

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний авіаційний університет

В. В. АСТАНІН, Г. Й. ЗАЙОНЧКОВСЬКИЙ, В. В. СОЛОХА

ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ВИПРОБУВАННЯ
МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Навчальний посібник

Київ - 2009

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний авіаційний університет



JOINT EUROPEAN PROJECT
“COMPUTER AIDED INDUSTRIAL DESIGN TRAINING
FOR UKRAINIAN ENGINEERS”

СПІЛЬНИЙ ЄВРОПЕЙСЬКИЙ ПРОЕКТ
“Навчання українських інженерів комп’ютерному
промислому проектуванню (дизайну)”

В. В. АСТАНІН, Г. Й. ЗАЙОНЧКОВСЬКИЙ, В. В. СОЛОХА

ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ВИПРОБУВАННЯ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Навчальний посібник



Київ - 2009

УДК 006.8 (075.8)

ББК К 412я7

А 91

“This project has been funded with support from the European Commission. This publication [communication] reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.”

Рецензенти:

В.Б. Струтинський – д-р техн. наук, професор,
зав. кафедри конструювання верстатів та машин
Національного технічного університету України (КП);

Затверджено методично-редакційною радою Національного авіаційного університету (протокол № від 2008 р.).

Дослідження та випробування механічних систем: навчальний посібник / В.В. Астанін, Г.Й. Зайончковський, В.В. Со-лоха – К.: НАУ, 2009. – 112 с.

ISBN

Розглянуто наукові та технічні питання проведення досліджень та випробувань механічних систем: планування та проведення експериментів; сучасні засоби вимірювання параметрів механічних систем; випробування на міцність матеріалів та конструктивних елементів механічних систем.

Посібник підготовлено за сприянням Європейської Комісії на виконання міжнародної програми ТЕМПУС “Навчальний магістерський курс “Системи автоматичного проектування””.

Для студентів Національного авіаційного університету та інших вищих навчальних закладів України.

УДК 006.8 075.8)

ББК К 412я7

ISBN

© В.В. Астанін, Г.Й. Зайончковський,
В.В. Солоха, 2009

INTRODUCTION

Samples and constructions research and testing are important integral part of new modern products and systems development. Conformity of new developments to the Technical project and existing specifications requirements is provided on the basis of such tests analysis. Optimization of experimental researches and tests, reduction of terms and expenses on their carrying out is an actual problem, which developers of new techniques should solve.

Scientific and technical progress in XX and at the beginning of XXI century has caused high rates of development of methods for mechanical systems experimental researches and development of the corresponding equipment for their carrying out. This has caused urgency for teaching of these questions during preparation of masters and engineers-mechanics at higher educational institutions of Ukraine.

In the given manual scientific and technical aspects of mechanical systems researches and tests are given: planning and carrying out of experiments, modern means for mechanical systems parameters measurement, tests for strength of materials and constructive elements.

The manual is prepared with assistance of the European Commission.

During writing teaching experience in preparation of masters at National Aviation University and the Zaporizhzhya National Technical University was taken into account.

Sections 1 and 2 are written by V.V.Solokha, section 3 – by V.V.Astanin. The general editing was done by G.J.Zajonchkovsky.

ВСТУП

Дослідження і випробування дослідних зразків матеріалів і конструкцій є важливою невід’ємною складовою розробки нових сучасних виробів і систем. На підставі аналізу результатів таких випробувань забезпечується підтвердження нових розробок вимогам Технічного завдання і діючим нормативам. Оптимізація процесів експериментальних досліджень і випробувань, скорочення термінів та зменшення затрат на їх проведення є актуальною проблемою, яку повинні вирішувати розробники нової техніки.

Науково-технічний прогрес в ХХ, на початку ХХІ століття обумовив високі темпи розвитку методів експериментальних досліджень механічних систем і розробки відповідного обладнання для їх проведення, що обумовило актуальність викладання цих питань при підготовці магістрів ті інженерів-механіків у вищих навчальних закладах України.

У даному навчальному посібнику висвітлено наукові та технічні аспекти проведення досліджень та випробувань механічних систем: планування та проведення експериментів, сучасні засоби вимірювання параметрів механічних систем, випробування на міцність матеріалів і конструктивних елементів.

Посібник підготовлено за сприянням Європейської Комісії на виконання міжнародної програми ТЕМПУС “Навчальний магістерський курс “Системи автоматичного проектування”.

При підготовці посібника враховувався досвід викладання відповідних навчальних дисциплін при підготовці магістрів у Національному авіаційному університеті та Запорізькому національному технічному університеті.

Розділи 1 і 2 написано В. В.Солохою, розділ 3 – В. В. Астаніним. Загальне редагування виконано Г. Й. Зайончковським.

ЗМІСТ

Вступ	5
.	6
1. Планування та проведення експериментів	6
.	12
1.1. Основні принципи планування експерименту	14
.	14
1.2. Фактори в плануванні експерименту	23
.	24
1.3. Вибір моделі об'єкта дослідження	30
.	33
1.4. Повний факторний експеримент	37
.	37
1.5. Дробовий факторний експеримент	43
.	48
1.6. Проведення експерименту	54
.	54
1.7. Обробка результатів експерименту	59
.	64
1.8. Регресійний аналіз	68
.	77
2. Засоби вимірювання параметрів механічних систем	80
.	83
2.1. Засоби вимірювання температури	88
.	89
2.2. Чутливі елементи для вимірювальних перетворювачів	
.	
2.3. Вимірювання механічних коливань.	
.	
3. Випробування на міцність матеріалів та конструктивних елементів	88
.	89

3.1. Механічна діаграма розтягання	91
3.2. Визначення модуля поздовжньої пружності та коефіцієнта поперечної деформації	93
3.3. Випробування матеріалів на стискання	102
3.4. Вимірювання твердості металів	107
3.5. Дослідження опору зсуву зразків зі сталі та дюралюмінію	112
3.6. Випробування тонкостінного циліндричного резервуара внутрішнім тиском	
3.7. Випробування двоопорної балки на згинання	
3.8. Визначення модуля пружності другого роду під час кручення.	
3.9. Дослідження стійкості стиснутих стержнів	
3.10. Дослідження концентрації напружень у пластині під час розтягання	
3.11. Визначення границі витривалості сталевого циліндричного зразка	
3.12. Випробування металів на ударну в'язкість	
3.13. Вивчення пружних коливань механічних систем	
3.14. Експериментальне визначення пружних характеристик композиційного матеріалу під час розтягання	

Список літератури

1. ПЛАНУВАННЯ ТА ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

1.1. Основні принципи планування експерименту

Експеримент є невід’ємною частиною досліджень механічних систем та їх складових. Мета експериментів – або встановити нові факти про об’єкт дослідження, або порівняти впливи різних факторів на даний об’єкт. Експеримент може бути фізичним або модельним, проводиться безпосередньо на об’єкті, або на його моделі. Модель зазвичай відрізняється від об’єкта масштабом, а іноді й природою.

Одним із можливих шляхів підвищення ефективності досліджень є застосування математичного планування експерименту.

Під статистичним плануванням експерименту розуміють таку організацію експериментального дослідження, яка дозволить зібрати необхідні дані, застосувати для їх аналізу статистичні методи і зробити вірні та об'єктивні висновки.

Планування експерименту – це процедура вибору кількості та умов проведення дослідів, необхідних та достатніх для вирішення поставленої задачі з необхідною точністю. Тут суттєвим є:

- прагнення до мінімізації загальної кількості дослідів;
- одночасне варіювання параметрів, що визначають процес, за спільними правилами – алгоритмами;
- використання математичного апарату, що формалізує дії експериментатора;
- вибір чіткої стратегії, яка дозволяє приймати обґрунтовані рішення після кожної серії експериментів.

Для використання статистичного підходу до планування експериментів і аналізу даних необхідно, щоб всі учасники експерименту ще до його початку ясно розуміли, що саме належить досліджувати і яким чином потрібно збирати дані та як ці дані потрібно аналізувати. Завдання пошуку оптимальних умов є одними з найпоширеніших науково-технічних задач. Вони виникають тоді, коли установлена можливість проведення процесу і необхідно знайти найкращі (оптимальні в деякому розумінні) умови його реалізації. Рішення цієї задачі в значній мірі визначає вибір мети дослідження.

Для опису об'єкту дослідження зручно користуватися уявленням про "чорний ящик". На виході з "чорного ящика" (рис. 1.1) одержуємо числові характеристики y_i цілей дослідження, які називаємо параметрами оптимізації (цільова функція, відгук системи).

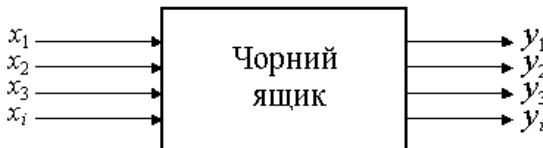


Рис. 1.1. Подання об'єкту дослідження у вигляді "Чорного ящика"

Для проведення експерименту необхідно мати можливість впливати на поведінку "чорного ящика". Всі способи такого впливу x_i називають факторами або входами. Кожен фактор може приймати

в досліді одне або декілька значень. Такі значення називають рівнями. Може виявитися, що фактор здатний приймати нескінченно багато значень. Але на практиці точність, з якою встановлюється якесь значення, не безмежна, тому правомірно вважати, що будь-який фактор має визначене число дискретних рівнів.

Фіксований набір рівнів факторів (тобто встановлення кожного фактору на деякому рівні) визначає один з можливих станів "чорного ящика". Кількість різних станів визначається як p^k , де p – кількість рівнів кожного фактора, k – кількість факторів.

Планування експерименту передбачає активне втручання в процес та можливість вибору в кожному досліді тих рівнів факторів, які представляють інтерес. Такий експеримент називається активним, а об'єкт на якому можливий активний експеримент називається керованим.

На практиці немає абсолютно керованих об'єктів. На реальний об'єкт звичайно діють як керовані, так і не керовані фактори. Некеровані фактори впливають на відтворюваність експерименту і є причиною її порушення.

Експеримент слід проектувати, прагнучи до забезпечення необхідної якості досліджень. Цілі та критерії оцінки якості дослідження слід з'ясувати, системно оцінюючи витрати, важливість очікуваних результатів, наслідки недостатньої точності та помилкових рішень. Для визначення показників якості дослідницького процесу необхідно уміти будувати модель експерименту (та переконатись в її достовірності).

Для ефективного аналізу механізму явищ та керування процесами слід виявляти взаємозв'язок між факторами, що визначають хід процесу, та подати їх в кількісній формі – у вигляді математичної моделі. В залежності від джерела інформації, що використовується при побудові математичної моделі, розрізняють фізико-хімічні моделі (які інколи називають аналітичними або теоретичними) та статистичні чи емпіричні моделі. В першому випадку за основу беруться фізико-хімічні закономірності процесів, що моделюються. Як правило, моделі процесів подаються у вигляді складних систем рівнянь (системи алгебраїчних, звичайних диференціальних рівнянь або рівнянь в частинних похідних). Вони дають можливість дуже точно описати процеси, що протікають в об'єкті, та допускають екст-

раполяцію у точки факторного простору, в яких неможливе безпосереднє спостереження цих процесів. Статистичні моделі одержують в результаті статистичної обробки експериментальних даних, одержаних на об'єкті, що досліджується. Структура статистичної моделі може вибиратися відносно довільно. Відповідність моделі об'єкту обмежується лише кількісним аспектом.

Статистичні моделі мають відносно просту структуру, дуже часто вони подаються у вигляді поліномів. Область їх застосування обмежується робочою зоною, в якій проводився експеримент.

Статистичні моделі розрізняють на статичні (стаціонарні) та динамічні (моделі динаміки). Перші описують стаціонарні, тобто незмінні в часі, співвідношення в об'єкті, інші – перехідні процеси, тобто нестационарний стан. Моделі динаміки найчастіше мають вигляд передатної функції чи систем диференціальних рівнянь.

Розглянемо основні етапи розв'язання задачі побудови моделей [1].

Визнання факту існування завдання і його формулювання.

Це положення може здатися досить тривіальним, але на практиці часто буває непросто зрозуміти, що існує проблема, яка вимагає експериментальних досліджень, та виробити ясне і загальноприйняте формулювання цієї проблеми. Необхідно уточнити всі уявлення про цілі експерименту. Ясне формулювання завдання у багатьох випадках виявляється істотним для кращого розуміння явищ і вирішення задачі. На цьому етапі з'ясовується початкова ситуація, оцінюються допустимі затрати часу та засобів, а також з'ясування тип задачі.

Вибір факторів і рівнів. Експериментатор повинен відібрати незалежні змінні, або *фактори*, які досліджуватимуться в експерименті. Фактори в експерименті можуть бути кількісними або якісними. У випадку дослідження кількісних факторів потрібно продумати те, як підтримувати бажані значення цих факторів і як їх вимірювати. Ми повинні також вибрати значення, або *рівні* факторів, які будуть використані в експерименті. Ці рівні можуть бути задані або вибрані випадковим чином з безлічі всіх можливих рівнів фактора.

Вибір змінної відгуку. В разі вибору відгуку, або залежної змінної, експериментатор повинен бути упевнений в тому, що відгук, який належить вимірювати, дійсно містить інформацію про досліджувану проблему. Потрібно подумати також і про те, як вимірюватиметься відгук і яка вірогідна точність цих вимірювань.

Вибір плану експерименту. Цей етап є найбільш важливим в процесі експериментування. Дослідник повинен задати величину відмінності від дійсного відгуку, яку він хоче виявити, і величину ризику, на який він може піти, щоб вибрати відповідний обсяг вибірки. Він повинен також визначити, в якому порядку збиратимуться дані та який метод рандомізації буде застосований. Необхідно завжди погоджувати між собою статистичну точність і вартість експерименту.

Повинна бути запропонована математична модель експерименту, що дозволить провести статистичний аналіз даних.

Для своєчасного виявлення та усунення можливих помилок в постановці задачі, вибраній моделі, експериментальній установці, методиці аналізу тощо, а також для економії часу та засобів проводяться попередні експерименти. За їх допомогою не лише перевіряються експериментальна установка та методика, але і проводиться попередня оцінка якості моделі.

Проведення експерименту. В ході експерименту, тобто реального процесу збору даних, дослідник повинен уважно стежити за тим, щоб все проходило відповідно до плану. Особливу увагу потрібно звертати на рандомізацію, точність вимірювань і підтримку якомога більшої однорідності зовнішніх умов експерименту.

Аналіз даних. Для аналізу даних експерименту повинні застосовуватися статистичні методи. Перевіряється точність оцінок параметрів та працездатність одержаних моделей. Сучасні засоби обчислювальної техніки багато в чому полегшили експериментаторові ці завдання, зменшують трудомісткість обчислень. В процесі аналізу даних часто виявляються корисними графічні методи.

Висновки і рекомендації. Після закінчення аналізу даних експериментатор має зробити висновки щодо одержаних результатів. Потрібно дати фізичну інтерпретацію статистичних висновків і оцінити їх практичне значення, а потім винести рекомендації щодо використання результатів. Ці рекомендації можуть включати і проведення подальших експериментів, оскільки дослідження зазвичай є ітеративним процесом, коли окремих експеримент, відповідаючи на деякі питання, одночасно ставить нові. Використання малюнків і графіків – дуже ефективний спосіб представлення важливих результатів експерименту.

Основою теорії експерименту є математична статистика, яку можна застосувати для аналізу експерименту в тих випадках, коли

його результати можна розглядати як випадкові величини чи випадкові процеси. Ця умова виконується в більшості досліджень, оскільки, як правило, результати експерименту пов'язані з деякою невизначеністю. Серед причин такої невизначеності можна назвати випадковий характер процесів дослідження, вплив неконтрольованих факторів, неконтрольовані зміни умов експерименту та помилки спостережень. Сюди ж відносяться помилки вимірювання, причини яких криються в недосконалому приладів, методів вимірювання та пристроїв передачі даних. Вплив цих збурень на результати спостережень може в багатьох випадках розглядатися як випадковий.

Статистичне уявлення про експеримент створює основу для дослідження складних об'єктів та систем. Ці складні об'єкти характеризуються великою кількістю факторів, що впливають на результати експерименту. При класичному підході до експериментів дослідження впливу сукупності факторів на результати експерименту проводиться за умови, що змінюється лише один з факторів і фіксуються значення інших. В складних системах, в яких велика кількість впливів не може контролюватися або керуватися, ця умова не виконується. Статистична концепція враховує вплив неконтрольованих факторів іншим чином. Вплив цих факторів розглядається як додатковий стохастичний шум, накладений на істинні результати експериментів. Для того, щоб вплив зробити випадковим, застосовують спеціальні методи, що називаються рандомізацією експерименту. Завдяки цьому вдається надійно виокремити фактори, які цікавлять експериментатора, від шумового фону, обумовленого неконтрольованими впливами.

Статистичні методи дають експериментатору можливість аналізувати дані та приймати рішення стосовно об'єкту дослідження на основі опрацьованих результатів експерименту. Ці методи враховують стохастичний характер результатів та базуються на статистичній перевірці гіпотез.

В відношенні статистичних висновків варто завжди враховувати, що позитивний результат перевірки деякої статистичної гіпотези означає лише те, що гіпотеза не суперечить результатам експерименту. Результати перевірки гіпотези ніколи не можуть служити доказом абсолютної справедливості та вірності гіпотези.

При побудові математичних моделей процесів дослідник може постулювати цілу низку гіпотез про вид моделі та експериментальним шляхом вибрати серед цих моделей ту, яка найкращим чином відповідає результатам експериментів. Якщо серед постульованих гіпотез не виявилось істинної, то за допомогою експериментів її також не вдасться знайти.

Статистичний аналіз характеристик експериментальних моделей показує, що точність моделі суттєвим чином залежить від вибору умов проведення експериментів, тобто вона є функцією плану експериментів. За допомогою цілеспрямованого вибору умов проведення експерименту із області можливих значень факторів, тобто за допомогою планування експерименту, необхідна точність рішення може бути досягнута за мінімальної кількості експериментів. Цілеспрямований вибір умов проведення експериментів передбачає можливість активного впливу на об'єкт дослідження, тобто можливість активного експерименту. При активному експерименті можна оцінити дисперсію помилки, перевірити адекватність моделі та прийняти необхідні заходи щодо умов, необхідних для застосування методу численного регресійного аналізу, який використовується для обробки результатів експериментів.

Кожне експериментальне дослідження складається із низки етапів, що слідують один за іншим [2] (рис.2): формулювання мети, висунування гіпотези про об'єкт дослідження, планування експериментів, проведення експериментів, обробка і аналіз результатів, перевірка ірності висунутої гіпотези, висунування нової гіпотези, перевірка умов закінчення експерименту, планування нового експерименту.



Рис. 2.2. Основні етапи проведення експерименту

Із даної схеми витікає, що дослідження об'єкта складається із циклів, що повторюються. Слід також відмітити, що від циклу до циклу зростає обсяг знань про об'єкт, а гіпотези, які висувуються, все більше наближаються до дійсності. Разом з тим зростає також ефективність планування експерименту.

Область застосування методів планування експерименту досить широка. Ці методи виявляються дуже ефективними під час проведення фізико-хімічних досліджень в лабораторних умовах, в експериментах на дослідних та промислових об'єктах.

1.2. Фактори в плануванні експерименту

Після вибору об'єкта дослідження та параметру оптимізації, до розгляду слід включити всі суттєві фактори, що можуть впливати на процес. Якщо який-небудь суттєвий фактор виявиться неврахованим, то це може призвести до небажаних наслідків. Так, якщо неврахований фактор довільно прийняв випадкові значення, які експериментатор не контролював, то це значно збільшить помилку досліді. В разі підтримання фактору на деякому фіксованому рівні може бути одержано помилкове уявлення про оптимум, оскільки немає гарантії, що фіксований рівень є оптимальний.

Фактором називається вимірювана змінна величина, що приймає в деякий момент часу визначене значення. Фактори відповідають способам впливу на об'єкт дослідження.

Так само, як і параметр оптимізації, кожен фактор має область визначення. Фактор вважається визначеним, коли разом з його назвою зазначена область його визначення. Під областю визначення розуміється сукупність всіх значень, які в принципі може приймати даний фактор. Сукупність значень фактора, яка використовується в експерименті, є підмножиною із множини значень, що утворюють область визначення.

В практичних задачах область визначення факторів, як правило, обмежена. Обмеження можуть носити принциповий або технічний характер.

Фактори поділяють на кількісні та якісні. Якісні фактори – це різні речовини, різні технологічні способи, апарати, виконавці тощо.

Вимоги, що висувають до факторів під час планування експерименту. Під час планування експерименту фактори мають бути керованими. Це означає, що експериментатор, вибравши необхідне значення фактора, може його підтримувати сталим протягом всього досліду, тобто може керувати фактором. В цьому полягає особливість "активного" експерименту. Планувати експеримент можна лише в разі, якщо рівні факторів підкоряються експериментаторові.

Щоб точно визначити фактор, необхідно зазначити послідовність дій (операцій), за допомогою яких устанавлюються його конкретні значення (рівні). Таке визначення фактора будемо називати операціональним. Введення операціонального визначення забезпечує однозначність розуміння фактора. З операціональним визначенням пов'язані вибір розмірності фактора та точність його фіксування.

Точність замірів факторів повинна бути по можливості більш високою. Ступінь точності визначається діапазоном зміни факторів. Під час вивчення процесів, що тривають десятки годин, немає потреби враховувати частки хвилини, а в швидкоплинних процесах слід враховувати можливо навіть частки секунди.

Фактори повинні безпосередньо впливати на об'єкт. Фактори мають бути однозначними. Важко керувати фактором, який є функцією іншого фактора. Але в плануванні можуть приймати участь складні фактори, необхідність введення яких виникає при бажанні подати динамічні особливості об'єкта в статичній формі.

В плануванні експерименту звичайно одночасно змінюються декілька факторів. Тому дуже важливо сформулювати вимоги, які висувають до сукупності факторів. Перш за все висувається вимога сумісності факторів. Сумісність факторів означає, що всі їх комбінації здійсненні та безпечні.

Несумісність факторів може спостерігатися на границях областей їх визначення. Позбутися від неї можна скороченням областей. Положення ускладнюється, якщо несумісність проявляється всередині областей визначення. Одне з можливих рішень – розбиття на підобласті та рішення двох окремих задач.

Вимога незалежність факторів, передбачає можливість встановлення фактора на будь-якому рівні незалежно від рівнів інших факторів. Якщо ця умова не виконується, то неможливо планувати

експеримент. З цим пов'язана вимога відсутності кореляції між факторами. Ця вимога не означає, що між факторами немає ніякого зв'язку. Достатньо, щоб зв'язок не був лінійним.

1.3. Вибір моделі об'єкта дослідження

Під моделлю ми розуміємо вид функції відгуку

$$y = (x_1, x_2, \dots, x_k).$$

Вибір моделі полягає в виборі виду даної функції та запису її рівняння. Після чого залишається спланувати та провести експеримент для оцінки числових значень констант (коефіцієнтів) даного рівняння.

1.4. Повний факторний експеримент

При виборі області експерименту мають враховуватися такі міркування.

Перш за все необхідно оцінити границі областей визначення факторів. Слід враховувати обмеження декількох типів. Перший тип: принципові обмеження для значень факторів, які не можуть бути порушені ні за яких обставин. Другий тип – обмеження пов'язані з техніко-економічними міркуваннями, наприклад, з вартістю сировини, дефіцитністю окремих компонентів, часом протікання процесу. Третій тип обмежень, з яким найчастіше приходиться мати справу, визначається конкретними умовами проведення експерименту, наприклад, існуючою апаратурою, технологією, організацією то що.

Експеримент звичайно розпочинається в умовах, коли об'єкт уже піддавався деяким дослідженням. Інформацію, що міститься в результатах попередніх досліджень, називають апріорною (тобто одержаною до початку експерименту). Апріорна інформація може бути використана для отримання уявлення про параметр оптимізації, про фактори, про найкращі умови ведення процесу та характер поверхні відгуку, тобто про те, як сильно змінюється параметр оптимізації (відгук) в разі незначних змін факторів, а також про кривину поверхні відгуку.

Отже, вибір експериментальної області факторного простору пов'язаний з ретельним аналізом апріорної інформації.

Вибір основного рівня. Найкращим умовам, що визначені з аналізу апріорної інформації, відповідає комбінація (або декілька комбінацій) рівнів факторів. Кожна комбінація є багатовимірної точкою в факторному просторі. Її можна розглядати як вихідну точку для побудови плану експерименту. Назвемо її основним (нульовим) рівнем. Побудова плану експерименту зводиться до вибору експериментальних точок, симетричних відносно нульового рівня.

В різних випадках ми маємо різні дані про область найкращих умов. Якщо є дані про координати однієї найкращої точки та немає інформації про границі визначення факторів, то залишається розглянути цю точку в якості основного рівня. Аналогічне рішення приймається, якщо границі відомі та найкращі умови лежать всередині області.

Якщо точка лежить на границі (або доволі близько до границі) області, тоді приходиться основний рівень вибирати з деяким зсувом від найкращих умов.

Може трапитися, що координати найкращої точки невідомі, але є дані про деяку підобласть, в якій процес іде доволі добре. Тоді основний рівень вибирають або в центрі, або в випадковій точці даної підобласті. Дані про підобласть можна одержати, аналізуючи вивчені раніше подібні процеси, з теоретичних міркувань або з попереднього експерименту.

Вибір інтервалів варіювання. Інтервалом варіювання факторів називають деяке число (для кожного фактору своє), додавання якого до основного рівня дає верхній, а віднімання нижній рівні фактора.

Під час планування експерименту проводять перетворення розмірних факторів у безрозмірні, нормовані:

$$x_i = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_{i0}}{\Delta x_i},$$

де x_i – нормоване значення фактора; \bar{x}_i – натуральне значення фактора; \bar{x}_{i0} – натуральне значення основного рівня; Δx_i – інтервал варіювання.

Це дає можливість легко побудувати ортогональну матрицю (область) планування та значно полегшує подальші розрахунки, оскільки в такому разі верхній і нижній рівні варіювання в відносних

одиницях дорівнюють відповідно +1 та -1 незалежно від фізичної природи факторів, значень основних рівнів та інтервалів варіювання факторів Δx_i .

На вибір інтервалів варіювання накладаються природні обмеження зверху та знизу. Інтервал варіювання не може бути меншим за ті помилки, з якими експериментатор фіксує рівень фактору. В іншому випадку верхній та нижній рівні не будуть розрізнятися. З іншого боку, інтервал не може бути настільки великим, щоб верхній та нижній рівні виявилися за межами області визначення.

Вибираючи інтервал варіювання факторів варто скористатися апріорною інформацією про точність, з якою експериментатор фіксує значення факторів, про діапазон замірів параметрів, про кривину поверхні відгуку.

Планування повного факторного експерименту. Факторні плани широко використовуються в експериментах з декількома факторами, коли необхідно дослідити їх спільний вплив на відгук. В дослідженнях широко використовуються факторні плани з k факторами, що мають два рівні кожен.

Процес знаходження моделі (ідентифікація) методом повного факторного експерименту складається з:

- планування експерименту;
- проведення експерименту на об'єкті дослідження;
- перевірки відтвореності (однорідність вибіркової дисперсії) експерименту;
- одержання математичної моделі об'єкту з перевіркою статистичної значимості вибіркової коефіцієнтів регресії;
- перевірки адекватності математичного опису.

Перший етап планування експерименту для одержання лінійної моделі ґрунтується на варіюванні факторів на двох рівнях. В разі, якщо кількість факторів відоме, можна знайти кількість дослідів, необхідних для реалізації всіх можливих поєднань рівнів факторів, яке визначається за формулою $N = 2^k$, де k – кількість факторів. В загальному випадку експеримент, в якому реалізуються всі можливі поєднання рівнів факторів, називається *повним факторним експериментом*.

Умови експерименту можна записати у вигляді таблиці, де рядки відповідають різним дослідом, а стовпці – значенням факторів.

Такі таблиці ще називають матрицями планування експерименту. Наведемо матрицю планування для двох факторів (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

Матриця планування експерименту 2^2

№ дослідю	x_1	x_2	y
1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	y_2
3	-1	+1	y_3
4	+1	+1	y_4

Кожен стовпець в матриці планування називають вектор-стовпцем, а кожен рядок вектор-рядком. Таким чином в табл. 1.1 ми маємо два вектор-стовпці незалежних змінних та один вектор стовпець параметру оптимізації.

Алгебраїчна форма запису, подана в таблиці, може бути представлена геометрично. В області визначення факторів знайдемо точку, що відповідає основному рівню, та проведемо через неї нові осі координат, паралельні осям натуральних значень факторів (рис. 1.3). Потім виберемо масштаб за новими осями так, щоб інтервал варіювання для кожного фактору дорівнював одиниці. Тоді умови проведення дослідів будуть відповідати вершинам квадрата, центром якого є основний рівень, а кожна сторона паралельна одній з осей координат та дорівнює двом інтервалам. Номери вершин квадрата відповідають номерам дослідів в матриці планування. Площа, обмежена квадратом, називається областю експерименту.

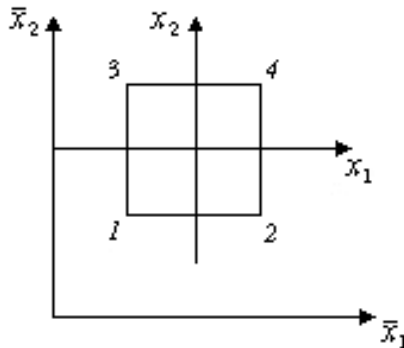


Рис. 1.3. Геометричне зображення повного факторного експерименту

Якщо для двох факторів всі можливі комбінації рівнів легко знайти прямим перебором, то зі зростанням кількості факторів виникає потреба в деякому прийомі побудови матриці. Звичайно використовують два прийоми, що ґрунтуються на переході від матриці меншої розмірності до матриці більшої розмірності. В першому випадку в разі додавання нового фактора кожна комбінація рівнів початкового плану зустрічається двічі: в поєднанні з нижнім та верхнім рівнями нового фактора. Тому записують початковий план для одного рівня нового фактора, а потім повторюють його для іншого рівня. Даний прийом поширюється на побудову матриці будь-якої розмірності. Матриця планування експерименту 2^3 матиме вигляд, наведений в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Матриця планування експерименту 2^3

№ досліда	x_1	x_2	x_3	y
1	-	-	+	y_1
2	-	+	+	y_2
3	+	-	+	y_3
4	+	+	+	y_4
5	-	-	-	y_5
6	-	+	-	y_6
7	+	-	-	y_7
8	+	+	-	y_8

В іншому випадку використовується правило черговості знаків. В першому стовпці знаки змінюються по чергово, в другому стовпці вони чергуються через два, в третьому – через 4, в четвертому – через 8 і т. д. за ступенями двійки. Якщо в табл. 1.2 поміняти місцями стовпці для x_1 та x_2 , то одержимо потрібну матрицю.

Властивості повного факторного експерименту. Розглядатимемо ті властивості, які визначають якість моделі, тобто оцінки коефіцієнтів мають бути найкращими, а точність передбачення параметру оптимізації не повинна залежати від напрямку в факторному просторі, оскільки наперед невідомо, куди слід рухатися в пошуках оптимуму.

Дві властивості витікають безпосередньо з побудови матриці.

Перша з них – симетричність відносно центра експерименту. Вона формулюється таким чином: алгебраїчна сума елементів вектор-стовпця кожного фактора дорівнює нулю, або $\sum_{i=1}^N x_{ji} = 0$, де j – номер фактора ($j = 1, 2, \dots, k$), N – кількість дослідів.

Друга властивість має назву умови нормування. Вона формулюється таким чином: сума квадратів елементів кожного стовпця дорівнює кількості дослідів, або $\sum_{i=1}^N x_{ji}^2 = N$. Це є наслідком того, що фактори у матриці мають значення $+1$ та -1 .

Ці властивості окремих стовпців матриці. Крім того, розглядаються властивості сукупності стовпців. Сума почленних добутків будь-яких двох вектор-стовпців матриці дорівнює нулю

$$\sum_{i=1}^N x_{ji} x_{ui} = 0, \quad j \neq u; \quad j, u = 0, 1, 2, \dots, k.$$

Ця властивість називається ортогональністю матриці планування.

Четверта властивість називається ротатабельністю, тобто точки у матриці планування підбираються так, що точність передбачення значень параметра оптимізації однакова на рівних відстанях від центру експерименту та не залежить від напрямку.

Повний факторний експеримент та математична модель.
Для руху до точки оптимуму потрібна лінійна модель

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2.$$

За результатами експерименту необхідно знайти значення невідомих коефіцієнтів моделі. Можна стверджувати, що експеримент проводиться для перевірки гіпотези про те, що лінійна модель

$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$ адекватна. Грецькі літери використані для позначення "істинних" генеральних значень відповідних невідомих.

Експеримент, що включає скінчену кількість дослідів, дає можливість лише одержати вибіркові оцінки для коефіцієнтів рівняння

$$y = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_k x_k.$$

Їх точність та надійність залежить від властивостей вибірки та потребує статистичної перевірки. Коефіцієнти можна розрахувати за формулою

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ji} y_i}{N}, \quad j = 0, 1, \dots, k.$$

Для матриці 2^2 коефіцієнти b_1 та b_2 визначаються як

$$b_1 = \frac{(-1)y_1 + (+1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4}{4},$$

$$b_2 = \frac{(-1)y_1 + (-1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4}{4}.$$

Для підрахунку коефіцієнта b_1 використовується вектор-стовпець x_1 , а для коефіцієнта b_2 – стовпець x_2 . Для знаходження коефіцієнта b_0 припустимо, що якщо наше рівняння $y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$ справедливе, то воно вірне і для середніх арифметичних значень змінних $\bar{y} = b_0 + b_1 \bar{x}_1 + b_2 \bar{x}_2$. Але, виходячи з властивостей симетрії, $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 0$. Отже, $\bar{y} = b_0$, тобто b_0 є середнє арифметичне значення параметра. Щоб його отримати, необхідно додати всі y та поділити на число дослідів. В матрицю планування зручно ввести вектор-стовпець фіктивної змінної x_0 , яка приймає в усіх дослідах значення $+1$.

Тепер лінійна модель матиме вигляд

$$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2.$$

Коефіцієнти при незалежних змінних вказують на силу впливу факторів. Чим більша числова величина коефіцієнта, тим більший вплив має фактор. Величина коефіцієнта відповідає внеску даного фактора в величину параметра при переході фактора з нульового рівня на верхній або нижній.

Інколи, особливо для якісних факторів, що варіюються на двох рівнях, зручно оцінювати внесок фактора при переході від нижнього до верхнього рівня. Внесок, визначений таким чином, називають ефектом фактора.

Плануючи експеримент на першому етапі прагнуть одержати лінійну модель, але немає жодної гарантії, що у вибраних інтервалах варіювання процес описується саме такою моделлю.

Один з таких, що часто зустрічаються видів не лінійності пов'язаний з тим, що ефект одного фактора залежить від рівня, на якому знаходиться інший фактор. В такому випадку говорять, що має місце ефект взаємодії двох факторів. Повний факторний експеримент дає можливість кількісно оцінити ефекти взаємодії. Для цього необхідно, користуючись правилом перемножування стовпців, одержати стовпець добутку двох факторів. Обчислюючи коефіцієнт, що відповідає ефекту взаємодії, з новим вектор-стовпцем можна поступати так само, як з вектор-стовпцем будь-якого фактора. Для повного факторного експерименту 2^2 матриця планування з врахуванням ефекту взаємодії матиме вигляд, поданий в табл. 1.3.

Таблиця 1.3

Матриця планування 2^2 з врахуванням ефекту взаємодії.

№ досліджу	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	y
1	+1	+1	+1	+1	y_1
2	+1	-1	+1	-1	y_2
3	+1	-1	-1	+1	y_3
4	+1	+1	-1	-1	y_4

З додаванням стовпців ефектів взаємодії всі розглянуті раніше властивості матриць планування зберігаються.

Математична модель матиме вигляд

$$y = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2.$$

Коефіцієнти b_{12} визначаються як

$$b_{12} = \frac{(+1)y_1 + (-1)y_2 + (+1)y_3 + (-1)y_4}{4}.$$

Стовпці x_1 та x_2 задають планування – за ними безпосередньо визначаються умови дослідів, а стовпці x_0 та x_1x_2 використовуються лише для розрахунків.

Під час оптимізації прагнуть ефекти взаємодії одержати якомога меншими, а в задачах інтерполяції, навпаки, їх з'ясування часто буває важливим.

Зі зростанням числа факторів число можливих впливів швидко зростає. Звернемося до повного факторного експерименту 2^3 . Побудуємо матрицю планування експерименту (табл. 1.4).

Таблиця 1.4

Матриця планування 2^3 з врахуванням ефектів взаємодії.

№ досліджу	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y
1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_4
5	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_5
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_7
8	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_8

Стовпець ефекту взаємодії $x_1x_2x_3$ одержують перемноженням всіх трьох стовпців факторів, що називається ефектом взаємодії другого порядку. Ефект взаємодії максимального порядку в повному факторному експерименті має порядок, на одиницю менший кількості факторів.

Ортогональність матриці планування дозволяє отримати незалежні одна від одної оцінки коефіцієнтів. Це означає, що величина будь-якого коефіцієнта не залежить від того, які величини мають інші коефіцієнти.

Проте сформульовані вище твердження справедливі лише тоді, коли модель включає лише лінійні ефекти та ефекти взаємодії.

1.5. Дробовий факторний експеримент

Кількість дослідів в повному факторному експерименті значно переважає кількість коефіцієнтів лінійної моделі, які потрібно визначити. Тобто, повний факторний експеримент має велику надмірність дослідів. Було б бажано скоротити їх кількість за рахунок

тієї інформації, що не дуже суттєва під час побудови лінійних моделей.

Мінімізація числа дослідів. Для повного факторного експерименту 2^2 запишемо матрицю, наведену в табл. 1.5.

Таблиця 1.5

Матриця планування 2^2

№ дослідів	x_0	x_1	x_2	$(x_3) x_1x_2$	y
1	+	-	-	+	y_1
2	+	+	-	-	y_2
3	+	-	+	-	y_3
4	+	+	+	+	y_4

Скориставшись таким плануванням, можна визначити чотири коефіцієнти та подати результати експерименту у вигляді неповного квадратного рівняння

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2.$$

Якщо є підстави вважати, що у вибраних інтервалах варіювання процес може бути описаний лінійною моделлю, то достатньо визначити три коефіцієнти b_0 , b_1 та b_2 . Одну степінь вільності, що залишилася, використаємо для мінімізації кількості дослідів. В разі лінійного наближення $b_0 \rightarrow 0$, а вектор-стовпець x_1x_2 можна використати для нового фактора x_3 . Оцінки коефіцієнтів матимуть такий вигляд:

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{12}; \quad b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}; \quad b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}.$$

Але для лінійної моделі всі парні взаємодії незначні. Отже, для вивчення трьох факторів замість 8 дослідів достатньо поставити чотири. При цьому матриця планування не втрачає своїх оптимальних властивостей (ортогональності, ротатабельності тощо). З цього випливає правило: щоб скоротити число дослідів, необхідно новому фактору присвоїти вектор-стовпець матриці, що належить взаємовпливу, яким можна знехтувати. Тоді значення нового фактора в умовах дослідів визначаються знаками даного стовпця.

Дробова репліка. Поставивши чотири досліди для оцінки впливу трьох факторів, ми скористались половиною повного факторного експерименту 2^3 , або “півреплікою”. Якби ми x_3 прирівняли до $(-x_1, x_2)$, то одержали б іншу половину матриці 2^3 . В цьому випадку $b_1 \rightarrow \beta_1 - \beta_{23}$; $b_2 \rightarrow \beta_2 - \beta_{13}$; $b_3 \rightarrow \beta_3 - \beta_{12}$. В разі реалізації обох півреплік можна одержати окремі оцінки для лінійних ефектів взаємовпливу, як в повному факторному експерименті 2^3 . Об’єднання цих двох півреплік є повний факторний експеримент 2^3 .

Матриця із восьми дослідів для чотирифакторного планування буде півреплікою від повного факторного експерименту 2^4 , а для п’ятифакторного планування – чверть-реплікою від 2^5 . В останньому випадку два лінійні ефекти прирівнюються до ефектів взаємовпливу.

1.6. Проведення експерименту

В процесі проведення експерименту слід пам’ятати про помилки досліду.

Кожен експеримент містить елемент невизначеності внаслідок обмеженості експериментального матеріалу. Постановка повторних (чи паралельних) дослідів не дає результатів, які повністю співпадають, тому що завжди існує помилка досліду (помилка відтворення). Цю помилку слід оцінювати за паралельними дослідями. Для цього дослід відтворюється по можливості в однакових умовах декілька разів і потім береться середнє арифметичне усіх результатів. Середнє арифметичне \bar{y} дорівнює сумі усіх n окремих результатів, поділений на кількість паралельних дослідів n

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{\sum_{q=1}^n y_q}{n}.$$

Відхилення результату будь-якого досліду від середнього арифметичного можна подати як різницю $y_q - \bar{y}$, де y_q – результат окремого досліду. Наявність відхилення свідчить про мінливість варіації значень повторних дослідів. Для вимірювання цієї мінливості найчастіше використовують дисперсію.

Дисперсією називають середнє значення квадрата відхилень величини від її середнього значення. Дисперсія позначається через s^2 та виражається формулою

$$s^2 = \frac{\sum_{q=1}^n (y_q - \bar{y})^2}{n-1},$$

де $(n-1)$ – число степенів вільності, що дорівнює кількості дослідів мінус одиниця. Одну степінь вільності використано для обчислення середнього.

Корінь квадратний з дисперсії, взятий з додатнім знаком, називається середнім квадратичним відхиленням, стандартом чи квадратичною помилкою.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^n (y_q - \bar{y})^2}{n-1}}.$$

Стандарт має розмірність тієї величини, для якої він обчислений. Дисперсія та стандарт – це міра розсіяння, мінливості. Чим більше дисперсія та стандарт, тим більше розсіяння значень паралельних дослідів навколо середнього значення.

Слід зауважити, що наявність результатів, що сильно відрізняються (так званих грубих спостережень) свідчить про порушення закону нормального розподілу. В разі грубих спостережень їх необхідно спочатку виключити, а потім підраховувати середнє арифметичне та дисперсію.

Похибки дослідів є сумарною величиною, результатом багатьох помилок: помилок вимірювання факторів, помилок вимірювань параметру оптимізації тощо. Кожну з цих помилок можна, в свою чергу, розділити на складові.

Всі помилки прийнято поділяти на два класи: систематичні та випадкові.

Систематичні похибки породжуються причинами, що діють регулярно у визначеному напрямку. Часто ці помилки можна вивчити та визначити кількісно. Систематичні помилки знаходять, калібруючи вимірювальні прилади та порівнюючи дослідні дані зі змінними зовнішніми умовами (наприклад, під час градування термометри за реперними точками чи порівнянні з еталонним приладом).

Якщо систематичні помилки викликаються зовнішніми умовами (змінною температурою тощо), слід компенсувати їх вплив.

Випадковими помилками називаються ті, що проявляються нерегулярно, причини виникнення яких невідомі та які неможливо врахувати наперед.

Систематичні та випадкові помилки складаються з великої кількості елементарних помилок. Для того, щоб виключити інструментальні помилки, слід перевіряти прилади перед та після дослідів.

Важливо виключити з експериментальних даних грубі помилки, так званий брак під час повторних дослідів. Для визначення браку можна скористатися критерієм Стюдента

$$\frac{y - \bar{y}}{s} \geq t.$$

Значення t беруть з таблиць t – розподілу Стюдента. Дослід вважається бракованим, якщо експериментальне значення критерію t за модулем більше табличного значення.

Дисперсія параметру оптимізації. Дисперсія в кожному досліді підраховується в кожному горизонтальному рядку матриці планування. Матриця планування складається з серії дослідів, і дисперсія всього експерименту одержують в результаті усереднення всіх дослідів. Мова йде про підрахунок дисперсії параметру оптимізації $s_{\{y\}}^2$ або, що те ж саме, дисперсії відтворення експерименту $s_{\text{відтв}}^2$. В разі підрахунку дисперсії параметру оптимізації квадрат різниці між значеннями y_q в кожному досліді та середнім значенням з n повторних спостережень \bar{y} необхідно просумувати за кількістю дослідів в матриці N , а потім розділити на $N(n-1)$.

$$s_{\{y\}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{q=1}^n (y_{iq} - \bar{y}_i)^2}{N(n-1)}, \quad (1.1)$$

де $i = 1, 2, \dots, N$; $q = 1, 2, \dots, n$.

Формулою (1.1) можна користуватися в тих випадках, коли кількість повторних дослідів однакове в усій матриці. На практиці досить часто маємо справу з випадками, коли кількість повторних до-

слідів різне. Це відбувається внаслідок відкидання грубих спостережень, невпевненості експериментатора в достовірності деяких результатів тощо.

В таких випадках для усереднення дисперсій слід користуватися середнім зваженим значенням дисперсій, яке береться з урахуванням числа ступенів свободи

$$\bar{s}_{\{y\}} = \frac{s_1^2 f_1 + s_2^2 f_2 + \dots + s_n^2 f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i s_i^2}{\sum_{i=1}^N f_i}, \quad (1.2)$$

де s_1^2 – дисперсія першого дослідів; s_2^2 – дисперсія другого дослідів і так далі; f_1 – число степенів вільності в першому дослідів, яке дорівнює кількості паралельних дослідів n_1 мінус 1, оскільки $f_1 = n_1 - 1$; f_2 – число степенів вільності в другому дослідів і так далі.

Число степенів вільності середньої дисперсії приймається рівним сумі чисел степенів свободи дисперсій, з яких вона вирахована.

Формулами (1.1) та (1.2) можна користуватися лише в тому разі, коли дисперсії однорідні.

Однорідність дисперсії означає, що серед усіх дисперсій, що підсумовуються немає таких, які б значно перевищували всі інші.

Перевірка однорідності дисперсій. Перевірка однорідності дисперсій виконується за допомогою різних статистичних критеріїв. Найпростішим з них є критерій Фішера, призначений для порівняння двох дисперсій. Критерій Фішера (F – критерій) являє собою відношення більшої дисперсії до меншої. Одержана величина порівнюється з табличною величиною F – критерію.

Якщо одержане значення дисперсійного відношення більше наведеного в таблиці для відповідних степенів вільності та вибраного рівня значимості, то це означає, що дисперсії значно відрізняються одна від одної, тобто, що вони неоднорідні.

Якщо кількість дисперсій, що порівнюються, більше двох, а одна дисперсія значно перевищує інші, можна скористатися критерієм Кохрена G . Цей критерій придатний для випадків, коли в усіх точках є однакове число повторних дослідів. При цьому підраховується дисперсія в кожному горизонтальному рядку матриці

$$s^2 = \frac{\sum_{q=1}^n (y_q - \bar{y})^2}{n-1},$$

а потім з усіх дисперсій знаходиться найбільша s_{\max}^2 , яка ділиться на суму усіх дисперсій. Критерій Кохрена – це відношення максимальної дисперсії до суми усіх дисперсій

$$G = s_{\max}^2 / \sum_{i=1}^N s_i^2. \quad (1.3)$$

Гіпотеза про однорідність дисперсій підтверджується, якщо експериментальне значення критерію Кохрена не перевищує табличного значення. Тоді можна усереднювати дисперсії та користуватися формулою (1.2).

Критерієм Фішера (F – критерієм) можна скористатися навіть в тих випадках, коли число дисперсій більше, ніж дві. Для цього з усіх дисперсій виділяють найбільшу та найменшу. За F – критерієм виконується перевірка, чи значимо вони відрізняються між собою. Зрозуміло, що якщо найбільша та найменша дисперсії не відрізняються значимо, то дисперсії, що мають проміжне значення, також не можуть значимо відрізнитися одна від одної. Тоді всю групу дисперсій можна вважати приналежною до єдиної сукупності.

Рандомізація. Щоб виключити вплив систематичних помилок, обумовлених зовнішніми умовами (зміна температури, сировини, дослідника тощо), рекомендується випадкова послідовність під час постановки дослідів, запланованих матрицею. Досліди необхідно рандомізувати в часі.

Пояснимо це на прикладі матриці 2^3 , одержаної з матриці 2^2 повторенням її двічі (табл. 1.6).

Ставлячи досліди підряд, ми розіб'ємо матрицю на два блоки: до першого блоку входять досліди № 1, 2, 3 та 4, до іншого – досліди №5, 6, 7 та 8. Якщо досліди проводяться протягом двох днів, а зовнішні умови першого дня якимось чином відрізняються від зовнішніх умов іншого дня, то це сприятиме виникненню деякої систематичної помилки ε . Тоді чотири значення параметра оптимізації зсунуті на величину ε в порівнянні з істинними значеннями. Нехай це будуть параметри, що входять до першого блоку: $y_1 + \varepsilon$, $y_2 + \varepsilon$, $y_3 + \varepsilon$,

$y_4 + \varepsilon$. Але матриця побудована таким чином, що в першому блоці значення x_3 знаходяться на верхньому рівні, в іншому – на нижньому рівні.

Таблиця 1.6

Матриця планування 2^3

№ досліджу	x_1	x_2	x_3	y	№ досліджу	x_1	x_2	x_3	y
1	+	+	+	y_1	5	+	+	-	y_5
2	-	-	+	y_2	6	-	-	-	y_6
3	+	-	+	y_3	7	+	-	-	y_7
4	-	+	+	y_4	8	-	+	-	y_8

Тоді під час підрахунку b_3 матимемо:

$$b_3 = \frac{1}{8} \left[\begin{array}{l} (y_1 + \varepsilon) + (y_2 + \varepsilon) + (y_3 + \varepsilon) + (y_4 + \varepsilon) - \\ - y_5 - y_6 - y_7 - y_8 \end{array} \right] \rightarrow \beta_3 + \frac{\varepsilon}{2},$$

де β – істинне значення коефіцієнта при x_3 .

Таким чином, можливі відмінності в зовнішніх умовах змішались з величиною лінійного коефіцієнту b_3 та викривили це значення. В такій послідовності дослідів ставити не можна. Дослідів слід рандомізувати в часі, тобто придати послідовності дослідів випадковий характер.

Наведемо приклад рандомізації умов експерименту. В повному факторному експерименті 2^3 передбачається кожне значення параметра оптимізації визначати за двома паралельними дослідями. Необхідно випадково розмістити всього 16 дослідів. Присвоїмо паралельним дослідом номери з 9 по 16, і тоді дослід №9 буде повторним по відношенню до першого дослідю, десятий до другого і т. д. На наступному етапі рандомізації використовуються таблиці випадкових чисел, з яких в випадковому місці виписуються числа з 1 по 16 з відкиданням чисел більших за 16 та уже виписаних.

Обрану випадковим чином послідовність не рекомендується порушувати.

1.7. Обробка результатів експерименту

Для обробки статистичних даних найбільш поширеним є метод найменших квадратів (МНК).

Розглянемо просту лінійну модель з одним фактором. Функція відгуку, яка ще називається рівнянням регресії, має вигляд:

$$y = b_0 + b_1 x_1.$$

Це є рівняння прямої. Необхідно визначити коефіцієнти b_0 та b_1 .

Якби всі експериментальні точки лежали на прямій лінії, то для кожної з них була б справедлива рівність

$$b_i - b_0 - b_1 x_{1i} = 0,$$

де $i=1, 2, \dots, N$ – номер досліджу.

На практиці ця рівність порушується; замість неї маємо

$$b_i - b_0 - b_1 x_{1i} = 0 = \xi_i,$$

де ξ_i – різниця за експериментальними та розрахованими за рівнянням регресії значеннями y в i -й експериментальній точці.

Цю величину інколи називають відхилом.

Відхил виникає з двох причин: через помилки експерименту та через непридатність моделі. До того ж ці причини змішані і неможливо, не отримавши додаткової інформації, сказати, яка з них переважає.

Природним є бажання знайти такі коефіцієнти регресії, за яких відхили будуть мінімальні.

Можна записати вимогу

$$U = \sum_{i=1}^N \xi_i^2 = \min, \quad (1.4)$$

яка приводить до методу найменших квадратів (МНК).

МНК має таку властивість, що він робить визначеною будь-яку довільну систему рівнянь. Він створює кількість рівнянь, що дорівнює кількості невідомих коефіцієнтів.

Співвідношення (1.4) можна записати у вигляді:

$$U = \sum_{i=1}^N \xi_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - b_0 - b_1 x_{1i})^2 = \min.$$

Мінімум деякої функції, якщо він існує, досягається за одночасної рівності нулю частинних похідних за всіма невідомими, тобто

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial b_0} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial b_1} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Запишемо рівняння в явному вигляді

$$\left. \begin{aligned} -2 \sum_{i=1}^N (y_i - b_0 - b_1 x_{1i}) &= 0; \\ -2 \sum_{i=1}^N (y_i - b_0 - b_1 x_{1i}) x_{1i} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Для зручності розрахунків розкриємо дужки та проведемо перетворення, які дають

$$\left. \begin{aligned} N b_0 + \sum_{i=1}^N x_{1i} b_1 &= \sum_{i=1}^N y_i \\ \sum_{i=1}^N x_{1i} b_0 + \sum_{i=1}^N x_{1i}^2 b_1 &= \sum_{i=1}^N y_i x_{1i} \end{aligned} \right\}$$

З даного виразу знаходять коефіцієнти b_0 та b_1 .

Для ілюстрації нанесемо вихідні дані та одержане рівняння на графік (рис. 3).

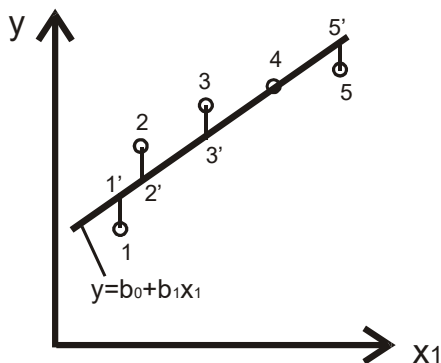


Рис. 1.4. Лінійне рівняння регресії

Метод
найменших ква-

дратів полягає в тому, щоб мінімізувати суму квадратів відрізків, що характеризують розходження між експериментальними даними та одержаним рівнянням.

Тепер можна визначити, якою ж виявилася сума квадратів відхилів. Її ще називають залишковою сумою квадратів.

З рис. 1.4 видно, що для цього необхідно порахувати за рівнянням значення y в умовах кожного дослід. Будемо називати таке значення передбачуваним та позначимо \hat{y} . Потім необхідно знайти усі відхили (відрізки) $\Delta = y - \hat{y}$, піднести їх до квадрата та скласти.

МНК гарантує, що величина $\sum_{i=1}^N \Delta y_i^2$ є мінімально можливою.

Узагальнення на багатофакторний експеримент не пов'язано з якимись принциповими труднощами, за винятком значного ускладнення обчислень. Для будь-якого числа факторів коефіцієнти будуть розраховуватися за формулою

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^N y_i x_{ij}}{N}$$

Тут $j = 0, 1, 2, \dots, k$ – номер фактора. Нуль записано для розрахунку b_0 .

1.8. Регресійний аналіз

Під час перевірки якої-небудь гіпотези про придатність моделі за допомогою статистики МНК переходить в регресійний аналіз.

Регресійний аналіз застосовується за визначених припущень (постулатів).

Постулат перший. Параметр оптимізації y є випадкова величина з нормальним законом розподілу. Однією з характеристик цього закону є дисперсія відтворення. За наявності великого експериментального матеріалу (десятки паралельних дослідів) гіпотезу про нормальний розподіл можна перевірити стандартними статистичними тестами (наприклад, χ^2 – критерієм). На жаль, експериментатор рідко має такі дані, тому приходиться приймати цей постулат на віру.

Другий постулат Дисперсія y не залежить від абсолютної величини y . Виконання цього постулату перевіряється за допомогою критеріїв однорідності дисперсії в різних точках факторного експерименту.

Третій постулат Значення факторів є не випадковими величинами. Це означає, що установлення кожного фактору на заданий рівень та його підтримання суттєво точніше, ніж помилка відтворення.

Перевірка адекватності моделі. Після розрахунку коефіцієнтів модель перевіряють на придатність. Таку перевірку називають перевіркою адекватності моделі.

Для характеристики середнього розкиду даних дослідів відносно лінії регресії можна скористатися залишковою сумою квадратів. Незручність полягає в тому, що дана сума залежить від кількості коефіцієнтів в рівнянні: необхідно ввести стільки коефіцієнтів, скільки проведено незалежних дослідів. Тому віддають перевагу віднесенню її на один “вільний” дослід. Число таких дослідів називають числом степенів вільності (f).

Числом степенів вільності в статистиці називається різниця між числом різних дослідів, результати яких використовуються для підрахунку коефіцієнтів регресії та числом коефіцієнтів (констант),

що уже обчислені за результатами цих дослідів незалежно одне від іншого.

Залишкова сума, поділена на число степенів вільності, називається залишковою дисперсією, або дисперсією адекватності ($s_{\text{ад}}^2$)

$$s_{\text{ад}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta y_i^2}{f}.$$

Для перевірки гіпотези про адекватність моделі можна скористатися критерієм Фішера (F -критерій)

$$F = \frac{s_{\text{ад}}^2}{s_{\{y\}}^2}.$$

В чисельнику формули дисперсія адекватності, в знаменнику – дисперсія відтворюваності зі своїм числом степенів вільності.

Перевірка адекватності полягає в порівнянні одержаного критерію Фішера з табличним значенням. Якщо розраховане значення F – критерію не перевищує табличного, то з заданою довірчою імовірністю модель може вважатися адекватною. В разі перевищення табличного значення цю прийняту гіпотезу слід відкинути.

Наведений спосіб розрахунку дисперсії адекватності можна використовувати в разі, якщо досліді в матриці планування не дублюються, а інформація про дисперсію відтворюваності одержують з паралельних дослідів у нульовій точці або з попередніх експериментів.

Можливі два важливих випадки:

- досліді в усіх точках плану дублюються однакове число разів (рівномірне дублювання);
- кількість паралельних дослідів не однакове (нерівномірне дублювання).

В першому випадку дисперсію адекватності слід помножити на кількість повторних дослідів n .

$$s_{\text{ад}}^2 = \frac{n \sum_{i=1}^N \Delta y_i^2}{f}.$$

Така зміна формули пояснюється тим, що чим більша кількість паралельних дослідів, тим з більшою достовірністю оцінюються середні значення. Тому вимоги до відмінності між експериментальними та розрахунковими значеннями стають більш жорсткими.

В другому випадку, внаслідок нерівномірності дублювання порушується ортогональність матриці планування, та, як наслідок, змінюються розрахункові формули для коефіцієнтів регресії, їх помилок та дисперсії адекватності.

Для дисперсії адекватності можна записати загальну формулу

$$s_{\text{ад}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N n_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2}{f}, \quad (1.5)$$

де N – кількість різних дослідів (кількість рядків матриці); n_i – кількість паралельних дослідів в i -му рядку матриці; \bar{y}_i – середнє арифметичне з n_i паралельних дослідів; \hat{y}_i – передбачене за рівнянням значення в досліді.

З формули (1.5) витікає, що різниця між експериментальним та розрахунковим значенням має тим більше значення, чим більша кількість повторних дослідів.

Перевірка значущості коефіцієнтів. Перевірка значущості кожного коефіцієнта проводиться незалежно.

Її можна здійснити двома рівноцінними способами: перевіркою за t – критерієм Стьюдента або побудовою довірчого інтервалу. В разі застосування повного факторного експерименту чи регулярних дробових реплік довірчі інтервали для усіх коефіцієнтів (в тому числі і коефіцієнтів взаємодії) дорівнюють один одному.

Дисперсія коефіцієнта регресії визначається за формулою

$$s_{\{b_j\}}^2 = \frac{s_{\{y\}}^2}{N}. \quad (1.6)$$

З формули (1.6) видно, що дисперсії всіх коефіцієнтів рівні одна одній, оскільки вони залежать лише від помилки дослідів та числа дослідів.

Довірчий інтервал (Δb_j) визначається як:

$$\Delta b_j = \pm t s_{\{b_j\}}.$$

Тут t – табличне значення критерію Стьюдента при числі степенів вільності, з яким визначалась $s^2\{y\}$, та вибраному рівні значущості (звичайно 0,05); $s\{b_j\}$ – квадратична помилка коефіцієнта регресії

$$s\{b_j\} = \sqrt{s\{b_j\}^2}.$$

Формулу для довірчого інтервалу можна записати в такій еквівалентній формі:

$$\Delta b_j = \pm \frac{t s\{y\}}{\sqrt{N}}.$$

Коефіцієнт значущий, якщо його абсолютна величина більша довірчого інтервалу.

Довірчий інтервал задається верхньою та нижньою границями $b_j + \Delta b_j$ та $b_j - \Delta b_j$.

2. ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

2.1. Засоби вимірювання температури

Основним засобом вимірювання температури є термометри. Термометрами називають вимірювальні засоби, входною (що вимірюється) величиною яких є температура, а вихідною може бути будь-яка величина, що однозначно залежить від температури.

За способом вимірювання розрізняють контактні термометри та пірометри.

Контактні термометри під час вимірювання температури безпосередньо контактують з об'єктом, що вимірюється. Установлення термометра на об'єкт вимірювання в тій чи іншій мірі викривляє температурне поле. Вибираючи контактний термометр, слід враховувати, що термометр повинен витримувати механічні, хімічні та термічні навантаження на об'єкті вимірювання.

До контактних термометрів відносяться термометри розширення, термоелектричні термометри та термометри опору.

За допомогою пірометрів випромінювання температуру вимірюваних об'єктів визначають по теплу, що ними випромінюється, не піддаючи пірометри нагріву до температури, що вимірюється. На показання пірометра перш за все впливають характеристики об'єкта вимірювання, характеристики проміжного середовища, яке поглинає випромінювання між пірометром та об'єктом вимірювання, а також відбиття поверхнею об'єкта вимірювання випромінювання сторонніх джерел.

Термоелектричні термометри. В термоелектричних термометрах для вимірювання температури використовується відкрите Зеєбеком явище термоелектрики. Якщо два провідники (рис. 2.1) з різних металевих матеріалів A та B з'єднані кінцями в замкнений контур і місця з'єднання знаходяться в різних температурах t_2 та t_1 , то в контурі виникає електричний струм. Обидва провідники, які називаються термоелектронами, утворюють термопару. Одне з місць з'єднання, що знаходиться в середовищі з температурою, що вимірюється, є робочим кінцем термопари, інше, що знаходиться в умовах сталої відомої температури, є вільним кінцем термопари.

Розглянемо принципи вимірювання температури за допомогою термоелектричних термометрів.

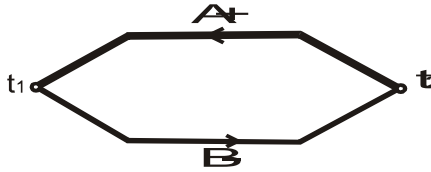


Рис. 2.1. Термоконтур з термоелектродами

В контурі з двох різних термоелектродів, місця контактування яких мають різну температуру, термоЕРС не залежить від розподілу температури вздовж термоелектродів. Можна розімкнути термоелектричний контур в будь-якому місці та ввімкнути в нього один або декілька однакових чи різнорідних провідників. Якщо їх місця з'єднання знаходяться в однаковій температурі, то не виникне жодних паразитних термоЕРС. Можна розімкнути контур в місці контактування, наприклад на вільному кінці термопари, та вставити інший провідник. Необхідно лише на кінцях обох термоелектродів в розімкненому місці контактування підтримувати однакові температури (рис. 2.2), тоді розподіл температур вздовж устанавленого провідника не буде впливати на термоЕРС.

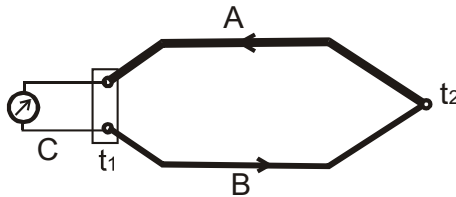


Рис. 2.2. Термопара з вимірювальним приладом

Для зручності вимірювання температури за допомогою термопар бажано, щоб термоЕРС була достатньо великою та щоб електроопір термопари був не надто високим. В такому разі можна вимірювати температуру без особливих додаткових пристроїв, таких як підсилювачі, а також на достатньо великій відстані між термопарою та вимірювальним приладом. До того ж характеристика термопари

має бути лінійною, а діапазон застосування термопари якомога більш широким.

Металеві термоелектроди для вимірювання температур до 150°C можна спаювати м'якими припоями, до більш високої температури – твердими припоями, але найчастіше їх зварюють одне з іншим в нейтральній атмосфері.

Для вимірювання температур понад 0°C найчастіше використовують термопари з таких термоелектродів: мідь – константан, залізо – константан, нікель-хром – нікель (хромель-алюмель); нікель-хром – константан (хромель-копель); платина-родій – платина.

Термопару *мідь – константан* з діапазоном температур від -200°C до 400°C використовують для вимірювання температури до 200°C , оскільки в умовах більш високих температур мідь окислюється.

Термопара *залізо – константан* застосовується до температури 700°C . За більш високих температур залізо сильно окислюється. В вологому середовищі залізний електрод піддається корозії.

Термопари *нікель-хром – нікель (хромель-алюмель)* має найкращу температуростійкість серед термопар з неблагородних металів. Їх робочий діапазон знаходиться в діапазоні від 0°C до 1000°C . Для зменшення окислення нікелю в повітрі в нього добавляють алюміній, завдяки чому утворюється щільний окисний шар.

Термопари *нікель-хром – константан (хромель-копель)* можна використовувати до температури 700°C . Вони малочутливі до окисного впливу. Завдяки високій термоЕРС та малій теплопровідності обох термоелектродів ці термопари використовуються в основному як приймачі випромінювання в пірометрах випромінювання та для вимірювання малих градієнтів температур.

Діаметр термоелектродного дроту слід вибирати не надто великим для зменшення похибок внаслідок тепловідведення термоелектродом та зменшення інерційності показань. Для термопар з неблагородних металів звичайно використовують дріт діаметром від 0,3 до 3 мм; для термопар з благородних металів – діаметром 0,35 та 0,5 мм.

Компенсація впливу температури вільних кінців термопар. Оскільки термопарами вимірюють різницю температур, заміряна термоЕРС залежить не лише від температури робочого спаю, але і від температури вільних кінців термопар. Виміряна температура t дорівнює температурі, визначеній за градуванням термопар, якщо температура вільних кінців термопар t_v дорівнює опорній температурі t_b , що покладена в основу градування термопар. В разі відхилення температури вільних кінців t_v від опорної t_b виміряне значення термоЕРС E_a повинно бути скоректоване на величину ΔE , що відповідає даному відхиленню. Для температури вільних кінців від 0 до 60°С термоЕРС E змінюється практично лінійно різниці температур $t_v - t_b$. Тоді термоЕРС E , що відповідає температурі t , дорівнює

$$E = E_a + \Delta E = E_a + k(t_v - t_b),$$

де k – коефіцієнт температури вільних кінців термопар (для термопар *хромель-алюмель* $k = 0,040$).

Термометри опору. В різноманітних пристроях для вимірювання температури використовують явище зміни електричного опору металів, електrolітів та напівпровідників в залежності від температури. Термометри опору виділяються дуже високою точністю вимірювань (в разі дуже ретельних вимірювань можна отримати похибку не більшу $\pm 0,001$ К). За допомогою термоелектричних термометрів таку чутливість вимірювань можна отримати лише в поєднанні з вимірювальними підсилювачами.

Як матеріали для термометрів опору придатні лише ті, фізичні та хімічні властивості яких не змінюються протягом часу в діапазоні температур, що вимірюються. Опір такого матеріалу повинен добре відтворюватися і зі зміною температури монотонно знижуватися або підвищуватися. Температурний коефіцієнт опору термометра повинен бути якомога більшим, так само як і питомий електроопір для того, щоб термоприймач займав найменший об'єм.

Оскільки опір майже ніколи не змінюється лінійно зі зміною температури, співвідношення між температурою та опором визначають або за математичними формулами, або за експериментально визначеними градувальними кривими.

Вимогам, що висуваються до матеріалів для термометрів опору, найбільше відповідає платина. Для технічних термометрів опору використовують платину високої чистоти з відношенням опорів $R_{100}/R_0 = 1,3910$ та платину, леговану невеликою кількістю добавок з меншою величиною співвідношення $R_{100}/R_0 = 1,385$. Залежність між температурою та опором платини в області вище 0°C може бути описана багаточленом

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2),$$

де R_t і R_0 – опори провідника при температурі t і 0°C відповідно.

Для термометра опору з характеристичним відношенням опорів $R_{100}/R_0 = 1,385$ $A = 3,90784 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ і $B = -0,578408 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2}$. За допомогою цієї інтерполяційної функції може бути розраховано градування в області $(0-850)^\circ\text{C}$.

Напівпровідникові термометри опору. Опір напівпровідників з температурою змінюється значно сильніше, ніж металів. Ті напівпровідники, які при підвищеній температурі мають більшу провідність, ніж при низькій, називають резисторами з негативним температурним коефіцієнтом (термісторами). Напівпровідники, провідність яких в визначеному вузькообмеженому температурному інтервалі зменшується з підвищенням температури, називають терморезисторами з позитивним температурним коефіцієнтом (позисторами).

Температурна залежність опору термісторів може бути описана виразом

$$R_T = Ae^{B/T}.$$

Величина A залежить в основному від опору термістора, а величина B , крім того, і від матеріалу термістора.

Напівпровідникові датчики термометрів опору виготовляють у формі шайб, стрижнів або сфер (рис. 2.3).

Термістори для вимірювання температури виготовляють з опором від 100 Ом до 300 кОм у відповідності до конкретних умов застосування. Переважно використовують термістори з опором від 1 до 5 кОм. За таких значень опору результати вимірювань не зале-

жать від довжини з'єднувальних проводів. Термістори зазвичай використовують для вимірювань в діапазоні температур від -50 до 180 $^{\circ}\text{C}$, але є термістори, що працюють до 450 $^{\circ}\text{C}$.

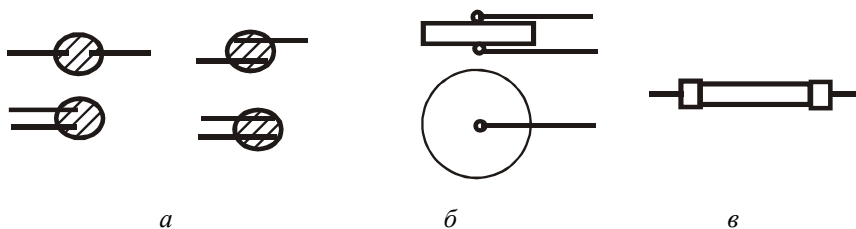


Рис. 2.3. Конструктивні форми термометрів опорів на термісторах:
a – сферична з різним розташуванням виводів; *б* – дискподібна; *в* – стрижнева

Завдяки високому температурному коефіцієнту термістори найчастіше використовують в мостових схемах за методом гальванометра як для тривалих випробувань у вигляді установного термометру, так і для короткочасних вимірювань у вигляді ручного термометру з переносним вимірювальним приладом.

Термочутливі фарби та олівці. Для вимірювань температури за допомогою термочутливих фарб використовують їх властивість змінювати колір зі зміною температури. У деяких фарб зміна кольору відбувається безперервно, так що температуру можна визначити шляхом порівняння зі шкалою кольорів (діапазон температур від 120 до 400 $^{\circ}\text{C}$). Однак перевага віддається фарбам, які різко змінюють колір при одній або декількох температурах, а потім зберігають його при зворотньому переході через точку зміни кольору.

Фарби у вигляді термочутливих олівців використовують для швидкого визначення температури поверхні. Фарбу можна наносити у вигляді штрихів і вже через $1 - 2$ с після нанесення відбувається зміна кольору, зберігаючись протягом тривалого часу.

Термоолівці виготовляють для діапазону від 65 до 670 $^{\circ}\text{C}$ з градацією в 50 К. Термоолівці особливо зручні для швидкого контролю температури, в той час як термочутливі фарби застосовують

переважно для дослідження розподілу температури на великій поверхні.

2.2. Чутливі елементи для вимірювальних перетворювачів

Вимірювальне перетворення можна здійснювати безпосередньо, коли чутливий елемент перетворює вимірювану фізичну величину у величину, придатну для подальшої її обробки (наприклад, при вимірах довжин і п'єзоелектричному методі виміру сили). В іншому випадку чутливий елемент дає на виході переміщення, що перетворюється далі в електричну чи пневматичну величину.

П'єзоелектричні чутливі елементи. Принцип дії п'єзоелектричних чутливих елементів заснований на використанні властивостей деяких кристалів утворювати на своїх гранях електростатичні заряди під дією пружних деформацій. Цей так званий п'єзо ефект виникає на кристалах кварцу, турмаліну, сегнетової солі (калійно-натрієва сіль винної кислоти), титанату барію та деяких інших речовин. П'єзоелектричні чутливі елементи дозволяють контролювати швидкоплинні процеси, тому що заряди утворюються практично безінерційно. Для вимірів майже завжди застосовують кварц, який має низьку температурну чутливість і великий модуль пружності ($8 \cdot 10^{10}$ Н/м²), що дозволяє здійснювати виміри дуже малих переміщень. Кристали кварцу являють собою шестикутні призми (рис. 2.4) з подовж-

ньою, (оптичною), віссю $z-z$, що проходить через ребра призми електричною віссю $x-x$ і нейтральної, чи механічної, віссю y , що проходить через середини протилежних граней.

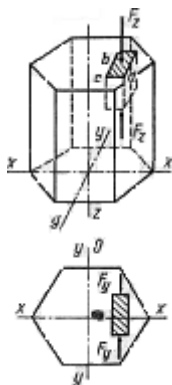


Рис. 2.4. Кварцевый кристалл

Вирізаний із кварцового кристала прямокутний паралелепіпед (пластина), грані якого перпендикулярні осям y і $x-x$, має п'єзоелектричні властивості. Сила, спрямована по осі $z-z$ паралелепіпеда, не збуджує електричних зарядів на його гранях. Під дією зусилля, що розтягує чи стискає, спрямованого уздовж електричної осі $x-x$, на перпендикулярних цій осі гранях виникають заряди різного знаку (подовжній ефект).

Цей заряд дорівнює

$$Q_x = dF_x,$$

де Q_x – заряд; d – постійний коефіцієнт (п'єзомодуль); F_x – сила, що діє на поверхню кристала.

Як видно з наведеного вище рівняння, Q_x не залежить від розмірів кристала кварцу. Навантаження, що діють у напрямку механічної осі кристала, викликають виникнення заряду:

$$Q_y = d \frac{l_y}{l_x} F_y,$$

де l_x і l_y – розміри, кристала в напрямках осей x і y .

При поперечному ефекті Q_y залежить від розмірів кристала. Умови міцності не дозволяють одержати великі заряди за рахунок збільшення l_y і зниження l_x , тому практично використовують лише подовжній п'єзоєфект. В умовах температур понад 500°C п'єзоєфект зникає. Температура 537°C , за якої структура кварцу переходить у структуру, що не має п'єзоелектричного ефекту, називається точкою Кюрі.

Для виміру електричних зарядів, що виникають на гранях кварцової пластини, останні покривають металевим шаром, утворюючи конденсатор (рис. 2.5).

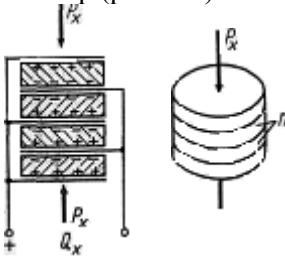


Рис. 2.5. Чутливий елемент з декількома кварцовими пластинами n

Так як $Q = CU$, то напруга на кристалі

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{d \cdot F}{C_0 + C_s},$$

де C_0 – ємність кварцу; C_s – неминуча ємність проводів і підключених пристроїв.

Зазвичай ємність C_s перевищує ємність п'єзокристала C_0 , що різко знижує корисний ефект. Тому C_0 штучно збільшують паралельним з'єднанням декількох пластин.

Вибір їхнього числа дозволяє змінювати діапазон виміру.

Величина C_s враховує і ємність кабелю, тому проводи, що підводять, поставляють виробники, а числове значення їхньої ємності враховують в процесі калібрування. Оскільки кожен вимірник напруги має кінцеве значення вхідного опору R_i , то збуджений на гранях кристала заряд і відповідно напруга спадають за експонентним законом:

$$U_0 = U e^{-\frac{t}{R_i(C_0+C_s)}}$$

де $(C_0 + C_s) = T$ – постійна часу.

Після закінчення часу T напруга U_0 зменшується в $1/e$ разів, тобто приблизно до 37% початкового значення U . Це обмежує можливості використання п'єзокристалів контролем тільки короткочасних і швидкозмінних процесів.

Індуктивні чутливі елементи. Рівняння, що визначає індуктивність обмотки, має наступний вид:

$$L = w^2 / R_m,$$

де w – число витків; R_m – магнітний опір.

У разі $R_m = l / \mu A$, то

$$L = w^2 \mu A / l,$$

де A – площа поперечного перерізу магнітного ланцюга; l – її довжина; μ – магнітна проникність.

З цього рівняння випливає, що зміни індуктивності L можна досягти зміною довжини l (повітряного зазору), поперечного перерізу A чи магнітної проникності μ . Довжина і перетин магнітопровода є геометричними розмірами; магнітна проникність може бути змінена, наприклад, шляхом додатка механічних зусиль (магнітопружні чутливі елементи).

Чутливі елементи с рухливим якорем. Внаслідок переміщення зображеного на рис. 2.6 залізного якоря Fe у котушці S_p перерозподіляється число силових ліній, що проходять усередині якоря чи по повітрю, що викликає зміну магнітного опору R_m , а

отже, індуктивності L . Зміна індуктивності залежить від переміщення якоря s нелінійно. Звичайно застосовують пристрій, показаний на рис. 2.7, що представляє собою диференціально включені системи.

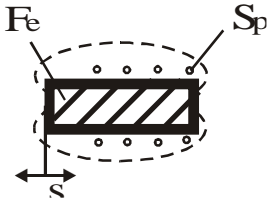


Рис. 2.6. Індуктивний датчик з якорем, що переміщається

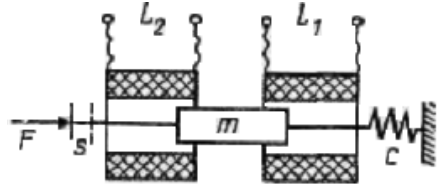


Рис. 2.7. Індуктивний датчик з якорем, що переміщається, для виміру зусилля F

У цьому випадку в разі ходу якоря s індуктивність однієї котушки збільшується на $+\Delta L$, а індуктивність іншої зменшується на рівне значення $-\Delta L$. За допомогою, наприклад, мостової схеми різниця змін індуктивностей $L_1 - L_2 = 2\Delta L$ може бути перетворена в електричну напругу. Відповідне конструктивне виконання дозволяє одержати лінійну залежність напруги від переміщення якоря в межах до 80% довжини котушки.

На відміну від описаних індуктивних елементів, вихідною величиною яких є зміна індуктивності, що перетворюється потім за допомогою електричної схеми у напругу, чутливі елементи, засновані на диференціально-трансформаторному принципі, дозволяють безпосередньо одержати як вихідну величину напруга ΔU (рис. 2.8).

Чуттєвий елемент складається з первинної котушки S_{pI} , до якої прикладене змінна напруга $\sim U$, і двох вторинних котушок S_{pII} , у яких в разі симетричної конструкції і середнього положення якоря індуктуються однакові напруги. Вторинні котушки включені диференціально, а різниця напруги на вихідних клеммах дорівнює нулю. В разі зсуву якоря виникає різниця напруги ΔU , що лінійно зале-

жить від ходу якоря. Відповідне профілювання котушок і якоря дозволяє використовувати чуттєвий елемент цього типу для виміру кутів нахилу.

Характеристика елементів:

- вхідна величина: лінійне переміщення, кут відхилення;
- вихідна величина: зміна індуктивності, змінна напруга;
- діапазон виміру: 80% довжини котушки;

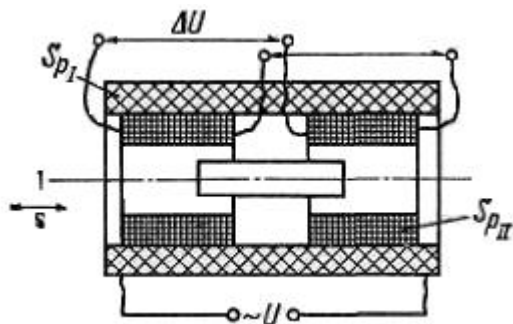


Рис. 2.8. Індуктивний датчик з диференціальним трансформатором

- погрішність від нелінійності: 1–3 %;
- частотний діапазон: 0–10⁴ Гц.

Переваги: висока чутливість, простота конструкції, відсутність зносу, можливість застосування для великих переміщень якоря.

Недоліки: нелінійність характеристики, чутливість до зовнішніх магнітних полів.

Чутливі елементи з поперечним переміщенням якоря. Індукційний чуттєвий елемент із поперечним переміщенням якоря (рис. 2.9) призначений для виміру малих переміщень та їхніх змін. Для досягнення можливо більшої чутливості і лінійної характеристики чуттєвий елемент виконують у вигляді здвоєних котушок з повітряними зазорами. Котушки 1 і 2 однакові, ярмі розташовані між двома магнітопроводами з зазором s . Наявність двох диференціально включених індуктивностей не тільки забезпечує подвоєну чутливість у порівнянні з однокотушковою системою і поліпшену лінійну характеристику, але й одночасно компенсує вплив змін температури і потоків розсіювання.

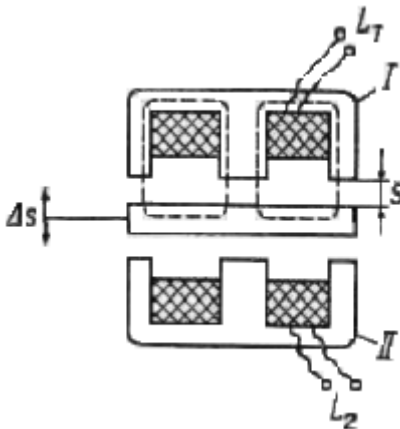


Рис. 2.9. Індукційний датчик з поперечним (відносно поля) переміщенням якоря

Гц.

Переваги: дуже висока чутливість, конструктивна простота.

Недоліки: нелінійність, незначний діапазон вимірів, чутливість до зовнішніх магнітних полів, велике вимірювальне зусилля.

2.3. Вимірювання механічних коливань

Характеристика елементів;

- вхідна величина: переміщення;
- вихідна величина: індуктивність;
- діапазон виміру: до 1 мм;
- погрішність від нелінійності: 1—3 %;
- частотний діапазон: 0—10⁴

Ціль виміру механічних коливань зводиться до одержання, по можливості, найбільш повної інформації про коливальний процес. У більшості випадків механічні коливання (вібрації) являють собою небажані явища, що часто накладаються на закономірні процеси руху. Однак коливання можуть створюватися і примусово як активні функції, наприклад у вібраційних живильниках і конвеєрах, використуваних для транспортування матеріалів.

Вимірювальні перетворювачі переміщень. Механічні параметри коливань, а саме вібропереміщення, віброшвидкість і віброприскорення, можуть бути обмірювані за допомогою перетворювачів відносного чи абсолютного переміщення.

Вимірювальні перетворювачі відносних переміщень. Перетворювач відносних переміщень вимірює параметр коливань стосовно будь-якої зовнішньої нерухомої (опорної) точки.

Вимірювальний перетворювач може бути різним чином з'єднаний з об'єктом виміру. Найбільш істотними варіантами приєднання є такі.

Жорстке з'єднання (рис. 2.10, а). При цьому рухливий шуп вимірювального перетворювача переміщення жорстко з'єднується з об'єктом виміру приклеюванням, приварюванням чи пригвинчуванням. Таке виконання з'єднання дозволяє використовувати перетворювач переміщення у всьому його частотному діапазоні.

З'єднання із силовим замиканням (рис. 2.10, б) за допомогою упорного загостреного шупа. При цьому відпадає необхідність кріплення його до об'єкта виміру, однак виникає небезпека відходу загостреного шупа на високих частотах. Щоб уникнути цього необхідно, щоб сила P попереднього натягу пружини, що притискає шуп у середнім положенні, була більше сили інерції шупа, обумовленої амплітудою коливання U і зростаючої пропорційно квадрату частоти. Верхня гранична частота складає

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{F}{U \cdot m}},$$

де F – сила попереднього натягу пружини; U – пікове значення амплітуди коливання; m – активна маса деталей перетворювача, що рухаються.

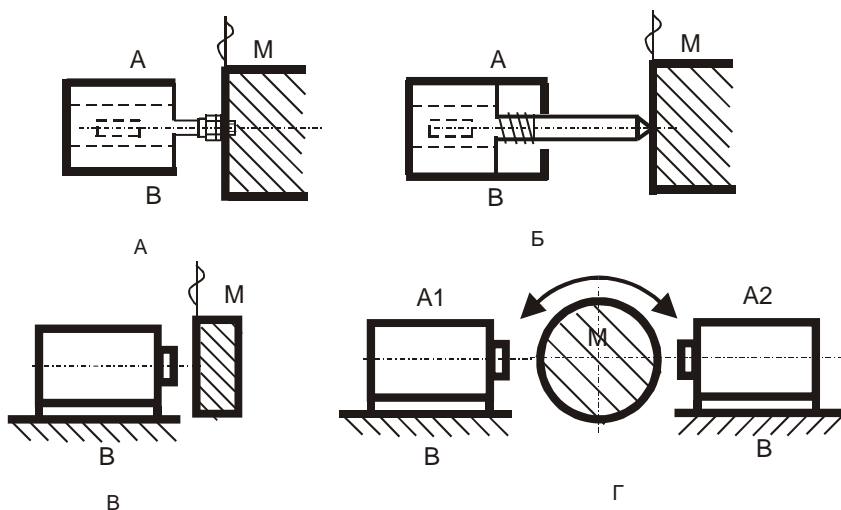


Рис. 2.10. Схеми вимірювання відносних переміщень

Звідси випливає, що під час вимірювання відносних переміщень маса, що рухається, повинна бути якомога меншою, а натяг пружини більшим, однак надмірно великий натяг пружини може викликати статичний зсув об'єкта виміру.

Вимірювання параметрів механічних коливань за допомогою безконтактних вимірювальних перетворювачів (рис. 2.10, в, г). В таких перетворювачах повний опір однієї або декількох вимірювальних котушок залежить від відстані між ними та об'єктом вимірювання. Безконтактні вимірювальні перетворювачі не потребують будь-якого механічного їх з'єднання з об'єктом вимірювання і тому працюють майже повністю без зворотного впливу. Достоїнством таких перетворювачів є те, що вони дозволяють вимірювати вібрації об'єктів, що одночасно переміщуються в різних вимірах, наприклад радіальні коливання валів, що обертаються. Сам об'єкт вимірювання

має бути, по можливості, виконаний з магнітного матеріалу або мати на вимірювальній поверхні покриття з такого матеріалу.

Перетворювачі відносних переміщень можуть бути використані для виміру вібропереміщень (амплітуди) чи віброшвидкостей (інтенсивності вібрацій). Особливим достоїнством виміру відносних вібропереміщень є можливість здійснення вимірів на частотах, близьких до нуля. Тому під час вимірів відносних вібропереміщень весь вимірювальний ланцюг від чутливого елемента перетворювача аж до приладу, що реєструє, може градуюватися в статичному стані. Градування залишається в силі для всього діапазону робочих частот. Зсув фаз, зумовлений підключенням підсилювачів і приладів, що реєструють, може виникнути тільки на високих частотах діапазону виміру.

Можливість статичного градування виключається в разі вимірів віброшвидкості, тому що віброшвидкість на частоті, рівній нулю, також стає рівною нулю.

Вимірювальні перетворювачі абсолютних переміщень. У багатьох випадках не представляється можливим вимірити параметри коливань об'єкта виміру щодо нерухомої опорної точки. Це в першу чергу відноситься як до геофізичних досліджень, так і до вимірів на транспортних засобах, судах і в будинках. На верстатах, машинах і їхніх фундаментах також часто важко вимірювати параметри коливання щодо якої-небудь опорної нерухомої точки. У цих випадках необхідно використовувати перетворювачі абсолютних переміщень. Ці перетворювачі дозволяють вимірювати вібраційні переміщення у визначених діапазонах частот за допомогою внутрішніх коливальних систем способом, що уже давно використовується в сейсотехніці. Це породило широко уживані сьогодні терміни “сейсмічний датчик”, “сейсмічна маса”.

Вимірювальний перетворювач абсолютних переміщень (рис. 2.11) виконується у більшості випадків у вигляді підвішеної на пружині (вільної чи сейсмічної) маси, рух якої відносно корпусу вимірюється. Корпус цього перетворювача кріпиться до об'єкта виміру і переміщається разом з останнім. Сейсмічна маса під дією інерції прагне зберегти свій стан спокою. Однак на масу через пружину діє сила, обумовлена рухом об'єкта. Величина переміщення маси під дією цієї сили залежить від співвідношення між масою і пружністю

пружини та від характеру руху. Вібрації одночасно збуджують в інерційній системі, що складається з пружини і маси, коливання на її

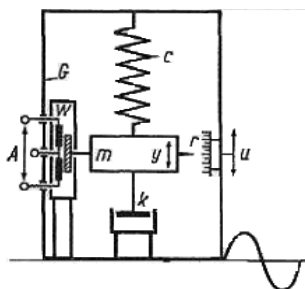


Рис. 2.11. Схема перетворювача абсолютних вібропереміщень і віброприскорень:

A – електрична вихідна величина; c – пружина; G – корпус; k – демпфер; m – сейсмична маса; W – датчик переміщення; r – відносне вібропереміщення ($u - y$); u – вібропереміщення корпусу; y – вібропереміщення сейсмичної маси

власній частоті. Владаний пристрій, що створює демпфірування, пропорційне швидкості, запобігає утворенню в діапазоні власної частоти надмірно великих амплітуд і дозволяє наблизити діапазон вимірюваних частот до частоти власних коливань.

Існує три основні групи вимірників коливань: вимірювальні перетворювачі вібраційних переміщень (віброметри); вимірювальні перетворювачі віброшвидкості (велосиметри); вимірювальні перетворювачі віброприскорення (акселерометри).

Вимірювальні перетворювачі вібраційних переміщень (віброметри) застосовуються для вимірювання амплітуд вібрацій, переважно на засобах транспорту, машинах та спорудах.

Вимірювальні перетворювачі віброшвидкості (велосиметри) служать в основному для вимірювання інтенсивності коливань

Вимірювальні перетворювачі віброприскорення (акселерометри) дозволяють вимірювати прискорення, що виникають в об'єкті вимірювання. Одночасно вони служать для вимірювання інерційних навантажень, обумовлених прискореннями та пропорційних останнім.

Вимірювальний перетворювач вібраційних переміщень (віброметр). Діапазон робочих частот віброметра лежить в області вище його характеристичної частоти. В цьому діапазоні сила інерції сейсмічної маси, яка зростає пропорційно квадрату частоти, настільки велика, що практично можна вважати, що ця маса нерухома. Таким чином, використовуючи відповідний датчик переміщення, можна вимірювати переміщення корпусу (вібропереміщення) відносно даної маси, яка знаходиться в “стані спокою”. Для можливості вимірювання також і низьких частот характеристична частота вимірювального перетворювача повинна бути низькою, тобто сейсмічна маса повинна бути по можливості великою, а пружина по можливості слабкою. Звідси витікає, що прилад повинен мати великі розміри. За оптимального демпфірування ($D = 0,65$) можна вимірювати частоти, що в 1,5 рази вищі за характеристичну частоту перетворювача.

Вимірювальні перетворювачі віброшвидкості (велосиметри). Велосиметри, що вимірюють абсолютні віброшвидкості, в конструктивному відношенні принципово аналогічні віброметрам. Необхідно лише замість датчик, що вимірює переміщення, владнати датчик електродинамічної системи. Електродинамічний датчик видає на виході вимірювального перетворювача сигнал, пропорційний не амплітуді механічних коливань, а його швидкості (віброшвидкості).

Вимірювальні перетворювачі віброприскорення (акселерометри). Акселерометри в конструктивному відношенні принципово аналогічні перетворювачам вібропереміщень, зображеним на рис. 2.11. Однак їх робочий частотний діапазон нижче характеристичної частоти перетворювача. В цьому діапазоні сила інерції сейсмічної маси надто мала, щоб утримувати її в абсолютно нерухомому положенні, як це має місце в перетворювачах вібропереміщень. Сила інерції викликає відхилення маси, пропорційне квадрату частоти, тобто прямо пропорційне прискоренню. Воно може бути виміряне владнаним перетворювачем переміщень або за допомогою тензорезистора (деформація пружини). Для одержання можливо більш широкого діапазону робочих частот перетворювача прискорення його характеристична частота повинна бути по можливості високою (маса невеликою, пружина дуже жорсткою). Як і у вимірювальних перетворювачах вібропереміщень, оптимальне демпфірування

$D = 0,65$. Діапазон робочих частот оптимально демпфіруваних систем знаходиться в межах від 0 до 60% від характеристичної частоти перетворювача.

Вимірювальні перетворювачі обертальних (крутильних) коливань. Перетворювачі абсолютних переміщень можуть бути використані не лише для вимірювання подовжніх коливань, але також і для вимірювання параметрів обертальних (крутильних) коливань, а саме для вимірювання кутових вібропереміщень, кутових віброшвидкостей та кутових віброприскорень. Аналогічно перетворювачам прямолінійного (поступального) переміщення в перетворювачах обертальних (крутильних) коливань урівноважена осесиметрична маса розміщується по можливості без тертя, на осі обертання перетворювача. Вільна маса пов'язана з корпусом торсіонною пружиною і обертається по інерції з постійною швидкістю, в той час як корпус, жорстко зв'язаний з об'єктом вимірювання. Здійснюється вимірювання відносного руху між вільною масою та корпусом перетворювача аналогічно тому, як це відбувається в перетворювачах абсолютного прямолінійного переміщення.

3. ВИПРОБУВАННЯ НА МЦНІСТЬ МАТЕРІАЛІВ ТА КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

3.1. Механічна діаграма розтягання

Осьовим (центральним) розтяганням бруса називається його деформація під дією зовнішніх сил, що напрямлені вздовж осі бруса (рис. 3.1, *a*).

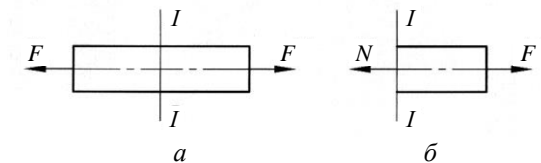


Рис. 3.1. Розрахункова схема (*a*) і нормальна сила в перерізі (*б*) під час осьового розтягання бруса

Під час розтягання бруса в його поперечних перерізах виникають тільки нормальні (поздовжні) внутрішні сили N (рис. 3.1, б). Вони визначаються за допомогою метода перерізів і чисельно дорівнюють сумі проєкцій на вісь бруса зовнішніх сил, які прикладені до нього з одного боку від поперечного перерізу. Під час розтягання та стискання нормальні напруження σ вважаються рівномірно розподіленими по перерізу і визначаються за формулою

$$\sigma = N / A,$$

де A – площа перерізу.

Формули для визначення абсолютної Δl та відносної $\varepsilon = \Delta l / l$ деформацій

$$\Delta l = \frac{N l}{E A}; \quad \sigma = E \varepsilon$$

є математичними виразами закону Гука під час розтягання, де E – модуль поздовжньої пружності.

У розрахунках на міцність необхідно не тільки зважати на схему навантаження того чи того елемента конструкції, а також знати марку та характеристики міцності і пластичності матеріалу, з якого він виготовлений. Ці величини визначаються експериментально за стандартними методиками. Стандартами визначаються вимоги до випробувальних машин, вимірювальних інструментів, регламентуються типи та розміри зразків, методики випробувань та обробки здобутих результатів.

Одним з найпоширеніших видів механічних випробувань є випробування на розтягання. З одного боку, це пояснюється тим, що велика кількість деталей та елементів конструкцій працюють в умовах розтягання (стискання).

З іншого боку, осьове розтягання легше від інших деформацій піддається аналізу і дає можливість визначення досить великої кількості механічних характеристик матеріалів. Випробування на розтягання обов'язкові для створення нових матеріалів, нових машин, для визначення марки матеріалу, для аналізу причин руйнування деталей і конструкцій тощо.

Відповідно до вимог міждержавного стандарту ГОСТ 1497-84 встановлюються методи статичних випробувань на розтягання чорних та кольорових металів і сплавів та виробів з них за температури

(20_{-10}^{+15}) °С. Досліди провадяться на спеціальних випробувальних машинах, обладнаних автоматичними пристроями для запису діаграми розтягання — графіка залежності подовження зразка Δl від навантаження F , що діє на зразок. Діаграми розтягання для різних матеріалів можуть суттєво відрізнятись одна від одної, але методика обробки діаграм однакова. На рис. 3.2 показана типова діаграма розтягання зразка з маловуглецевої сталі.

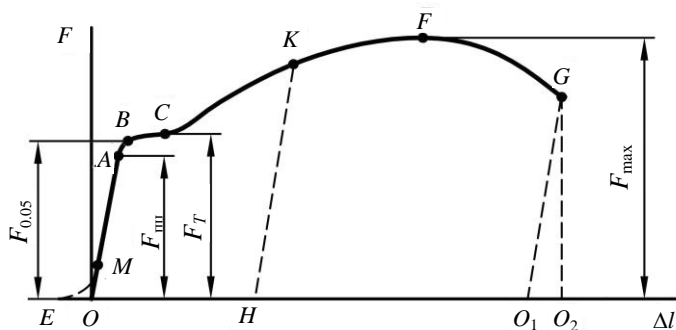


Рис. 3.2. Діаграма розтягання зразка з маловуглецевої сталі

На початковій стадії зростання навантаження відбувається по кривій EM . Утворення цієї криволінійної ділянки є наслідком обтискання головок зразка в затискачах машини і ліквідації можливих зазорів у ній. Тому згідно зі стандартом, обробляючи діаграми, пряму AM слід подовжити до перетину з віссю деформацій, а точку O взяти за початок координат.

Прямолінійна ділянка OA є графічним відображенням закону Гука – лінійної залежності між подовженням і навантаженням. Точка A , з якої починається відхилення від прямої лінії, відповідає навантаженню $F_{пц}$. Якщо поділити $F_{пц}$ на початкову площу поперечного перерізу A_0 , дістанемо границю пропорційності

$$\sigma_{пц} = \frac{F_{пц}}{A_0},$$

найбільше напруження, яке витримує матеріал без відхилення від закону пропорційності (закону Гука).

Наступною характеристикою міцності є границя пружності – найбільше напруження, що витримує даний матеріал, не виявляючи істотних залишкових деформацій під час розвантаження. Згідно з ГОСТ 1497-84 границя пружності визначається за формулою

$$\sigma_{0,05} = \frac{F_{0,05}}{A_0},$$

тобто як напруження, за якого відносне залишкове подовження досягає 0,05 %. Для більшості конструкційних сплавів величини $\sigma_{\text{пл}}$ і $\sigma_{0,05}$ настільки близькі одна до одної, що, як правило, у практичних розрахунках різницею між ними нехтують. Силі $F_{0,05}$ на діаграмі відповідає точка B , після якої графік плавно переходить у горизонталь. Горизонтальна ділянка діаграми BC характеризує текучість пластичного матеріалу, коли відбувається значне подовження зразка за сталого значення розтягувальної сили F_T , а фізична границя текучості, тобто найменше напруження, за якого зразок деформується без помітного зростання навантаження, визначається за формулою

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0}.$$

Слід зазначити, що реальні сплави можуть мати вигляд площадки текучості BC , який значно відрізняється від ідеального, зображеного на рис. 3.2. Тому в стандарті передбачено спеціальний додаток, що дає змогу визначити величину F_T залежно від виду діаграми розтягання.

Як уже зазначалося, навантаження зразка в межах ділянки OB (рис. 3.2) не спричиняє виникнення істотних пластичних деформацій. Якщо за сили, меншої за $F_{0,05}$, припинити дослід і розвантажити зразок, то процес розвантаження зобразиться на діаграмі лінією, яка збігається з лінією навантаження. Повторний процес навантажування-розвантажування не буде відрізнитись від попереднього. Якщо ж ми навантажимо зразок до деякої точки K , в якій напруження перевищують границю текучості, то при розвантаженні перо самопису машини прокреслить пряму KH , паралельну ділянці OA , а під час повторного навантажування повернеться в точку K по прямій HK . При цьому зміняться механічні властивості сталі: границі пропорційності та текучості збільшуються, площадка текучості зникає, пластичні властивості погіршуються, і навпаки, збільшується крихкість. В одних випадках

такі зміни корисні, і їх утворюють штучно, в інших випадках це явище небажане, і його намагаються усунути.

Описане явище зміни властивостей матеріалу внаслідок пластичного деформування дістало назву наклеп.

Подальше навантажування зразка на діаграмі розтягання відображується кривою KDG . Точка D діаграми відповідає максимальному навантаженню F_{\max} , яке досягається під час випробування зразка. Якщо його поділити на початкову площу поперечного перерізу A_0 , дістанемо границю міцності (тимчасовий опір)

$$\sigma_B = \frac{F_{\max}}{A_0} .$$

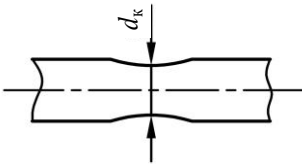


Рис. 3.3. Місцеве звуження зразка на останній стадії випробування

Отже, границя міцності — це напруження, яке відповідає найбільшій силі F_{\max} перед руйнуванням зразка.

Наведені раніше напруження є характеристиками міцності матеріалу. У кінці ділянки KD в межах розрахункової довжини на зразку починає з'являтися “шийка” — місцеве звуження (рис. 3.3).

Поперечний переріз зменшується, і далі зростання деформації відбувається за зниження навантаження.

У точці G відбувається остаточне руйнування зразка — розділення на дві частини.

Після розриву зразка обидві його частини слід звільнити із затискачів і міцно стиснути їх по місцю руйнування, після чого заміряти діаметр d_k у найбільш тонкому місці “шийки” та довжину розрахункової частини після розриву l_k .

Це дає змогу підрахувати характеристики пластичності матеріалу: відносне подовження після розриву

$$\delta = \frac{l_k - l_0}{l_0} 100 \% ,$$

де l_0 — початкова розрахункова довжина зразка, та відносне звуження після розриву

$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_0} 100 \% ,$$

де A_k — площа поперечного перерізу зразка після розриву.

Якщо з точки G діаграми (рис. 3.2) провести пряму GO_1 , паралельну початковій ділянці OA , і вертикаль GO_2 , то відрізок OO_1 буде характеризувати пластичну деформацію, O_1O_2 – пружну деформацію, а OO_2 – повну деформацію зразка.

Крім названих механічних характеристик матеріалу діаграма розтягання дає змогу визначити його енергетичні характеристики. Як відомо, площа діаграми (фігури $OABCDGO_2O$) характеризує роботу, яку витрачено на розрив зразка. Як характеристика матеріалу використовується питома робота деформації (руйнування) під час розтягання

$$a = \frac{U}{V_0} = \frac{\omega m_p}{V_0},$$

де U – робота, затрачена на розрив зразка; V_0 – об'єм розрахункової частини зразка; ω – площа діаграми; m_p – масштаб діаграми щодо роботи.

Наближено затрачену роботу можна визначити за емпіричною формулою

$$U = F_{\max} (l_k - l_0) \varphi,$$

де φ – коефіцієнт заповнення діаграми, для маловуглецевої сталі $\varphi \approx 0,85$.

3.2. Визначення модуля поздовжньої пружності та коефіцієнта поперечної деформації

Під час розтягання бруса (рис. 3.4) його довжина збільшується на величину $\Delta l = l_1 - l$, яка називається абсолютною поздовжньою деформацією (подовженням).

Відношення абсолютної деформації до початкової довжини $\varepsilon = \Delta l / l$ має назву відносної поздовжньої деформації. Під час розтягання і стискання стержні зазнають крім поздовжніх деформацій ще й поперечні. Якщо під час розтягання бруса його довжина збільшиться на величину Δl , то ширина зменшиться на величину $\Delta b = b_1 - b$, що називається абсолютною поперечною деформацією. Аналогічно $\varepsilon' = \Delta b / b$ є відносною поперечною деформацією бруса.

Під час стискання бруса його поздовжні розміри будуть зменшуватися, а поперечні, навпаки, збільшуватися. Експерименти показують, що між відносним подовженням і поперечними деформаціями існує прямо пропорційна залежність

$$\varepsilon' = -\mu \varepsilon,$$

де μ — коефіцієнт пропорційності, який має назву *коефіцієнт поперечної деформації*, або коефіцієнт Пуассона.

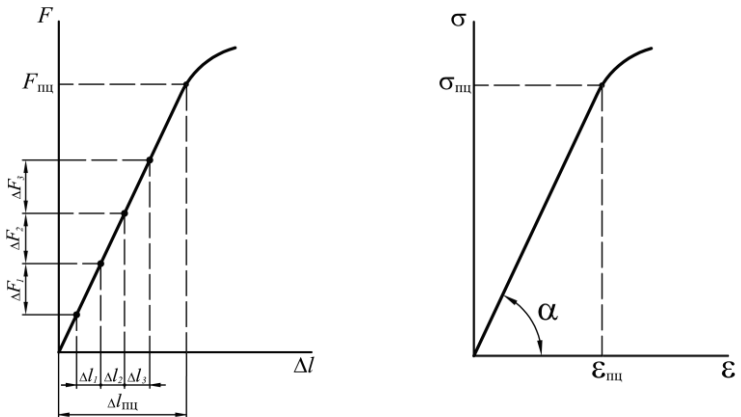
Для реальних матеріалів значення коефіцієнта μ перебуває в межах $0 \dots 0,5$, у тому числі для сталей $\mu = 0,24 \dots 0,3$, для алюмінієвих сплавів $\mu \approx 0,33$. Тобто поперечна деформація завжди за абсолютною величиною менша від поздовжньої.

Як ми вже пересвідчилися під час виконання лабораторної роботи № 1, на початковій стадії розтягання абсолютна деформація зразка лінійно залежить від діючого навантаження (рис. 3.4, а).

Математичним виразом цієї залежності є формули закону Гука

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}; \quad \sigma = E\varepsilon,$$

де A — площа поперечного перерізу бруса; $\sigma = F / A$ — нормальне напруження.



а

б

Рис. 3.4. Початкова ділянка діаграми розтягання зразка в координатах $F-\Delta l$ (а) і $\sigma-\varepsilon$ (б)

Коефіцієнт пропорційності в законі Гука

$$E = \frac{Fl}{A\Delta l} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

має назву модуль поздовжньої пружності (модуль Юнга, модуль пружності першого роду), його розмірність аналогічна розмірності напруження. Якщо врахувати, що $\Delta l = l\varepsilon$, а $F = \sigma A$, то діаграму розтягання $F - \Delta l$ (рис. 3.4, *a*) легко перетворити в діаграму $\sigma - \varepsilon$ (рис. 3.4, *б*), з якої випливає, що в геометричному сенсі модуль Юнга являє собою тангенс кута нахилу діаграми

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \approx \text{tg } \alpha .$$

Для сталі $E \approx 2 \cdot 10^5$ МПа, для дюралюмінію $E \approx 0,7 \cdot 10^5$ МПа.

Модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона є константами, що характеризують пружні властивості матеріалу. Вони визначаються експериментально за стандартними методиками і наводяться в довідковій літературі.

Випробування зразка проводиться на розривній машині (рис. 3.5). Для вимірювання деформацій використовуються механічні важільні тензметри Гугенбергера (рис. 3.6, *a*).

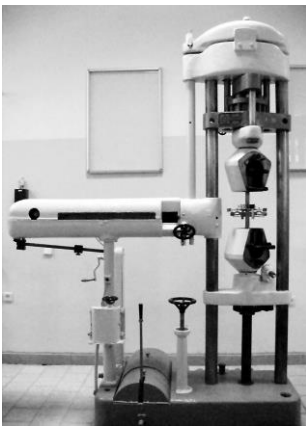


Рис. 3.5. Загальний вигляд 30-тонної розривної машини

Схему такого тензметра наведено на рис. 3.6, *б*. Корпус тензметра *10* спирається на дві ніжки. Одна з них *8* – нерухома, а друга *7* – може повертатися; поворот рухомої ніжки за допомогою важеля *5* і траверси *3* призводить до повороту стрілки *11*, що переміщується відносно шкали *9*. Траверса *3* спирається на штифти *4* і *12*, до яких вона притискається пружиною *6*. Стрілку для зручності відліків можна переставляти, зміщуючи опору *2* обертанням регулювального гвинта *1*. Тензметр за допомогою спеціального пристрою притискається до поверхні зразка, при цьому його гострі ніжки врізаються в матеріал зразка. У такому разі внаслідок деформування зразка буде змінюватись відстань між ніж-

ками – база тензометра, що фіксуватиметься спостерігачем як переміщення стрілки відносно шкали. База тензометра *a* звичайно становить $10 \div 20$ мм і може бути збільшена за допомогою подовжувальної насадки до 120 мм, при цьому чутливість тензометра збільшується.

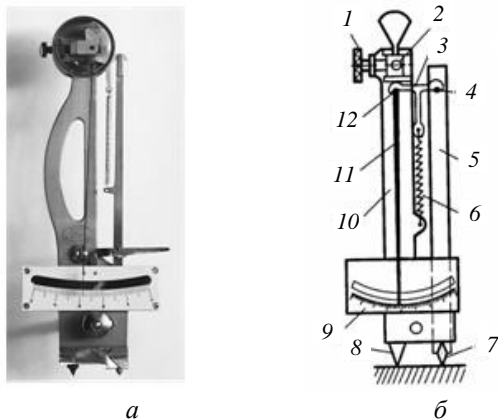


Рис. 3.6. Загальний вигляд важільного тензометра (*a*) та його кінематична схема (*б*)

Для випробування використовується зразок прямокутного перерізу (рис. 3.7, *a*) з достатньо великими гранями для розміщення тензометрів; схему його робочої частини наведено на рис. 3.7, *б*.

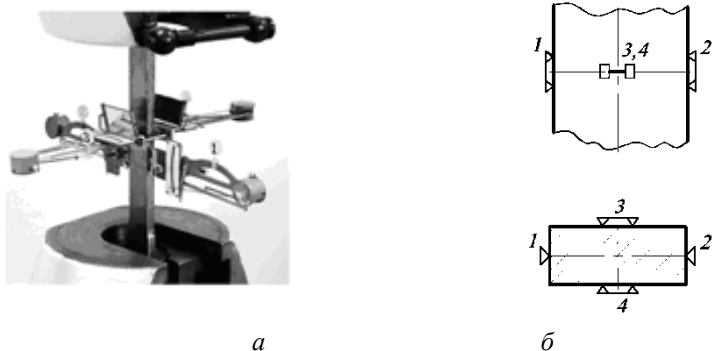


Рис. 3.7. Зразок для дослідного визначення пружних характеристик (*a*) і схема його робочої частини (*б*)

На його гранях встановлено чотири важільних тензометра, з яких прилади *1* і *2* вимірюють абсолютну поздовжню деформацію, а

третій і четвертий — абсолютну поперечну деформацію. Подвійна кількість вимірювальних приладів дозволяє зменшити похибки, пов'язані з можливими перекосами зразка і неточностями його виготовлення. Деформацію (подовження) зразка на довжині бази тензометра слід обчислювати за формулою

$$\Delta a = \frac{\Delta a_{1\text{сеп}} + \Delta a_{2\text{сеп}}}{2},$$

де $\Delta a_{1\text{сеп}}$ і $\Delta a_{2\text{сеп}}$ — середні прирости поздовжніх деформацій, які заміряні тензометрами 1 і 2 (рис. 3.8).

Аналогічно розраховується деформація в поперечному напрямку:

$$\Delta a' = \frac{\Delta a_{3\text{сеп}} + \Delta a_{4\text{сеп}}}{2},$$

де $\Delta a_{3\text{сеп}}$ і $\Delta a_{4\text{сеп}}$ — середні прирости поперечних деформацій, які заміряні за допомогою тензометрів 3 і 4.

Перед початком експерименту необхідно попередньо визначити найбільшу силу, якою можна завантажити зразок.

Згідно з ГОСТ 1497-84 їй має відповідати напруження, яке становить 70 ÷ 80 % від передбачуваної границі пропорційності.

Спочатку зразок навантажують силою F_0 , напруження від якої дорівнює 10 ÷ 15 % від $\sigma_{\text{ш}}$. При цьому навантаженні необхідно зробити перші відліки за всіма чотирма приладами.

Надалі навантаження слід збільшувати рівними ступенями ΔF , змінюючи напруження за кожного навантаження на 5 ÷ 10 % від $\sigma_{\text{ш}}$. Після кожного навантаження необхідно фіксувати показання приладів і обчислювати приріст відліків кожного приладу Δl_i .

За результатами випробувань визначається середній приріст деформації на ступінь навантаження ΔF , заміряної кожним приладом

$$\Delta a_{i\text{сеп}} = \Delta l_{i\text{сеп}} K_i,$$

тут $\Delta l_{i\text{сеп}}$ — середня різниця показань i -го тензометра; K_i — ціна поділки i -го тензометра.

Через те що випробування проводяться в межах початкової пря-

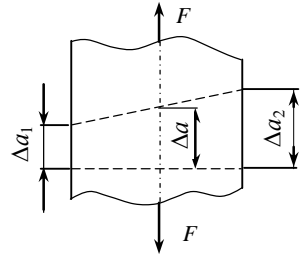


Рис. 3.8. Визначення середньої деформації під час розтягання зразка

молінійної ділянки діаграми розтягання ($F < F_{\text{мн}}$), різниці показань кожного тензометра Δ_i мають бути приблизно однаковими, тому що вони відповідають однаковим приростам навантаження ΔF_i (рис. 3.4, а). Це є дослідним підтвердженням того, що матеріал зразка підпорядковується закону Гука.

Після завершення експерименту необхідно розвантажити зразок, при цьому слід робити контрольні заміри показань приладів, які повинні збігатися з попередніми вимірами. У разі значного розходження дослід треба повторити.

На підставі здобутих результатів слід підрахувати значення приросту напруження

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta F}{A}$$

і відповідні йому прирости відносних деформацій

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta a}{a}; \quad \Delta \varepsilon' = \frac{\Delta a'}{a}.$$

Після цього – визначити модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon}; \quad \mu = \left| \frac{\Delta \varepsilon'}{\Delta \varepsilon} \right|.$$

3.3. Випробування матеріалів на стискання

Деформація стискання бруса з погляду розрахунків на міцність і жорсткість принципово не відрізняється від деформації розтягання. Основні розрахункові формули однакові і для розтягання, і для стискання, наприклад,

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]_c; \quad \Delta l = \frac{Nl}{EA},$$

де $[\sigma]_c$ – допустимі напруження на стискання.

Різниця полягає тільки в напрямку (знаку) нормальних зусиль і напружень — він змінюється на протилежний. Крім того, характеристики міцності і, відповідно, допустимі напруження під час стискання для багатьох матеріалів суттєво відрізняються від таких самих характеристик під час розтягання. Це крихкі метали: чавун, бронза, алюмінієві ливарні сплави; будівельні матеріали: бетони, кам'яні та цегляні

кладки; багато різновидів пластмас і композиційних матеріалів та ін. Тому випробування на стискання проводяться переважно для визначення механічних властивостей крихких матеріалів. Пластичні матеріали піддаються випробуванням на стискання в основному з дослідною метою.

В умовах стискання працює багато елементів конструкцій машин та споруд: фундаменти, силові каркаси, різні колони та стійки, стержні рам і ферм, деталі шасі автомобілів та літаків і т. п.

Вивчаючи стискання стержнів, необхідно враховувати, що за відповідних розмірів та величини стискального навантаження вони можуть раптово втратити стійкість. Тому в процесі випробувань на стискання застосовуються зразки невеликої довжини зі строго паралельними поверхнями для запобігання їх перекосам та випинанню.

Як і в разі розтягання, під час випробувань на стискання автоматично записується діаграма стискання в координатах “навантаження – абсолютна деформація”. Характерну форму порівняльної діаграми розтягання – стискання для маловуглецевої сталі, як прикладу пластичного матеріалу наведено на рис. 3.9.

Спочатку між навантаженням та деформацією спостерігається пряма залежність: ділянка OK майже дорівнює ділянці OA для випадку розтягання. Точка K , як і A , відповідає границі пропорційності матеріалу.

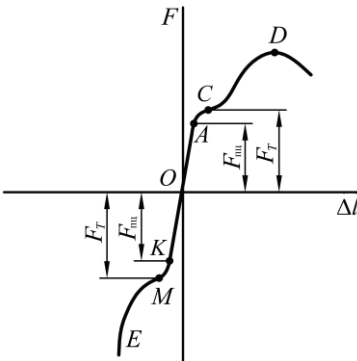


Рис. 3.9. Порівняльна діаграма розтягання – стискання пластичного металевого зразка

На ділянці KM відбувається швидке збільшення деформації, але площадки текучості, яка характерна для розтягання, немає.

Інший вигляд має і наступна ділянка діаграми стискання ME . Її своєрідний характер пояснюється тим, що зі зростанням пластичних деформацій відбувається збільшення площі поперечного перерізу, і далі збільшення деформації можливе тільки за збільшення навантаження. Зразок при цьому набуває характерної бочкоподібної форми внаслідок наявності тертя між торцями зразка та стискальними поверхнями і надалі розплющується без руйнування.

Тому пластичні матеріали під час стискання не мають границі міцності, для них визначають границю пропорційності і границю текучості, причому для більшості металевих матеріалів ці величини близькі одна до одної. Крім того, вони практично збігаються з аналогічними величинами, здобутими в процесі випробувань на розтягання, унаслідок того, що початкові ділянки діаграм розтягання та стискання мало різняться.

На рис. 3.10, *а, г* показано пластичний металевий зразок до випробувань; на рис. 3.10, *б, в, д, е* — після випробувань на стискання.

Для крихких матеріалів механічні характеристики під час розтягання і стискання суттєво різняться (рис. 3.11). Так, наприклад, для крихкого зразка границя міцності чавуну під час стискання більша за його границю міцності під час розтягання в $3 \div 5$ разів, а для деяких видів каменів – у 50 і більше разів. При цьому границя міцності під час стискання визначається за максимальним руйнівним навантаженням F_{\max}^c . Руйнування, як правило, відбувається по площині, яка нахилена до осі зразка під кутом 45° , тобто під дією найбільших дотичних напружень.

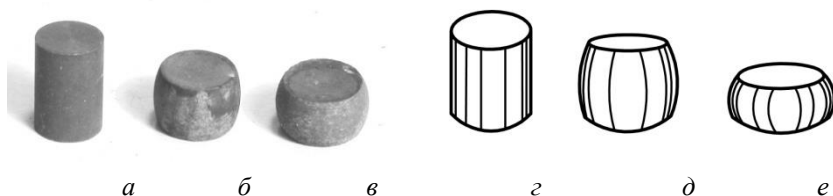


Рис. 3.10. Пластичний металевий зразок до випробувань (*а, г*) і в процесі деформування (*б, в* та *д, е*) під час стискання

На рис. 3.12, *а, в* показаний крихкий металевий зразок до випробувань; на рис. 3.12, *б, г* — після випробувань на стискання.

Зразки для випробувань на стискання зазвичай мають вигляд циліндрів або кубиків, висота яких мало відрізняється від поперечних розмірів. Торці зразка мають бути паралельними та перпендикулярними до поздовжньої осі, їхні поверхні мають бути гладкими.

Форма зразка під час стискання впливає на результати випробувань. Що менше відношення площі поперечного перерізу до висоти зразка, то меншими будуть значення характеристик міцності.

Характер стискання анізотропних матеріалів суттєво залежить від напрямку дії стисної сили.

На рис. 3.13 показані діаграми стискання зразків з деревини як характерного прикладу анізотропного матеріалу у разі дії сили вздовж (1) та поперек (2) волокон.

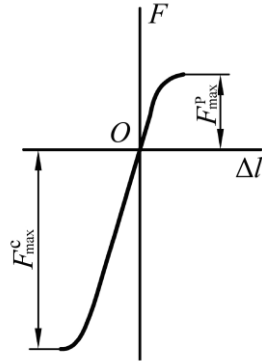
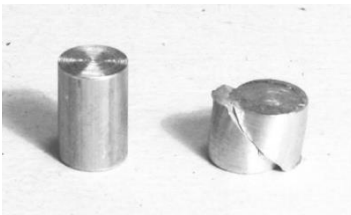
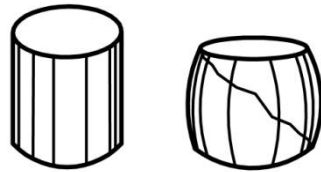


Рис. 3.11. Порівняльна діаграма розтягання — стискання крихкого зразка



а

б



в

г

Рис. 3.12. Крихкий металевий зразок до (*а, в*) і після (*б, г*) випробувань на стискання

Порівняння діаграм стисання дерев'яних зразків (рис. 3.13) показує, що деревина поводить себе як крихкий матеріал у разі стисання вздовж волокон і як пластичний матеріал – у разі стисання поперек волокон.

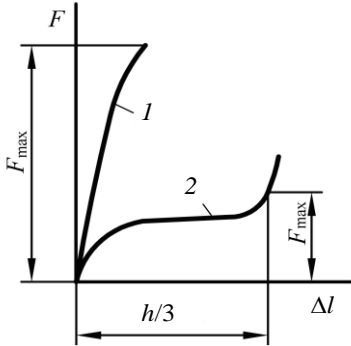


Рис. 3.13. Діаграми стисання зразків деревини під час випробувань уздовж (а) і поперек (б) волокон

На рис. 3.14, а, в показано дерев'яний зразок до випробувань; на рис. 3.14, б, г – після випробувань на стисання вздовж волокон. Вигляд зразка до випробувань на стисання поперек волокон наведено на рис. 3.15, а, в; після випробувань — на рис. 3.15, б, г.

Під час випробувань деревини вздовж волокон визначається руйнівна сила F_{\max}^c , а під час випробувань поперек волокон визначається умовне руйнівне навантаження F_{\max}^c , яке дорівнює силі, за дії якої деформація зразка досягає третини його початкової дов-

жини (висоти) $\Delta l = \frac{1}{3} h$ (рис. 3.13).

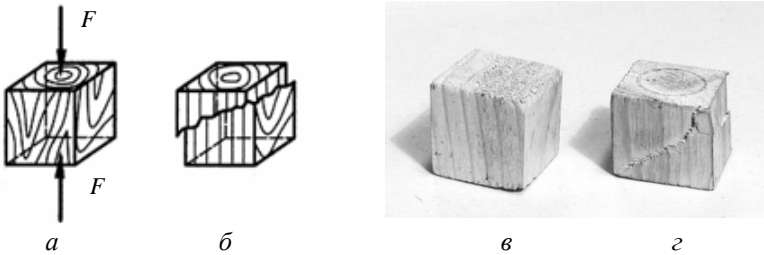


Рис. 3.14. Дерев'яний зразок до (а, в) і після (б, г) випробувань на стисання вздовж волокон

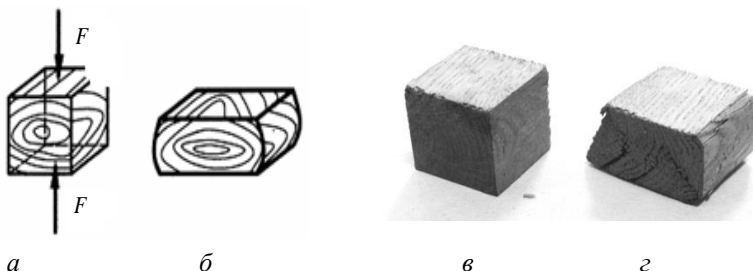


Рис. 3.15. Дерев'яний зразок до (а, в) і після (б, г) випробувань на стискання поперек волокон

3.4. Вимірювання твердості металів

Твердість — властивість матеріалу чинити опір проникненню в його поверхню іншого, більш твердого, тіла.

Випробування на твердість проводяться за стандартними методиками, які умовно можна поділити на статичні та динамічні. У кожному разі для визначення твердості використовують індентор – тіло у вигляді кульки, конуса або піраміди, після вдавнення якого під дією навантаження в поверхню матеріалу за розміром одержаного відбитка судять про твердість матеріалу.

Під час випробувань навантаження задають у ньютонках, а лінійні розміри вимірюють у міліметрах. Найбільш поширеними методами випробувань на твердість є такі:

- Метод Брінелля (ГОСТ 9012-59). Сталева загартована кулька діаметром D (рис. 3.16, а), який може бути 2,5, 5 або 10 мм, вдавлюється у випробуваний зразок (виріб) під дією навантаження F , прикладеного протягом певного часу.

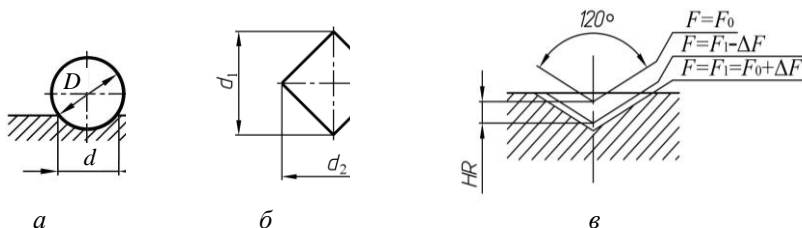


Рис. 3.16. Схеми вдавлювання індентора при визначенні твердості

за методами Брінелля (*a*), Віккерса (*b*) та Роквелла (*в*)

Число твердості за Брінеллем *HB* визначається навантаженням *F* та площею поверхні сферичного відбитка за формулою

$$HB = \frac{F}{A} = \frac{2F}{\pi D \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)}. \quad (3.1)$$

У табл. 3.1 наведено рекомендовані величини для визначення твердості металів за Брінеллем.

Твердість за Брінеллем під час випробування кулькою діаметром *D* = 10 мм, навантаженням *F* = 30000 Н та витримкою під ним від 10 до 15 с позначається цифрами, що характеризують величину твердості і буквами *HB*, наприклад 1850 *HB*.

За інших умов після літер *HB* позначаються умови випробування в такому порядку: діаметр кульки, навантаження і витримка під навантаженням, наприклад: 1850 *HB* 5/7500/20 – твердість за Брінеллем, визначена із застосуванням кульки *D* = 5 мм, за навантаження 7500 Н і витримки під ним 20 с.

- Метод Віккерса (ГОСТ 2999-59). Індентором у даному разі є правильна чотиригранна піраміда з кутом при вершині 136° (між протилежними гранями).

Таблиця 3.1

Матеріал	Товщина зразка, мм	Діаметр кульки <i>D</i> , мм	Навантаження <i>F</i> , Н	<i>F/D</i> ² , Н/мм ²	Витримування під навантаженням, с	Твердість <i>HB</i> , МПа
Чорні метали	6—3	10,0	30000	300	10	1400—
	4—2	5,0	7500			4500
	< 2	2,5	1875			
	> 6	10,0	10000	100	10	< 1400
Кольорові метали	6—3	5,0	2500			
	< 3	2,5	625			
	6—3	10,0	30000	300	30	> 1300
	4—2	5,0	7500			
	< 2	2,5	1875			
	9—3	10,0	10000	1000	30	350—
6—3	5,0	2500			1300	
	< 3	2,5	625			

	> 6	10,0	2500	250	60	80—
	6—3	5,0	625			350
	< 3	2,5	165			

Число твердості за Віккерсом HV визначається за формулою

$$HV = 1,8544 \frac{F}{d^2}, \quad (3.2)$$

де $d = \frac{d_1 + d_2}{2}$ – середнє арифметичне обох діагоналей відби-

тка

після зняття навантаження (рис. 3.16, б).

Число твердості за Віккерсом має символ HV без зазначення розмірності і доповнюється індексом, що позначає величину навантаження та тривалість її прикладання, якщо остання відрізняється від витримки 10—15 с. Наприклад, $HV 100/30/500$ означає число твердості 500, одержане при $F = 100$ Н і витримки 30 с.

• Метод Роквелла (ГОСТ 9013-69). Твердість визначається вдавненням у метал алмазного конуса з кутом при вершині 120° або сталевій кульки діаметром 1,588 мм $\left(\frac{1''}{16}\right)$; іноді застосовують кульки

діаметрами $\frac{1''}{8}$; $\frac{1''}{4}$; $\frac{1''}{2}$.

Твердість за Роквеллом характеризується глибиною вдавлювання конуса або кульки під визначеним навантаженням (рис. 3.16, в). Спочатку прикладають мале навантаження $F_0 = 100$ Н. Потім його збільшують до $F = F_1 = F_0 + \Delta F$ з витримкою 1—3 с, після чого зменшують до F_0 . Характеристикою твердості є різниця глибин проникнення конуса або кульки за двох навантажень – F_0 та $F_1 - \Delta F$.

Числа твердості за Роквеллом HR виражаються в умовних одиницях, розрахованих за формулою

$$HR = K - \frac{h - h_0}{0,002}, \quad (3.3)$$

де K – величина, яка залежить від типу випробування ($K = 100$ та 130 у разі випробувань алмазним конусом або сталевією кулькою); h_0 – глибина проникання під дією попереднього навантаження F_0 ; h – глибина проникання під дією навантаження $F_1 - \Delta F$.

Існують емпіричні залежності між характеристиками твердості, визначеними різними методами, та іншими механічними характеристиками матеріалу. Так, між числами твердості за Віккерсом і Брінеллем спостерігається майже повний збіг до $HB \approx 5000$.

Існують також емпіричні формули для переведення чисел твердості за Роквеллом HR у числа твердості за Брінеллем HB .

Між границею міцності в разі розтягання і твердістю за Брінеллем існують наближені залежності:

– для кованої і катаної сталі

$$\sigma_B = (0,30 \div 0,36) HB ;$$

– для сірого чавуну

$$\sigma_B = \frac{HB - 100}{6} ;$$

– для лиття із цинкових сплавів

$$\sigma_B = 0,09 HB ;$$

– для сталевого лиття

$$\sigma_B = (0,3 \div 0,4) HB ;$$

– для дюралюмінію

$$\sigma_B = (0,36 \div 0,37) HB ;$$

– для відпаленої міді

$$\sigma_B = 0,48 HB ;$$

– для алюмінію

$$\sigma_B = (0,35 \div 0,40) HB.$$

Визначення твердості матеріалу розглянутими методами здійснюється з використанням відповідного експериментального обладнання.

Для визначення твердості за Брінеллем використовується прилад ТШ-2 (рис. 3.17). Він складається з масивної станини 10, у нижній частині якої розміщено гвинт 3 зі столиком 4. За допомогою маховика 2 гвинт притискає зразок 5 до кульки 6. Діаметри кульок можуть бути 10; 5 та 2,5 мм. Кулька входить у гніздо змінного наконечника 7, який установлюється у штемпель 8. Штемпель спирається на пружину 9, яка розташована у верхній частині станини. Перед випробуванням зразок піджимають упором до кульки, у результаті чого створюється попереднє навантаження. Головна частина навантаження прикладається через кульку на зразок за допомогою важільної системи. На довгому плечі важеля 11 розміщена підвіска 12, на яку накладають знімні важки 13. За допомогою цих важків навантаження на зразок може змінюватись у межах від 1875 до 30000 Н.

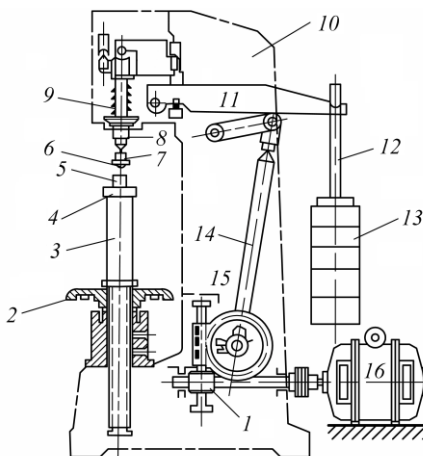


Рис. 3.17. Кінематична схема приладу ТШ-2

Обертання від двигуна 16 через черв'ячну передачу 1 передається на шатун 14, який, опускаючись через важіль 11, передає навантаження на зразок. Коли шатун піднімається, зразок звільнюється від навантаження. Для цього шатун упором 15 переключає обертання двигуна у протилежний бік. Після зняття навантаження двигун автоматично зупиняється. Витримка навантаження на зразок проводиться також автоматично, відповідною установкою до випробування рухомого упора 15.

Під час випробувань за методом Брінелля необхідно дотримуватись таких умов:

1. Мінімальна товщина зразка має становити не менше ніж 10 глибин відбитка.

2. На зворотному боці зразка не має бути помітно слідів деформацій.

3. Поверхня зразка має бути рівною, гладкою і вільною від окисної плівки.

4. Відстань від краю зразка до центра відбитка має бути не менше ніж $(2,5—3) d$.

5. Діаметр відбитка має перебувати в межах $0,2D < d < 0,6D$.

6. Кулька і підготовлена площадка зразка мають стикатися без удару.

Витримка під навантаженням має бути від 10 до 15 с для чорних металів, для кольорових металів і сплавів – від 10 до 180 с, залежно від матеріалу та його твердості, і має бути наведена в нормативно-технічній документації на металопродукцію.

Форма відбитка залежить від властивостей матеріалів. У матеріалів з малою схильністю до наклепу по краях відбитка утворюється наплив, а в матеріалі з підвищеною схильністю до наклепу – зминання.

Після усунення навантаження на кульку відбиток трохи змінює свої розміри в результаті пружних властивостей матеріалу, так що діаметр сфери відбитка стає трохи більше від діаметра кульки, однак у розрахунках цією обставиною нехтують, що вносить деяку похибку (для різних металів різну) у величину твердості.

Для визначенні твердості методом Віккерса використовують прилад ТП, зображений на рис. 3.18.

У нижній частині станини 1 розміщується гвинт 12 з маховиком 13 і столом 11, на якому розміщують зразок 10 для випробувань. Гвинт призначений для підведення зразка під штемпель 8 з пірамідальним алмазним наконечником.

Штемпель та вимірювальний мікроскоп 6, які змонтовані на загальній плиті, можуть повертатися навколо вертикальної осі головки 9 станини приладу, що дозволяє сумістити з віссю гвинта об'єктив мікроскопу та вісь штемпеля.

Навантаження на штампель передається від важеля 4 через проміжний стержень 5, що завжди притиснутий до важеля двома пружинами. На довгому важелі 4 підвішені вантажі 2, за допомогою яких можна дістати навантаження на зразок від 50 до 1200 Н.

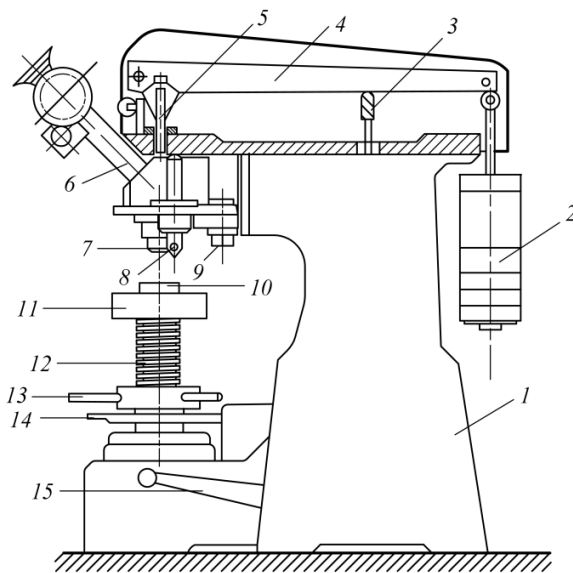


Рис. 3.18. Кінематична схема приладу ТП

У станині 1 розміщується масляне гальмо, яке дозволяє регулювати термін навантаження зразка від 10 до 30 с. Тут само розміщена система важелів для автоматичного опускання і піднімання штиря 3, який підтримує вантажний важіль і тим самим знімає навантаження зі штампеля.

Механізм навантаження вмикається за допомогою важеля 15 і педалі 14. Довжина діагоналей відбитка вимірюється за допомогою мікроскопа 6. Згідно з ГОСТ застосовуються навантаження: 50, 100, 200, 300, 500 і 1000 Н. Допускається використання і менших навантажень. Навантаження приклада-

ється плавно. Тривалість витримки під навантаженням для чорних металів становить 10—15 с, для кольорових – 30 ± 2 с. Товщина зразка, який випробовується, має бути у 1,5 раза більше від діагоналі відбитка, а відстань між сусідніми відбитками – не менше ніж $2,5 d$. Поверхня виробу має бути блискучою і ретельно зачищеною (10-й клас чистоти).

Для визначення твердості матеріалу методом Роквелла використовують прилад ТК-2М (рис. 3.19).

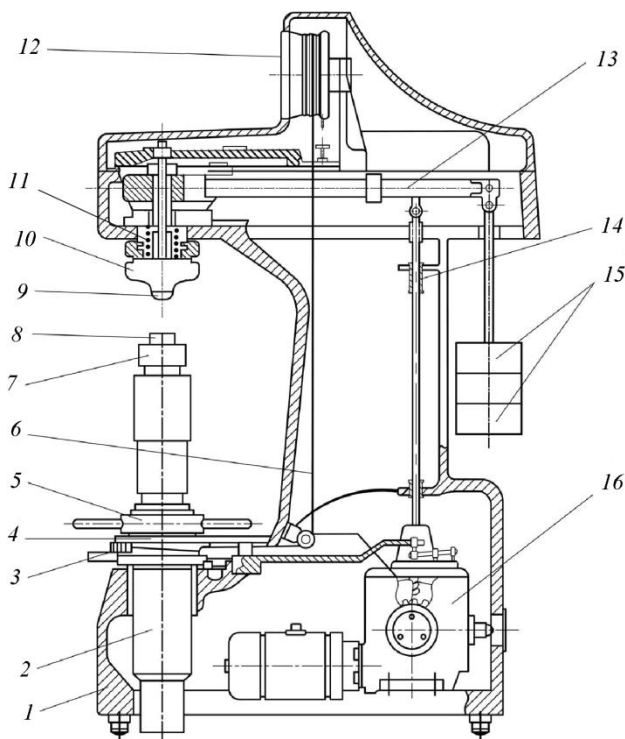


Рис. 3.19. Кінематична схема приладу ТК-2М

Він складається з корпусу 1, в нижній передній частині якого вмонтовано гвинт 2, на котрому розміщено стіл 7 для встановлення зразка 8. Вертикальне переміщення гвинта здійснюється маховиком 5. Під час випробувань зразок притискають до наконечника з алмаз-

ним конусом 9, який уставлено у штемпель 10. На штемпелі розташована пружина 11, яка створює попереднє навантаження 100 Н.

Остаточне навантаження зразка здійснюється важелем 13, на вільному кінці якого підвішені знімні вантажі 15, що дозволяє створювати навантаження на зразок, які дорівнюють 600, 1000, 1500 Н.

Прикладення робочого навантаження до зразка здійснюється електромеханічним приводом 16 та штовхачем 14. Привід умикається клавішею 3. Твердість зразка вимірюється за допомогою індикатора 12, який має шкали *A*, *B* та *C*. Робоча шкала встановлюється за допомогою барабана 4 та треса 6.

Циферблат індикатора має 100 поділок, що відповідають глибині вдавлювання до 0,2 мм, і кілька шкал залежно від типу наконечника. Шкали різняться типом індентора та його навантаженням (табл. 3.2).

Таблиця 3.2

Шкала	Індентор	Навантаження <i>F</i> , Н
<i>A</i>	алмазний конус	500—600
<i>B</i>	сталева кулька	800—1000
<i>C</i>	алмазний конус	1400—1500

Вибір шкали залежить від твердості матеріалу. Так, шкалу *C* використовують для вимірювання твердості в межах 200—700 HRC, шкалу *B* – 250 – 1000 HRB, а шкалу *A* – 700 – 850 HRA. Слід зазначити, що остання буква в позначенні твердості за Роквеллом вказує на вибрану шкалу. Поверхня зразка, який випробується, має бути ретельно підготовлена і вільна від окалини й інших сторонніх речовин.

Підготовляючи поверхню, необхідно стежити, щоб поверхневі властивості зразка не змінювались. Товщина зразка має бути не менш як 10 глибин вдавлювання, на зворотному боці не має бути видно слідів деформації. Відстань від центра відбитка до краю зразка у разі застосування алмазного конуса має бути більше ніж 2,5 мм, у разі застосування кульки $\left(\frac{1''}{16}\right)$ — більше ніж 4 мм.

Для визначення твердості за Роквеллом поверхневих шарів, дуже малих зразків, тонких листів тощо застосовуються менші навантаження. Попереднє навантаження $F_0 = 30$ Н, а загальне – 150; 600 або 450 Н. Такі випробовування провадяться на спеціальному приладі, що відрізняється від звичайного приладу Роквелла лише меншими навантаженнями і більш точним індикатором (ціна поділки 0,001 мм).

3.5. Дослідження опору зсуву зразків зі сталі та дюралюмінію

Під зсувом розуміють такий вид деформації, коли в поперечних перерізах бруса виникають тільки перерізувальні сили Q , а решти внутрішніх силових факторів немає.

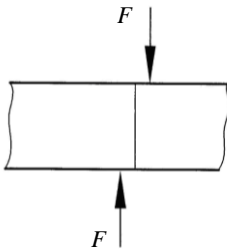


Рис. 3.20. Розрахункова схема зсуву бруса

Така деформація може бути реалізована в разі, коли на брус з протилежних боків на близькій відстані одна від одної діють дві однакові сили, перпендикулярні до осі бруса (рис. 3.20).

Деталі, що працюють в умовах зсуву, широко розповсюджені в сучасних конструкціях, зокрема авіаційних — це шарнірні (рис. 3.21, *a*), болтові (рис. 3.21, *б*), заклепочні з'єднання (рис. 3.21, *в*) та ін.

В інженерній практиці вважається, що під час зсуву дотичні напруження τ рівномірно розподілені по площі поперечного перерізу A і визначаються за формулою

$$\tau = \frac{F}{A}.$$

Випробування круглого зразка, що імітує роботу шарнірного болта, проводять на 30-тонній розривній машині (рис. 3.22, *a*) або на іншій випробувальній машині за допомогою пристрою, який дозволяє здійснювати зріз зразка по двох площинах (рис. 3.22, *б*). Зразок 3 вставляється в отвори вушка 1 і вилки 2, після чого пристрій зі зразком установлюється в затискачі випробувальної машини. Діаметр зразка слід вибрати таким, щоб забезпечити щільний дотик до стінок отвору.

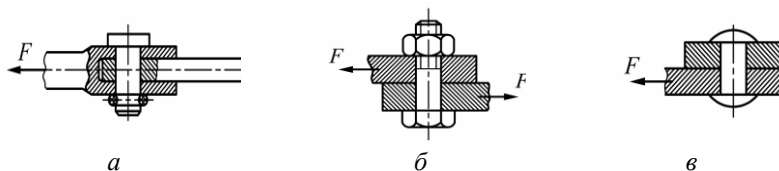


Рис. 3.21. Приклади з'єднань, що працюють в умовах зсуву

У процесі випробування, збільшуючи величину сили F , слід безперервно стежити за показаннями силовимірювального пристрою та поведінкою зразка.

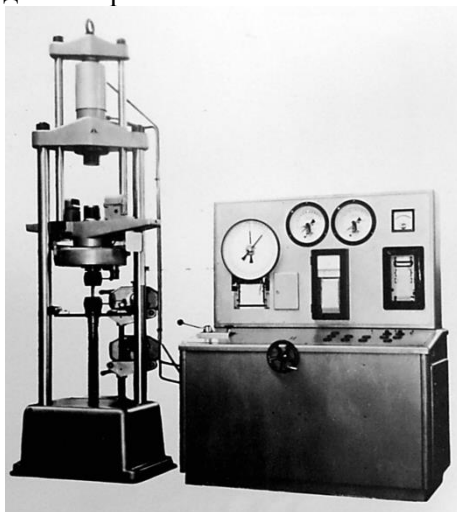


Рис. 3.22. 30-тонна випробувальна машина (а); пристрій для випробувань на зріз (б)

У результаті випробування відбувається руйнування (зріз) зразка по двох поверхнях. Руйнівною силою F_{\max} вважається найбільше навантаження, досягнуте в процесі випробування.

Після випробування окремі частини зразка слід оглянути з метою встановлення наслідків деформацій зсуву, зминання та згинання і визначити границю міцності під час зсуву за формулою

$$\tau_{\text{в}} = \frac{F_{\max}}{nA} = \frac{F_{\max}}{2 \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{2F_{\max}}{\pi d^2}, \quad (3.4)$$

де $n = 2$ – кількість поверхонь зрізу; d – діаметр зразка.

Границя міцності під час зсуву τ_b завжди менша, ніж границя міцності під час розтягання σ_b . Для їх порівняння необхідно знайти величину σ_b непрямым способом. Спочатку треба визначити твердість матеріалу зразка за Брінеллем, а потім границю міцності під час розтягання за емпіричними формулами:

$$\begin{aligned} \text{для сталі } \sigma_b &= (0,30, \dots, 0,36) HB; \\ \text{для дюралюміна } \sigma_b &= (0,36, \dots, 0,37) \end{aligned} \quad (3.5)$$

HB,

де *HB* – число твердості за Брінеллем, яке визначається згідно ГОСТ 9012-59.

Слід зауважити, що сили F , прикладені до зразка, намагаються також зігнути його. Проте згинальний момент невеликий, і спричиненими ним нормальними напруженнями можна знехтувати, тим більше, що при збільшенні зовнішніх сил F руйнування з'єднання відбувається від зрізу зразка.

При розрахунку болтових, заклепкових та інших подібних з'єднань слід урахувати те, що навантаження, прикладені до елементів з'єднань, крім зрізу причиняють змінання циліндричної поверхні в місті контакту. Під змінанням розуміють пластичну деформацію, яка виникає на поверхнях контакту.

Розрахунок на змінання також виконують наближено, оскільки закон розподілу тиску по поверхні контакту точно не відомий. Тоді максимальне напруження змінання на поверхнях

$$\sigma_{3M} = \frac{F_{\max}}{A_{3M}},$$

де A_{3M} – площа проекції поверхні контакту на діаметральну площину ділянки циліндричного зразка довжиною, що дорівнює t :

$$A_{3M} = t d.$$

Умова міцності на змінання має вигляд

$$\sigma_{3M} = \frac{F_{\max}}{t d} \leq [\sigma_{3M}].$$

Допустиме напруження на змінання визначають дослідним шляхом та вибирають його таким, що дорівнює $[\sigma_{3M}] = (2 \dots 2,5)[\sigma]$.

Найбільші напруження зминання слід визначати для середньої частини зразка, де менша площа дотику:

$$\sigma_{зм} = \frac{F_{\max}}{A_{зм}} = \frac{F_{\max}}{td}, \quad (3.6)$$

де $A_{зм}$ – розрахункова площа зминання; t – товщина вушка.

Після цього слід знайти відношення τ_B / σ_B та $\sigma_{зм} / \sigma_B$, намалювати вигляд зразка після руйнування, визначити ознаки наявності зминання та згинання.

3.6. Випробування тонкостінного циліндричного резервуара внутрішнім тиском

У тонкостінній циліндричній оболонці, що зазнає дії внутрішнього тиску p , виникає плоский напружений стан (рис. 3.23).

Якщо виділити з оболонки прямокутний криволінійний елемент $ABCD$, то він зазнаватиме розтягання у двох напрямках: під дією колового напруження σ_1 та меридіонального напруження σ_2 . Два головних напруження σ_1 та σ_2 визначають за формулами

$$\sigma_1 = \frac{pD}{2t}; \quad \sigma_2 = \frac{pD}{4t}, \quad (3.7)$$

де D – діаметр резервуара; t – товщина стінки.

Третє головне напруження спрямовано перпендикулярно до поверхні оболонки в даній точці. На внутрішній поверхні резервуара воно дорівнює тиску p , а на зовнішній — атмосферному тиску. У тонкостінних оболонках, для яких $t \ll D$, завжди σ_1 і σ_2 значно більші за p , тому третє головне напруження вважають нульовим. Головні напруження σ_i ($i = 1, 2$) визначаються за результатами вимірювання відповідних відносних лінійних деформацій ϵ_i на підставі співвідношень закону Гука в оберненій формі:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2);$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1),$$
(3.8)

де E – модуль поздовжньої пружності (модуль Юнга); μ – коефіцієнт поперечної деформації (коефіцієнт Пуассона).

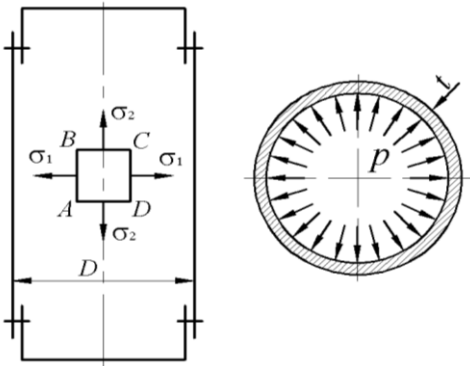


Рис. 3.23. Схема циліндричного резервуара, навантаженого внутрішнім тиском

Випробування тонкостінного циліндричного резервуара проводиться на експериментальному стенді, загальний вигляд якого та принципова схема показані на рис. 3.24. Стенд складається з основи 7, на якій закріплено тонкостінний циліндр 2, резервуар для масла 6 та ручний насос 5. Насос і циліндр з'єднані між собою трубопроводом 4. Тиск у циліндрі вимірюється манометром 1.

У даній роботі для вимірювання деформацій використовуються тензорезистори, принцип дії яких базується на зміні електричного опору провідника за зміни його довжини внаслідок деформації деталі, на якій він закріплений (приклеєний).

Під час вимірювання деформації за допомогою тензорезисторів кожен з них вмикається в мостову схему (рис. 3.25), яка складається з чотирьох резисторів: робочого тензорезистора R_1 , який безпосередньо приклеюється в місці вимірювання деформації, компенсаційного тензорезистора R_k і двох резисторів R , які добирають так, щоб перед початком випробувань міст був збалансований. До діагоналі АВ моста підключається джерело живлення, а вихідний сигнал з вимірювальної діагоналі CD подається на тензопідсилювач.

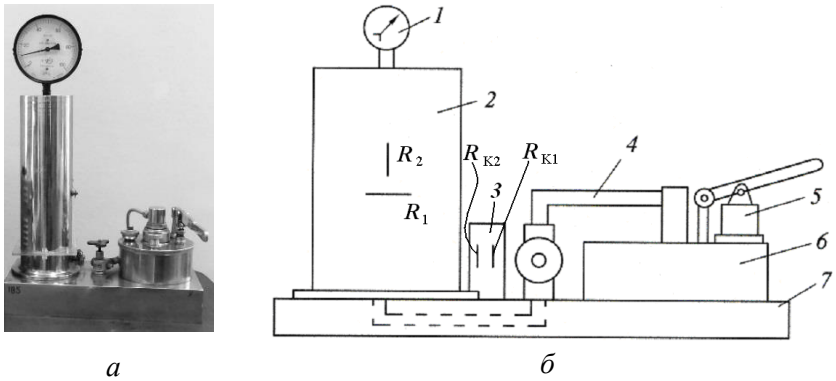


Рис. 3.24. Загальний вигляд експериментального стенда для випробування циліндричного резервуара (а) та його принципова схема (б)

Напряга на виході з тензопідсилювача дорівнює вихідній напрузі тензомоста, помноженій на коефіцієнт підсилення. Коли міст збалансований, напруга в його вимірювальній діагоналі (і на виході тензопідсилювача) дорівнює нулю.

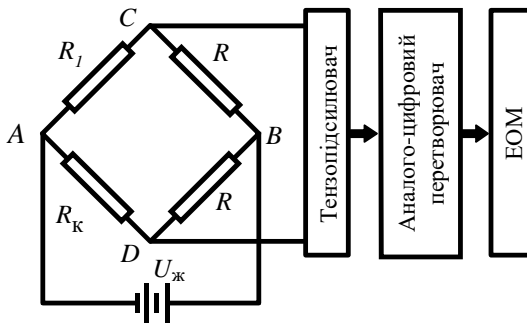


Рис. 3.25. Схема підключення тензорезистора

Значення напруги вимірюється і перетворюється у цифрову форму аналого-цифровим перетворювачем (АЦП), установленим безпосередньо в електронно-обчислювальній машині. Тензорезистори R_1 та R_2 наклеєні на циліндр таким способом, що їхні вимірювальні бази розташовані перпендикулярно твірній циліндра та

вздовж неї відповідно (рис. 3.24, б). Компенсаційні тензорезистори R_{K1} і R_{K2} наклеєні на пластинку 3, виготовлену з матеріалу циліндра і закріплену на основі стенда. Величини деформацій уздовж тензодатчиків визначають за приростами вихідних напруг, зареєстрованими інформаційно-вимірювальною системою згідно з виразом

$$\varepsilon = k\Delta U_B,$$

де ΔU_B – приріст вихідного сигналу, зареєстрований ІВС; k – коефіцієнт передачі вимірювального каналу, визначений калібруванням.

Слід зазначити, що під час випробувань максимальний тиск не має перевищувати значення, за якого еквівалентне напруження, підраховане за III або IV теорією міцності, дорівнює границі пропорційності матеріалу резервуара.

За III теорією міцності

$$\sigma_{\text{екв}} = \sigma_1 = \frac{pD}{2t} \leq \sigma_{\text{мц}}; \quad p \leq 2\sigma_{\text{мц}} \frac{t}{D}.$$

За IV теорією міцності

$$\sigma_{\text{екв}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sigma_1 = \frac{\sqrt{3}pD}{4t} \leq \sigma_{\text{мц}}; \quad p \leq \frac{4\sigma_{\text{мц}}t}{\sqrt{3}D}.$$

3.7. Випробування двоопорної балки на згинання

Найбільш поширеними конструктивними елементами споруд і машин є балки, тобто бруси, що працюють в умовах згинання. Якщо всі зовнішні навантаження прикладено в площині симетрії балки, то такий стан називається плоским згинанням. У разі деформації згинання в будь-якому перерізі балки внутрішні зусилля приводяться до поперечної сили Q та згинального моменту M . Якщо на якійсь ділянці балки поперечна сила дорівнює нулю, а згинальний момент сталий, то на цій ділянці виникає чисте згинання. Нормальні напруження під час згинання балки в будь-якій точці її перерізу визначаються за формулою

$$\sigma = \frac{Mz}{J_y}, \quad (3.9)$$

де z – відстань від нейтральної осі до точки, в якій визначається напруження; J_y – момент інерції перерізу відносно нейтральної осі y .

При плоскому згинанні нейтральна вісь проходить через центр ваги перерізу і перпендикулярна до площини дії зовнішніх сил. Дотичні напруження при згинанні визначаються за формулою Д.І. Журавського:

$$\tau = \frac{Q S_y}{b J_y},$$

де S_y – абсолютна величина статичного моменту відносно нейтральної осі частини площі перерізу, яка міститься між рівнем, де визначається τ , та краєм перерізу; b – ширина перерізу в тому місці, де визначається напруження.

Плоске згинання можна розглядати як частковий випадок плоского напруженого стану, а для визначення головних напружень використовувати формули:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right); \sigma_2 = 0. \quad (3.10)$$

Положення головних площадок визначається за виразом

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau}{\sigma}, \quad (3.11)$$

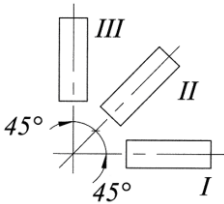


Рис. 3.26. Прямокутна розетка тензорезисторів

де α_0 – кут між напрямками σ_1 і σ в розтягнутій зоні балки або між σ_3 і σ у стиснутій зоні.

Головні напруження і положення головних площадок експериментально можна визначити за допомогою прямокутної розетки тензорезисторів (рис. 3.26)

$$\sigma_{1,3} = \frac{E}{2} \left[\frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{III}}{1 - \mu} \pm \frac{\sqrt{2}}{1 + \mu} \sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})^2 + (\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III})^2} \right];$$

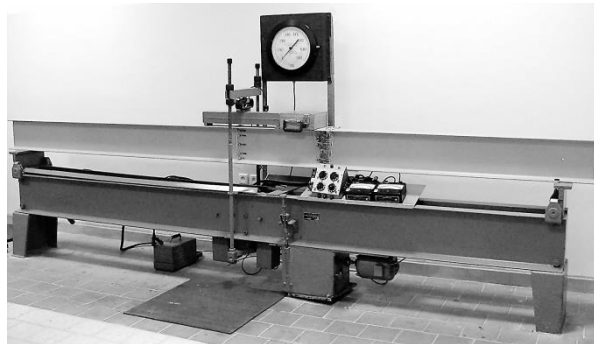
$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{\varepsilon_I - 2\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III}}{\varepsilon_I - \varepsilon_{III}},$$

де ε_I , ε_{II} , ε_{III} – відносні лінійні деформації в напрямках відповідних тензодатчиків.

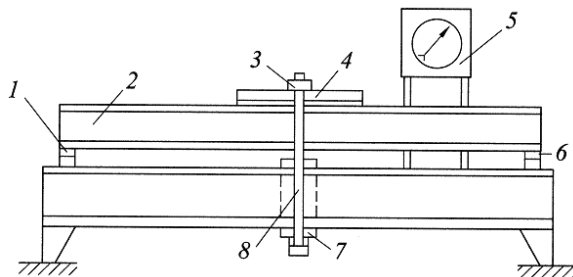
Для визначення лінійних і кутових переміщень при згинанні зроблено низку теоретичних методів, серед яких найбільш поширені метод інтегрування диференціального рівняння зігнутої осі балки, метод початкових параметрів, метод Мора.

Загальний вигляд та схему експериментальної установки показано на рис. 3.27. Балка двотаврового (№ 24) перерізу 2, що підлягає дослідженню, встановлена на поворотних опорах 1, 6 п'яти-тонної згинальної машини И-5. Навантаження здійснюється за допомогою силового циліндра 7.

Навантаження передається через тяги 8, поперечину 3 і траверсу 4 безпосередньо на балку. Для контролю навантаження передбачений силвимірвач 5. Розрахункова схема балки, а також епюри поперечних сил та згинальних моментів показані на рис. 3.28.



a



б

Рис. 3.27. Загальний вигляд (*a*) та схема (*б*) дослідної установки

На балці виділені два перерізи: переріз $1-1$, в якому реалізується деформація чистого згинання, і переріз $2-2$, в якому реалізується плоске згинання.

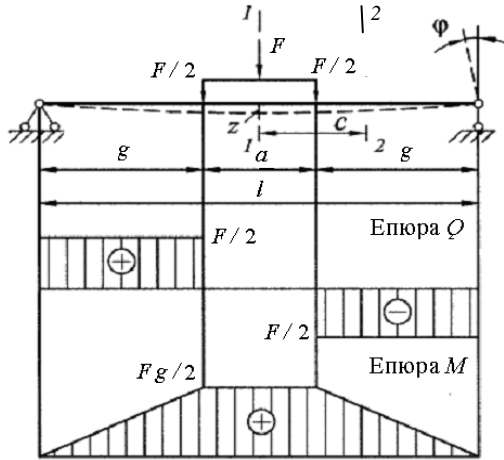


Рис. 3.28. Розрахункова схема та епюри внутрішніх силових факторів балки, що досліджується в роботі

Для експериментального визначення напружень у цих перерізах наклеєні 24 тензорезистори (рис. 3.29), з яких датчики 9÷23 утворюють п'ять прямокутних розеток. Усі датчики поділені на чотири групи.

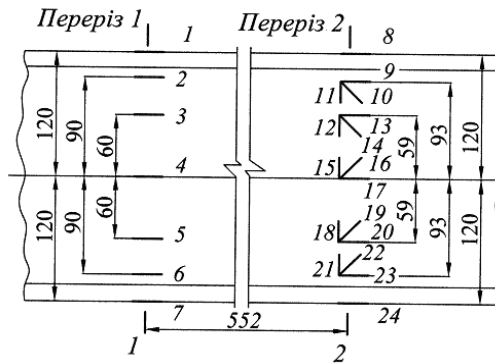


Рис. 3.29. Схема розміщення тензодатчиків у перерізах $1-1$ та $2-2$ балки

У першу групу входять тензодатчики 1÷4, у другу – датчики 5÷7, у третю – датчики 8÷17 і в четверту – датчики 18÷24.

Підсилений сигнал від тензорезисторів кожної групи подається на міліамперметр, номер якого відповідає номеру групи. Для послідовного знімання інформації з тензодатчиків у кожній групі передбачається перемикач. Принцип роботи тензорезисторів, їх застосування для вимірювання деформацій наведено в описах попередніх лабораторних робіт (№ 7, 8). Для визначення переміщень на балці встановлені два індикатори (рис. 3.30).

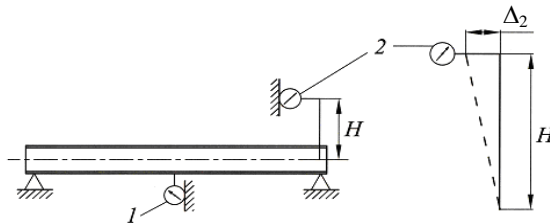


Рис. 3.30. Розміщення індикаторів (1, 2) для вимірювання переміщень балки

Індикатор 1 призначений для вимірювання вертикального переміщення середини балки. Індикатор 2 входить до складу кутоміра, до якого крім індикатора входить ще стержень довжиною H , жорстко закріплений на нейтральній осі балки в перерізі на правій опорі.

У разі деформації балки стержень разом з перерізом повертається відносно свого початкового (вертикального) положення на кут φ , який можна визначити за показаннями індикатора 2:

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta_2}{H},$$

де Δ_2 – приріст показань індикатора 2.

У процесі виведення теоретичних формул (3.9) – (3.11) було зроблено кілька спрощувальних припущень та обмежень. Результати експерименту мають показати ступінь прийнятності теоретичних формул для практичних розрахунків. При цьому треба мати на увазі, що можлива деяка розбіжність між дослідними і теоретичними результатами з низки причин, незалежних від ступеня вірогідності прийнятих

гіпотез, наприклад, похибок експерименту, відхилень значень пружних характеристик матеріалу балки від значень, узятих у розрахунках, неточності виготовлення балки (невідповідності фактичних розмірів і форми профілю балки стандартним величинам) тощо.

3.8. Визначення модуля пружності другого роду під час кручення

Крученням називається такий вид деформації стержня, за якого в його поперечних перерізах виникають тільки крутні моменти. У конструкціях сучасних машин працюють багато елементів, що зазнають деформацію кручення, це, наприклад, деталі, що передають обертальний рух (вали), циліндричні пружини, елементи просторових конструкцій тощо.

Під час кручення стержня круглого перерізу залежність між деформацією і навантаженням лишається прямо пропорційною за зростання крутного моменту від нуля до деякої величини, що викликає в стержні напруження, які дорівнюють границі пропорційності $\tau_{\text{пл}}$.

У цьому інтервалі навантажень справедливий закон Гука, вираз якого за сталих пружних властивостей матеріалу, крутного моменту і поперечного перерізу стержня має вигляд:

$$\varphi = \frac{M_{\text{к}} l}{G J_p}, \quad (3.12)$$

де φ – кут закручування (кут повороту відносно поздовжньої осі одного з перерізів стержня стосовно до другого); $M_{\text{к}}$ – крутний момент; l – відстань між перерізами; G – модуль пружності другого роду (модуль зсуву); J_p – полярний момент інерції поперечного перерізу.

За допомогою формули (3.12) можна дослідним способом визначити константу G , що характеризує пружні властивості матеріалу. Для цього треба знати геометричні характеристики зразка l і d_p і за результатами експерименту визначити зміну кута закручування φ залежно від зміни крутного моменту.

Об'єктом дослідження є зразок 1 (рис. 3.31) круглого поперечного перерізу діаметра d . Правий край зразка жорстко закріплений, а лівий може вільно повертатись відносно поздовжньої осі.

На зразку виділені два перерізи, відстань між якими дорівнює l .

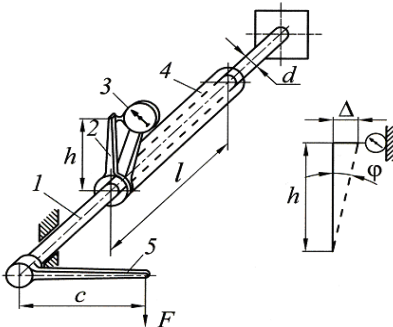


Рис. 3.31. Схема експериментальної установки

У лівому перерізі закріплено важіль 2 довжиною h , а в правому перерізі закріплено індикатор 3 за допомогою труби 4. У разі прикладання до важеля 5 сили F лівий переріз повернеться відносно правого, і важіль 2 надавить на шток індикатора, що призведе до зміни його показань. При цьому кут закручування визначають за формулою

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta}{h},$$

де Δ – приріст показань індикатора.

3.9. Дослідження стійкості стиснутих стержнів

Під стійкістю розуміють здатність елемента конструкції або тіла зберігати під дією зовнішніх навантажень свою первісну форму рівноваги. Розглянемо досить тонкий і довгий стержень прямокутного перерізу (рис. 3.32). У разі стискання його силами, що діють уздовж його осі z , за певних умов стержень згинається, викривляється, тобто прямолінійна форма рівноваги стержня порушується. Пружна рівновага буде стійкою, якщо деформоване тіло (стержень), виведене зі стану рівноваги, повернеться до початкового стану після позбавлення зовнішнього впливу, що порушив рівновагу. Рівновага буде байдужою або критичною, якщо тіло може зберегти початкову форму рівноваги, але може і втратити її від незначного збільшення зовнішнього впливу. Сила або навантаження, перевищення якого

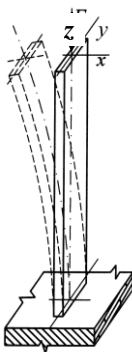


Рис. 3.32. Втрата стійкості стержня

викликає втрату стійкості початкової форми рівноваги тіла, називається критичною силою.

Теоретично величина критичної сили визначається за формулою Ейлера:

$$F_k = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2}, \quad (3.13)$$

де E – модуль Юнга; J_{\min} – мінімальний осьовий момент інерції перерізу стержня (у даному разі $J_{\min} = J_y$); μ – коефіцієнт зведення довжини, що залежить від умов закріплення кінців стержня (рис. 3.33); l – довжина стержня.

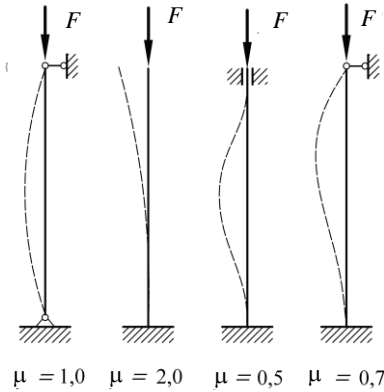


Рис. 3.33. Види закріплень стержня, що стискається

Формула Ейлера (3.13) застосовується в тому разі, якщо критичне напруження $\sigma_k = \frac{F_k}{A}$ не перевищує границі пропорційності матеріалу, тобто $\sigma_k \leq \sigma_{\text{пл}}$. Критичне напруження визначають за формулою

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{\mu^2 l^2 A} = \frac{\pi^2 E i_{\min}^2}{\mu^2 l^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$$

де i_{\min} – мінімальний радіус інерції перерізу стержня; $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$ –

гнучкість стержня.

Критеріями застосування формули Ейлера будуть:

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{\text{пл}} \text{ і } \lambda \geq \lambda_{\text{гр}};$$

або

$$\frac{\mu l}{i_{\min}} \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{мц}}}},$$

де $\lambda_{\text{гр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{мц}}}}$ — гранична гнучкість матеріалу.

Отже, формула Ейлера може бути застосована для тонких довгих стержнів великої гнучкості, тобто для стержнів, гнучкість яких перевищує граничну гнучкість. Стержні, виготовлені з різних матеріалів, мають свою граничну гнучкість. Так, для сталевого стержня $\lambda_{\text{гр}} \approx 100$, для стержня малої гнучкості $\lambda < 40$, для стержня середньої гнучкості $40 < \lambda < 100$. Для стержнів середньої гнучкості $\sigma_{\text{к}}$ визначається за емпіричними формулами Ф. Ясинського.

Питання стійкості стиснутих стержнів мають велике значення в цивільній авіації, тому що велика кількість елементів конструкцій містить тонкі стиснуті стержні. Наприклад, підкоси і гвинти підйомників літаків, тяги керування, хвостові опори і т. п.

3.10. Дослідження концентрації напружень у пластині під час розтягання

Теоретичні й експериментальні дослідження показали, що рівномірний розподіл напружень по площі поперечного перерізу розтягнутого або стиснутого стержня буде тільки в тих випадках, коли по довжині стержня поперечні перерізи постійні або змінюються дуже плавно. Різкі зміни площі поперечного перерізу внаслідок наявності поперечних отворів, виточок, канавок і надрізів призводять до нерівномірного розподілу напружень і спричиняють концентрацію напружень.

На рис. 3.34, *а* показаний розподіл розтяжних напружень у перерізі стержня, ослабленого круглим отвором; на рис. 3.34, *б* – у перерізі, ослабленому еліптичним отвором, а на рис. 3.34, *в* – у перерізі, ослабленому напівкруглими викружками. Зображена на рис. 3.34 картина концентрації напружень трохи спрощена, але в основному правильно відбиває сутність явищ, що відбуваються.

Кількісною характеристикою концентрації напружень може служити теоретичний коефіцієнт концентрації напружень

$$\alpha_T = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_H},$$

де σ_{\max} – максимальне напруження в перерізі з концентратором напружень; σ_H – номінальне напруження, напруження в ослабленому перерізі, тобто напруження, визначене без урахування

концентрації: $\sigma_H = \frac{N}{A_H}$, де A_H – площа ослабленого перерізу.

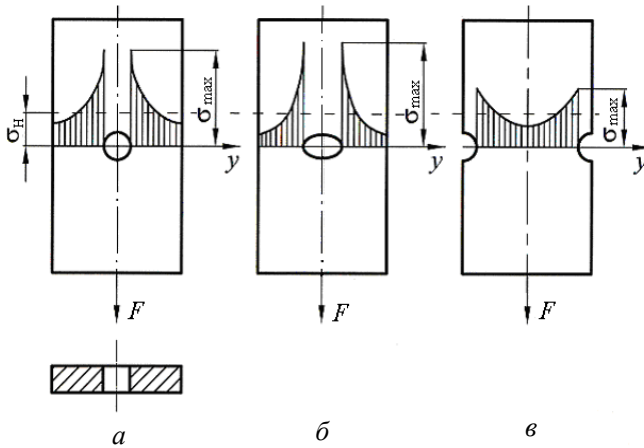


Рис. 3.34. Епюри напружень біля різних концентраторів:

a — отвір; b — еліпс; v — викружки

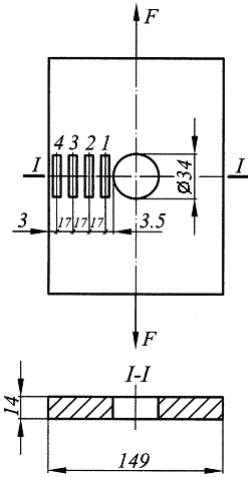


Рис. 3.35. Схема розташування тензодатчиків на пластині

Розподіл напружень по перерізу і коефіцієнт концентрації визначають за допомогою методів теорії пружності або експериментальними методами (фотопружності, тензометрії, методом муарових полос і т.п.). Для пластини, ослабленої центральним круглим отвором (рис. 3.34, *a*), напруження обчислюють за формулою

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{2} \left(2 + \frac{r^2}{y^2} + 3 \frac{r^4}{y^4} \right), \quad (3.14)$$

де $\sigma = \frac{\Delta F}{A}$ — середнє напруження в перерізі, досить віддаленому від концентратора напружень; r — радіус отвору; y — відстань від центра до точки, в якій визначається напруження.

З формули (3.14) випливає, що за $y = r$, тобто на краю отвору $\sigma_x = \sigma_{\max} = 3\sigma$.

Якщо пластина має еліптичний отвір (рис. 3.34, *b*), то найбільші напруження (на краю отвору) можна визначити за формулою

$$\sigma_{\max} = \sigma \left(1 + 2 \frac{a}{b} \right),$$

де a і b — півосі еліпса ($a > b$).

Звідси випливає, що зі збільшенням відношення a/b напруження збільшуються, а отже, чим тонкіше виріз, тим більшу небезпеку він становить. Особливо великі напруження виникають біля краю поперечної тріщини, розташованої перпендикулярно до напрямку розтягання. Найбільш небезпечною є концентрація напруження за дії циклічних навантажень.

Дослідженню піддається сталева пластина прямокутного перерізу з отвором, розташованим по осі симетрії (рис. 3.35). Для визначення напружень по перерізу $I-I$ у чотирьох точках наклеєні тензодатчики (1, 2, 3, 4), які включені в схему тензовимірjuвальної апаратури. Розтягання пластини проводиться на розривній машині.

Спочатку дають попереднє навантаження, потім рівними ступенями навантаження збільшують. За кожної зміни навантаження вимірюють і записують показання приладів.

Після трьох – чотирьох ступенів навантаження зразок розвантажують. У звіті з лабораторної роботи слід зобразити схему зразка, схему тензометричної установки, схему розміщення тензодатчиків на зразку з зазначенням усіх розмірів і записати необхідні дані: матеріал зразка, розміри поперечного перерізу зразка $b \times h$, базу тензодатчиків, ціну поділки (коефіцієнт перерахунку) вимірювальної апаратури k .

3.11. Визначення границі витривалості сталевого циліндричного зразка

Більшість деталей і конструкцій, у тому числі й авіаційних, у процесі експлуатації піддаються дії напружень, що циклічно змінюються в часі. На рис. 3.36 показана типова осцилограма, записана в польоті, що характеризує навантаження одного із силових елементів літака в умовах неспокійного повітря (σ – напруження, t – час).

Той факт, що міцність деталей, які працюють у подібних умовах – в умовах змінних напружень, істотно відрізняється від міцності за статичних навантажень, був помічений ще в позаминулому сторіччі, однак і до цього часу вивчення цього явища, що дістало назву втоми матеріалів, є актуальним. Руйнування від утомленості відбуваються від напружень, значно менших від границі міцності, і, крім того, руйнування найчастіше трапляється раптово. У процесі циклічного навантаження в небезпечному перерізі деталі можуть утворитися субмікроскопічні тріщини, потім – мікроскопічні тріщини, що забирають чимраз більшу частину перерізу, і, нарешті, коли в ослабленому перерізі фактичні напруження досягають границі міцності, деталь остаточно руйнується.

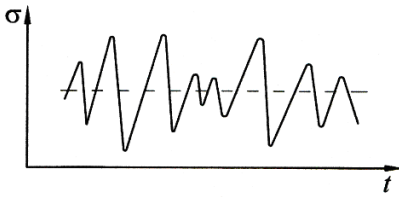
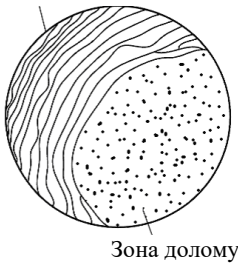


Рис. 3.36. Зміни напруження у перерізі одного із силових елементів літака

зується наявністю зони розвитку тріщини від утомленості і зоною долому, по якій відбувається раптове руйнування деталі, послабленої тріщинами від утомленості (рис. 3.37). За видом злому від утомленості можна визначити характер навантажень у процесі експлуатації і в деяких випадках установити причину руйнування деталі.

Зона розвитку тріщини від утомленості



Зона долому

Рис. 3.37. Злам деталі від утомленості

Утомою називається процес поступового нагромадження пошкоджень у матеріалі під дією циклічних напружень, що призводить до зміни властивостей, утворення тріщин і руйнування.

Витривалість – це здатність матеріалу чинити опір дії повторно-змінних навантажень. Злам деталі від утомленості характеризується

Під час проведення випробувань на втому випадковий характер навантаження (див. рис. 3.36) звичайно приводять до впорядкованих циклів навантаження, за яких напруження змінюється за синусоїдальним законом. Найбільш поширеними циклами навантаження є віднульовий (рис. 3.38, а), асиметричний (рис. 3.38, б) і симетричний (рис. 3.38, в).

На рис. 3.38 максимальне значення циклу позначене σ_{\max} , мінімальне – σ_{\min} , середнє – σ_m (

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}), \text{ амплітуда} - \sigma_a ($$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}), \text{ час} - t, \text{ період} - T .$$

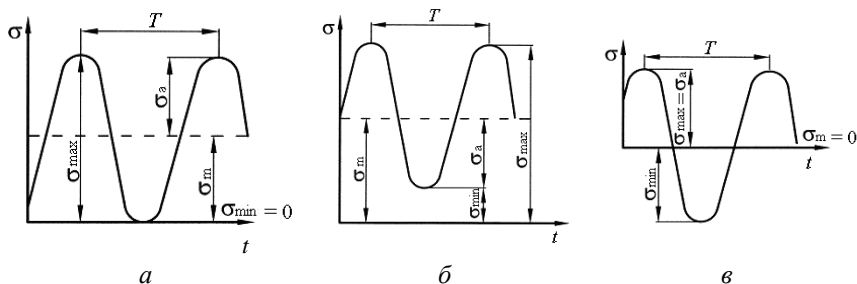


Рис. 3.38. Цикли навантажень:
a — пульсуючий; *б* — асиметричний; *в* — симетричний

Відношення мінімального напруження циклу до максимального називається коефіцієнтом асиметрії циклу: $R_{\sigma} = (\sigma_{\min} / \sigma_{\max})$.

Для симетричного циклу $R_{\sigma} = -1$, тому що для нього $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$, для віднульового циклу $R_{\sigma} = 0$.

Здатність матеріалу чинити опір руйнуванню за повторно-змінних напружень характеризується границею витривалості, що визначається експериментально для кожного матеріалу і залежить від багатьох факторів.

На величину границі витривалості впливає вид деформації, частота навантаження, температура, стан поверхні, масштабний фактор, агресивний вплив середовища і т. п. Значний вплив завдає концентрація напружень у місцях різкої зміни перерізу (отвори, виточки, галтелі, шпонкові канавки, внутрішні дефекти тощо).

Границя витривалості визначається за результатами випробувань на втому серії (не менш як 12) ідентичних зразків, ретельно виготовлених з однієї партії матеріалу за єдиною технологією обробки. Випробовування проводяться при симетричному, віднульовому або асиметричному циклів на різних випробувальних машинах і установках. Так, на машинах типу

НУ випробування виконуються при симетричному циклі за деформації чистого згинання під час обертання круглих зразків (рис. 3.39, *a*).

На машинах типу УКІ здійснюється поперечне згинання під час обертання консольних круглих зразків при симетричному циклі (рис. 3.39, *б*). Поперечне згинання в одній площині консольних зразків одержують на різних вібраторах.

Великого поширення набули різні гідравлічні пульсатори, на яких випробують під час перемінного розтягання–стискання круглі і некруглі зразки й елементи конструкцій (рис. 3.40).

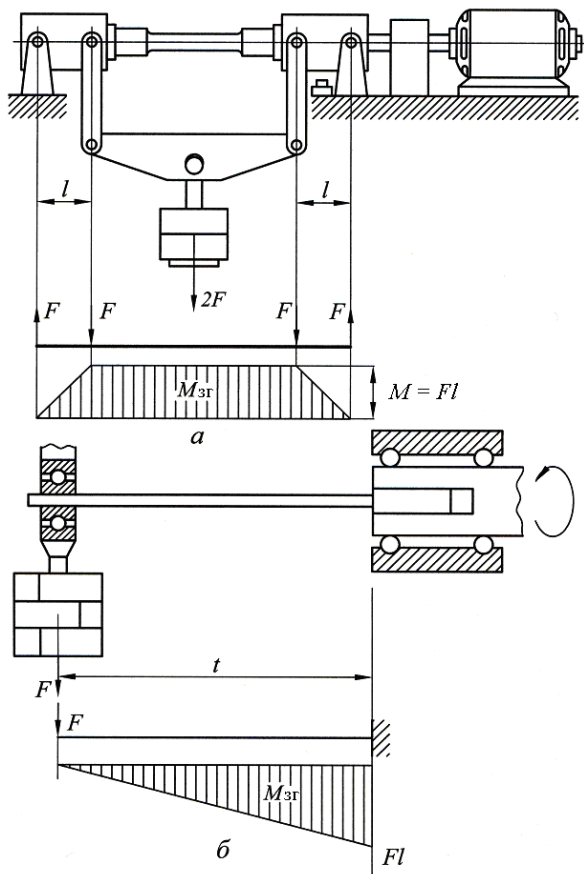


Рис. 3.39. Схема випробувань на машині УУ (а); на машинах типу УКІ (б)

Більшість пульсаторів працює при асиметричному циклі. На деяких пульсаторах двобічної дії можливе проведення ви-

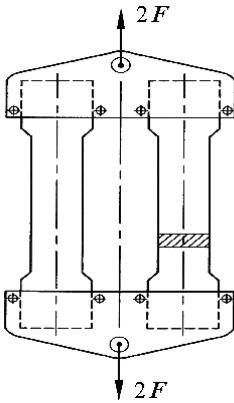


Рис. 3.40. Елементи кон-
струкції для випробувань

пробувань при симетричному і знакозмінному асиметричному циклів. Випробування на втому проводять у такий спосіб. Для кожного i -го зразка встановлюють напруження у циклу $\sigma_{\max i}$, за якого здійснюють його випробування. Після руйнування зразка фіксують відповідне число циклів до руйнування.

Після випробувань серії однакових зразків і обробки їхніх результатів дістають залежність $N = f(\sigma_{\max})$, що називається кривою втоми (рис. 3.41). Під час випробувань при симетричному циклі $\sigma_{a i} = \sigma_{\max i}$, тобто максимальне напруження циклу дорівнює амплітудному, а середнє $\sigma_m = 0$. Звичайно для першого зразка навантаження вибирають так, щоб максимальне напруження дорівнювало $(0,5 - 0,6)\sigma_B$, де σ_B – границя міцності матеріалу.

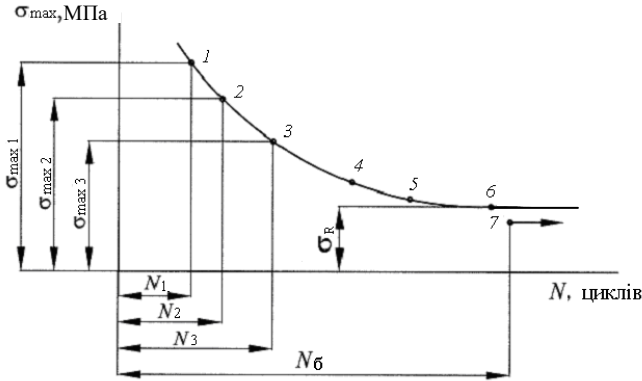


Рис. 3.41. Крива втоми

Довівши зразок до руйнування, визначають за лічильником циклів випробувальної машини число циклів N_1 , яке зразок витримав до руйнування. Далі, поступово зменшуючи рівними ступенями напруження $\sigma_{\max 2}$, $\sigma_{\max 3}$ (рис. 3.41), дістають отримують відповідні їм числа циклів до руйнування N_2 , N_3 і т. д.

Однак за якогось напруження, наприклад, сьомий зразок не зруйнувався, витримавши задане число циклів N_6 , що називається базою випробування. Тоді підвищують напруження на кожний наступний зразок доти, доки не досягнуть найбільшого значення напруження, за якого зразок не зруйнується. Отже, границя витривалості σ_R – це найбільше значення максимального напруження циклу, за якого не відбувається руйнування зразка від утомленості після довільно великої кількості циклів або заданого числа циклів.

Часто криві втоми будують у напівлогарифмічних координатах, відкладаючи на осі ординат напруження в лінійному масштабі, а на осі абсцис – логарифми числа циклів (рис. 3.42).

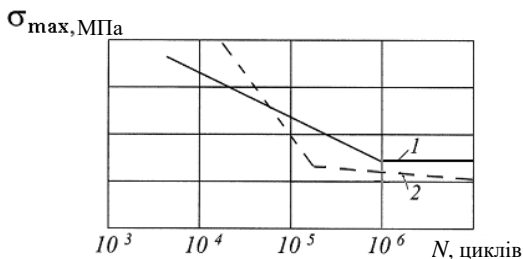


Рис. 3.42. Крива втоми у напівлогарифмічних координатах

На таких графіках горизонтальна ділянка (крива 1), що визначає границю витривалості, яскраво виражена. Такий вигляд мають графіки тільки для чорних сплавів. Для кольорових металів і сплавів крива втоми (крива 2), як правило, горизонтальної ділянки нема (рис. 3.42). У цьому разі характеристикою витривалості є границя обмеженої витривалості, яка визначається за заданої бази випробувань. Для зразків, випробуваних при асиметричному циклу, будують криві втоми при постійному середньому або амплітудному значенні напружень. Випробування зразків на втомленість здійснюють цілодобово протягом дуже тривалого часу, тому в процесі виконання лабораторної роботи студенти повинні оволодіти лише методикою визначення границі витривалості, навчитися визначати розрахункові напруження в зразку, закріплювати зразок, керувати машиною, знімати показання лічильника кількості оборотів (числа циклів).

3.12. Випробування металів на ударну в'язкість

Якщо частини машин і споруд під час експлуатації піддаються впливу напружень, що швидко виникають, і ударів, то для дослідження характеру поведінки матеріалу, з якого вони виготовлені, проводять ударні випробування.

Випробування на удар дозволяють установити здатність матеріалу протистояти динамічним навантаженням і виявити його схильність до крихкого руйнування. Для полегшення виявлення крихкого руйнування використовують зразки з надрізом. Найчастіше проводять ударні випробування на згинання,

а також на розтягання, стискання і крутіння. Ударним випробуванням піддаються метали, пластмаси, деревина, будівельні матеріали і камені.

Випробування на згинання виконують на маятникових копрах одним ударом важкого молота по середині зразка, що вільно лежить на двох опорах. Ударну в'язкість визначають роботою, що затрачається на руйнування зразка даного типу, віднесеною до площі поперечного перерізу зразка в місці надрізу, тобто

$$KC = \frac{U}{A}, \quad (3.15)$$

де U – робота, затрачена на руйнування зразка; A – площа поперечного перерізу зразка в місці надрізу.

У більшості використовуваних зразків роблять з одного боку надріз для того, щоб викликати в зразках під час навантаження різку неоднорідність напруженого стану, що утруднює пластичну деформацію. Це, своєю чергою, полегшить визначення схильності матеріалу до переходу в крихкий стан. На дні надрізу внаслідок різкої зміни площі поперечного перерізу, поряд з напруженнями, напрямленими вздовж осі зразка, з'являються напруження, перпендикулярні до осі зразка, тобто виникає об'ємний напружений стан з додатними головними напруженнями (рис. 3.43). Ці напруження утруднюють пластичну деформацію в матеріалі зразка.

Для випробувань металів на ударну в'язкість за ГОСТ 9454-78 використовують стандартний зразок (рис. 3.44). Допускається застосування й інших типів зразків, у тому числі й без надрізу (для спеціальних випробувань). Результати ударних випробувань значною мірою залежать від геометричних розмірів зразка, відстані між опорами, кута загострення і товщини бойка, швидкості падіння молота, форми, глибини, методу виготовлення і якості приготування надрізу, температури зразка.

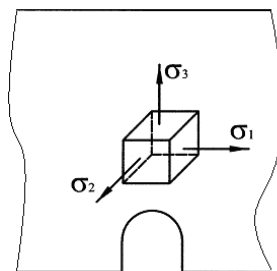


Рис. 3.43. Об'ємний напружений стан елемента в околиці надрізу

Вид злому від удару залежить від характеру руйнування. В'язке руйнування характеризується волокнистим матовим зломом без блиску, крихке – кристалічним блискучим зломом. Проміжні (напівкрихі) зломи – частково волокнисті і частково кристалічні.

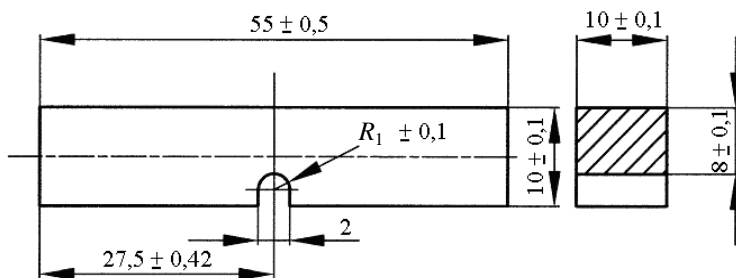


Рис. 3.44. Стандартний зразок

Крім ударних випробувань на згинання існують і інші види випробувань. Найпростішим видом ударних випробувань є визначення опору удару зразка, розташованого на ковадлі, під дією баби, що падає з заданої висоти. Кількість ударів баби, яку має витримувати зразок без руйнування, установлюється технічними вимогами. У деяких випадках зразок випробовується до руйнування визначеною кількістю необхідних для цього ударів.

Найчастіше таким випробуванням піддають камені. У цьому разі випробовується звичайно три зразки циліндричної форми, висотою і діаметром 2,5 см. Можуть використовуватися і кубічні зразки. Зразок установлюють на ковадло вертикального копра і на нього опускають бабу вагою 5, 12 або 50 Н з висоти 1 см, потім 2 см і так доти, доки зразок не зруйнується.

Ударну в'язкість визначають за допомогою маятничового копра (рис. 3.45), що складається з чавунної станини 1, у верхній частині якої підвішений на сталевому стержні 2 важкий диск 3. У вирізі диска закріплений бойок, виготовлений із загартованої сталі.

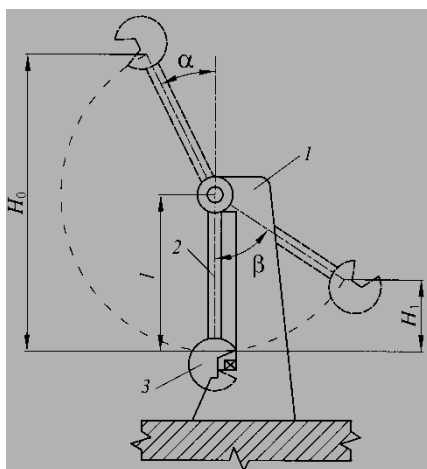


Рис. 3.45. Схема маятничового копра

Зразок (рис. 3.46) поміщають на дві сталеві опори так, щоб бойок диска був проти надрізу зразка.

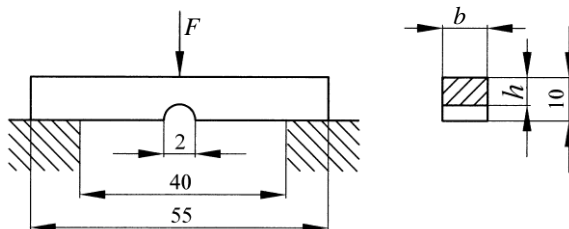


Рис. 3.46. Зразок для випробовування на ударну в'язкість

Після цього диск піднімають на висоту H_0 . У такому положенні маятник має запас потенційної енергії:

$$U_0 = QH_0 = Ql(1 + \cos \alpha),$$

де Q – вага маятника; l – відстань від осі підвісу до центру ваги маятника.

Після звільнення маятник вільно падає і, зустрічаючи на своєму шляху зразок, руйнує його, витрачаючи на це частину енергії. Потім, пролітаючи далі, він піднімається на висоту H_1 , на що витрачає іншу частину енергії:

$$U_1 = QH_1 = Ql(1 - \cos \beta).$$

Різниця енергій, якими володів маятник до удару і після удару, дає величину роботи, витраченої маятником на своєму шляху на руйнування зразка:

$$U = U_0 - U_1 = Q(H_0 - H_1).$$

Кути α і β визначаються за допомогою прикріпленого до станини транспортира і двох стрілок. Одна з них жорстко зв'язана зі стержнем маятника і призначена для визначення кута α . Інша стрілка посаджена на нерухомому вісь маятника з малим тертям і перед початком випробування напрямлена вертикально вниз.

Маятник після удару під час руху нагору веде цю стрілку і залишає її в положенні, що відповідає куту β .

Перед випробуванням на удар маятник піднімають до такого положення, щоб його запас потенційної енергії U_0 дорівнював величині, постійній для даного копра, наприклад, 300 Н·м. Тоді робота, витрачена на руйнування зразка, залежатиме тільки від висоти підняття диска після удару, тобто від кута β . Тому для кожного копра можна скласти таблицю значень роботи, витраченої на руйнування зразка залежно від кута β , і по-слуговуватися нею у випробуваннях на удар. Ударну в'язкість матеріалу зразка визначають за формулою (3.15).

3.13. Вивчення пружних коливань механічних систем

Для конструкцій літальних апаратів питання коливань мають велике значення, оскільки в процесі експлуатації багато елементів конструкцій, що визначають безпеку польотів, піддаються дії циклічних навантажень. Основними причинами коливань (вібрацій) є аеродинамічні сили, що мають стохастичний характер, неврівноваженість рухомих частин двигунів і повітряних гвинтів, акустичні навантаження, нерівності аеродромів і т.п. Розглянемо механічні коливання системи з одним ступенем вільності. Коливання, що відбуваються тільки під дією сил пружності самої системи, називають вільними, або власними. Класичним прикладом вільних коливань пружної системи з одним ступенем вільності є коливання вантажу, підвішеного на пружині, реакція якої F_z , або коливання балки після дії на неї ударного навантаження (рис. 3.46, а, б).

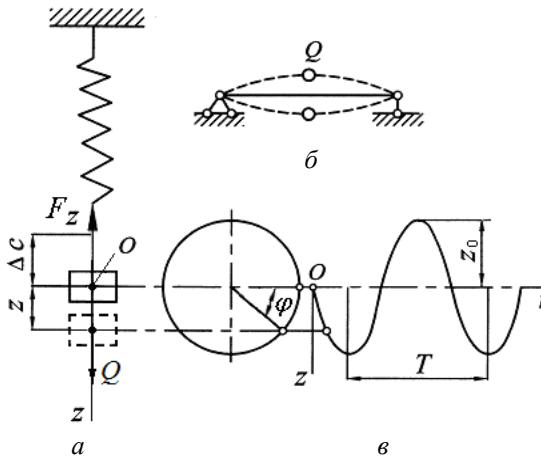


Рис. 3.46. Коливання системи з одним ступенем вільності:
а — вантаж на пружині; б — балка на двох опорах; в — запис коливань

Якщо не враховувати опір навколишнього середовища, то рух матеріальної точки масою m являє собою гармонійні коливання відносно точки O з постійною амплітудою z_0 та круговою частотою ω (рис. 3.46, в), рівняння якого записується як

$$z = z_0 \sin(\omega t + \varphi) + \Delta_c, \quad (3.16)$$

де φ – фазовий кут у момент часу $t=0$; Δ_c – статичне переміщення матеріальної точки під дією її ваги $Q = mg$; g – прискорення вільного падіння.

Для системи, зображеної на рис. 3.46, а,

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta_c}}, \quad (3.17)$$

період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}, \quad (3.18)$$

де f — частота коливань, Гц.

У дійсності завжди існують зовнішні сили, спрямовані проти руху, які називаються силами демпфірування і спричиняють поступове згасання коливань. Якщо сила демпфірування R пропорційна лінійній швидкості руху тіла, тобто

$$R = r \frac{dz}{dt},$$

де r – коефіцієнт пропорційності, то таке демпфірування називається лінійним. Тоді рух матеріальної точки описується рівнянням

$$z = z_0 e^{-nt} \sin(\omega_1 t + \varphi), \quad (3.19)$$

де $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$, $n = \delta/T$ – коефіцієнт згасання коливань;
 $\delta = \ln(z/z_1)$ – натуральний логарифм відношення двох послідовних амплітуд, який у лінійній системі є постійним (рис. 3.47).

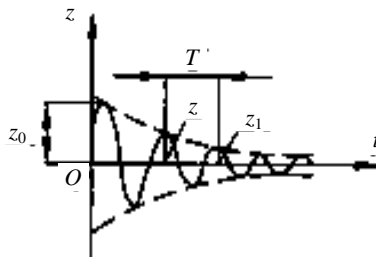


Рис. 3.47. Коливання, що згасають

Для системи, зображеної на рис. 3.46, a , $n = rg/2Q = r/2m$.

Якщо коливання відбуваються під впливом періодичної зовнішньої збуджувальної сили (рис. 3.48), то вони називаються вимушеними. Такі коливання, на відміну від власних, є незгасаючими, і якщо збуджувальна сила змінюється за гармонійним законом з частотою θ , то загальне рівняння руху точки має вигляд:

$$z = z_0 e^{-nt} \sin(\omega_1 t + \varphi) + K_d \Delta_c^F \sin(\theta t - \psi), \quad (3.20)$$

$$K_d = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\theta}{\omega_1}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{n}{\omega_1}\right)^2 \left(\frac{\theta}{\omega_1}\right)^2}}, \quad (3.21)$$

де K_d – динамічний коефіцієнт; Δ_c^F – статичне переміщення вантажу, викликане силою F (амплітудою збуджувальної сили); ψ – кут зсуву фаз.

Як видно, рівняння (3.20) є сумою двох гармонійних коливань. Якщо демпфірування і збуджувальної сили немає ($n=0$ і $F=0$), то в першому члені правої частини $e^{-0t}=1$, а другий член стає рівним нулю внаслідок $\Delta_c^F=0$. Тоді рівняння (3.20) перетворюється на (3.16). За різних відношень $\frac{\theta}{\omega_1}$ та $\frac{n}{\omega_1}$ динамічний коефіцієнт змінюється, як показано на рис. 3.49.

У разі вимушених коливань без демпфірування ($n=0$) відбувається одночасно два незалежних коливання з частотами $\omega_1=\omega$ і θ та амплітудами z_0 і $K_d\Delta_c^F$, причому правий член під коренем у виразі для K_d дорівнює нулю. Тут цікавим є випадок, коли $\theta \rightarrow \omega$, тобто коли частота збуджувальної сили наближається до частоти вільних коливань. Тоді $\frac{\theta}{\omega_1} \rightarrow 1$, вираз під коренем наближається до нуля, а $K_d \rightarrow \infty$, і, отже, амплітуда вимушених коливань зростає необмежено. Це явище має назву *резонанс*. Резонанс є небезпечним, оскільки навіть за малої збуджувальної сили амплітуди (і напруження) у конструкції можуть досягати дуже великих значень і призводити до її руйнування. Як видно з рис. 3.49, для зниження динамічних напружень вигідніше знижувати частоту власних коливань (жорсткість) конструкції, оскільки навіть для $\theta > 1,4 \omega$ динамічний коефіцієнт стає меншим від одиниці, що не має місця ніде в лівій частині графіка, де $\theta < \omega$.

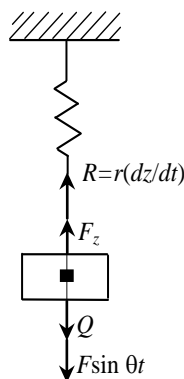


Рис. 3.48. Схема вимушених коливань

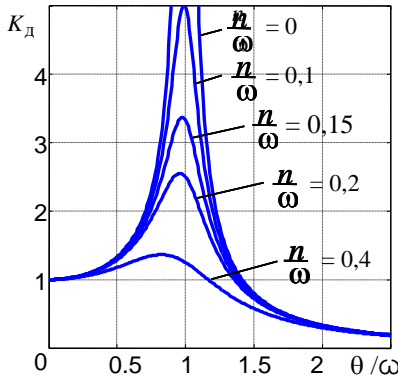


Рис. 3.49. Залежність динамічного коефіцієнта K_d від відношення частот θ/ω

Експериментальна установка (рис. 3.50) являє собою сталеву балку 3 прямокутного перерізу, затиснену одним кінцем. На вільному кінці балки укріплений електродвигун постійного струму 2 з насадженим на його вал неврівноваженим вантажем 11 та зосереджений вантаж 1. Живлення електродвигуна здійснюється від силового джерела живлення 10, вихідна електрична потужність якого пропорційна сигналу управління у вигляді постійної напруги, виробленої платою аналогового виводу 9, установленою у ЕОМ 6 інформаційно-вимірювальної системи 5.

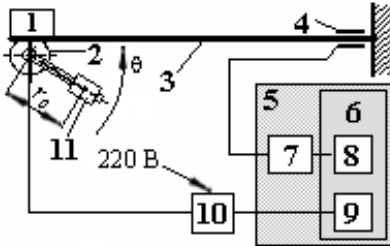


Рис. 3.50. Схема установки

Для реєстрації згинальних коливань балки на неї наклеєні чотири тензорезистори 4, з'єднані за мостовою схемою. Живлення тензомоста та підсилення його вихідного сигналу здійснюється тензопідсилювачем 7, вихідний сигнал якого подається на плату аналогового вводу 8.

Для реєстрації згинальних коливань балки на неї наклеєні чотири тензорезистори 4, з'єднані за мостовою схемою. Живлення тензомоста та підсилення його вихідного сигналу здійснюється тензопідсилювачем 7, вихідний сигнал якого подається на плату аналогового вводу 8.

Під час обертання двигуна неврівноважений вантаж створює відцентрову силу

$$F = m \theta^2 r_0,$$

де m – маса незбалансованого вантажу на валу електродвигуна;

θ – кутова швидкість обертання ротора двигуна; r_0 – відстань від осі обертання до центру мас вантажу.

Напрямок цієї сили безперервно змінюється, отже, змінюється її вертикальна складова, яка викликає згинальні коливання балки у вертикальній площині.

Горизонтальна складова відцентрової сили викликає напруження розтягання–стискання у балці, однак вони є малими проти згинальних і ними можна знехтувати. Збуджувальну силу згинальних коливань, яка дорівнює вертикальній складовій відцентрової сили, визначають за формулою

$$F \sin \theta t = m \theta^2 r_0 \sin \theta t .$$

Кутова швидкість обертання вантажу θ є круговою частотою зміни збуджувальної сили. Зміна частоти обертання електродвигуна є зміною кругової частоти і амплітуди збуджувальної сили θ . Запис і візуалізація коливань реалізовані в інформаційно-вимірювальній системі таким способом. Протягом однієї секунди виконується 8000 вимірювань вихідного сигналу тензомоста з реєстрацією часу початку кожного вимірювання.

Від вимірних миттєвих значень напруги віднімається значення *початкового сигналу*, виміряного у статичних умовах. Згідно з одержаною калібруванням функцією перетворення вимірювального каналу обчислюються миттєві значення відхилень балки від положення рівноваги, які вважаються результатами вимірювання прогину балки.

3.14. Експериментальне визначення пружних характеристик композиційного матеріалу під час розтягання

Одним зі шляхів підвищення ефективності авіаційної техніки є застосування матеріалів, що володіють великий питомою міцністю. До таких матеріалів належать так звані композиційні матеріали (композити). Міцність реальних матеріалів значно нижче від теоретичної міцності, тому що в них завжди містяться дефекти (дислокації, тріщини, раковини, включення та ін.). Однак міцність об'єктів, що мають тонкий поперечний переріз (дротів, волокон, ниткоподібних кристалів – “вусів”), наближається до теоретичної міцності.

Композиційні матеріали являють собою систему високоміцних волокон з різних органічних і неорганічних матеріалів (скла, бору, графіту, окису алюмінію тощо), з'єднаних в один пакет за допомогою зв'язуючого матеріалу (найчастіше полімерного), що називається матрицею. Вирізняють однонаправлені композити, в яких усі армувальні волокна розташовані паралельно, і неоднаправлені (багатонаправлені). В авіабудуванні останніми роками широко застосовуються композиційні матеріали на основі вуглецевих волокон – вуглепластики. Вони володіють підвищеною питомою міцністю порівняно з традиційними алюмінієвими сплавами і відносною нечутливістю до шкідливого впливу вологості і наявності мастил. Разом з тим під час випробувань спостерігається великий розкид механічних характеристик вуглепластиків, що пов'язано з недостатнім рівнем технологічних процесів виготовлення композитів.

Велика частина досліджень композиційних матеріалів стосується волокнистих композитів, серед яких вирізняють два головних типи: композити з безперервними волокнами і композити з короткими (розірваними) волокнами. У композитах з безперервними волокнами довгі волокна можуть бути розташовані або суворо паралельно одне одному, або сплетені в тканину, просочену полімерним зв'язуючим. Оскільки в про-

цесі сплетіння можливі пошкодження волокон, і композит виходить більш низької якості, основну увагу приділяють однонапрямленим волокнистим композитам.

Однонапрямлені волокнисті матеріали мають виняткову жорсткість і міцність у напрямку волокон, однак у поперечному напрямку ці характеристики значно гірше. Високими механічними властивостями володіють лінійно-армовані шари, в яких усі волокна однаково орієнтовані. Використовуючи ці шари, одержують так звані шаруваті композити.

Оскільки волокнисті композити застосовуються найбільш широко, варто зупинитися на них докладніше. Найчастіше вживаються скляні, борні (з вольфрамисловою серцевиною) і вуглецеві (графітові) волокна. Скляні волокна звичайно мають круговий поперечний переріз.

Поперечні перерізи борних волокон – теж кругові, але з нерівними краями (як у кукурудзяного кочану). Графітові волокна можуть мати поперечні перерізи або кругової, або вкрай нерегулярної форми залежно від способу їх виготовлення.

Як матриця використовуються і полімери, і метали. З полі-мерних смол застосовуються епоксидні й поліамідні групи, а з металів – алюміній і нікель. Вибір матриці залежить від застосування композиту. Наприклад, волокнисті композити на основі епоксидної смоли добре працюють за низьких температур, а композити з металевою матрицею – за високих температур.

Механічні характеристики композиційних матеріалів значною мірою залежать від напрямку дії навантаження і типу деформації. Це пояснюється тим, що волокна сприймають тільки навантаження розтягання, а міцність під час зсуву, стискання і навантаження в напрямках, відмінних від напрямку армувальних волокон, визначається механічними властивостями матриці.

Так, вирізняють границю міцності, модуль пружності першого роду, коефіцієнт Пуассона для розтягання (σ_b , E , μ) і

аналогічні величини для стискання (σ_b^c , E^c , μ^c). Модуль пружності і коефіцієнт Пуассона полімерних композиційних матеріалів, у тому числі армованих вуглецевими волокнами, під час випробувань плоских зразків на розтягання визначають відповідно до ГОСТ 25.601-80.

Модуль пружності під час розтягання знаходять за формулами

$$E = \frac{\Delta F}{A} \frac{l}{\Delta l} = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon_{II}},$$

де ΔF – приріст навантаження; A – площа поперечного перерізу;

l – розрахункова довжина зразка; $\Delta \epsilon_{II} = \frac{\Delta l}{l}$ – зміна відносної поздовжньої деформації.

Коефіцієнт Пуассона обчислюють за формулою

$$\mu = \frac{|\Delta \epsilon_I|}{\Delta \epsilon_{II}},$$

де $\Delta \epsilon_I$ — зміна поперечної відносної деформації.

Випробування проводять на розривних випробувальних машинах, наприклад на машині Р-5. Для випробувань застосовують зразки у вигляді стрічки прямокутного перерізу з закріпленими на кінцях накладками (рис. 3.51).

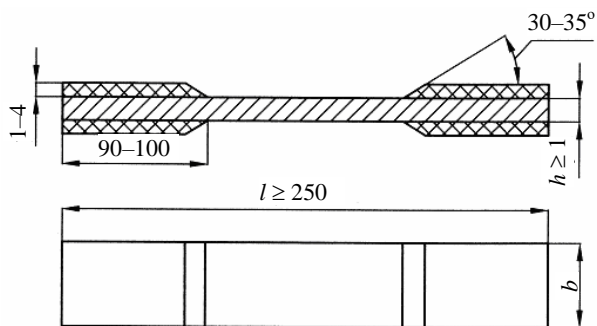


Рис. 3.51. Зразок для випробування

Зразок рівномірно навантажують у межах початкової лінійної ділянки діаграми деформування. Для вимірювання деформацій посередині зразка наклеюють тензорезистори з двох його боків у поздовжньому 1–2 і поперечному 3–4 напрямках (рис. 3.52).

Як реєструвальну апаратуру використовують вимірник деформацій цифровий ИДЦ-1 чи вимірник статичних деформацій ИСД-3.

У разі використання вимірника деформацій ИДЦ-1 величина деформації ε за коефіцієнта тензочутливості $K_T = 2$ збігається з величиною, вимірюваною приладом ε_n :

$$\varepsilon = \varepsilon_n.$$

За коефіцієнта тензочутливості, що не дорівнює 2, величину деформації визначають за формулою

$$\varepsilon = \frac{2}{K_T} \varepsilon_n,$$

де ε – дійсна відносна деформація; ε_n – відносна деформація, вимірювана приладом.

Перш ніж узятися до випробувань, слід визначити максимальне навантаження, що відповідає границі міцності зразка:

$$F_{\max} = \sigma_B A.$$

На початку досліду зразок навантажується силою

$$F_0 = (0,1 \div 0,2)F_{\max},$$

потім навантаження зменшується до

$$F_H = (0,02 \div 0,05)F_{\max}.$$

Цей стан береться за вихідний. Далі зразок піддається триразовому навантаженню – розвантаженню до рівня

$$F_K = (0,15 \div 0,4)F_{\max},$$

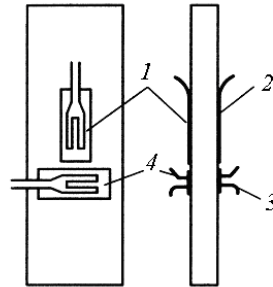


Рис. 3.52. Схема наклеювання тензодатчиків

і за кожним навантаженням фіксуються показання вимірника деформацій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основний

1. *Адлер Ю.П.* Планирование эксперимента / Ю. П. Адлер. – М.: Знание, 1978. – 72 с.
2. *Астанін В.В.* Основи розрахунків на міцність: навч. посібник / В.В. Астанін. – Х.: Регіон-інформ: ХФВ “Транспорт України”, 2001. – 210 с.
3. *Білуха М.Т.* Основи наукових досліджень / М. Т. Білуха. – К.: Вища шк., 1997. – 271 с.
4. *Лудченко А.А.* Основы научных исследований: учебн. пособ. / А. А. Лудченко, Я. А. Лудченко, Т. А. Примак. – К.: Знання, 2000. – 114 с.

Додатковий

5. *Бородачов М.М.* Опір матеріалів: навч. посібник / М.М. Бородачов, М.І. Савченко. – К.: НАУ, 2003. – 424 с.
6. *Линевег Ф.* Измерение температуры в технике: справочник. Пер. с нем. / Ф. Линевег. – М.: Металлургия, 1980. – 544 с.
7. *Монтгомери Д.К.* Планирование эксперимента и анализ данных. Пер. с англ. / Д.К. Монтгомери. – Л.: Судосроение, 1980. – 284 с.
8. *Писаренко Г.С.* Опір матеріалів: підручник / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Є.С.Уманський; За ред. Г.С. Писаренко. – К.: Вища школа, 2004. – 655 с.
9. *Сопротивление* материалов деформированию и разрушению: справ. пособие / В.Т. Трощенко, А.Я. Красовский, В.В. Покровский и др. В 2 ч. – К.: Наукова думка. – Ч. 1. – 1993. – 286 с.; Ч. 2. – 1994. – 701 с.
10. *Трощенко В.Т.* Механическое поведение материалов при различных видах нагружения / В.Т. Трощенко, А.А. Лебедев, В.А. Стрижало. – К.: Логос, 2000. – 571 с.

Навчальне видання

АСТАНІН В'ячеслав Валентинович
ЗАЙОНЧКОВСЬКИЙ Геннадій Йосипович
СОЛОХА Василь Васильович

ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ВИПРОБУВАННЯ
МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Навчальний посібник

Редактор

Технічний редактор А.І. Лавринович

Підп. до друку . Формат 60x84/16. Папір офс.
Офс. друк. Ум.фарбовідб. . Ум.друк.арк. . Обл.-вид.арк.
Тираж 100 пр. Замовлення . Вид. .

Видавництво НАУ.
03680. Київ-680, проспект Космонавта Комарова, 1.

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру ДК № 977 від 05.07.2002.

