Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторних робіт з дисципліни
«Цифрова обробка сигналів та зображень, сигнальні процесори»
для студентів спеціальності
172 «Електронні комунікації та радіотехніка»
(G5 «Електроніка, електронні комунікації,
приладобудування та радіотехніка»)
усіх форм навчання

Дослідження процесів передавання сигналів у цифровому каналі зв'язку з використанням BPSK

2026

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Цифрова обробка сигналів та зображень, сигнальні процесори» для студентів спеціальності 172 «Електронні комунікації та радіотехніка» (G5 «Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка») усіх форм навчання. Дослідження процесів передавання сигналів у цифровому каналі зв'язку з використанням BPSK / Укл. М.П. Чорнобородов, А.В. Тіменко, Є.І. Колеснікова. Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2026. – 13 с.

Укладачі: М.П. ЧОРНОБОРОДОВ, к.т.н., доцент
А.В. ТІМЕНКО, ст. викладач
Є.І. КОЛЕСНІКОВА, зав. навч. лабораторії

Рецензент: С.С. САМОЙЛИК, к.ф-м.н., доцент

Відповідальний за випуск: А.В. ТІМЕНКО, ст. викладач

Затверджено
на засіданні кафедри РТТ
Протокол № 2 від 01.09.2026 р.

Затверджено
на засіданні НМК факультету ФІБЕК
Протокол № 2 від 25.09.2026 р.

ЗМІСТ

С.
Лабораторна робота № 4. Дослідження процесів передавання сигналів у цифровому каналі зв’язку з використанням BPSK 4
1 Теоретичні відомості 4
1.1 Загальні принципи BPSK 4
1.2 Векторне подання та сигнальне сузір'я 5
1.3 Модель каналу з АБГШ (AWGN) 5
1.4 Ймовірність бітової помилки (BER) 6
2 Порядок виконання роботи 7
3 Лістинг базового коду (MatLab) 8
4 Завдання для самостійної роботи 10
5 Вимоги до звіту 11
6 Контрольні запитання для захисту 12
Перелік джерел посилань 13

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4
ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕДАВАННЯ СИГНАЛІВ У ЦИФРОВОМУ КАНАЛІ ЗВ'ЯЗКУ З ВИКОРИСТАННЯМ BPSK

1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Мета: вивчити принципи двійкової фазової маніпуляції (BPSK), дослідити завадостійкість цифрової системи зв'язку в каналі з адитивним білим гаусовим шумом (АБГШ) та побудувати криві ймовірності помилки (BER) у середовищі MATLAB.

1.1 Загальні принципи BPSK

Двійкова фазова маніпуляція (BPSK – Binary Phase Shift Keying) є базовим і найбільш стійким до завад видом цифрової модуляції [3]. Суть BPSK полягає в тому, що для передавання двійкових символів (бітів «0» та «1») використовується зміна початкової фази гармонічного несучого коливання на 180° (π радіан), тоді як амплітуда та частота залишаються незмінними.

Математично сигнал BPSK у часовій області можна записати як:

$$s_i(t) = A \cdot cos\,(2\pi f_c t + \phi_i), i \in \{0,1\}, 0 \le t \le T_b,$$

де A – амплітуда несучого коливання;

f_c – частота несучого коливання;

T_b – тривалість одного біта;

ϕ_i – початкова фаза. Для передачі логічного «0» $\phi_0 = 0$, для логічної «1» $\phi_1 = \pi$.

З урахуванням того, що $cos\,(2\pi f_c t + \pi) = -\,cos\,(2\pi f_c t)$, сигнал BPSK можна подати як множення опорного коливання на біполярну інформаційну послідовність $m(t) \in \{+1, -1\}$:

$$s(t) = m(t) \cdot A \cdot cos\,(2\pi f_c t).$$

1.2 Векторне подання та сигнальне сузір'я

Для аналізу цифрових методів модуляції зручно використовувати простір сигналів (сигнальне сузір'я) [3]. Енергія одного біта E_b визначається як інтеграл від квадрата напруги сигналу за час T_b:

$$E_b = \int_0^{T_b} s^2(t)dt = \frac{A^2 T_b}{2}.$$

У базисі з однією ортонормованою функцією два можливі сигнали BPSK зображуються як дві точки на дійсній осі простору сигналів [1]:

– символ «1» ($m(t) = +1$): точка з координатою $+\sqrt{E_b}$;

– символ «0» ($m(t) = -1$): точка з координатою $-\sqrt{E_b}$.

Відстань між цими двома точками становить $d = 2\sqrt{E_b}$. Оскільки це максимально можлива відстань для заданої середньої енергії сигналу, BPSK забезпечує найвищу завадостійкість серед усіх методів M-PSK.

1.3 Модель каналу з АБГШ (AWGN)

При поширенні в каналі зв'язку сигнал спотворюється шумом. Найбільш поширеною і фундаментальною моделлю є канал з адитивним білим гаусовим шумом:

– адитивність: шум просто додається до корисного сигналу $r(t) = s(t) + n(t)$.

– білий: спектральна щільність потужності шуму ($N_0/2$) є рівномірною на всіх частотах;

– гаусовий: миттєві значення амплітуди шуму розподілені за нормальним законом ймовірності з нульовим математичним сподіванням.

Правило вирішення (hard decision) для BPSK просте: якщо інтегральне значення прийнятого сигналу більше за нульовий поріг, фіксується прийняття «1», якщо менше – «0».

1.4 Ймовірність бітової помилки (BER)

Теоретична ймовірність бітової помилки (P_b) для BPSK в каналі AWGN повністю визначається відношенням енергії біта до спектральної щільності потужності шуму (E_b/N_0) [5]. Формула для розрахунку має вигляд:

$$P_b = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right),$$

де $erfc(x)$ – додаткова функція помилок.

2 ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Згенерувати випадкову послідовність інформаційних бітів (нулів та одиниць).

2. Виконати модуляцію BPSK: перетворити логічні значення на символи ($0 \rightarrow -1$, $1 \rightarrow +1$).

3. Пропустити змодельований сигнал через канал АБГШ для різних значень відношення сигнал/шум (E_b/N_0).

4. Виконати демодуляцію (жорстке рішення): якщо прийняте значення > 0, це логічна 1, інакше – 0.

5. Розрахувати коефіцієнт бітових помилок (BER) шляхом порівняння прийнятої послідовності з вихідною [1].

6. Побудувати графіки: теоретичної та практичної залежності BER від E_b/N_0, а також сигнальне сузір'я.

3 ЛІСТИНГ БАЗОВОГО КОДУ (MATLAB)

Створіть новий скрипт (.m файл) у MATLAB, виконайте наведений нижче код та проаналізуйте отримані результати.

```
% Дослідження BPSK у каналі AWGN
clc; clear; close all;

%% 1. Ініціалізація параметрів
N = 10^5;                  % Кількість інформаційних біт
EbN0_dB = 0:2:10;     % Діапазон відношення сигнал/шум (Eb/N0) у дБ
EbN0_lin = 10.^(EbN0_dB/10); % Переведення дБ у лінійний масштаб
BER_sim = zeros(1, length(EbN0_dB));

%% 2. Генерація інформаційного повідомлення
data = randi([0 1], 1, N);

%% 3. Модуляція BPSK
tx_signal = 2 * data - 1;

%% 4. Моделювання каналу зв'язку та демодуляція
for i = 1:length(EbN0_dB)
    % Додавання АБГШ
    rx_signal = awgn(tx_signal, EbN0_dB(i), 'measured');

    % Демодуляція BPSK
    rx_data = rx_signal > 0;

    % Обчислення BER
    [~, BER_sim(i)] = biterr(data, rx_data);
end

%% 5. Теоретичний розрахунок BER
BER_theory = 0.5 * erfc(sqrt(EbN0_lin));

%% 6. Візуалізація результатів
figure;
semilogy(EbN0_dB, BER_theory, 'b-', 'LineWidth', 2); hold on;
```

```
semilogy(EbN0_dB, BER_sim, 'ro', 'MarkerSize', 8, 'LineWidth', 1.5);
grid on; xlabel('E_b/N_0 (дБ)'); ylabel('BER');
title('Завадостійкість' BPSK у каналі з АБГШ');
legend('Теоретична крива', 'Результати симуляції');

% Сигнальне сузір'я для Eb/N0 = 5 дБ
rx_signal_const = awgn(tx_signal, 5, 'measured');
figure;
scatter(real(rx_signal_const), imag(rx_signal_const), 'b.'); hold on;
scatter([-1 1], [0 0], 'r*', 'LineWidth', 2);
grid on; xlabel('Синфазна складова (In-Phase)'); ylabel('Квадратурна
складова (Quadrature)');
title('Сигнальне сузір"я BPSK (E_b/N_0 = 5 дБ)');
legend('Прийняті символи із шумом', 'Ідеальні символи');
```

4 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

На основі базового скрипта виконайте наступні модифікації коду. Результати додайте до звіту.

Завдання 1. Перехід до багатопозиційної модуляції (QPSK)

Модифікуйте код для моделювання QPSK. Побудуйте на одному графіку дві криві завадостійкості (BER від E_b/N_0) — для BPSK та QPSK. Зробіть висновок щодо їхньої енергетичної ефективності. Відобразіть сигнальне сузір'я QPSK при $E_b/N_0 = 8$ дБ. *(Вказівка: врахуйте співвідношення між енергією символу E_s та енергією біта E_b при додаванні шуму).*

Завдання 2. Дослідження каналу з релеївськими завмираннями (Rayleigh Fading)

Додайте до моделі канал з релеївськими завмираннями (наприклад, використавши генерацію комплексного гаусівського процесу або функцію rayleighchan). Побудуйте криву BER для каналу Релея. Порівняйте її з кривою для каналу АБГШ та поясніть причини погіршення завадостійкості.

Завдання 3. Вплив формувальних фільтрів (Pulse Shaping)

Додайте до передавача формувальний фільтр «піднятий косинус» (Root Raised Cosine) за допомогою функції rcosdesign. Побудуйте очкову діаграму (Eye Diagram) за допомогою eyediagram для сигналу до та після додавання шуму. Оцініть міжсимвольну інтерференцію (ISI).

Завдання 4. Введення завадостійкого кодування (FEC)

Застосуйте блокове кодування Геммінга (7,4) до модуляції та декодування після демодуляції. Побудуйте графіки BER для кодованої та некодованої BPSK на одному рисунку. Визначте енергетичний виграш від кодування (Coding Gain) у дБ на рівні помилки 10^{-4}.

Завдання 5. Спектральний аналіз сигналу BPSK

Використайте функцію pwelch для побудови графіка спектральної щільності потужності (PSD) згенерованого BPSK-сигналу. Визначте ширину смуги частот, що займає сигнал. Поясніть, чому спектр базового BPSK-сигналу є нескінченно широким.

5 ВИМОГИ ДО ЗВІТУ

Мета роботи та короткі теоретичні відомості.

Лістинг програми (базової та для завдань самостійної роботи) з коментарями.

Отримані графіки (BER для BPSK/QPSK, канал Релея, очкова діаграма, вплив FEC, спектр).

Висновки щодо збігу теоретичних розрахунків та результатів моделювання.

6 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ДЛЯ ЗАХИСТУ

1. Що таке двійкова фазова маніпуляція (BPSK) і як формується її сигнальне сузір'я?

2. Поясніть фізичний зміст відношення E_b/N_0. Чим воно відрізняється від класичного відношення сигнал/шум (SNR)?

3. Чому на графіку завадостійкості використовується логарифмічна шкала (вісь Y) для BER?

4. Яке правило вирішення (decision rule) використовується в приймачі для демодуляції BPSK сигналу?

5. Як зміниться вигляд сигнального сузір'я, якщо рівень шуму в каналі збільшиться?

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Proakis, J. G., & Salehi, M. *Digital Communications* (5th ed.). McGraw-Hill Education. 2007 p.

2. Sklar, B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications* (2nd ed.). Prentice Hall. 2001 p.

3. Поповський, В. В. (Ред.). *Телекомунікаційні системи передавання інформації*. Харків: ХНУРЕ. 2014 р.

4. Офіційна документація MathWorks : Communications Toolbox. Опис функцій awgn, biterr.

5. Стеклов, В. К., & Беркман, Л. Н. *Телекомунікаційні мережі*. Київ : Техніка. 2006 р.