В результаті виконаних перетворень схема заміщення магнітної вітці з розташованою на ній котушкою має вигляд, показаний на рис. 2.3.

Значення опору R_n і МРС E_n змінюються при зміні положення робочої точці відповідно до (2.2), що повинно бути враховано в розрахунках на кожному кроці інтегрування.

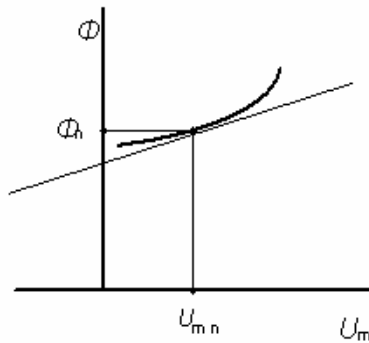


Рис. 2.2. Ділянка вебер-амперної характеристики нелінійної магнітної вітці

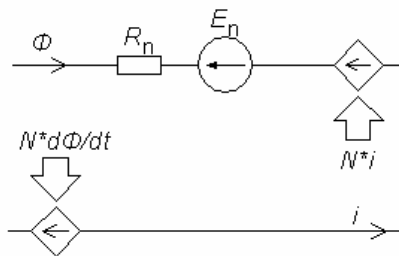


Рис. 2.3. Магнітоелектрична схема заміщення ділянки магнітопроводу з розташованою на ньому котушкою

Магнітні потоки, що протікають по повітряю, враховуються включенням лінійних магнітних резистивних елементів в магнітне коло.

В якості простого прикладу розглянемо процес підключення однофазного трансформатора до джерела синусоїдальної напруги. Загальний вигляд конструкції двообмоткового трансформатора в розрізі представлений на рис. 2.4. На даному рисунку вказані магнітні потоки, що протікають в елементах магнітопроводу (Φ_3 , Φ_6) і в каналах розсіювання (Φ_4 , Φ_5). Значення магнітних опорів каналів розсіювання будемо вважати

відомими. Вони розраховуються за особливою методикою. У відповідності з описаними принципами складання магнітоелектричних схем заміщення котушок з феромагнітними сердечниками заступна схема однофазного трансформатора має вигляд, показаний на рис. 2.5. Зважаючи на симетрію на рис. 2.5 розглянута половина конструкції. Вітка 3 відповідає стрижню. У неї включено два джерела магнітної напруги, що керовані струмом обмотки 1 і струмом обмотки 2. Магнітна напруга вимірюється в Амперах, отже, коефіцієнти управління дорівнюють безрозмірних величин $N1$, $N2$ відповідно. Так як згідно рис. 2.1 в вітку кожної обмотки включається джерело напруги, що кероване похідної за часом магнітного потоку, в схему заміщення вводяться диференціювальні кола, що містять джерела напруги, керовані магнітними потоками (див. рис. 2.5, *г*).

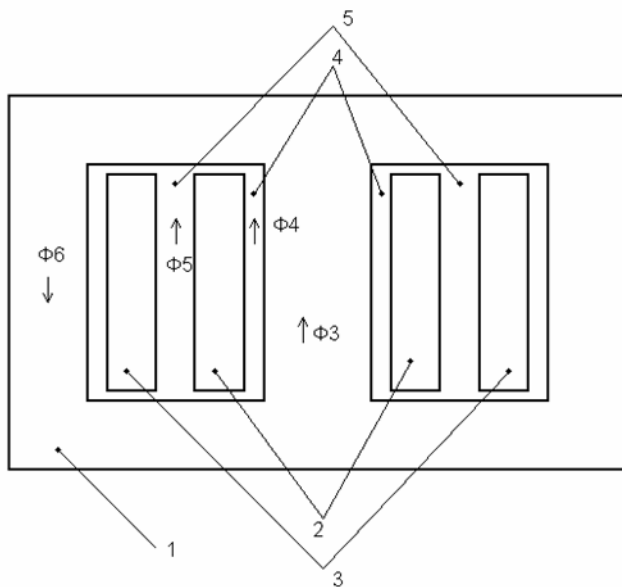


Рис. 2.4. Загальний вигляд конструкції однофазного трансформатора в розрізі: 1 – магнітопровід; 2 – вторинна обмотка, яка має $N2$ витків; 3 – первинна обмотка, яка має $N1$ витків; 4 – зазор між стрижнем і вторинною обмоткою; 5 – зазор між первинною обмоткою та вторинною обмоткою

В вітці 7 кероване джерело напруги керується сумою магнітних потоків Φ_3 і Φ_4 з коефіцієнтом управління $K_\Phi = 1 B/B_6$. В вітці 8 кероване джерело напруги керується сумою магнітних потоків Φ_3 , Φ_4 і Φ_5 з коефіцієнтом управління K_Φ . Кожне диференціувальне коло містить конденсатор ємністю $C = 1 \Phi$ і кероване магнітним потоком джерело напруги.

Напруга на кожному диференціувальному конденсаторі дорівнює відповідному магнітному потоку, помноженому на K_Φ . Отже, сила струму в кожному диференціувальному колі дорівнює похідної суми всіх керуючих магнітних потоків. Похідна за часом суми магнітних потоків Φ_3 , Φ_4 , Φ_5 управляє джерелом напруги, які присутні в вітці першої обмотки з коефіцієнтом управління N_1 . Аналогічно похідна по часу суми магнітних потоків Φ_3 , Φ_4 управляє джерелом напруги, присутнім у вітці вторинної обмотки з коефіцієнтом управління N_2 .

В повітряному зазорі між стрижнем і внутрішньої вторинної обмоткою протікає магнітний потік Φ_4 . На цей магнітний потік впливають струми обмотки 1 і обмотки 2, що враховується включенням в цю вітку двох джерел напруги, керованих струмами обмотки 1 і обмотки 2. У проміжок між обмотками (канал розсіювання) також введено джерело напруги, що кероване струмом зовнішньої обмотки 1. У моделі в роботі [20] ці джерела не враховані, але вони можуть значно впливати на потоки розсіяння і немає причин ними нехтувати.

Таким чином, трансформатор або інший електромагнітний пристрій, включений в електричне коло, можна уявити єдиною схемою заміщення. У такій схемі заміщення є як вітці, по яких протікають електричні струми (електричні вітці), так і вітці, по яких протікають магнітні потоки (магнітні вітці). Основні магнітні потоки, що протікають через нелінійні магнітні опори, викликають падіння магнітних напруг, що дорівнюють добутку напруженості магнітного поля на довжину магнітної вітці.

Єдине коло зручне для формування єдиної системи рівнянь, що описують електричні і магнітні процеси і їх взаємний зв'язок. Тому немає підстав проводити додаткові перетворення, що призводять рівняння до чисто електричного або до чисто магнітного кола, як це робилося в роботі [25].

Оскільки електричні струми і магнітні потоки з точки зору математичної моделі, побудованої на теорії кіл, рівноцінні, то струми і магнітні потоки в подальшому будуть позначатися символом « i » (узагальнений струм) з індексом, що визначає номер вітки в схемі. Розрахунок перехідного процесу в заступній схемі, що представлена на рис. 2.5, виконується як в звичайному нелінійному електричному колі на основі законів Кирхгофа по відомим правилам виконання розрахунків перехідних процесів числовими методами.

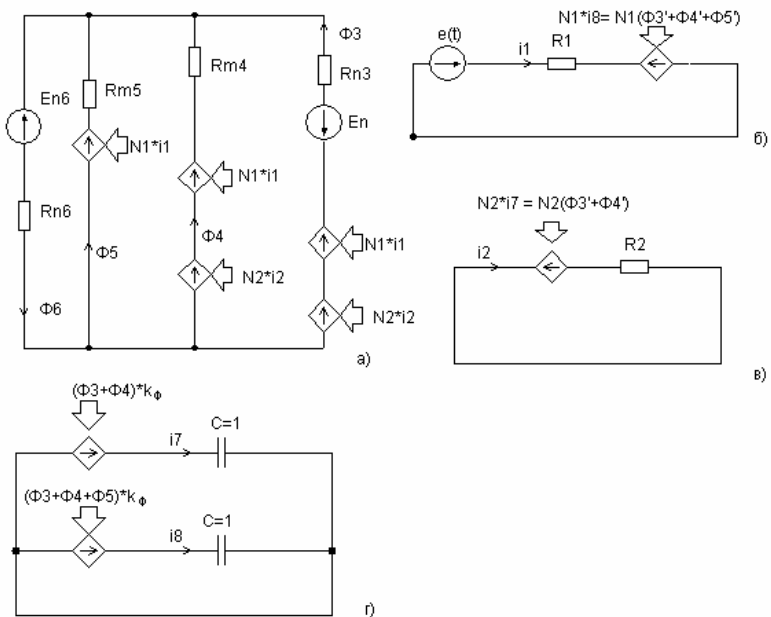


Рис. 2.5. Магнітоелектрична заступна схема однофазного трансформатора: а) магнітне коло; б) первинна обмотка, що підключена до джерела напруги; в) вторинна обмотка з навантаженням; г) диференціувальне коло

Виконаємо певну формалізацію методики цього розрахунку у відповідності з наведеним прикладом.

2.1.2. Формалізація розрахунку перехідного процесу з використанням числового методу прогнозу і корекції

Розрахунок проведемо виходячи з рівнянь, складених за законами Кирхгофа. Сформуємо систему рівнянь (2.3) за схемою рис. 2.5.

Рівняння за законом струмів Кирхгофа складаються для всіх вузлів без одного. Оскільки все коло складається з чотирьох незв'язаних підсхем, один з вузлів кожної підсхеми будемо вважати загальним. Це дозволить зв'язати підсхеми в єдине коло. Тоді за законом струмів Кирхгофа складемо одне рівняння. У системі (2.3) це рівняння з порядковим номером 10.

Оскільки об'єднане коло містить 7 незалежних контурів, то за законом напруг Кирхгофа складемо 7 рівнянь. У системі (2.3) це рівняння з порядковими номерами 3–9. Додатково складемо рівняння, що зв'язують струми і напруги конденсаторів. У системі (2.3) це рівняння номерів 1–2. Система рівнянь, складених за схемою рис. 2.5, має вигляд:

$$\left. \begin{aligned}
 C_7 \frac{du_{C7}}{dt} - i_7 &= 0; \\
 C_8 \frac{du_{C8}}{dt} - i_8 &= 0; \\
 R_1 i_1 + N_1 i_8 &= e(t); \\
 R_2 i_2 + N_2 i_7 &= 0; \\
 -R_{n6} \Phi_6 - R_{m5} \Phi_5 + N_1 i_1 &= E_{n6}; \\
 R_{m5} \Phi_5 - N_1 i_1 - R_{m4} \Phi_4 + N_1 i_1 + N_2 i_2 &= 0; \\
 -N_2 i_2 - N_1 i_1 + R_{m4} \Phi_4 - R_{n3} \Phi_3 + N_1 i_1 + N_2 i_2 &= E_{n3}; \\
 R i_7 + u_{C7} - K_\phi \cdot \Phi_3 - K_\phi \cdot \Phi_4 &= 0; \\
 R i_8 + u_{C8} - K_\phi \cdot \Phi_3 - K_\phi \cdot \Phi_4 - K_\phi \cdot \Phi_5 &= 0; \\
 \Phi_6 - \Phi_5 - \Phi_4 - \Phi_3 &= 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Змінними стану в системі рівнянь (2.3) є напруги на конденсаторах, тобто u_{C7} , u_{C8} . Позначимо вектор змінних стану розміру $s = 2$ як:

$$\mathbf{X}_S = [u_{c7} \quad u_{c8}]^T, \quad (2.4)$$

вектор похідних змінних стану (штрихом позначено диференціювання по часу):

$$\mathbf{X}'_S = \left[\frac{du_{c7}}{dt} \quad \frac{du_{c8}}{dt} \right]^T, \quad (2.5)$$

вектор залежних змінних розміру $z = 8$:

$$\mathbf{X}_Z = [i_1 \quad i_2 \quad \Phi_3 \quad \Phi_4 \quad \Phi_5 \quad \Phi_6 \quad i_7 \quad i_8]^T, \quad (2.6)$$

де верхній індекс «Т» означає транспонування.

Таким чином, вектор \mathbf{X}_{SZ} усіх змінних має вигляд:

$$\mathbf{X}_{SZ} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_S \\ \dots \\ \mathbf{X}_Z \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Тоді систему рівнянь (2.3) можна записати в матричній формі

$$\mathbf{A}\mathbf{X}'_S + \mathbf{B}\mathbf{X}_{SZ} = \mathbf{F}, \quad (2.8)$$

де матриці \mathbf{A} і \mathbf{B} складаються з двох підматриць:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_S \quad | \quad \mathbf{A}_Z], \quad (2.9)$$

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_S \quad | \quad \mathbf{B}_Z]. \quad (2.10)$$

Індекс «S» відноситься до підматриць коефіцієнтів перед похідними змінних стану (\mathbf{A}_S) або самим змінним стану (\mathbf{B}_S).

Індекс «Z» ставиться до інших залежних змінних.

З рівнянь (2.3) можна отримати матриці \mathbf{A}_S , \mathbf{B}_S , \mathbf{B}_Z : (2.11).

$$\mathbf{A}_S = \begin{bmatrix} C \\ C \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_S = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_Z = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -1 \\ R_1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & N_1 \\ \vdots & R_2 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & N_2 \\ N_1 & \vdots & \vdots & \vdots & -R_{m5} & -R_{n6} & \vdots \\ \vdots & N_2 & \vdots & -R_{m4} & R_{m5} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & -R_{n3} & R_{m4} & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & -K_\phi & -K_\phi & \vdots & \vdots & R \\ \vdots & \vdots & -K_\phi & -K_\phi & -K_\phi & \vdots & R \\ \vdots & \vdots & -1 & -1 & -1 & 1 & \vdots \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Всі коефіцієнти підматриці \mathbf{A}_Z дорівнюють нулю, тобто $\mathbf{A}_Z = 0$. Це справедливо в загальному випадку, так як в рівняннях Кирхгофа відмінні від нуля тільки коефіцієнти перед похідними змінних стану, а похідні інших змінних відсутні.

Вектор правих частин має вигляд:

$$\mathbf{F} = [0 \quad 0 \quad e(t) \quad 0 \quad E_{n6} \quad 0 \quad E_{n3} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T. \quad (2.12)$$

З урахуванням (2.9–2.10) рівняння (2.8) можна записати у вигляді:

$$[\mathbf{A}_S \mid \mathbf{A}_Z] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_S' \\ \mathbf{X}_Z' \end{bmatrix} + [\mathbf{B}_S \mid \mathbf{B}_Z] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_S \\ \mathbf{X}_Z \end{bmatrix} = \mathbf{F},$$

або

$$\mathbf{A}_S \mathbf{X}_S' + \mathbf{A}_Z \mathbf{X}_Z' + \mathbf{B}_S \mathbf{X}_S + \mathbf{B}_Z \mathbf{X}_Z = \mathbf{F}. \quad (2.13)$$

Використовуючи те, що завжди $\mathbf{A}_Z = 0$, можна зробити спрощення:

$$[\mathbf{A}_S \mid \mathbf{B}_Z] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_S' \\ \mathbf{X}_Z \end{bmatrix} = \mathbf{F} - \mathbf{B}_S \mathbf{X}_S.$$

Звідси

$$\mathbf{X}_{dSZ} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_S' \\ \mathbf{X}_Z \end{bmatrix} = [\mathbf{A}_S \mid \mathbf{B}_Z]^{-1} \cdot (\mathbf{F} - \mathbf{B}_S \mathbf{X}_S) \quad (2.14)$$

Рівняння (2.14) означає, що в будь-який момент часу значення всіх залежних змінних і похідних змінних стану можна обчислити, виходячи зі значень змінних стану. Тому числові методи інтегрування диференціальних рівнянь достатньо застосовувати тільки до змінних стану, а інші змінні можна обчислювати на кожному кроці інтегрування з допомогою співвідношення (2.14).

При розрахунку перехідних процесів задаються незалежні початкові умови для змінних стану:

$$\mathbf{X}_S \Big|_{t=0} = \mathbf{X}_{S(0)} \quad (2.15)$$

Рівняння (2.14) дозволяє обчислити залежні початкові умови виходячи з незалежних початкових умов:

$$\mathbf{X}_{dSZ(0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{S(0)}' \\ \mathbf{X}_{Z(0)} \end{bmatrix} = [\mathbf{A}_S \mid \mathbf{B}_Z]^{-1} \cdot (\mathbf{F} - \mathbf{B}_S \mathbf{X}_{S(0)}) \quad (2.16)$$

Щоб з допомогою рівняння (2.14) або (2.16) обчислити значення залежних змінних необхідно, щоб були визначені значення всіх елементів матриць \mathbf{A}_S , \mathbf{B}_S , \mathbf{B}_Z і вектори правих частин \mathbf{F} . Не всі значення елементів матриць постійні. В даному випадку значення R_{n3} , R_{n6} , E_{n3} , E_{n6} залежать від магнітних потоків, які протікають через ці елементи в даний момент часу. Для обчислення значень вказаних величин необхідно використовувати криву намагнічування сталі, з якої виконаний магнітопровід. Використовуємо один з найбільш зручних і точних способів апроксимації кривих, що задані значеннями в опорних точках, – спосіб апроксимації сплайнами [36–38]. Якщо

криву намагнічування задати за допомогою двох векторів **МВ**, **МН**, що визначають ряд значень в опорних точках магнітної індукції і напруженості магнітного поля, то з допомогою стандартної функції *csapi* [39] можна отримати так звану *p*-форму: $p = \text{csapi}(\text{МВ}, \text{МН})$. *P* – форма – це структура, що зберігає всі коефіцієнти та іншу інформацію про сплайн-апроксимації. Використовуючи *p*-форму можна для будь-якого значення магнітної індукції *B*, що входить в інтервал, заданий опорними точками, обчислити значення напруженості магнітного поля *H*: $H = \text{fnval}(p, B)$. За допомогою стандартної функції *fnder*, використовують *p*-форму, що задає апроксимацію функції *H(B)*, можна отримати *p*-форму, яка задає апроксимацію похідної функції $dH/dB(B)$: $dp = \text{fnder}(p)$. Тепер для довільного значення *B* можна обчислити значення похідної: $dH/dB = \text{fnval}(dp, B)$. Використання сплайнів дозволяє проводити обчислення похідних швидше, ніж це робиться іншими числовими методами. Справа в тому, що вигляд похідної полінома відомий, і операція диференціювання функції зводиться до зміни коефіцієнтів відповідної *p*-форми.

Розрахунок перехідного процесу числовими методами здійснюється за стандартною схемою [1, 4]. Часовий інтервал, протягом якого проводяться дослідження, розбивається, як зазвичай, на N_h кроків інтегрування величиною *h*. Більшість числових методів інтегрування диференціальних рівнянь обчислює значення шуканої функції в момент часу $t_{k+1} = t_k + h$ за відомим значенням у момент $t = t_k$ і в ряді попередніх моментів часу. Багато існуючих методів числового інтегрування вимагають, щоб система диференціальних рівнянь була представлена в нормальній формі, тобто розв'язана щодо перших похідних шуканих функцій. Пропонований далі метод не вимагає цього, так як залежні змінні автоматично обчислюються за формулою (2.14) виходячи з відомих значень змінних стану.

Змінні стану в новий момент часу t_{k+1} обчислюються з допомогою відомих числових методів розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Найбільш стійкими і точними є неявні багатокрокові методи, що дозволяють обчислити нове значення шуканої функції, використовуючи кілька попередніх значень

функції та її похідної [41]. Однак неявні методи не дозволяють за одну дію обчислити значення шуканої функції на новому кроці, так як при цьому потрібно знання значення похідної на новому кроці. Тому неявні методи часто використовують спільно з явними методами.

На конкретному прикладі викладемо послідовність дій розрахунку перехідного процесу з реалізацією прогнозу і корекції розв'язку при використанні методів Адамса-Башфорта і Адамса-Моултона до четвертого порядку [40].

2.1.3. Алгоритм розрахунку

Наводиться послідовність дій, яка виконується в програмі розрахунку перехідного процесу після підключення однофазного трансформатора до джерела синусоїдальної напруги. За описаним алгоритмом розроблена комп'ютерна програма в системі Matlab. В п. 2.1.4 наводиться текст програми `Tr_1_1.m`, а також підпрограми обчислення значень R_n і E_n : `SolveEnRn`. Для зручності пояснення текст програми розбито на пронумеровані блоки.

а) Завдання опорних точок кривої намагнічування сталі у вигляді векторів $MH2$, $MB2$. Завдання p -форм сплайн-апроксимації кривих $H(B)$, і $dH/dB(B)$. (Блок 1).

б) Введення вхідних даних. (Блок 2).

в) Завдання кроку інтегрування h , межі часу розрахунку $tend$ і значення допустимої відносної похибки при ітераціях eps . (Блок 3).

г) Резервування змінних для зберігання значень векторів поточного рішення змінних стану \mathbf{X}_{st} , похідних змінних стану $d\mathbf{X}_{st}$, залежних змінних \mathbf{X}_{zt} . (Блок 4).

д) Завдання змінних, що відраховують 1, 25, 50, 75% від часу розрахунку $tend$. (Блок 5).

е) Завдання початкових значень магнітних потоків $\Phi3$, $\Phi6$. (Блок 6).

є) Завдання початкових значень часу $t = 0$, лічильника кроків інтегрування $m=1$. (Блок 7).

- ж) Згідно з (2.2) обчислення опорів R_{n3} , R_{m6} і МРС E_{n3} , E_{m6} . (Блок 8).
- з) Складання матриць \mathbf{A}_s , \mathbf{B}_s , \mathbf{V}_z . (Блок 9).
- и) Обчислення вектора правій частині \mathbf{F} . (Блок 10).
- і) Згідно з (2.16) обчислення $\mathbf{X}_{dsz}(0)$, залежних початкових умов $\mathbf{X}_s(0)$ і похідних незалежних початкових умов $\mathbf{X}_{s(0)'}$ при $t=0$. (Блок 11).
- ї) Збереження отриманих розв'язків у відповідних масивах. (Блок 12).
- й) Організація основного циклу при зміні поточного часу з постійним кроком h і збільшенні на одиницю значення лічильника кроків інтегрування m (Блок 13).
- к) Збільшення на одиницю значення лічильника кроків інтегрування m , поточного часу на h , визначення нової точки у векторі значень часу tm (Блок 13.1).
- л) Вивід на екран відсотки виконаного часу розрахунку. (Блок 13.2).
- м) Перевірка виходу з циклу *while 1* після закінчення розрахунку. (Блок 13.3).
- н) Збереження значення рішення \mathbf{X}_{dsz} , отриманого на попередньому кроці, під ім'ям $\mathbf{X}_{dsz_}$. (Блок 13.4).
- о) Обчислення нових значень змінних стану. Якщо $m=2$, то використовується явний метод Ейлера. Якщо $m=3$ або 4, то використовується явний метод Адамса-Башфорта – прогноз. (Блок 13.5).
- п) Згідно (2.14) обчислення вектора \mathbf{X}_{dsz} та визначення похідних змінних стану. (Блок 13.6).
- р) Обчислення уточнених значень змінних стану в даний момент часу методом Адамса-Моултона (порядок методу дорівнює $m+1$, але не більше чотирьох) – корекція. (Блок 13.7).
- с) Організація ітераційного циклу на даному кроці інтегрування для обчислення змінних параметрів. (Блок 13.8).
- т) Обчислення магнітних опорів R_{n3} , R_{m6} і МРС E_{n3} , E_{m6} згідно з (2.2) при використанні сплайн-апроксимації кривої намагнічування сталі. (Блок 13.8.1).
- у) Внесення значень R_{n3} , R_{m6} в матрицю \mathbf{V}_z . (Блок 13.8.2).

ф) Обчислення вектора правої частини \mathbf{F} , в якій входять уточнені значення E_{n6} ; E_{n3} . (Блок 13.8.3).

х) Збереження значення розв'язку, отриманого на попередньому кроці \mathbf{X}_{dsz} під ім'ям $\mathbf{X}_{dsz_}$. Згідно рівняння (2.14) обчислення вектора \mathbf{X}_{dsz} і векторів залежних змінних \mathbf{X}_Z і похідних змінних стану \mathbf{X}_S' . (Блок 13.8.4).

ц) Обчислення відносної похибки розрахунку на суміжних ітераціях (Блок 13.8.5):

$$er = \frac{\sum_{k=1}^{10} |\mathbf{X}_{dsz_}(k) - \mathbf{X}_{dsz}(k)|}{\sum_{k=1}^{10} |\mathbf{X}_{dsz}(k)|} .$$

ч) Якщо похибка er менше заданої величини ε , то відбувається вихід з ітераційного циклу, результати записуються в масиви рішень і виконується перехід на новий крок інтегрування п. к).

ш) Якщо похибка $er > \varepsilon$, то обчислюються магнітні потоки і виконується перехід на п. с). Ітерації продовжуються до досягнення заданого граничного значення числа ітерацій. (Блок 13.8.6).

Обчислення ведуться в циклі періодичним переходом на п. с) доти, поки поточний час tm не стане рівним або більшим заданого часу дослідження процесу. Після цього проводиться вивід результатів на екран.

2.1.4. Програма розрахунку

```
clear; clc
%Бл.1 **** крива намагнічування сталі 3408-03*****
MH2=[0.0 7.58 10.8 15.2 20.8 23.2 26.2 31.9 51.4 97 295 520 660 ...
1218 1625 2249 3191 5331 11820 0.62e5 1.25e5 3.49e5 6.0e5];
MB2=[ 0 0.1 0.2 0.4 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 ...
1.7 1.8 1.84 1.86 1.9 1.92 1.94 1.96 1.98 2.0 2.1 2.20 2.5 2.8];
pp=csapi(MB2,MH2); % p-form H(B);
dpp=fnder(pp); % p-form dH/dB(B);
% Бл.2 *****
R1=0.1; R2=1000; % опір обмоток
```

```

Rm5=1e5; Rm4=1e5;%початкові значення магнітних
опорів
C=1; % диференціююча ємність
S=0.728; l3=0.715; l6=2.0; % переріз і довжина магнітної вітки
N1=541; N2=58; % число витків
Ud=127.0e3; f=50; % напруга і частота джерела
% Бл.3 *****
h=5e-7; % крок інтегрування
tend=0.076; % межа часу розрахунку
eps=1e-6;% допустима відносна похибка при ітераціях
% Бл.4 *****
Xst=zeros(2,1);% поточний вектор вирішення змінних стану
dXst=zeros(2,1);% поточний вектор похідних змінних стану
Xzt=zeros(8,1); % поточний вектор залежних змінних
% Бл.5 *****
tend100=tend/100; tend2=tend/2; tend4=tend/4; tend34=tend*3/4;
% Бл.6 *****
Fi3=Xzt(3); Fi6=Xzt(6); % початкові значення магнітних потоків
% Бл.7 *****
m=1; % лічильник кроків інтегрування
t=0; tm(m)=t; % перший елемент масиву часу
% Бл.8 *****
[En3,Rn3]=SolveEnRn(Fi3,S,l3,pp,dpp);
[En6,Rn6]=SolveEnRn(Fi6,S,l6,pp,dpp);
% Бл.9 *****
% uc7' uc8'
As=[C 0;...
0 C;...
0 0;...
0 0;...
0 0;...
0 0;...
0 0;...
0 0;...
0 0;...
0 0];
% uc7 uc8

```

```

Bs=[0 0;...
    0 0;...
    0 0;...
    0 0;...
    0 0;...
    0 0;...
    0 0;...
    1 0;...
    0 1;...
    0 0];
% i1 i2 Ф3 Ф4 Ф5 Ф6 i7 i8
Bz=[0 0 0 0 0 0 -1 0;...
    0 0 0 0 0 0 0 -1;...
    R1 0 0 0 0 0 0 N1;...
    0 R2 0 0 0 0 N2 0;...
    N1 0 0 0 -Rm5 -Rn6 0 0;...
    0 N2 0 -Rm4 Rm5 0 0 0;...
    0 0 -Rn3 Rm4 0 0 0 0;...
    0 0 -1 -1 0 0 R 0;...
    0 0 -1 -1 -1 0 0 R;...
    0 0 -1 -1 -1 1 0 0];
% Бл.10 *****
% права частина системи рівнянь
F=[0;0;Ud*1.41*sin(2*pi*f*t);0;En6;0;En3;0;0;0];
% Бл.11 *****
% Обчислення залежних змінних значень змінних стану
dXsXz=[As,Bz]*(F-Bs*Xst);
% Бл.12 *****
dXs(:,m)=dXsXz(1:2);% занесення значень у масив
результатів розрахунку
Xz(:,m)=dXsXz(3:end);
Xs(:,m)=Xst;
kitm=0;% початкова установка лічильника макс. числа ітерацій
% Бл.13 ***** ОСНОВНИЙ ЦИКЛ *****
while 1 %** розрахунок на інтервалі tend з часовим кроком h **
% Бл.13.1 *****
m=m+1; % m - поточний номер в масиві рішень

```

```

t=t+h; tm(m)=t;
% Бл.13.2 *****
if t>tend100 & t<=tend100+h
disp(' Виконано 1%');
elseif t>tend4 & t<=tend4+h
disp(' Виконано 25%');
elseif t>tend2 & t<=tend2+h
disp(' Виконано 50%');
elseif t>tend34 & t<=tend34+h
disp(' Виконано 75%');
end
% Бл.13.3 *****
if t>tend          % t<tend
tm(end)=[];
break % вихід з циклу while 1 по закінченні розрахунку
end
% Бл.13.4 *****
dXsXz_ = dXsXz;
% Бл.13.5 *****прогно*****
if m==2
Xst=Xs(:,m-1)+h*dXs(:,m-1); % явний метод Ейлера
elseif m==3          % метод Адамса-Башфорта
Xst=Xs(:,m-1)+h*(3*dXs(:,m-1)-dXs(:,m-2))/2;
else
Xst=Xs(:,m-1)+h*(23*dXs(:,m-1)-16*dXs(:,m-2)+5*dXs(:,m-3))/12;
end
% Бл.13.6 *****
M=[As,Bz];
dXsXz=M\F-Bs*Xst; % обчислення похідних змінних стану
% Бл.13.7 ***корекція*****
if m==2
Xst=Xs(:,m-1)+h*(dXsXz(1:2)+dXs(:,m-1))/2;% метод
%Адамса-Моултона
elseif m==3
Xst=Xs(:,m-1)+h*(5*dXsXz(1:2)+8*dXs(:,m-1)-dXs(:,m-2))/12;
else
Xst=Xs(:,m-1)+h*(9*dXsXz(1:2)+19*dXs(:,m-1)-5*...

```

```

        dXs(:,m-2)+dXs(:,m-3))/24;
    end
% *****
    kit=0;          % лічильник числа ітерацій
% Бл.13.8 *****
    while 2        % ітераційний цикл
        kit=kit+1; % лічильник числа ітерацій
        Fi3= dXsXz(5); Fi6= dXsXz(8);
% Бл.13.8.1 *****
        [En3,Rn3]=SolveEnRn(Fi3,S,l3,pp,dpp);
        [En6,Rn6]=SolveEnRn(Fi6,S,l6,pp,dpp);
% Бл.13.8.2 *****
        Vz(5,6)=-Rn6;
        Vz(7,3)=-Rn3;
% Бл.13.8.3 *****
        % права частина системи рівнянь
        F=[0;0;Ud*1.41*sin(2*pi*f*t);0;En6;0;En3;0;0;0];
% Бл.13.8.4 *****
        dXsXz_ =dXsXz;
        M=[As,Bz];
        dXsXz=M\F-Bs*Xst;
% Бл.13.8.5 похибка на суміжних ітераціях *****
        er=sum(abs((dXsXz-dXsXz_)./dXsXz));
% Бл.13.8.6 *****
        if(er<eps)
            dXs(:,m)=dXsXz(1:2);
            Xz(:,m)=dXsXz(3:end);
            Xs(:,m)=Xst;
            if kitm<kit kitm=kit; end
            if kitm >= 25
                disp([' kitm = ',num2str(kitm)])
                kitm=0;
            end
            break % вихід з ітераційного циклу while 2
        else
            end % if(er<eps)
        end % цикл while 2
end % *****

```

```

end      % цикл while 1
        % Вивід
kI=1;
while kI>0&kI<=8
    plot(tm, Xz(kI,:)); grid; xlabel('t c');
    kI=input(' Введіть номер виводимого змінного');
end

% Підпрограма обчислення параметрів
% моделі нелінійних опорів
function [En,Rn]=SolveEnRn(Fi,Sk,lk,pp,dpp)
B=Fi/Sk;      % магнітна індукція
sgnB=sign(B); % знак B
u= (fnval(pp,B*sgnB))*lk*sgnB; % магнітна напруга зі знаком
Rn= (fnval(dpp,B*sgnB))*lk/Sk; % dHdB*lk/Sk; % опір
En=u-Rn*Fi;   % ЕРС, пов'язана с Rn

```

2.1.5. Інструкція по користуванню програмою Tr_1_1

– В одну папку помістити програму Tr_1_1, підпрограму SolveEnRn і вказати в системі GNU Octave (Matlab) шлях до цієї папки.

– Пуск програми. На екрані виводиться у відсотках виконання програми. По закінченні виводиться графік першого змінного, а в командному вікні пропонується введення номера чергового змінного графік, зміни якого необхідно вивести на екран. Відповідність змінних та їх номерів наведено в табл. 1.

Таблиця 1

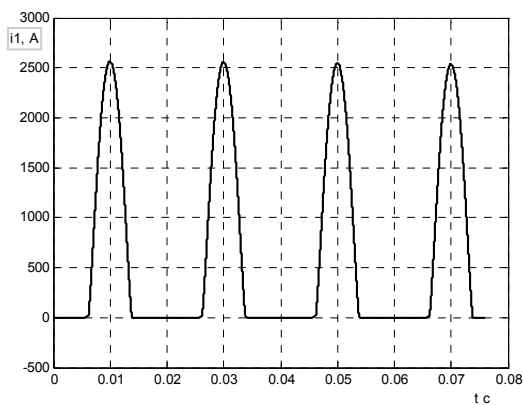
Номер змінного	1	2	3	4	5	6	7	8
Позначення змінного	i_1	i_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	Φ_6	Φ_7	Φ_8

За розробленою програмою виконані розрахунки перехідних процесів в магнітоелектричному колі рис. 2.5. Магнітопровід трансформатора виконаний із сталі марки 3408-03 з площею поперечного перерізу $S=0,728 \text{ м}^2$; $l_3=0,715 \text{ м}$; $l_6=2,0 \text{ м}$; довжина

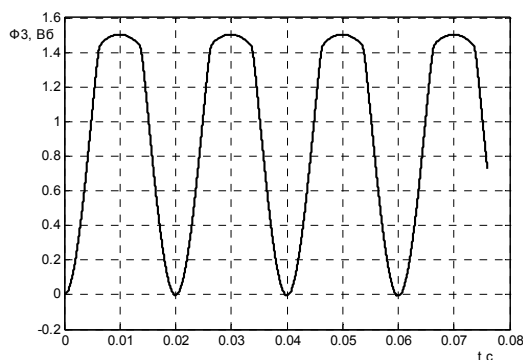
стрижня $l_1 = 0,715$ м, довжина ярма $l_2 = 2,0$ м; число витків: $N_1=541, N_2=58$.

На рис. 2.6 показані результати розрахунку перехідного процесу струму первинної обмотки і магнітного потоку в стрижні магнітопроводу. Перехідний процес виникає в результаті підключення в коло джерела змінної напруги 127 кВ.

Особливістю даного розрахунку є те, що крива намагнічування $B(H)$ холоднокатаної текстурованої електротехнічної сталі марки 3408-03 є крутозмінюючої з яскраво вираженим «коліном».



а)



б)

Рис. 2.6. Розрахункова осцилограма початку перехідного процесу: а) струм первинної обмотки; б) магнітний потік у стрижні магнітопроводу

Тому при входженні стали в режим насичення крок інтегрування повинен бути досить малим (10^{-7} с) і задана похибка повинна мати значення не більше 10^{-4} %. В іншому випадку обчислювальний процес стане розбіжним або у випадку збіжності результат буде мати неприпустиму похибка.

2.2. Формалізація розрахунку перехідного процесу з використанням неявного багатокрокового числового методу безпосередньо

2.2.1. Опис принципу

Перехідні процеси в магнітоелектричних схемах заміщення трансформаторів, включених в складні електричні кола, як правило, описуються жорсткими диференціальними рівняннями [40]. Відомо [41], що для розрахунку перехідних процесів в таких колах найбільш підходящими є неявні багатокрокові числові методи інтегрування диференціальних рівнянь. В 2.1.2 показаний приклад застосування неявного багатокрокового числового методу в зв'язці з явним методом. Покажемо приклад безпосереднього користування неявного багатокрокового числового методу. Для цього систему рівнянь (2.3) запишемо у вигляді матричного рівняння:

$$\mathbf{M}_K \cdot \mathbf{X}_t = \mathbf{F}_K, \quad (2.17)$$

де

$$\mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{X}'_S \\ \mathbf{X}_S \\ \mathbf{X}_Z \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

$\mathbf{X}_S, \mathbf{X}_Z$ як і в (2.7) – вектори змінних стану і залежних змінних, \mathbf{F}_K – вектор правих частин рівнянь, записаних за законами Кирхгофа, \mathbf{X}'_S – вектор похідних змінних стану; матриця \mathbf{M}_K має такий вигляд:

$$\mathbf{M}_K = \begin{bmatrix} C & & & & & & & & & -1 \\ & C & & & & & & & & -1 \\ & & R_1 & & & & & & & N_1 \\ & & & R_2 & & & & & & N_2 \\ & & & & N_1 & & & -R_{m5} & -R_{m6} & \\ & & & & & N_1 & & -R_{m4} & R_{m5} & \\ & & & & & & -R_{m3} & R_{m4} & & \\ & & & & & & & & & & R \\ & & & & & & & & & & & R \\ & & & & & & & & & & & & -1 \\ & & & & & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Вектор \mathbf{X}_t має 14 елементів, а матриця \mathbf{M}_K містить 12 стовпців і тільки 10 рядків. Щоб рівняння (2.17) мало єдиний розв'язок, його необхідно доповнити. Додаткові рівняння складемо як рівняння числового методу для змінних стану, які пов'язують значення змінних стану і їх похідних для поточного часу і значення змінних стану і їх похідних для попередніх моментів часу. Одним з найбільш прийнятних методів розрахунку динамічних процесів в магнітоелектричних колах є метод Гіра [40, 41] порядку не більше п'яти:

$$\mathbf{X}_{s_k} = \frac{4}{3} \mathbf{X}_{s_{k-1}} - \frac{1}{3} \mathbf{X}_{s_{k-2}} + h \left[\frac{2}{3} \mathbf{X}'_{s_k} \right] \quad (2.20.1)$$

$$\mathbf{X}_{s_k} = \frac{18}{11} \mathbf{X}_{s_{k-1}} - \frac{9}{11} \mathbf{X}_{s_{k-2}} + \frac{2}{11} \mathbf{X}_{s_{k-3}} + h \left[\frac{6}{11} \mathbf{X}'_{s_k} \right] \quad (2.20.2)$$

$$\mathbf{X}_{s_k} = \frac{48}{25} \mathbf{X}_{s_{k-1}} - \frac{36}{25} \mathbf{X}_{s_{k-2}} + \frac{16}{25} \mathbf{X}_{s_{k-3}} - \frac{3}{25} \mathbf{X}_{s_{k-4}} + h \left[\frac{12}{25} \mathbf{X}'_{s_k} \right] \quad (2.20.3)$$

$$\mathbf{X}_{s_k} = \frac{300}{137} \mathbf{X}_{s_{k-1}} - \frac{300}{137} \mathbf{X}_{s_{k-2}} + \frac{200}{137} \mathbf{X}_{s_{k-3}} - \frac{75}{137} \mathbf{X}_{s_{k-4}} + \frac{12}{137} \mathbf{X}_{s_{k-5}} + \frac{h \cdot 60}{137} \mathbf{X}'_{s_k} \quad (2.20.4)$$

Більш високий порядок методу не призводить до істотного поліпшення точності розв'язку системи диференціальних рівнянь, але збільшує час розрахунку.

Об'єднаймо матричне рівняння (2.19) і одне з матричних рівнянь Гіра (2.20) в єдину систему рівнянь, то отримуємо лінійне матричне рівняння щодо струмів, напруг і похідних змінних стану на k -му кроці інтегрування:

$$\mathbf{M}_G \cdot \mathbf{X}_t = \mathbf{F}_G, \quad (2.21)$$

де \mathbf{M}_G – матриця \mathbf{M}_K з приєднаними рядками методу Гіра; \mathbf{F}_G – вектор \mathbf{F}_K з приєднаними рядками методу Гіра.

Таким чином, рівняння (2.21) дозволяє обчислити значення всіх невідомих струмів і похідних змінних стану в поточний момент часу, якщо відомі значення змінних стану в момент попереднього кроку інтегрування і значення похідних змінних стану кількох попередніх моментів.

Якщо систему рівнянь (2.21) вирішувати в циклі з покроковим збільшенням поточного часу до досягнення заданого часу моделювання, то отримаємо залежності від часу всіх струмів (магнітних потоків) і похідних змінних стану. Сукупність вектор-стовпців розв'язку \mathbf{X}_t , отриманих для всіх моментів часу, що змінюються з кроком h , об'єднується в єдиний масив \mathbf{X} . Перевага даного методу полягає в тому, що при обчисленні значень шуканих функцій на новому кроці інтегрування не потрібно виділення із загальної системи рівнянь для змінних стану.

Такий спосіб був запропонований в роботі [42], але в той час зважаючи на слабкість комп'ютерної техніки він не знайшов широкого застосування, а в усі підручники потрапив метод, в якому пропонується виділення рівнянь для змінних стану в окрему систему.

Матриця \mathbf{M}_G рівняння (2.21) має багато нульових елементів. Це дозволяє застосувати математичний апарат роботи з розрідженими матрицями (sparse), що значно покращує роботу з великими матрицями [39].

Дана методика апробована за допомогою складеної програми в системі GNU Octave при використанні методу Гіра до четвертого порядку. Розроблену програму пояснює алгоритм, який приводиться в 2.2.2. Текст програми Tr_1_2.m з докладними поясненнями наводиться в 2.2.3.

2.2.2. Алгоритм розрахунку

Наводиться послідовність дій, яка виконується в програмі розрахунку перехідного процесу після підключення однофазного

трансформатора до джерела синусоїдної напруги. За описаним алгоритмом розроблена комп'ютерна програма в системі GNU Octave. У п. 2.2.3 надається текст програми Tr_1_2.m, а також підпрограми обчислення значень R_n і E_n : SolveEnRn. Для зручності пояснення текст програми розбитий на пронумеровані блоки.

а) Завдання опорних точок кривої намагнічування сталі у вигляді векторів МН2, МВ2. Завдання р-форм сплайн-апроксимації кривих Н(В), і dH/dB(В). (Блок 1).

б) Введення вхідних даних. (Блок 2).

в) Завдання кроку інтегрування h, межі часу розрахунку tend і значення допустимої відносної похибки при ітераціях eps. (Блок 3).

г) Резервування змінних для зберігання значень вектора поточного рішення всіх змінних Xt. (Блок 4).

д) Завдання змінних 1, 25, 50, 75% від часу розрахунку tend. (Блок 5).

е) Завдання початкових значень змінних стану і магнітних потоків Ф3, Ф6. (Блок 6).

є) Завдання початкових значень часу $t = 0$, лічильника кроків інтегрування $m = 1$ і нульового кроку інтегрування для розрахунку при $t = 0$. (Блок 7).

ж) Згідно (2.2) обчислення опорів R_{n3} , R_{n6} і МДС E_{n3} , E_{n6} при $t = 0$. (Блок 8).

з) Визначення матриці М. (Блок 9).

и) Обчислення вектора правої частини F. У 3-му рядку задається значення ЕРС джерела при $t = 0$: $e(0)$; в 5-й і 7-й рядках задамо $E_{n3} = 0$, $E_{n6} = 0$; в 11-й і 12-й рядках задамо початкові значення напруг на конденсаторах. (Блок 10).

і) Відповідно до (2.21) обчислення вектора всіх змінних при $t = 0$: $X_t = M \setminus F$ при $h = 0$. Збереження отриманих розв'язів в масиві X. (Блок 11).

ї) Зміна поточного значення кроку інтегрування на задане значення h_0 , коригування матриці М. Початкова установка лічильника максимального числа ітерацій. (Блок 12).

й) Організація основного циклу при зміні поточного часу з постійним кроком h і збільшенні на одиницю значення лічильника кроків інтегрування m (Блок 13).

к) Збільшення на одиницю значення лічильника кроків інтегрування m , поточного часу на h , визначення нової точки в векторі значень часу tm (Блок 13.1).

л) Вивід на екран відсотка виконаного часу розрахунку. (Блок 13.2).

м) Перевірка умови виходу з циклу `while 1` після закінчення розподілу. (Блок 13.3).

н) Установка нульового значення лічильника максимального числа ітерацій. (Блок 13.4).

о) Установка нульового значення лічильника поточного числа ітерацій. (Блок 13.5).

п) Збереження значень змінних стану (Блок 13.6).

р) Виведення даних вектора поточного рішення Xt , виконаного на попередньому кроці, під ім'ям $Xt_$. (Блок 13.7).

с) Організація ітераційного циклу з лічильником числа ітерацій `kit` на даному етапі інтегрування для обчислення змінних параметрів. (Блок 13.8).

а) За значеннями магнітних потоків Φ_3 , Φ_6 (в програмі Fi_3 , Fi_6), отриманих на попередньому кроці інтегрування, зробимо обчислення магнітних опорів Rn_3 , Rn_6 и МДС En_3 , En_6 згідно (2.2) при використанні сплайн-апроксимації кривої намагнічування сталі. (Блок 13.8.1).

б) Внесення значень Rn_3 , Rn_6 в матрицю M . (Блок 13.8.2).

в) Обчислення вектора правої частини F . (Блок 13.8.3).

г) Введення даних у вектора поточного рішення Xt під ім'ям $Xt_$. Обчислювання вектора поточного рішення рівняння (2.21): $Xt = MG \setminus FG$. (Блок 13.8.4).

д) Обчислення відносної похибки розрахунку на суміжних ітераціях: (Блок 13.8.5):

$$er = \frac{\sum_{k=1}^{10} |X_{t-}(k) - X_t(k)|}{\sum_{k=1}^{10} |X_t(k)|}$$

ц) Контроль похибки: якщо $er < \varepsilon$, то робиться запис результатів в масив рішень X, зберігаються значення змінних стану і виконується перехід на п. к), інакше виконується перехід на п. с) і триває ітераційний цикл. (Блок 13.8.6).

Обчислення ведуться в циклі переходом на п. к) поки поточний час t_k не стане рівним або більшим заданого часу дослідження перехідного процесу. Після цього проводиться вивід результатів на екран.

2.2.3. Текст програми Tr_1_2.m

```
clear; clc
% Бл.1 *****
% крива намагнічування сталі 3408-03
MH2=...
[0.0 1.0 7.58 10.8 15.2 20.8 23.2 26.2 31.9 51.4 97 295 520 660 ...
1218 1625 2249 3191 5331 11820 0.62e5 1.25e5 3.49e5 6.0e5];
MB2=[ 0 0.0096 0.1 0.2 0.4 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 ...
1.7 1.8 1.84 1.86 1.9 1.92 1.94 1.96 1.98 2.0 2.1 2.20 2.5 2.8 ];

pp=csapi(MB2,MH2); % p-form H(B)
dpp=fnder(pp); % p-form dH/dB(B):
% Бл.2 *****
R1=0.1; R2=1000; % опір обмоток
Rm5=1e5; Rm4=1e5; % початкові значення магнітних опорів
C=1; % диференціальна ємність
S=0.728; l3=0.715; l6=2.0; % перетин і довжина магнітної вітки
N1=541; N2=58; % число витків обмоток
Ud=127.0e3; f=50; % напруга і частота джерела
% Бл.3 *****
h0=5e-6; % крок інтегрування
tend=0.03; % межа часу розрахунку
```

```

eps=2e-6; % допустима відносна похибка при ітераціях
% Бл.4 *****
Xt=zeros(12,1); % поточний вектор рішення
% Бл.5 *****
tend100=tend/100; tend2=tend/2;
tend4=tend/4; tend34=tend*3/4;
% Бл.6 *****
uc7=Xt(3); uc8=Xt(4); % початкові значення змінних стану
Fi3=Xt(7); Fi6=Xt(10); % початкові значення магнітних
потоків
% Бл.7 *****
h=0; % початковий крок інтегрування
m=1; % лічильник кроків інтегрування
t=0; tm(m)=t;% перший елемент масиву часу
% Бл.8 *****
% Обчислення змінних величин En3,Rn3,En6,Rn6 в початковий
момент
[En3,Rn3]=SolveEnRn(Fi3,S,l3,pp,dpp);
[En6,Rn6]=SolveEnRn(Fi6,S,l6,pp,dpp);

% Бл.9 *****
% матриця рівнянь, складених за законами Кирхгофа
% uc7',uc8',uc7,uc8, i1 i2 Ф3 Ф4 Ф5 Ф6 i7 i8
M=[C 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0;...%1
0 C 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1;...%2
0 0 0 0 R1 0 0 0 0 0 0 N1;...%3
0 0 0 0 0 R2 0 0 0 0 N2 0;...%4
0 0 0 0 N1 0 0 0 -Rm5 -Rn6 0 0;...%5
0 0 0 0 0 N2 0 -Rm4 Rm5 0 0 0;...%6
0 0 0 0 0 0 -Rn3 Rm4 0 0 0 0;...%7
0 0 1 0 0 0 -1 -1 0 0 R 0;...%8
0 0 0 1 0 0 -1 -1 -1 0 0 R;...%9
0 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 1 0 0;...%10
-h 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;...%11
0 -h 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; %12

% Бл.10 *****

```

```

% перша частина системи рівнянь
F=[0;0;Ud*1.41*sin(2*pi*f*t);0;En6;0;En3;0;0;0;uc7;uc8];
% Бл.11 *****
Xt=MF; % перше значення поточного рішення
% Бл.12 *****
X(:,m)=Xt;
h=h0;
M(11,1)=-h; M(12,2)=-h;
kitm=0;%початкова установка лічильника максимального числа
ітерацій
% Бл.13 ***** ОСНОВНИЙ ЦИКЛ
*****
while 1 %*** розрахунок на інтервалі tend з часовим кроком h **
% Бл.13.1 *****
m=m+1; % m - поточний номер в масиві рішень
t=t+h; tm(m)=t;
% Бл.13.2 *****
if t>tend100 & t<=tend100+h
disp(' Виконано 1%');
elseif t>tend4 & t<=tend4+h
disp(' Виконано 25%');
elseif t>tend2 & t<=tend2+h
disp(' Виконано 50%');
elseif t>tend34 & t<=tend34+h
disp(' Виконано 75%');
end
% Бл.13.3 *****
if t>tend %t<tend
tm(end)=[];
break % вихід из цикла while 1 після закінчення розрахунку
end
% Бл.13.4 *****
kitm=0;
% Бл.13.5 *****
kit=0; % лічильник числа ітерації
% Бл.13.6 *****
uc7=X(3,m-1);

```

```

        uc8=X(4,m-1);
% Бл.13.7 *****
Xt_=Xt;
% Бл.13.8 *****
while 2          % ітераційний цикл
    kit=kit+1;   % лічильник числа ітерації
    Fi3=Xt(7);
    Fi6=Xt(10);
% Бл.13.8.1 *****
    [En3,Rn3]=SolveEnRn(Fi3,S,l3,pp,dpp);
    [En6,Rn6]=SolveEnRn(Fi6,S,l6,pp,dpp);
% Бл.13.8.2 *****
    M(5,10)=-Rn6;
    M(7,7)=-Rn3;
% Бл.13.8.3 *****
    % перша частина системи рівняння
    F=[0;0;Ud*1.41*sin(2*pi*f*t);0;En6;0;En3;0;0;0;uc7;uc8];
% Бл.13.8.4 *****
    Xt_=Xt;
    Xt=MF;      % нове значення поточного розв'язку
% Бл.13.8.5 похибка на суміжних ітераціях *****
    er=sum(abs((Xt-Xt_)./Xt));
% Бл.13.8.6 *****
    if(er<eps)
        X(:,m)=Xt;
        uc7=Xt(3);
        uc8=Xt(4);
        if kitm<kit kitm=kit; end
        if kitm >= 20
            disp([' kitm = ',num2str(kitm)])
            kitm=0;
        end
        break % вихід з ітераційного циклу while 2
    else
    end % if(er<eps)
end % цикл while 2
end % цикл while 1

```

```

% Вивід результатів
kI=1;
while kI>0&kI<=12
    plot(tm, X(kI,:)); grid; xlabel('t c');
    kI=input(' Введіть номер виведеного змінного ');
end

```

2.2.4. Інструкція по користуванню програмою Tr_1_2

– В одну папку помістити програму Tr_1_2, підпрограму SolveEnRn і вказати в системі GNU Octave шлях до цієї папки.

– Запуск програми. На екрані виводиться в процентах виконання програми. Після закінчення виводиться графік першого змінного, а в командному вікні пропонується вибрати номер чергового змінного графік, зміни якого необхідно вивести на екран. Відповідність змінних і їх номерів наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Номер змінного	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Позначення змінного	du_{c7}/dt	du_{c8}/dt	u_{c7}	u_{c8}	i_1	i_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	Φ_6	i_7	i_8

Розрахунок за програмою Tr_1_2.m показує, що графіки залежності від часу всіх змінних не мають видимих відмінностей з відповідними графіками, отриманими за допомогою розрахунку за програмою Tr_1_1.m, тобто відхилення двох розв'язків не перевищує сотих часток відсотка. Незважаючи на те, що розмір матриці \mathbf{M}_G в рівнянні (2.20) більше розміру матриці \mathbf{A}_Z час розрахунку за програмами Tr_1_2.m і Tr_1_1.m. практично однаково. Це пояснюється тим, що в програмі Tr1_2.m в кожному циклі виконується тільки один розв'язок матричного рівняння (2.21), а в програмі Tr1_1.m виконується спочатку явним числовим методом прогноз, потім виконується розв'язок матричного рівняння (2.14), а потім неявним числовим методом виконується корекція. З огляду на жорсткості рівнянь

вирішуваних завдань не рекомендується обмежуватися тільки явним числовим методом.

2.3. Магнітоелектрична схема заміщення, що використовує «магнітний струм» – похідну магнітного потоку

2.3.1. Опис принципу

Перехідні процеси в трансформаторах та інших електромагнітних пристроях зазвичай тривалі, тому їх моделювання займає досить тривалий час. Для прискорення моделювання електромагнітних процесів розроблений додатковий метод.

Розглянемо замкнутий феромагнітний магнітопровід, що має середню довжину окружності ℓ , на якому розташована котушка, яка містить N витків (рис. 2.7).

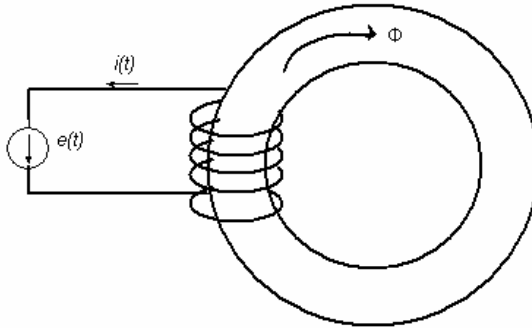


Рис. 2.7. Замкнутий феромагнітний магнітопровід з котушкою

Якщо підключити до котушки джерело змінної напруги $e(t)$, то по витках котушки потече електричний струм $i(t)$. У котушці виникне магнітне поле напруженістю H . Відповідно до закону повного струму можна записати:

$$H \cdot \ell = N \cdot i \quad (2.22)$$

Продиференціюємо вираз (2.22) по часу:

$$\frac{dH}{dB} \frac{dB}{dt} \ell = N \frac{di}{dt} \quad (2.23)$$

де B – магнітна індукція.

Перетворимо вираз (2.23), використовуючи позначення диференціальної магнітної проникності $\mu^d = dB/dH$:

$$\frac{\ell}{S\mu^d} \frac{d\Phi}{dt} = N \frac{di}{dt}, \quad (2.24)$$

де S – площа поперечного перерізу магнітопроводу, Φ – магнітний потік.

Рівняння (2.24) представимо у вигляді, позначивши похідну за часом штрихом:

$$R^d \Phi' = Ni', \quad (2.25)$$

де введено диференціальний магнітний опір

$$R^d = \frac{\ell}{\mu^d S}. \quad (2.26)$$

Рівняння (2.25) можна інтерпретувати в такий спосіб. По магнітопроводу протікає «магнітний струм», значення якого дорівнює похідній за часом магнітного потоку Φ (див. рис. 2.8).

Права частина рівняння (2.25) інтерпретується як джерело МРС, яке кероване похідною струму котушки. Електричне коло містить джерело ЕРС $e(t)$, деякий опір, котушку з індуктивністю L (обумовлену магнітними потоками в повітрі) і кероване джерело напруги, яке кероване похідною магнітного потоку Φ' .

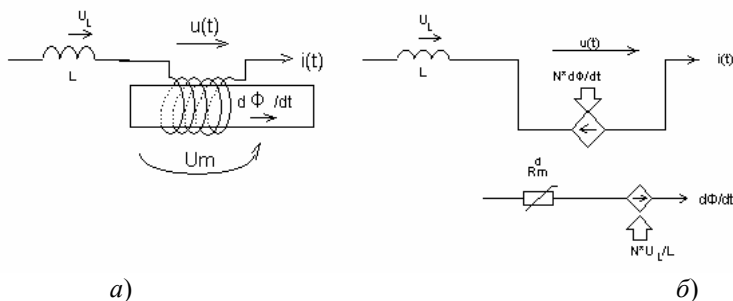


Рис. 2.8. Зображення котушки з феромагнітним сердечником магнітоелектричної схемою заміщення: а) – магнітна вітка з котушкою; б) – магнітоелектрична схема заміщення, що використовує «магнітний струм»

Розрахунок електромагнітних процесів в нелінійних магнітоелектричних схемах заміщення, що використовують «магнітний струм», має свої особливості. Електричні і магнітні вітки пов'язані між собою, що можна врахувати введенням в схему заміщення керованих джерел напруги (рис. 2.8, б). Це дозволить формалізувати складання рівнянь стану. Таким чином, електромагнітний пристрій, включений в електричне коло, можна представити єдиною схемою заміщення. У такій схемі заміщення є як вітки, по яких протікають електричні струми (електричні вітки), так і вітки, по яких протікають магнітні струми (магнітні вітки). Основні магнітні струми, протікаючи через нелінійні диференціальні магнітні опори, викликають падіння магнітних напруг, рівні добутку похідної за часом напруженості магнітного поля і довжини магнітної вітки. Єдине коло зручне для формування єдиної системи рівнянь, що описують електричні і магнітні процеси і їх взаємний зв'язок.

Оскільки електричні і магнітні струми з точки зору математичної моделі, побудованої на теорії кіл, рівноцінні, то електричні і магнітні струми, як і раніше, будуть позначатися символом « i » (узагальнений струм) з індексом, що визначає номер вітки в схемі.

Магнітоелектрична схема заміщення розглянутого раніше однофазного трансформатора не має диференціальних кіл і має вигляд, зображений на рис. 2.9.

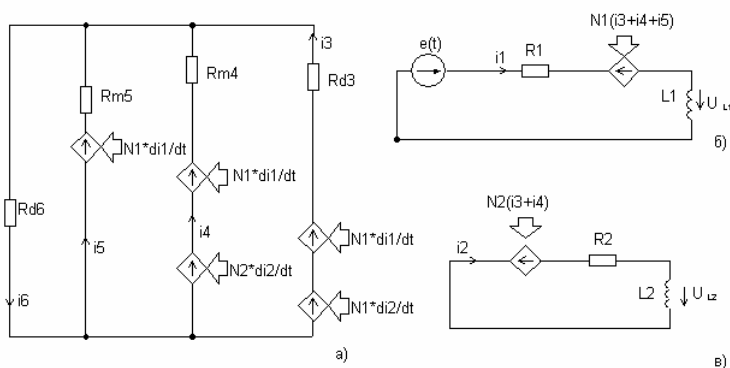


Рис. 2.9. Магнітоелектрична схема заміщення однофазного трансформатора, що використовує «магнітний струм»

Система рівнянь (2.27), складених за схемою рис. 2.9 має вигляд більш простий, ніж система (2.3):

$$\left. \begin{aligned} -i_6 + i_5 + i_4 + i_3 &= 0 \\ -R_{d6}i_6 - R_{m5}i_5 + N_1 \frac{di_1}{dt} &= 0; \\ R_{m5}i_5 - R_{m4}i_4 + N_2 \frac{di_2}{dt} &= 0; \\ R_{m4}i_4 - R_{d3}i_3 &= 0; \\ L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + N_1 i_3 + N_1 i_4 + N_1 i_5 &= e(t); \\ L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 + N_2 i_3 + N_2 i_4 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

де символом «*i*» з індексом, що визначає номер вітки в схемі, позначені узагальнені струми (в тому числі і магнітні), а параметри системи обрані ті ж, що і в системі (2.3).

Алгоритм застосування для розрахунку перехідних процесів у схемі заміщення, зображеної на рис. 2.9, багато в чому збігається з алгоритмом, описаним в п. 2.2.2. Однак є і відмінності.

2.3.2. Алгоритм

Наводиться послідовність дій, яка виконується в програмі розрахунку перехідного процесу після підключення однофазного трансформатора до джерела синусоїдальної напруги. За описаним алгоритмом розроблена комп'ютерна програма в системі GNU Octave. У п. 2.3.3 наводиться текст програми Tr_1_3.m, а також підпрограми обчислення значень диференціального магнітного опору R^d : SolveCmd.

Для зручності пояснення текст програми розбитий на пронумеровані блоки.

а) Завдання опорних точок кривої намагнічування сталі у вигляді векторів МН2, МВ2. Завдання *p*-форм сплайн-апроксимації кривих $H(B)$, і $dH/dB(B)$. (Блок 1).

б) Введення вихідних даних. (Блок 2).

в) Завдання кроку інтегрування h , межі часу розрахунку $tend$, значення допустимої відносної похибки при ітераціях eps і ваг для поліпшення збіжності ітераційного процесу (Блок 3).

г) Резервування змінних для зберігання значень вектора поточного рішення всіх змінних X_t . (Блок 4).

д) Завдання змінних 1, 25, 50, 75% від часу розрахунку $tend$. (Блок 5).

е) Завдання початкових значень магнітних потоків Φ_3 , Φ_6 . (Блок 6).

є) Завдання початкових значень часу $t = 0$, лічильника кроків інтегрування $m = 1$ і нульового кроку інтегрування для розрахунку при $t = 0$. (Блок 7).

ж) Відповідно до (2.26) обчислюються диференціальні опори R_{d3} , R_{d6} ; (Блок 8).

з) Визначення матриці M . (Блок 9).

и) Обчислення вектора правої частини F . У 5-му рядку задається значення ЕРС джерела при $t = 0$: $e(0)$; У 5-му рядку задається значення ЕРС джерела при $t = 0$: (0) ; в 7-й і 8-й рядках задамо початкові значення струмів в індуктивностях i_1 і i_2 . (Блок 10).

і) Відповідно до (2.21) обчислення вектора всіх змінних при $t = 0$: $X_t = M \setminus F$ при $h = 0$. Збереження отриманих рішень в масиві рішень X . (Блок 11).

Збереження отриманих рішень в масиві рішень X .

ї) Зміна поточного значення кроку інтегрування на задане значення h_0 , коригування матриці M . (Блок 12).

й) Організація основного циклу при зміні поточного часу з постійним кроком h і збільшенні на одиницю значення лічильника кроків інтегрування m (Блок 13).

к) Збільшення на одиницю значення лічильника кроків інтегрування m , поточного часу на h , визначення нової точки в векторі значень часу tm (Блок 13.1).

л) Вивід на екран відсотка виконаного часу розрахунку. (Блок 13.2).

м) Перевірка виходу з циклу `while 1` після закінчення розподілу. (Блок 13.3).

н) Установка нульового значення лічильника максимального числа ітерацій. (Блок 13.4).

о) Установка нульового значення лічильника максимального числа ітерацій. (Блок 13.4).

п) Установка нульового значення лічильника поточного числа ітерацій. (Блок 13.5).

р) Збереження значень змінних стану (Блок 13.6).

с) Збереження значень диференціальних опорів, обчислених на трьох кроках ітерацій. Збереження значень магнітних потоків в масивах. (Блок 13.7).

т) Організація ітераційного циклу з лічильником числа ітерацій kit на даному етапі інтегрування для обчислення змінних параметрів. (Блок 13.8).

у) За значеннями магнітних потоків Φ_3, Φ_6 (в програмі Fi3, Fi6), отриманих на попередньому кроці інтегрування, зробимо обчислення магнітних опорів R_{d3}, R_{d6} згідно (2.2) при використанні сплайн-апроксимації кривої намагнічування сталі. З урахуванням збережених значень магнітних опорів, обчислених на попередніх кроках ітерацій, обчислимо середнє значення цих опорів, використовуючи задані ваги. (Блок 13.8.1).

ф) Внесення значень R_{d3}, R_{d6} в матрицю \mathbf{M} . (Блок 13.8.2).

х) Обчислення вектора правої частини \mathbf{F} . (Блок 13.8.3).

ц) Обчислення вектора поточного розв'язку рівняння (2.21):
 $\mathbf{X}_t = \mathbf{M} \setminus \mathbf{F}$.

Обчислення значень магнітних потоків поточного кроку інтегрування m : Φ_3, Φ_6 методом трапецій за значеннями магнітних потоків попереднього кроку інтегрування і значенням похідною магнітних потоків поточного кроку інтегрування Φ'_m (Блок 13.8.4).

$$\Phi_m = \Phi_{m-1} + h \frac{d\Phi}{dt}_m. \quad (2.28)$$

ч) Обчислення відносної похибки розрахунку на суміжних ітераціях: (Блок 13.8.5):

$$er = \frac{\sum_{k=1}^{10} |X_{t-}(k) - X_t(k)|}{\sum_{k=1}^{10} |X_t(k)|}$$

ш) Контроль похибки:

якщо $er < \varepsilon$, то робиться запис результатів в масив рішень \mathbf{X} , що зберігаються значення змінних стану і виконується перехід на п. к), інакше виконується перехід на п. т) і триває ітераційний цикл. (Блок 13.8.6).

Обчислення ведуться в циклі переходом на п. к) поки поточний час t_k не стане рівним або більшим заданого часу дослідження перехідного процесу.

Після цього проводиться вивід результатів на екран.

Відповідно до наведеного алгоритму розроблена програма Tr_1_3.m для моделювання динамічних електромагнітних процесів в нелінійних колах з постійним кроком інтегрування. Текст програми Tr_1_3.m, а також використовуються підпрограми SolveCmd наведені в 2.3.3.

Інструкція по користуванню програмою приведена в 2.3.4. Розрахунок розглянутого прикладу за програмою Tr_1_3.m показує, що графіки залежності від часу всіх змінних не мають видимих відмінностей з відповідними графіками, отриманими за допомогою розрахунку за програмою Tr1_1.m (розбіжність не більше 0,01%). Однак можна відзначити, що обчислювальний процес, що виконується за програмою Tr_1_3.m володіє істотно кращою стійкістю в порівнянні з обчислювальними процесами, виконаними за програмами Tr_1_1.m і Tr_1_2.m. Це дозволяє без погіршення точності розрахунку збільшити крок інтегрування до п'яти разів.

Значення додаткових індуктивностей, введених в схему рис. 2.8 для зручності розрахунку, задаються так, щоб їх присутність не спотворювало перехідний процес. Дуже часто ці індуктивності присутні в реальних схемах.

2.3.3. Текст програми

```
clear;clc
global MB2 MH2
% Бл.1 *****
% крива намагнічування сталі 3408-03
MH2=[0 1.0 7.58 10.8 15.2 20.8 23.2 26.2 31.9 51.4 97 295 520
660 1218 ...
1625 2249 3191 5331 11820 0.62e5 1.25e5 3.49e5 6.0e5];
MB2=[0 0.0096 0.1 0.2 0.4 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 ...
1.7 1.8 1.84 1.86 1.9 1.92 1.94 1.96 1.98 2.0 2.1 2.20 2.5 2.8 ];
pp=csapi(MB2,MH2); % p-form H(B)
dpp=fnder(pp); % p-form dH/dB(B);
% Бл.2 *****вихідні дані*****
R1=0.1; % опір 1 обмотки
R2=1000; % опір 2 обмотки
Rm4=1e5;
Rm5=1e5;
L1=0.0001; L2=0.0001;S=0.728; l3=0.715; l6=2.0;
% перетин і довжини магнітних віток
N1=541; N2=58; % число витків
Ud=127.0e3; f=50; % напруга і частота джерела
% Бл.3 *****
h0=2e-7; % крок інтегрування (більше не можна!)
tend=0.020; % межа часу розрахунку
eps=1e-6; % допустима відносна похибка при ітераціях
W1=0.7; % ваги для поліпшення збіжності ітерацій
W2=0.1; W3=0.1; W4=0.1;
% нормування ваг
W=W1+W2+W3+W4;
W1=W1/W; W2=W2/W; W3=W3/W; W4=W4/W;
m=1; % лічильник кроків інтегрування
t(1)=0;% перший елемент масиву часу
it=0;
% Бл.4 *****
Xt=zeros(8,1);
% перший елемент масиву
```

```

X(:,1)=Xt;
%Бл5 *****
tend100=tend/100;tend2=tend/2;
tend4=tend/4;tend34=tend*3/4;
tend95=tend*0.95;
% Бл.6 *****
i1=Xt(3,1);
i2=Xt(4,1);
Fi3=0; % початкові значення магнітних потоків
Fi6=0;
MFi3(1)=0;
MFi6(1)=0;
% Бл.7 *****
h=0;
m=1; % лічильник кроків інтегрування
t=0;
tm(m)=t;% перший елемент масиву часу
% Бл.8 *****
% Обчислення Cm3б Cm6 в початковий момент
Cm3=SolveCmd(Fi3,S,l3,dpp);
Cm6=SolveCmd(Fi6,S,l6,dpp);
Rd3=1/Cm3;
Rd6=1/Cm6;
MRd3(1)=Rd3;
% Бл.9 *****
% 1 2 3 4 5 6 7 8
% i1', i2', i1, i2, i3 i4, i5, i6
M=[0 0 0 0 1 1 1 -1;...%1
N1 0 0 0 0 0 -Rm5 -Rd6;...%2
0 N2 0 0 0 -Rm4 Rm5 0; ...%3
0 0 0 0 -Rd3 Rm4 0 0; ...%4
L1 0 R1 0 N1 N1 N1 0; ...%5
0 L2 0 R2 N2 N2 0 0; ...%6
-h 0 1 0 0 0 0 0; ...%7
0 -h 0 1 0 0 0 0]; %8
% Бл.10 *****
% праша частина системи рівнянь

```

```

F=[0; 0; 0; 0; Ud*1.41*sin(2*pi*f*t); 0; i1; i2];
% Бл.11 *****
    Xt=M\F;    % 1-е значення поточного рішення
    X(:,m)=Xt;
%Бл12 *****
    h=h0;
    M(7,1)=-h;
    M(8,2)=-h;
%Бл13 ***** ОСНОВНИЙ ЦИКЛ
*****
    %*** розрахунок на інтервалі tend з часовим кроком **
    while 1
% Бл.13.1 *****
        m=m+1; % m - поточний номер в масиві рішень
        t=t+h; tm(m)=t;
%Бл13.2 *****
        if t>tend100 & t<=tend100+h
            disp(' Виконано 1%');
        elseif t>tend4 & t<=tend4+h
            disp(' Виконано 25%');
        elseif t>tend2 & t<=tend2+h
            disp(' Виконано 50%');
        elseif t>tend34 & t<=tend34+h
            disp(' Виконано 75%');
        end
% Бл.13.3 *****
        if t>tend          %t<tend
            tm(end)=[];
            break % вихід з циклу while 1
        end
% Бл.13.4 *****
        kitm=0;
% Бл.13.5 *****
        kit=0;          % лічильник числа ітерацій
% Бл.13.6 ***** змінні стану *****
        i1=X(3,m-1);
        i2=X(4,m-1);

```

```

% Бл.13.7 *****
Rd3__=Rd3; Rd3_ =Rd3; Rd3_ =Rd3;
Rd6__=Rd6; Rd6_ =Rd6; Rd6_ =Rd6;
Fi3=MFi3(m-1);
Fi6=MFi6(m-1);
% Бл.13.8 *****
while 2 % ітераційний цикл
    kit=kit+1; % лічильник числа ітерацій
% Бл.13.8.1 *****
Rd3=1/SolveCmd(Fi3,S,l3,dpp);
Rd6=1/SolveCmd(Fi6,S,l6,dpp);
%Rd попередніх шагів ітерації
Rd3__=Rd3_ ; Rd3_ =Rd3_ ; Rd3_ =Rd3;
Rd6__=Rd6_ ; Rd6_ =Rd6_ ; Rd6_ =Rd6;
    Rd3=W1*Rd3+W2*Rd3_+W3*Rd3__+W4*Rd3___;
    Rd6=W1*Rd6+W2*Rd6_+W3*Rd6__+W4*Rd6___;
% Бл.13.8.2 *****
M(2,8)=-Rd6;
M(4,5)=-Rd3;
% Бл.13.8.3 *****
% права частина системи рівнянь
F=[0;0;0;0;Ud*1.41*sin(2*pi*f*t);0;i1;i2];
% Бл.13.8.4 *****
Xt=M\F; % нове значення поточного рішення
Fi3=MFi3(m-1)+h*Xt(5);
Fi6=MFi6(m-1)+h*Xt(8);
% Бл.13.8.5 похибка на суміжних ітераціях *****
er=abs((Rd3-Rd3_)/Rd3);% похибка Cm на суміжних
ітераціях
% Бл.13.8.6 *****
if(er<eps)
    X(:,m)=Xt;
    MFi3(m)=Fi3;
    MFi6(m)=Fi6;
    i1=Xt(3);
    i2=Xt(4);
% масив поточних ємностей на кожному кроці

```

```

MRd3(m)=Rd3;
if kitm<kit kitm=kit; end
    if kitm >= 6
        disp([' kitm = ',num2str(kitm)])
        kitm=0;
    end
    break % вихід з циклу while 2
else
end % if(er<eps)
end % цикл while 2
end % цикл while 1
    % Вивід
kI=1;
while kI>0&kI<=8
    plot(tm, X(kI,:)); grid; xlabel('t c');
    kI=input(' Введіть номер змінного ');
end
    plot(tm, MFi3,'k'); grid; xlabel('t c');

```

% Підпрограма обчислення диференціальних опорів

```

function Cm=SolveCmd(Fi,Sk,lk,dpp)
global MB2 MH2
B=Fi/Sk; % магнітна індукція
if B==0
    Cm=MB2(2)*Sk/(lk*MH2(2));
else
dHdB=ppval(dpp,abs(B));
    Cm= Sk/(dHdB*lk);
end

```

2.3.4. Інструкція по користуванню програмою Tr_1_3

1. В одну папку помістити програму Tr_1_3, підпрограму SolveCmd і вказати в системі Matlab шлях до цієї папки;

2. Запуск програми. На екрані виводиться в процентах виконання програми. Після закінчення виводиться графік першого змінного, а в командному вікні пропонується вибрати

номер чергового змінного, графік зміни якого необхідно вивести на екран. Відповідність змінних і їх номерів наведено в таблиці 3. Слід врахувати, що в магнітних вітках протікають магнітні струми.

Таблиця 3

Номер змінного	1	2	3	4	5	6	7	8
Значення змінного	di_1/dt	di_2/dt	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6

2.4. Магнітоелектрична схема заміщення, що використовує магнітні струми і магнітні конденсатори

2.4.1. Опис принципу

У роботах [11, 12] М.А. Шакірова запропоновано використовувати поняття магнітних струмів зміщення $i^m = d\Phi/dt$ по аналогії з електричними струмами зміщення щільністю dD/dt . Подібно до електричного струму зміщення, що протікає через ємнісний елемент, магнітний струм зміщення повинен протікати через магнітний ємнісний елемент C_m . Надалі магнітний струм зміщення будемо називати просто магнітним струмом. Як стверджується в роботі [26] термін магнітний струм вперше був запропонований Олівером Хевісайдом. Роздивимося, як і в п. 2.2 замкнутий однорідний феромагнітний магнітопровід довжиною ℓ , на якому розташована котушка, яка містить N витків. Якщо підключити до котушки джерело змінної напруги $e(t)$, то по витках котушки потече електричний струм $i(t)$. Відповідно до закону повного струму (2.22) $H \cdot \ell = N \cdot i$. Після перетворення виразу (2.22) отримаємо:

$$\Phi = \frac{Ni}{R_m}, \quad (2.29)$$

де $R_m = \frac{\ell}{S\mu_a}$ – магнітний опір.

Якщо вважати, що магнітна напруга прикладена ні до магнітного опору а до магнітного ємкісного елемента C_m , то вираз (2.29) набуде вигляду:

$$\Phi = \frac{Ni}{\frac{\ell}{S\mu_a}} = C_m u_{cm}, \quad (2.30)$$

де $C_m = 1/R_m$.

Продиференціюємо вираз (2.30):

$$\frac{d\Phi}{dt} = (C_m u_{cm})' = i^u \quad (2.31)$$

У виразі (2.31) ємність C_m є змінною величиною. Тому її не можна виносити за знак похідної.

Будемо інтерпретувати вираз (2.31) наступним чином (рис. 2.10). У схемі заміщення магнітної вітки протікає магнітний струм, рівний похідної магнітного потоку $d\Phi/dt$. У магнітну вітку включений магнітний конденсатор ємністю C_m . Вплив котушки на магнітну вітку враховано включенням в магнітну вітку джерела напруги, яке кероване струмом котушки з коефіцієнтом управління N . Вплив магнітної вітки на котушку враховано включенням замість котушки джерела напруги, керованого магнітним струмом з коефіцієнтом управління N .

Як приклад застосування схеми заміщення з включеними магнітними конденсаторами розглянемо розрахунок перехідного процесу при включенні однофазного вже розглянутого раніше трансформатора (рис. 2.4).

Магнітоелектрична схема заміщення представлена на рис. 2.11.

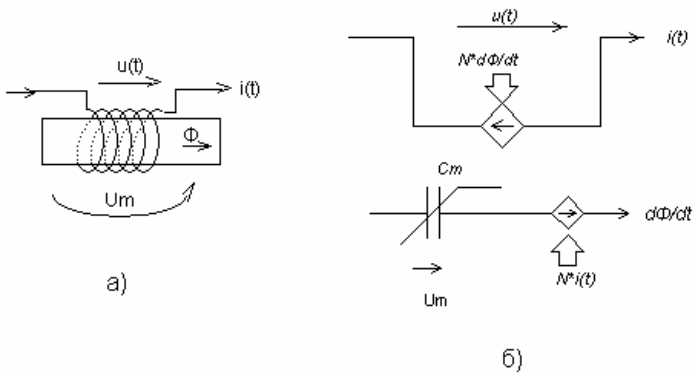


Рис. 2.10. Подання котушки магнітоелектричної схемою заміщення: а) – магнітна вітка з котушкою; б)– магнітоелектрична схема заміщення с магнітним конденсатором

Як було відзначено в 1.3 і показано в [26] включення послідовно з магнітним конденсатором резистивного елемента дозволяє враховувати втрати в магнітопроводі. Тому в кожен магнітну вітку на схемі рис. 2.10 поряд з магнітним конденсатором введемо резистивний елемент.

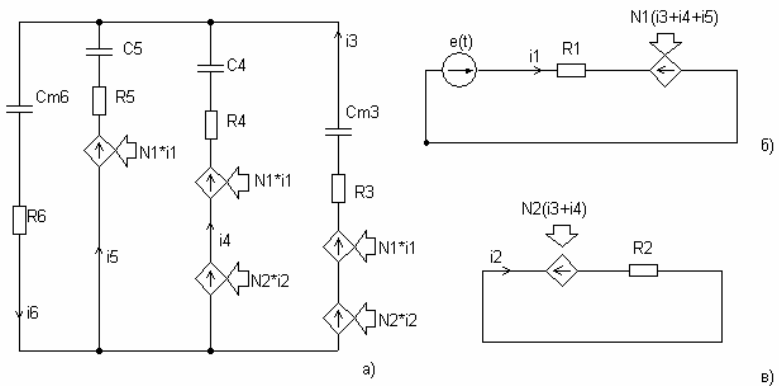


Рис. 2.11. Магнітоелектрична схема заміщення трансформатора з магнітними конденсаторами

Магнітні потоки в повітрі врахуємо включенням лінійних конденсаторів C_4, C_5 .

Складемо систему рівнянь (2.32) за законами Кирхгофа згідно зі схемою рис. 2.11.

$$\left. \begin{aligned} -i_6 + i_5 + i_4 + i_3 &= 0; \\ -u_{cm6} - R_6 i_6 - u_{e5} + N_1 i_1 - R_5 i_5 &= 0; \\ R_5 i_5 + u_{e5} - u_{c4} + N_2 i_2 - R_4 i_4 &= 0; \\ R_4 i_4 + u_{c4} - u_{cm3} - R_3 i_3 &= 0; \\ R_1 i_1 + N_1 i_3 + N_1 i_4 + N_1 i_5 &= e(t); \\ R_2 i_2 + N_2 i_4 + N_2 i_3 &= 0; \\ C_{m3} u_{cm3} &= \Phi_3; \\ C_{m6} u_{cm6} &= \Phi_6. \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

Перше рівняння даної системи складено відповідно до закону струмів, а рівняння 2–6 складені відповідно до закону напруг Кирхгофа. Рівняння 7–8 пов’язують магнітні струми, що протікають через магнітні конденсатори, з магнітними напругами на них. З огляду на те, що в рівнянні (2.31) під знаком диференціювання виявилось добуток напруги на магнітному конденсаторі на його ємність, тобто магнітний потік, то в якості зміною стану слід брати саме магнітний потік, а не напругу на магнітному конденсаторі.

2.4.2. Алгоритм і програма

Алгоритм застосування для розрахунку перехідних процесів схеми заміщення, зображеної на рис. 2.10, багато в чому збігається з алгоритмом, описаним в п. 2.2.

Згідно з розробленим алгоритмом складена програма Tr_1_4_1.m для моделювання динамічних електромагнітних процесів в нелінійних колах з постійним кроком інтегрування.

Розрахунок розглянутого прикладу за програмою Tr_1_4_1.m показує, що можна домогтися, щоб графіки залежності від часу всіх змінних незначно відрізнялися від відповідних графіків, отриманих за допомогою розрахунку за програмою Tr_1_1.m. Однак важливо відзначити, що обчислювальний процес, що виконується за програмою Tr_1_4_1.m вкрай нестійкий. Збіжності обчислювального процесу і позитивних результатів можна досягти, тільки задаючи дуже малий крок інтегрування (10^{-8}). М. А. Шакіров успішно застосовував цей метод для моделювання умовно синусоїдальних процесів в магнітоелектричних колах в комплексній формі.

При розрахунках перехідних процесів в нелінійних магнітоелектричних колах матриці виявляються погано зумовленими [27]. По-цьому даний метод для розрахунків перехідних процесів в нелінійних магнітоелектричних колах рекомендований бути не може.

2.5. Магнітоелектрична схема заміщення, що використовує магнітні струми і магнітні конденсатори з диференціальної ємністю

2.5.1. Опис принципу

Магнітоелектрична схема заміщення з магнітними конденсаторами, яка зображена на рис. 2.10, має гарну компактність в порівнянні зі схемами заміщення, розглянутими раніше. При цьому можлива оцінка втрат в сталі, які прирівнюються втратам в резистивних елементах, що включаються в магнітне коло. Однак, як сказано в п. 2.4, при розрахунках перехідних процесів в нелінійних магнітоелектричних колах матриці виявляються погано зумовленими і ітераційні процеси на кожному кроці інтегрування сходяться погано.

Вдосконалюємо дану схему заміщення, щоб позбутися від її недоліків. Для замкнутого феромагнітного магнітопроводу довжиною ℓ , на якому розташована котушка, яка містить N витків, відповідно до виразу (2.25) можна записати:

$$\Phi' = \frac{Ni'}{R^d} = i^\mu \quad (2.33)$$

Виконаємо формальне перетворення виразу (2.33), вводячи диференціальну ємність:

$$i^\mu = \Phi' = C_m^d \frac{du_{cm}}{dt} \quad (2.34)$$

де C_m^d – диференціальна ємність магнітного конденсатора:

$$C_m^d = \frac{\mu^d S}{\ell}, \quad \mu^d = dB/dH.$$

Будемо інтерпретувати вираз (2.34) так само, як і вираз (2.31) з тією лише різницею, що в магнітоелектричній схемі заміщення, показаної на рис. 2.9, будемо використовувати магнітний конденсатор з диференціальною ємністю. При цьому слід зазначити, що у виразі (2.34) диференціальна ємність магнітного конденсатора C_m^d не входить під знак похідної за часом, як у виразі (2.31). Це дає підстави розглядати напругу на магнітному конденсаторі як самостійну змінну стану.

Змінна стану при комутації не повинна змінюватися стрибком, тобто її похідна по часу завжди обмежена. Покажемо, що напруга на магнітному конденсаторі не змінюється стрибком. Енергія однорідного магнітного поля W в об'ємі V визначається виразом: $W = V \cdot B \cdot H / 2$. Тоді швидкість зміни енергії магнітного поля – потужність:

$$P = \frac{dW}{dt} = \left[\frac{dB}{dH} \frac{dH}{dt} H + B \frac{dH}{dt} \right] \frac{V}{2} = \left[\mu^d \frac{dH}{dt} H + B \frac{dH}{dt} \right] \frac{V}{2} \quad (2.35)$$

завжди обмежена. Отже, обмежені всі члени виразу (2.35). Таким чином слід, що обмежене значення магнітного струму (2.34), а, отже, і значення du_{cm}/dt . Тобто магнітна напруга u_{cm} не може змінюватися стрибком. Таким чином напругу на магнітному конденсаторі можна вважати як самостійну змінну стану.

Як приклад застосування розглянутої схеми заміщення з включеними магнітними конденсаторами з диференціальною ємністю розглянемо моделювання перехідного процесу при включенні однофазного трансформатора, розглянутого в

попередніх прикладах (рис. 2.4). Магнітоелектрична схема заміщення зображена на рис. 2.10.

Система рівнянь, що складена за законами Кирхгофа згідно зі схемою рис. 2.10 з використанням запропонованого методу, відрізняється від системи (2.32) останніми двома рівняннями і має такий вигляд:

$$\left. \begin{aligned} -i_6 + i_5 + i_4 + i_3 &= 0; \\ -u_{cm6} - R_6 i_6 - u_{c5} + N_1 i_1 - R_5 i_5 &= 0; \\ R_5 i_5 + u_{c5} - u_{c4} + N_2 i_2 - R_4 i_4 &= 0; \\ R_4 i_4 + u_{c4} - u_{cm3} - R_3 i_3 &= 0; \\ R_1 i_1 + N_1 i_3 + N_1 i_4 + N_1 i_5 &= e(t); \\ R_2 i_2 + N_2 i_4 + N_2 i_3 &= 0; \\ C_{m3}^d \frac{du_{cm3}}{dt} - i_3 &= 0; \\ C_{m6}^d \frac{du_{cm6}}{dt} - i_6 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

Вектор всіх змінних, як і в (2.19) має вигляд:

$$\mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{X}'_s \\ \mathbf{X}_s \\ \mathbf{X}_Z \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

де \mathbf{X}_s , \mathbf{X}_Z як і в (2.7) – вектори змінних стану і залежних змінних:

$$\mathbf{X}_s = \begin{bmatrix} u_{cm3} \\ u_{cm6} \\ u_{c4} \\ u_{c5} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X}_Z = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}, \quad (2.38)$$

\mathbf{X}'_s – вектор похідних за часом змінних стану.

З урахуванням системи рівнянь (2.32) з поправкою (2.36) при використанні вектора всіх змінних \mathbf{X}_t система рівнянь в матричній формі має вигляд :

$$\mathbf{M}_K \cdot \mathbf{X}_t = \mathbf{F}_K, \quad (2.39)$$

де

$$\mathbf{M}_K = \begin{bmatrix} & & & & & & & 1 & 1 & 1 & -1 \\ & & & -1 & & -1 & N_1 & & & & -R_5 & -R_6 \\ & & & & -1 & 1 & & N_2 & & -R_4 & R_5 & \\ & & -1 & & 1 & & & & -R_3 & R_4 & & \\ & & & & & & R_1 & & N_1 & N_1 & N_1 & \\ & & & & & & & R_2 & N_2 & N_2 & & \\ C_{m3} & & & & & & & & -1 & & & \\ & C_{m6} & & & & & & & & & & -1 \\ & & C_4 & & & & & & & -1 & & \\ & & & C_5 & & & & & & & -1 & \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{F}_K = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ e(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

Об'єднаємо матричне рівняння (2.39) з матричним рівнянням числового методу Гіра в єдину систему рівнянь, то отримуємо лінійне матричне рівняння щодо струмів, напруг і похідних змінних стану на k -му кроці інтегрування:

$$\mathbf{M}_G \cdot \mathbf{X}_t = \mathbf{F}_G, \quad (2.42)$$

де \mathbf{M}_G – матриця \mathbf{M}_K з приєднаними рядками методу Гіра; \mathbf{F}_G – вектор \mathbf{F}_K з приєднаними рядками методу Гіра.

2.5.2. Алгоритм програми Tr_1_4_2

Дана методика апробована за допомогою складеної комп'ютерної програми Tr_1_4_2 при використанні методу Гіра до четвертого порядку [40]. Для зручності пояснення текст програми розбитий на пронумеровані блоки. У програмі виконується наступна послідовність дій:

а) Завдання опорних точок кривої намагнічування сталі у вигляді векторів MH_2 , MB_2 . Завдання р-форм сплайн-апроксимації кривих $H(B)$, і $dH/dB(B)$.

б) Введення вхідних даних. (Блок 2).

в) Завдання кроку інтегрування h , межі часу розрахунку $tend$, значення допустимої відносної похибки при ітераціях eps і ваг для поліпшення збіжності ітераційного процесу (Блок 3).

г) Резервування змінних для зберігання значень вектора поточного рішення всіх змінних Xt . (Блок 4).

д) Завдання змінних 1, 25, 50, 75% від часу розрахунку $tend$. (Блок 5).

е) Завдання початкових значень змінних стану. (Блок 6).

є) Завдання початкових значень часу $t = 0$, лічильника кроків інтегрування $m=1$ і нульового кроку інтегрування для розрахунку при $t = 0$. (Блок 7).

ж) Відповідно до (2.26) обчислюються диференціальні опори $Cm3d$, $Cm6d$ (Блок 8).

з) Визначення матриці M . (Блок 9).

и) Обчислення вектора правої частини F . У 5-му рядку задається значення ЕРС джерела при $t = 0$: $e(0)$; У 5-му рядку задається значення ЕРС джерела при $t = 0$: $e(0)$; в 11-й і 12-й рядках задамо початкові значення напруг на нелінійних магнітних конденсаторах, в 13-й і 14-й рядках задамо початкові значення напруг на лінійних магнітних конденсаторах. (Блок 10).

і) Відповідно до (2.21) обчислення вектора всіх змінних при $t = 0$: $Xt = MF$ при $h = 0$. Збереження отриманих рішень в масиві рішень X . (Блок 11).

ї) Зміна поточного значення кроку інтегрування на задане значення $h0$, коригування матриці M . (Блок 12).

й) Організація основного циклу при зміні поточного часу з постійним кроком h і збільшення на одиницю значення лічильника кроків інтегрування m (Блок 13).

к) Збільшення на одиницю значення лічильника кроків інтегрування m , поточного часу на h , визначення нової точки в векторі значень часу tm (Блок 13.1).

л) Вивід на екран відсотка виконаного часу розрахунку. (Блок 13.2).

м) Перевірка виходу з циклу `while 1` після закінчення розподілу. (Блок 13.3).

н) Установка нульового значення лічильника максимального числа ітерацій. (Блок 13.4).

о) Установка нульового значення лічильника поточного числа ітерацій. (Блок 13.5).

п) Збереження значень змінних стану (Блок 13.6).

р) Збереження значень диференціальних опорів, обчислених на три кроки ітерацій. Збереження значень магнітних потоків в масивах. (Блок 13.7).

с) Організація ітераційного циклу з лічильником числа ітерацій kit на даному етапі інтегрування для обчислення змінних параметрів. (Блок 13.8).

т) За значеннями магнітних потоків Φ_3 , Φ_6 (в програмі $Fi3$, $Fi6$), отриманих на попередньому кроці інтегрування, зробимо обчислення ємностей магнітних конденсаторів $Cm3d$, $Cm6d$; згідно (2.2) при використанні сплайн-апроксимації кривої намагнічування сталі. З урахуванням збережених значень магнітних опорів, обчислених на попередніх кроках ітерацій, обчислимо середнє значення цих опорів, використовуючи задані ваги. (Блок 13.8.1).

у) Внесення значень $Cm3d$, $Cm6d$; в матрицю M . (Блок 13.8.2).

ф) Обчислення вектора правої частини F . (Блок 13.8.3).

х) Обчислення вектора поточного рішення рівняння (2.21): $Xt = M \setminus F$.

Обчислення значень магнітних потоків поточного кроку інтегрування m : Φ_3 , Φ_6 методом трапецій за значеннями

магнітних потоків попереднього кроку інтегрування і значенням похідною магнітних потоків поточного кроку інтегрування Φ' m. (Блок 13.8.4).

$$\Phi_m = \Phi_{m-1} + h \frac{d\Phi}{dt}_m$$

ц) Обчислення відносної похибки розрахунку на суміжних ітераціях: (Блок 13.8.5).

ч) Контроль похибки:

якщо $er < \epsilon$, то робиться запис результатів в масив рішень X, зберігаються значення змінних стану і виконується перехід на п. к), інакше виконується перехід на п. с) і триває ітераційний цикл. (Блок 13.8.6).

Обчислення ведуться в циклі переходом на п. к) поки поточний час t_k не стане рівним або більшим заданого часу дослідження перехідного процесу. Після цього проводиться вивід результатів на екран.

2.5.3. Програма Tr_1_4_2

Відповідно до наведеного алгоритму складена програма Tr1_4_2.m для моделювання динамічних електромагнітних процесів в однофазному трансформаторі з постійним кроком інтегрування.

```
% Текст програми
clear; clc
global MB2 MH2
tzap=cputime; % Час запуску програми
% Бл.1 *****
% крива намагнічування сталі 3408-03
MH2=[0 1.0 7.58 10.8 15.2 20.8 23.2 26.2 31.9 51.4 97 295 ...
520 660 1218 1625 2249 3191 5331 11820 0.62e5 1.25e5...
3.49e5 6.0e5];
MB2=[0 0.0096 0.1 0.2 0.4 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 ...
1.7 1.8 1.84 1.86 1.9 1.92 1.94 1.96 1.98 2.0 2.1 2.20 2.5 2.8 ];
pp=csapi(MB2,MH2); % p-form H(B)
dpp=fnder(pp); % p-form dH/dB(B):
```

```

% Бл.2 ***** Початкові дані
*****
R1=0.1;          % опір 1 обмотки
R2=1000;        % опір 2 обмотки
R3=0.6e-5;
R4=1e-6;
R5=1e-6;
R6=1e-5;
C4=1e-5; C5=1e-5;
% площа перетину і довжини магнітних віток
S=0.728;l3=0.715;l6=2.0;
N1=541;          % число витків
N2=58;
Ud=127.0e3; f=50; % напруга і частота джерела
% Бл.3 *****
tend=0.0750;    % межа часу розрахунку
h0=2e-6;        % крок інтегрування (більше не можна!)
eps=1e-6; % допустима відносна похибка при ітераціях
W1=0.6; % ваги для поліпшення збіжності ітерацій
W2=0.2; W3=0.1; W4=0.1;
% нормування ваг
W=W1+W2+W3+W4;
W1=W1/W; W2=W2/W; W3=W3/W; W4=W4/W;
m=1; % лічильник кроків інтегрування
t(1)=0;% перший елемент масиву часу
it=0;
% Бл.4 *****
Xt=zeros(14,1);
% перший елемент масиву
X(:,1)=Xt;
%Бл5 *****
tend100=tend/100; tend2=tend/2;
tend4=tend/4; tend34=tend*3/4;
tend95=tend*0.95;
% Бл.6 *****
UCm3=Xt(5); UCm6=Xt(6);
uc4=Xt(7); uc5=Xt(8);

```

```

Fi3=0; Fi6=0; % початкові значення магнітних потоків
MFi3(1)=0; MFi6(1)=0;
% Бл.7 *****
h=0; m=1; % початкові значення магнітних потоків
t=0; tm(m)=t;% перший елемент масиву часу
% Бл.8 *****
% Обчислювання Cm3б Cm6 в початковий момент
Cm3=SolveCmd(Fi3,S,l3,dpp);
Cm6=SolveCmd(Fi6,S,l6,dpp);
MCm3(1)=Cm3;

% Бл.9 *****
%UCm3',UCm6',uc4',uc5',UCm3,UCm6,uc4,uc5, i1,i2, i3, i4, i5, i6
% 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
M=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 -1;...%1
0 0 0 0 0 -1 0 -1 N1 0 0 0 -R5 -R6;...%2
0 0 0 0 0 0 -1 1 0 N2 0 -R4 R5 0;...%3
0 0 0 0 -1 0 1 0 0 0 -R3 R4 0 0;...%4
0 0 0 0 0 0 0 0 R1 0 N1 N1 N1 0;...%5
0 0 0 0 0 0 0 0 0 R2 N2 N2 0 0;...%6
Cm3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0;...%7
0 Cm6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1;...%8
0 0 C4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0;...%9
0 0 0 C5 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0;...%10
-h 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;...%11
0 -h 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;...%12
0 0 -h 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;...%13
0 0 0 -h 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0]; %14

% Бл.10 *****
% права частина системи рівнянь
F=[0;0;0;0;Ud*1.41*sin(2*pi*f*t);...
0;0;0;0;UCm3;UCm6;uc4;uc5];
% Бл.11 *****
Xt=MF; % перше значення поточного рішення
X(:,m)=Xt;
%Бл12 *****

```

```

    h=h0;
    M(11,1)=-h; M(12,2)=-h;
    M(13,3)=-h; M(14,4)=-h;
%Бл13 ***** ОСНОВНИЙ ЦИКЛ *****
%*** розрахунок на інтервалі tend з часовим кроком **
while 1
% Бл.13.1 *****
    m=m+1; % m - поточний номер в масиві рішень
    t=t+h; tm(m)=t;
%Бл13.2 *****
    if t>tend100 & t<=tend100+h
        disp(' Виконано 1%');
    elseif t>tend4 & t<=tend4+h
        disp(' Виконано 25%');
    elseif t>tend2 & t<=tend2+h
        disp(' Виконано 50%');
    elseif t>tend34 & t<=tend34+h
        disp(' Виконано 75%');
    end
% Бл.13.3 *****
    if t>tend          %t<tend
        tm(end)=[];
        break % вихід з циклу while 1
    end
% Бл.13.4 *****
    kitm=0;
% Бл.13.5 *****
    kit=0;          % лічильник числа ітерацій
% Бл.13.6 ***** змінні стану ****
    uc4=X(7,m-1);
    uc5=X(8,m-1);
    UCm3=X(5,m-1); UCm6=X(6,m-1);
% Бл.13.7 *****
    Cm3__=Cm3;Cm3__=Cm3; Cm3_=Cm3;
    Cm6__=Cm6;Cm6__=Cm6; Cm6_=Cm6;
    Fi3=MFi3(m-1); Fi6=MFi6(m-1);
% Бл.13.8 *****

```

```

while 2          % Ітераційний цикл
    kit=kit+1;   % лічильник числа ітерацій
% Бл.13.8.1 **** ємність магнітних конденсаторів ****
Cm3=SolveCmd(MFi3(m-1),S,l3,dpp);
Cm6=SolveCmd(MFi6(m-1),S,l6,dpp);
% ємність попередніх кроків ітерації
Cm3__=Cm3_;Cm3_=Cm3__;Cm3__=Cm3;
Cm6__=Cm6_;Cm6_=Cm6__;Cm6__=Cm6;
    Cm3=W1*Cm3+W2*Cm3_+W3*Cm3__+W4*Cm3___;
    Cm6=W1*Cm6+W2*Cm6_+W3*Cm6__+W4*Cm6___;
% Бл.13.8.2 *****
    M(7,1)=Cm3; M(8,2)=Cm6;
% Бл.13.8.3 *****
% права частина системи рівнянь

F=[0;0;0;0;Ud*1.41*sin(2*pi*f*t);0;0;0;0;0;UCm3;UCm6;uc4;uc5];

% Бл.13.8.4 *****
Xt=MF; % нове значення поточного рішення
Fi3=MFi3(m-1)+h*Xt(11);
Fi6=MFi6(m-1)+h*Xt(14);

% Бл.13.8.5 похибка на суміжних ітераціях *****
er=abs((Cm3-Cm3_)/Cm3);% похибка Cm на суміжних
ітераціях
% Бл.13.8.6 *****
if(er<eps)
    X(:,m)=Xt;
    MFi3(m)=Fi3; MFi6(m)=Fi6;
    UCm3=Xt(5); UCm6=Xt(6);
    uc4=Xt(7); uc5=Xt(8);
    if kitm<kit kitm=kit; end
        if kitm >= 40
            disp([' kitm = ',num2str(kitm)])
            kitm=0;
        end
    break % вихід з циклу while 2

```

```

else
end % if(er<eps)
end % цикл while 2
end % цикл while 1
wremjaCPU=cputime-tzap;% процесорний час роботи
програми
disp(['час розрахунку = ',num2str(wremjaCPU)]);
% Вивід
kI=1;
while kI>0&kI<=14
plot(tm, X(kI,:), 'k'); grid; xlabel('t c');
kI=input(' Введіть номер змінної, що виводиться ');
end
plot(tm, MFi3, 'k'); grid; xlabel('t c');

```

2.5.4. Інструкція по користуванню програмою програми Tr_1_4_2

1. В одну папку помістити програму Tr_1_4_2, підпрограму SolveCmd і вказати в системі Matlab шлях до цієї папки;

2. Запуск програми. На екрані виводиться в процентах виконання програми. Після закінчення виводиться графік першого змінного, а в командному вікні пропонується вибрати номер чергового змінного графік, зміни якого необхідно вивести на екран. Відповідність змінних і їх номерів приведено в табл. 4.

Таблиця 4

Номер змінного	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Значення змінного	$\frac{dU_{cm}}{dt}$	$\frac{dU_{c4}}{dt}$	$\frac{dU_{cm3}}{dt}$	$\frac{dU_{c5}}{dt}$	U_{cm3}	U_{cm6}	U_{c4}	U_{c5}	i_1	i_2	i_3

Розрахунок розглянутого прикладу за програмою Tr_1_4_2.m показує, що графіки залежності від часу всіх змінних не мають видимих відмінностей з відповідними графіками, отриманими за

допомогою розрахунку за програмою Tr1_3.m (розбіжність не більше 0,01%). Слід зазначити, що обчислювальний процес, що виконується за програмою Tr_1_4_2.m, має стійкість і швидкодію не гірше в порівнянні з обчислювальним процесом, що виконується за програмою Tr_1_3.m. Однак у програмі Tr_1_4_2.m можливий облік втрат в стали магнітопроводу, чого немає в програмі Tr_1_3.m.

2.5.5. Моделювання перехідного процесу при включенні трифазного п'ятистріжневого трансформатора

У якості більш складного прикладу застосування розглянутої схеми заміщення з включеними магнітними конденсаторами з диференціальної ємністю розглянемо моделювання перехідного процесу при включенні трифазного п'ятистріжневого трансформатора (рис. 2.12).

Магнітоелектрична схема заміщення трифазного трансформатора представлена на рис. 2.13.

На рис. 2.13, *а* показана частина магнітоелектричного кола, що містить первинні обмотки з джерелом ЕРС.

На рис. 2.13, *б* показана частина магнітоелектричного кола, що містить вторинні обмотки з опорами навантаження. На рис. 2.13, *в* показана магнітна частина кола. На схемі показані також контури, за якими складаються рівняння за законом напруг Кирхгофа.

Система рівнянь, складених за законами Кирхгофа згідно зі схемою рис. 2.13 має вигляд більш складний, ніж система (2.32) і має порядок, рівний 45.

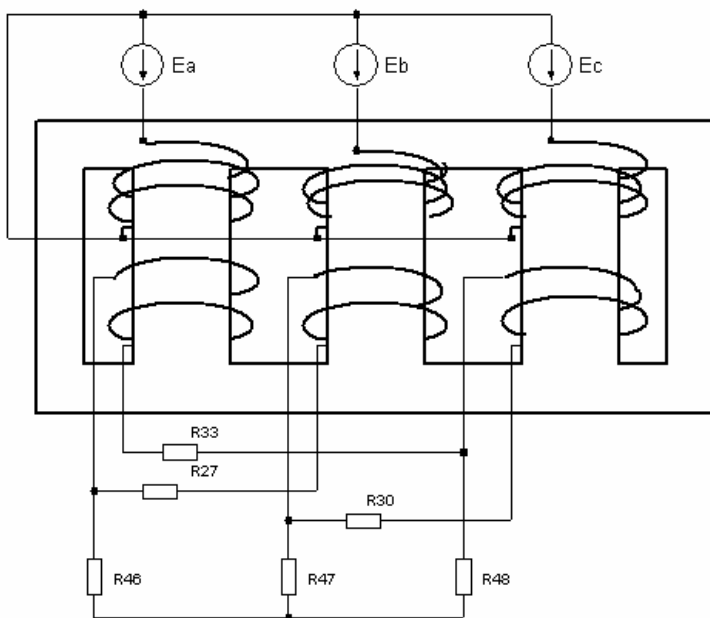
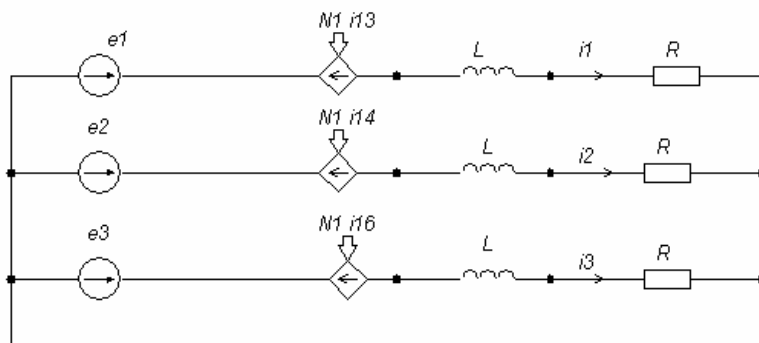
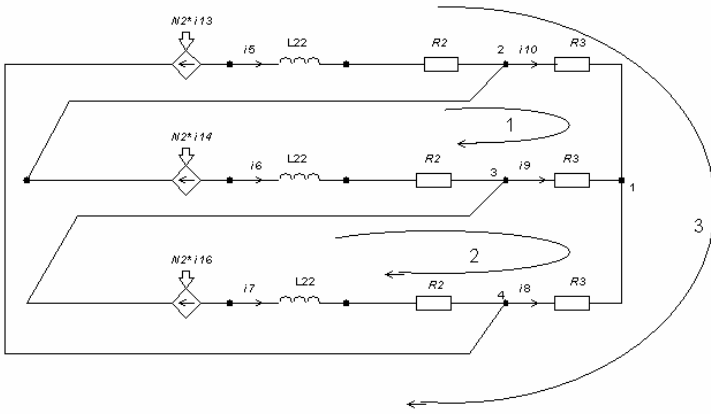


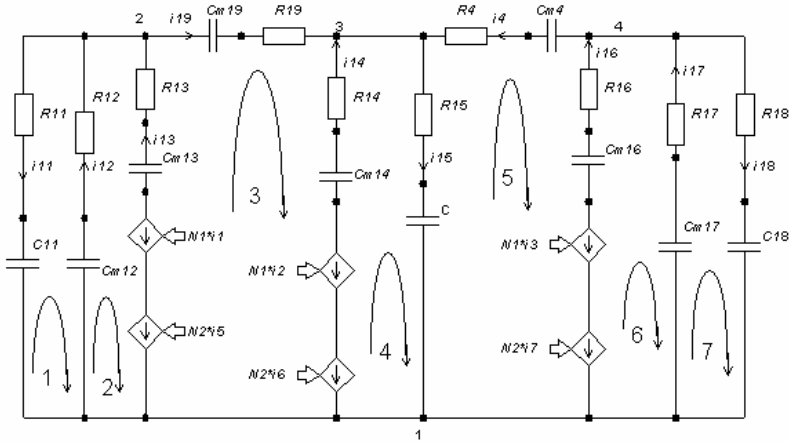
Рис. 2.12. Схема підключення трифазного п'ятистрижневого трансформатора з елементами конструкції



a)



б)



в)

Рис. 2.13. Магнітоелектрична схема заміщення трифазного трансформатора: а) – первинні обмотки з джерелом ЕРС; б) – вторинні обмотки; в) – магнітне коло

Рівняння для вторинної обмотки, схема якої зображена на рис. 2.13, б.

Перші три рівняння (2.43), складені відповідно до закону струмів Кирхгофа для вузлів 2, 3, 4. Наступні три рівняння, складені відповідно до закону напруг Кирхгофа для контурів 1, 2, 3:

$$\left. \begin{aligned} i_6 - i_5 + i_{10} &= 0; \\ i_7 - i_6 + i_9 &= 0; \\ i_5 - i_7 + i_8 &= 0; \\ R_3 i_{10} - R_3 i_9 - R_2 i_6 - L_{22} i_6' - N_2 i_{14} &= 0; \\ R_3 i_9 - R_3 i_8 - R_2 i_7 - L_{22} i_7' - N_2 i_{16} &= 0; \\ R_3 i_{10} - R_3 i_8 - R_2 i_5 + L_{22} i_5' + N_2 i_{13} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

Рівняння для первинної обмотки, схема якої зображена на рис. 2.13, а, складені відповідно до закону напруг Кирхгофа:

$$\left. \begin{aligned} Li_1' + R_1 i_1 + N_1 i_{13} &= e_1(t); \\ Li_2' + R_1 i_2 + N_1 i_{14} &= e_2(t); \\ Li_3' + R_1 i_3 + N_1 i_{16} &= e_3(t). \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

Рівняння для магнітного кола, зображеного на рис. 2.13, в. Перші сім рівнянь, складені відповідно до закону напруг Кирхгофа для контурів 1–7. Наступні три рівняння (2.45), складені відповідно до закону струмів Кирхгофа для вузлів 2, 3, 4.

$$\left. \begin{aligned}
& -u_{C11} - R_{11}i_{11} - R_{12}i_{12} - u_{Cm12} = 0; \\
& -u_{Cm12} + R_{12}i_{12} - R_{13}i_{13} - u_{Cm13} - N_1i_1 - N_2i_5 = 0; \\
& N_2i_5 + N_1i_1 + u_{Cm13} + R_{13}i_{13} + u_{Cm19} + R_{19}i_{19} - R_{14}i_{14} - u_{Cm14} - N_1i_2 - N_2i_6 = 0; \\
& N_2i_6 + N_1i_2 + u_{Cm14} + R_{14}i_{14} + R_{15}i_{15} + u_{C15} = 0; \\
& -u_{C15} - R_{15}i_{15} - R_{14}i_{14} - u_{Cm4} - R_{16}i_{16} - u_{Cm16} - N_1i_3 - N_2i_7 = 0; \\
& N_2i_7 + N_1i_3 + u_{Cm16} + R_{16}i_{16} - R_{17}i_{17} - u_{Cm17} = 0; \\
& u_{Cm17} + R_{17}i_{17} + R_{18}i_{18} + u_{C18} = 0; \\
& i_{11} - i_{12} - i_{13} + i_{19} = 0; \\
& i_{15} - i_{14} - i_{19} - i_4 = 0; \\
& i_4 - i_{16} - i_{17} + i_8 = 0.
\end{aligned} \right\} (2.45)$$

Рівняння, що зв'язують струми і напруги нелінійних магнітних конденсаторів для віток магнітопроводу:

$$\left. \begin{aligned}
& -C_{m12}u_{cm12}' - i_{12} = 0; \\
& -C_{m13}u_{cm13}' - i_{13} = 0; \\
& -C_{m14}u_{cm14}' - i_{14} = 0; \\
& -C_{m16}u_{cm16}' - i_{16} = 0; \\
& -C_{m17}u_{cm17}' - i_{17} = 0; \\
& -C_{m19}u_{cm19}' - i_{19} = 0; \\
& -C_{m4}u_{cm4}' - i_4 = 0.
\end{aligned} \right\} (2.46)$$

Рівняння, що зв'язують струми і напруги лінійних магнітних конденсаторів віток, що визначають магнітні потоки в повітрі:

$$\left. \begin{aligned}
& -C_{11}u_{c11}' - i_{11} = 0; \\
& -C_{13}u_{c15}' - i_{15} = 0; \\
& -C_{18}u_{c18}' - i_{18} = 0.
\end{aligned} \right\} (2.47)$$

Рівняння неявного методу Ейлера, що зв'язують напруги на лінійних магнітних конденсаторах в поточний момент часу k з напругою в попередній момент часу $k-1$:

$$\left. \begin{aligned} -hu_{c11(k)}' + u_{c11(k)} &= u_{c11(k-1)}; \\ -hu_{c15(k)}' + u_{c15(k)} &= u_{c15(k-1)}; \\ -hu_{c18(k)}' + u_{c18(k)} &= u_{c18(k-1)}. \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

Рівняння неявного методу Ейлера, що зв'язують напруги на нелінійних магнітних конденсаторах в поточний момент часу з напругою в попередній момент часу $k-1$:

$$\left. \begin{aligned} -hu_{cm12(k)}' + u_{cm12(k)} &= u_{cm12(k-1)}; \\ -hu_{cm13(k)}' + u_{cm13(k)} &= u_{cm13(k-1)}; \\ -hu_{cm14(k)}' + u_{cm14(k)} &= u_{cm14(k-1)}; \\ -hu_{cm16(k)}' + u_{cm16(k)} &= u_{cm16(k-1)}; \\ -hu_{cm17(k)}' + u_{cm17(k)} &= u_{cm17(k-1)}; \\ -hu_{cm19(k)}' + u_{cm19(k)} &= u_{cm19(k-1)}; \\ -hu_{cm4(k)}' + u_{cm4(k)} &= u_{cm4(k-1)}. \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

Рівняння неявного методу Ейлера, що зв'язують струми в лінійних індуктивностях в поточний момент часу з струмами в попередній момент часу $k-1$:

$$\left. \begin{aligned} -hi_{1(k)}' + i_{1(k)} &= i_{1(k-1)}; \\ -hi_{2(k)}' + i_{2(k)} &= i_{2(k-1)}; \\ -hi_{3(k)}' + i_{3(k)} &= i_{3(k-1)}; \\ -hi_{5(k)}' + i_{5(k)} &= i_{5(k-1)}; \\ -hi_{6(k)}' + i_{6(k)} &= i_{6(k-1)}; \\ -hi_{7(k)}' + i_{7(k)} &= i_{7(k-1)}. \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

Алгоритм розрахунку перехідного процесу при включенні трифазного трансформатора принципово відповідає алгоритму розрахунку перехідного процесу при включенні однофазного трансформатора. Для моделювання динамічних електромагнітних процесів в трифазному трансформаторі складена програма Tikh_3Cm_1.m з постійним кроком інтегрування. Текст програми та інструкція по користуванню програмою Tikh_3Cm_1 наведені в [43].

Цей приклад показує, що МЕСЗ навіть не дуже складних трифазних трансформаторів дуже громіздкі. Складання рівнянь і окремих програм моделювання для кожної з таких схем важко. Тому розроблення універсальної програми для моделювання електромагнітних процесів на основі магнітоелектричних схем заміщення є актуальним завданням, яке успішно вирішується автором.

Результати моделювання наведені на рис. 2.14 – 2.15.

Метод, запропонований М. А. Шакіровим, зручний для експериментальної оцінки розрахунків. В роботі [12] показано, що магнітним амперметром, що вимірює магнітний струм, може служити вольтметр, підключений до витка, що охоплює магнітопровід.

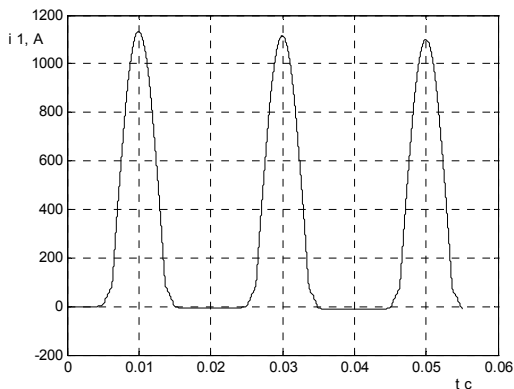


Рис. 2.14. Розрахункова осцилограма струму первинної обмотки фази «А» при підключенні трансформатора до джерела ЕРС на початку перехідного процесу

Виток підключається до осцилографа для демонстрації перехідних режимів.

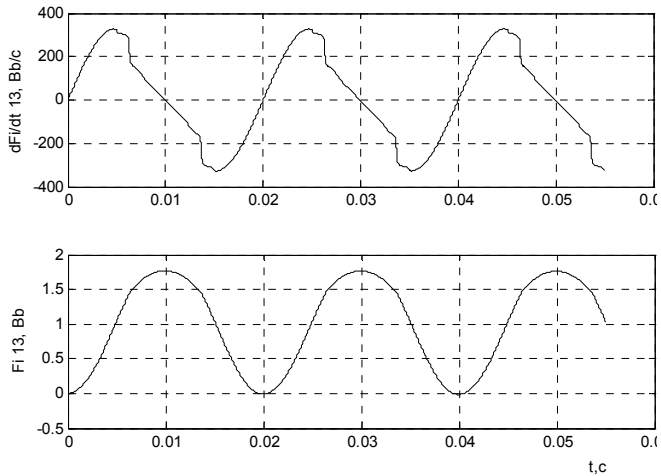


Рис. 2.15. Розрахункова осцилограма магнітного струму і магнітного потоку стрижня фази «А» після підключення до трансформатора джерела трифазного ЕРС

ВИСНОВКИ

1. Для розрахунку динамічних процесів струмів і магнітних потоків в трансформаторах і інших електромагнітних пристроях можуть успішно використовуватися наступні магнітоелектричні схеми заміщення.

– Класична магнітоелектрична схема заміщення електромагнітних пристроїв, в якій в магнітних вітках протікають магнітні потоки, а в електричних вітках протікають електричні струми. Електричні і магнітні вітки пов'язані між собою за допомогою керованих джерел напруги, а для формування похідних магнітного потоку використовуються диференціюючі кола.

– Магнітоелектрична схема заміщення, що запропонована автором даної роботи, в якій вітки магнітного кола заміщуються

резистивним елементами, що характеризуються диференціальними опорами. У цих вітках протікають «магнітні струми» – похідні магнітних потоків. Обчислювальний процес, що виконується відповідно до такої моделі має істотно кращу стійкість по порівнянню з обчислювальними процесами, виконуваними згідно класичної магнітоелектричної схеми заміщення. Це дозволяє без погіршення точності розрахунку збільшити крок інтегрування до п'яти разів.

– Магнітоелектрична схема заміщення, що запропонована М. А. Шакіровим використовує магнітні струми і магнітні конденсатори. Включення послідовно з магнітним конденсатором резистивного елемента дозволяє враховувати втрати в магнітопроводі. Обчислюваний процес, що виконується за програмою згідно такої моделі, нестійкий. При розрахунках перехідних процесів в нелінійних магнітоелектричних колах матриці виявляються погано зумовленими. Тому даний метод для розрахунків перехідних процесів в нелінійних магнітоелектричних колах рекомендований бути не може.

– Магнітоелектрична схема заміщення, що використовує магнітні струми і магнітні конденсатори з диференціальною ємністю (удосконалений автором метод Шакірова). Обчислювальний процес, що виконується за програмою згідно такої моделі, володіє кращими стійкістю і швидкодією в порівнянні з обчислювальним процесом, виконуваних згідно з іншими розглянутими моделями. При цьому можливий облік втрат в стали магнітопроводу.

2. Для апроксимації кривих намагнічування використані сплайн-функції. Апарат сплайн-функцій підтримується багатьма системами моделювання. Звернуто увагу на труднощі апроксимації кубічними сплайнами зі стрімкою зміною характеристик сучасних сталей, які не зазначені іншими авторами. Ці труднощі подолані шляхом попереднього логарифмування цих характеристик.

3. Магнітоелектричні схеми заміщення навіть не дуже складних трифазних трансформаторів дуже громіздкі. Складання окремих програм моделювання для кожної з таких схем недоцільно. Більш зручним є використання універсальної

програми для дослідження динамічних процесів в магнітоелектричних схемах заміщення довільної конфігурації.

4. У магнітоелектричних схемах заміщення для адекватного розрахунку важливо знання магнітних опорів або магнітних смностей для потоків, що протікають поза магнітної системи.

СПИСОК ВИКОРИСТОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Демирчян К. С. Моделирование и машинный анализ электрических цепей / К. С. Демирчян, П. А. Бутырин / М.: Высшая школа, 1988. – 335 с.
2. Каханер Д. Численные методы и программное обеспечение / Д. Каханер, К. Моулер, с. Нэш; пер. с англ. –изд. второе, стереотип. – М.: Мир, 2001. – 575 с.
3. Ортега Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений / Дж. Ортега, У. Пулл . – М.: Наука, 1986. – 288 с.
4. Амосов А. А. Численные методы для инженеров. Учеб. пособие / А.А. Амосов, Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. – М. – Высш. шк., 1994. – 544 с.
5. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
6. Буслов В. А. Численные методы 1. Исследование функций. Курс лекций / В. А. Буслов, С. Л. Яковлев. – С-П.: Санкт-петербургский государственный университет, 2001. – 59 с.
7. Рябенский В. С. Введение в вычислительную математику: Учеб. пособие / В. С. Рябенский. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 296 с.
8. Shampine L. F. Fundamentals of numerical computing / L. F. Shampine, R.C. Allen, S. Pruess. – New York Chichester Brisbane Toronto Singapore.: JOHN WILEY & SONS, INC, 1997. – 268 p.
9. Wendroff B. Theoretical numerical analysis / B. Wendroff. – New York.: Academic Press., 1966.
10. Сегеда М. С. Математичне моделювання в електроенергетиці / М. С. Сегеда. –Львів: «Львівська політехніка», 2002.– 300 с.

11. Ортега Дж. Итерационные методы решения систем уравнений со многими неизвестными / Дж. Ортега, В. Рейнболт. – М.: Мир. – 1975. – 558 с.
12. Деккер К. Устойчивость методов Рунге-Кутты для жестких нелинейных дифференциальных уравнений: Пер. с англ./ К. Деккер, Я. Вервер. – М.: Мир, 1998. – 334 с.
13. Вержбицкий В. М. Численные методы (математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения): Учебное пособие для вузов / В. М. Вержбицкий. – М.: ВШ. – 2001. – 382 с.
14. GNU Octave [Электронный ресурс]. – режим доступа: <http://www.gnu.org/software/octave/index.html> . – заголовок с экрана . – Язык англ.
15. Мэтьюз Джон Г. Численные методы. Использование MATLAB / Джон Г. Мэтьюз, Куртис Д. Финк; 3-е издание: пер. с англ.– М.: Издательский дом “Вильямс”.– 2001.– 720 с.
16. Чабан В. Й. Чисельні методи / Чабан В. Й. – Львів: В-во Національного університету “Львівська політехніка”, 2001. – 186 с.
17. Волков Е. А. Численные методы: Учеб. пособие для вузов / Е.А. Волков. –М.:Наука, 1987. – 248 с.
18. Сильвестер П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков: Пер. с англ. / П. Сильвестер, Р. Феррари. – М.: Мир, 1986. – 229 с.
19. Туровский Я. Электромагнитные расчеты элементов электрических машин: Пер. с польск. / Я. Туровский . – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 200 с
20. Elleuch M. A Contribution to the Modeling of Three Phase Transformers Using Reluctances / M. Elleuch, M. Poloujadoff // IEEE Transactions on Magnetics. – 1996. – v. 32. – № 2. – P. 335–343.
21. Dolinar D. Dynamic model of three-phase power transformer / D. Dolinar, J. Pihler, B. Grear // IEEE/PES. – 1993. – Jan. 31- Feb 5.
22. Leon F. Complete transformer model for electromagnetic transients / F. Leon, A. Semlyen // IEEE Trans. Power Delivery. – 1994. – v. 9. – P. 231–239.

23. Hatziaargyriou N. D. Generalized transformer model based on the analysis of its magnetic core circuit / N. D. Hatziaargyriou, J. M. Prousalidis, P. C. Papadias // IEE Proc., Pt. C. – 1993. – v. 140. – P. 269–278.
24. Leon F. A sample representation of dynamic hysteresis losses in power transformers / F. Leon, A. Semlyen // IEEE/PES. – San Francisco. – July 1994.
25. Липман А. А. «Электрическая» и «магнитная» схемы электромагнитной цепи / А. А. Липман // Электричество. – 1974. – №7. – С. 65–68.
26. Шакиров М. А. Магнитоэлектрические схемы замещения катушек индуктивности и трансформаторов / М. А. Шакиров // Электричество. – 2003. – №11. – С. 34–45.
27. Шакиров М. А. Анализ неравномерности распределения магнитных нагрузок и потерь в трансформаторах на основе магнитоэлектрических схем замещения / М. А. Шакиров // Электричество. – 2005. – № 11. – С. 15–27.
28. Вагнер, К. Ф. Метод симметричных составляющих и его применение к расчету аварийных токов: базы и банки данных. Пер. с англ. / К. Ф. Вагнер, Р. Д. Эванс – Л.; М. : ОНТИ; ГЭИ. – 1933. – 183 с.
29. Герман-Галкин С. Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0 / С. Г. Герман-Галкин. – СПб.: КОРОНА принт. – 2001. – 320 с.
30. Черных И. В. Simulink среда создания инженерных приложений / И. В Черных. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ. – 2003. – 496 с.
31. Лучко А. Р. Имитационное моделирование электромагнитных процессов в магнитосвязанных электрических цепях / А. Р. Лучко, Т. В. Попова // Электротехника та електроенергетика. – 2009. – № 1. – С. 16–22.
32. Тиховод С.М. Методика расчета взаимозависимых электрических и магнитных цепей / С. М. Тиховод, А. И. Качан, Д. В. Мищенко, Ю. И. Паук // Электротехніка та електроенергетика. – 2000. – № 1. – С. 44–49.

33. Бессонов Л. А. Электрические цепи со сталью / Л. А. Бессонов. – М. – Л.: ГЭИ, 1948. – 376 с.
34. Демирчян К. С. Моделирование магнитных полей / К. С. Демирчян. – Л.: Энергия, 1974. – 288 с.
35. Пентегов И. В. Универсальная аппроксимация кривых намагничивания электротехнических сталей / И. В. Пентегов, А. В. Красножен // *Електротехніка і електромеханіка*. – 2006. – №1. – С. 66–69.
36. Маляр В. С. Апроксимація характеристик намагнічування електротехнічних сталей сплайнами другого порядку / В. С. Маляр, І. А. Добушовська // *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. Електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2010. – № 671. – С. 67–71.
37. К. Де Бур. Практическое руководство по сплайнам. Пер. с англ. / К. Де Бур. – М.: Радио и связь, 1985. – 304 с.
38. Василенко В. А. Сплайн-функции: теория, алгоритмы, программы. – Новосибирск: Наука, 1983. – 350 с.
39. Ануфриев И. Е., MATLAB 7 / И. Е. Ануфриев, А. Б. Смирнов, Е. Н. Смирнова. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.
40. Чуа Л. О. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы / Л. О. Чуа, Пен–Мин. Лин; [пер. с англ.]. – М.: Энергия, 1980. – 640 с.
41. Влах И. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем / И. Влах, К. Сингхал. – М.: Радио и связь, 1988. – 560 с.
42. Сигорский В.П. Алгоритмы анализа электронных схем / В.П. Сигорский, А.И. Петренко. – М.: Сов. радио, 1976. – 608 с.
43. Помощь студентам-электрикам. Научные разработки, программы. Программы для расчета переходного процесса в трехфазном трансформаторе.– [Электронный ресурс] .– режим доступа: <http://www.electricity.zp.ua/>

Наукове електронне видання
комбінованого використання
Можна використовувати в локальному
та мережному режимах

ТИХОВОД Сергій Михайлович

**МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ
ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ В
ТРАНСФОРМАТОРАХ НА ОСНОВІ
МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНИХ СХЕМ
ЗАМІЩЕННЯ**

Навчальний посібник

Один електронний оптичний диск (DVD-ROM);
супровідна документація.
Тираж 100 прим. Зам. № 921.

Видавець і виготовлювач
Запорізький національний технічний університет
Україна, 69063, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 64
Тел.: (061) 769-82-96, 220-12-14

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2394 від 27.12.2005.