

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних занять з дисципліни
“ФІЗИКА ЕЛЕКТРОННИХ ПРОЦЕСІВ”
для студентів спеціальності 6.050801
„Мікро- та наноелектроніка”
денної і заочної форм навчання

2012

Методичні вказівки до лабораторних занять з дисципліни “Фізика електронних процесів” для студентів спеціальності 6.050801 “Мікро- та наноелектроніка” денної і заочної форм навчання /Укл.: В.М.Матюшин, Є.Л.Жавжаров, Н.М.Нагорна, В.О.Шаровський. - Запоріжжя: ЗНТУ, 2012.- 58 с.

Укладачі: В.М.Матюшин, проф., д-р фіз.-мат. наук
Є.Л.Жавжаров, доц., канд. фіз.-мат. наук
Н.М. Нагорна, ст. виклад.
В.О.Шаровський, асист.

Рецензент: О.В Томашевський, доц., канд. техн. наук
Відповідальний за випуск: Г.В.Сніжної, доц., канд. фіз.-мат. наук

Затверджено
на засіданні кафедри
“Мікро- та наноелектроніка”
Протокол №9
від 15 червня 2012 р.

ЗМІСТ

1 Лабораторна робота №1 „Дослідження взаємодії електронної хвилі з потенціальними бар’єрами”	4
1.1 Теоретичні відомості	4
1.2 Застосування рівняння Шрьодінгера	7
1.3 Завдання	14
1.4 Рекомендована література	15
2 Лабораторна робота №2 „Вивчення тунельного ефекту”	16
2.1 Теоретичні відомості	16
2.2 Завдання	24
2.3 Порядок виконання роботи	24
2.4 Контрольні запитання	25
2.5 Рекомендована література	25
3 Лабораторна робота №3 “Дослідження розсіювання носіїв заряду в кристалах напівпровідників і металів”	26
3.1 Теоретичні відомості	26
3.2 Завдання	35
3.3 Рекомендована література	35
4 Лабораторна робота №2 „Залежність електропровідності напівпровідника від напруженості електричного поля”	36
4.1 Теоретичні відомості	36
4.2 Схема для дослідження	48
4.3 Завдання	49
4.4 Контрольні запитання	49
4.5 Рекомендована література	50
5 Лабораторна робота №5 „Вивчення електронних процесів у газах”	50
5.1 Електронні процеси в газофазній плазмі	50
5.2 Установка для отримання водневої плазми	55
5.3 Завдання	56

1 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1 „ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕКТРОННОЇ ХВИЛІ З ПОТЕНЦІАЛЬНИМИ БАР'ЄРАМИ”

1.1 Теоретичні відомості

1.1.1 Хвильове рівняння Шрьодінгера

Оскільки електрон у квантово-механічному уявленні представляє собою хвилю, розглянемо його взаємодію з потенціальними бар'єрами як взаємодію хвилі з такими бар'єрами.

Якісна своєрідність електронів, яка різко відрізняє їх від частинок класичної фізики, потребує і якісно нового підходу до опису їхнього руху порівняно з методами класичної механіки. З наявності в електронів хвильових властивостей випливає, що закон їхнього руху має визначатися законом поширення хвиль де Бройля, пов'язаних із цими частинками. Оскільки поширення будь-якого хвильового процесу описується *хвильовим рівнянням*, то варто очікувати, що й рух електронів має описуватися хвильовим рівнянням. Таке рівняння було знайдено вперше Шрьодінгером і носить його ім'я. Для електрона, який рухається в силовому полі й має *потенціальну енергію* $U(x, y, z, t)$, рівняння Шрьодінгера має такий вигляд:

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - U(x, y, z, t) \psi. \quad (1.1)$$

Функцію $\psi(x, y, z, t)$, яка є розв'язком цього рівняння, називають *хвильовою функцією*. Безпосередньою підстановкою можна переконатися, що рівняння Шрьодінгера (1.1) задовольняється *тільки комплексними* хвильовими функціями $\psi(x, y, z, t)$. Тому фізичний сенс має не сама функція ψ , а добуток ψ на функцію ψ^* , комплексно сполучену з ψ . Цей добуток дійсний і пропорційний *імовірності* того, що в момент

часу t електрон перебуває у виділеному елементі об'єму dV . Позначимо цю ймовірність через $\omega(x, y, z, t)dV$. Тоді

$$\omega(x, y, z, t)dV = \psi(x, y, z, t)\psi^*(x, y, z, t)dV. \quad (1.2)$$

Відповідно до такого сенсу хвильової функції вона має бути *безперервною* й мати безперервну першу похідну, *однозначну* і *кінцеву* у всіх точках простору, оскільки можливість перебування електрона в тому або іншому елементі об'єму не може бути величиною неоднозначною, нескінченною або стрибкоподібно мінливою від точки до точки.

Інтеграл $\int_V \omega dV = 1$, узятий по всьому простору, дорівнює одиниці, оскільки він виражає достовірний факт, що електрон перебуває десь у цьому просторі. Тому

$$\int_V \psi\psi^* dV = 1. \quad (1.3)$$

Умову (1.3) називають *умовою нормування*, а хвильові функції, які задовольняють цій умові, називають *нормованими*.

Рівняння Шрьодінгера (1.1) відіграє в квантовій механіці таку ж роль, яку відіграє другий закон Ньютона в класичній механіці. Тому це рівняння можна назвати *рівнянням руху електрона*.

Задати закон руху електрона - означає задати хвильову функцію ψ у кожний момент часу й у кожній точці простору.

Потенціальна енергія U , яка входить у рівняння Шрьодінгера (1.1), є в загальному випадку функцією координат і часу. Проте для багатьох практично важливих задач U є функцією тільки координат і не залежить від часу. Для таких задач хвильову функцію $\psi(x, y, z, t)$ можна уявити у вигляді добутку функції $\phi(x, y, z)$ на $\phi(t)$:

$$\psi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) \cdot \phi(t). \quad (1.4)$$

Заради простоти розглянемо рух електрона уздовж осі Ox . Рівняння Шрьодінгера, яке описує цей рух, має вигляд:

$$-i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} - U(x)\psi(x, t). \quad (1.5)$$

Представимо функцію $\psi(x, t)$ у вигляді добутку $\phi(x)$ на $\phi(t)$:

$$\psi(x, t) = \phi(x)\phi(t). \quad (1.6)$$

Підставивши (1.6) у (1.5) і розділивши на $\phi(x)\phi(t)$, одержимо:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\phi(x)} \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - U(x) = -i\hbar \frac{1}{\phi(t)} \frac{d\phi(t)}{dt}. \quad (1.7)$$

Ліва частина цього рівняння є функцією тільки x , а права – тільки t . Вони можуть дорівнювати одна одній лише в тому випадку, якщо кожна з них дорівнює одній і тій самій сталій. Можна показати, що ця стала дорівнює $-E$, де E - повна енергія частинки. Прирівнявши праву і ліву частину до $-E$ і спростивши, одержимо такі два рівняння:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \phi = 0, \quad (1.8)$$

$$\frac{dj}{dt} = -\frac{2\pi i}{h} E j. \quad (1.9)$$

При русі електрона в довільному напрямку рівняння (1.8) буде містити другі похідні від j по двом іншим координатам:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dy^2} + \frac{d^2\phi}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \phi = 0. \quad (1.10)$$

Суму других частинних похідних від будь-якої функції прийнято позначати через Δ і називати оператором Лапласа:

$$\Delta = \frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dy^2} + \frac{d^2\phi}{dz^2}. \quad (1.11)$$

Користуючись оператором Лапласа, рівняння (1.8) можна переписати так

$$\Delta\phi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \phi = 0. \quad (1.12)$$

Функцію $\phi(x, y, z)$, або в окремому випадку $\phi(x)$, яка залежить тільки від координат, називають *амплітудою* хвильової функції $\phi(x, y, z, t)$, а рівняння (1.8), (1.10) і (1.12), розв'язками яких є функція ϕ - амплітудними рівняннями Шрьодінгера. Як буде показано далі, у тих випадках, коли електрон рухається в обмеженій області простору, амплітудне рівняння Шрьодінгера має розв'язок, який задовольняє стандартній умові однозначності, скінченності і безперервності *тільки при строго визначених* значеннях параметра E : $E_1, E_2, \dots, E_n$, які

називають *власними* значеннями енергії електрона, а хвильові функції $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots$, які відповідають цим значенням енергії, називають *власними хвильовими функціями*.

Рівняння (1.9) легко інтегрується, його розв'язком є:

$$\phi_n(t) = e^{-i2\pi \frac{E_n}{h}t} = e^{-i \frac{E_n}{h}t}, \quad (1.13)$$

де E_n - одне із власних значень енергії, а $\phi(t)$ виражає залежність повної хвильової функції $\psi(x, y, z, t)$ від часу. З (1.13) очевидно, що ця залежність є гармонійною з частотою

$$\nu_n = \frac{E_n}{h} \quad \text{або} \quad \omega_n = \frac{E_n}{h}.$$

Отже, якщо потенціальна енергія електрона $U(x, y, z)$ залежить тільки від координат, розв'язки повного рівняння Шрьодінгера можуть бути подані в такому вигляді:

$$\psi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) e^{-i\omega_n t},$$

$$\psi(x, t) = \phi(x) e^{-i\omega_n t}.$$

У цьому випадку можливість виявлення електрона в елементі об'єму dV

$$d\omega = \psi \psi^* dV = \phi \phi^* e^{-i\omega_n t} \cdot e^{i\omega_n t} = \phi \phi^* dV \quad (1.14)$$

не залежить від часу t , і розподіл імовірності в просторі є *стаціонарним*. Стани електрона, які задовольняють цю умову, називають *стаціонарними станами*. Отже, амплітудне рівняння Шрьодінгера описує стаціонарні стани електронів.

1.2 Застосування рівняння Шрьодінгера

1.2.1 Рух вільного електрона. Для цілком вільного електрона, який рухається уздовж осі Ox , $U(x) = 0$, і рівняння Шрьодінгера (1.8) набуває такого вигляду:

$$-i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2}. \quad (1.15)$$

Розв'язком цього рівняння є:

$$\psi(x, t) = \phi(x) e^{-i\omega t}, \quad (1.16)$$

де $\omega = 2\pi\nu$, $\phi(x)$ - хвильова функція, яка задовольняє амплітудне рівняння Шрьодінгера (1.8):

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \phi = 0 \quad (1.17)$$

Оскільки $U = 0$, E є кінетичною енергією електрона:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

Підставивши це в (1.17), одержимо:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \phi = 0. \quad (1.18)$$

Співвідношення $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ називають *хвильовим числом*. Уводячи k в (1.18), матимемо:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + k^2 \phi = 0. \quad (1.19)$$

Окремим розв'язком рівняння (1.19) є

$$\phi_1 = A e^{+ikx} \text{ і } \phi_2 = B e^{-ikx}, \quad (1.20)$$

де A, B – сталі коефіцієнти.

Загальним розв'язком буде

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = A e^{ikx} + B e^{-ikx}. \quad (1.21)$$

Помножуючи обидві частини цього рівняння на $e^{-i\omega t}$, одержимо загальний розв'язок рівняння (1.15):

$$\psi(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)} + B e^{-i(kx - \omega t)}. \quad (1.22)$$

Рівняння (1.21) виражає суперпозицію двох плоских гармонійних хвиль, які біжать і поширюються в протилежних напрямках. Для електрона, який рухається в позитивному напрямку осі X , $B = 0$, і рівнянням, яке описує його рух:

$$\psi(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)}. \quad (1.23)$$

Для електрона, який рухається уздовж негативного напрямку осі X , $A = 0$, і рівнянням, яке описує його рух, є:

$$\psi(x, t) = B e^{-i(kx - \omega t)}. \quad (1.24)$$

Із порівняння (1.19) і (1.17) знаходимо: $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$. Звідси одержуємо

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (1.25)$$

З (1.25) очевидно, що енергія вільного електрона є квадратичною функцією хвильового числа k . Графік цієї функції наведено на рис.1.1. Оскільки на k ніяких обмежень не накладається, вільний електрон може мати *будь-які енергії* - його енергетичний спектр є *суцільним*.

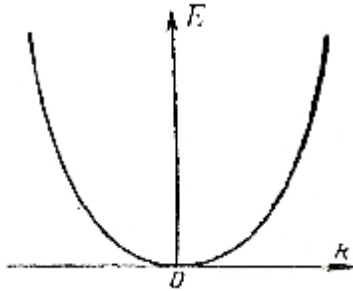


Рисунок 1.1 – Залежність енергії вільного електрона E від хвильового числа k

Імовірність перебування електрона на ділянці Δx осі X дорівнює

$$d\omega = \psi \psi^* dx = AA^* dx,$$

вона пропорційна dx і має однакове значення уздовж усієї траєкторії руху.

1.2.2 Фазова і групова швидкість руху електронів. У рівнянні плоскої монохроматичної хвилі (1.23), яка поширюється уздовж осі X ,

$$\varphi = kx - \omega t \quad (1.26)$$

являє собою *фазу* хвилі. Фаза виражає стан коливання в будь-якій точці x у кожний момент часу t . Ділянка хвилі, яка має дане значення фази, переміщується уздовж осі X із певною швидкістю, яку називають *фазовою* швидкістю хвилі v_ϕ . Її можна визначити з умови сталості фази: $kx - \omega t = \text{const}$. Диференціюючи по t , знайдемо:

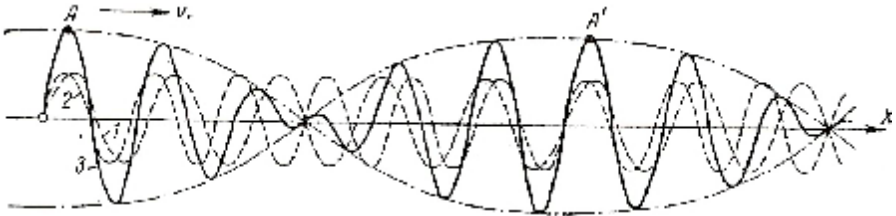
$$v_{\phi} = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}. \quad (1.27)$$

Підставивши сюди $\omega = \frac{E}{\hbar} = \hbar \frac{k^2}{2m}$ і $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, одержимо

$$v_{\phi} = \frac{\hbar}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda}. \quad (1.28)$$

Із (1.28) очевидно, що фазова швидкість хвиль де Бройля залежить від їх довжини, тобто має місце *дисперсія*.

Строго монохроматична хвиля є фізичною абстракцією. Будь-який реальний хвильовий імпульс складається завжди з *групи* хвиль, більш-менш близьких за своєю довжиною і напрямком поширення. На рис.1.2 показано хвильовий імпульс, отриманий накладенням усього лише двох хвиль із близькими частотами і хвильовими числами.



1 і 2 - складові гармонічної хвилі; 3 - результуючий хвильовий імпульс; A - амплітуда, в якій хвильовий імпульс має максимальну амплітуду (центр хвильового імпульсу)

Рисунок 1.2 - Хвильовий імпульс, отриманий накладанням двох гармонічних хвиль із близькими частотами і хвильовими числами

Центр хвильового імпульсу A , як і будь-яка його ділянка, переміщується вздовж осі X із швидкістю v_a . Цей імпульс поширюється з визначеною швидкістю, яку називають *груповою швидкістю*. Розрахунок показує, що

$$v_a = \frac{d\omega}{dk}. \quad (1.29)$$

Підставивши сюди $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p}{\hbar} = \frac{mv}{\hbar}$, матимемо:

$$v_a = v. \quad (1.30)$$

Для хвиль де Бройля $\omega = \frac{h}{2m} k^2$. Диференціюючи по k , одержимо:

$$\frac{d\omega}{dk} = \frac{h}{m} k.$$

Формула (1.29) показує, що групова швидкість поширення хвиль де Бройля *дорівнює* швидкості руху електронів.

1.2.3 Рух електрона в потенціальному ящику. Розглянемо рух електрона уздовж осі X у потенціальному полі, визначеному в такий спосіб (рис.1.3).

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < x < a \\ \infty & \text{при } x \leq 0, x \geq a. \end{cases} \quad (1.31)$$

Таке потенціальне поле відповідає нескінченно глибокій *потенціальній ямі*. Рух електрона в потенціальній ямі описується рівнянням Шрьодінгера:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + k^2\phi = 0. \quad (1.32)$$

Загальним розв'язком цього рівняння є:

$$\phi(x) = A \sin(kx - \delta). \quad (1.33)$$

Оскільки потенціальна яма є нескінченно глибокою, то електрон може рухатися лише в межах цієї ями; вийти за межі ями частинка не може. Це означає, що поза проміжком $0 < x < a$ хвильова функція електрона дорівнює нулю. З умови безперервності ϕ випливає, що ϕ має дорівнювати нулю і в точках $x=0$ і $x=a$:

$$\phi(0) = \phi(a) = 0. \quad (1.34)$$

Використання першої граничної умови дозволяє визначити δ :

$$A \sin(k \cdot 0 - \delta) = 0,$$

звідси $\delta = 0$ і

$$\phi(x) = A \sin kx. \quad (1.35)$$

Друга гранична умова $\psi(a) = 0$ може бути виконана лише при таких значеннях k :

$$k_n a = n\pi, \quad (1.36)$$

де n - ціле число, більше нуля. З (1.36) маємо:

$$k_n = n\pi/a. \quad (1.37)$$

Підставляючи це значення k у формулу (1.25), визначимо *можливі* значення енергії електрона:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2. \quad (1.38)$$

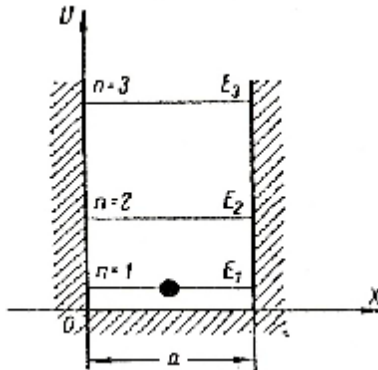
Підставляючи k_n у розв'язок (1.35), одержимо:

$$f_n = A \sin \frac{n\pi}{a} x. \quad (1.39)$$

Отже, електрон, який перебуває в потенціальній ямі, має *дискретний ряд власних значень енергії* E_n ; ціле число n , яке визначає ці значення E , називають *квантовим числом*. На рис. 1.3 показано розташування декількох найбільш низьких рівнів енергії електрона. Стан із найменшою енергією називають *основним*, всі інші - *збудженими*. Відстань між сусідніми рівнями дорівнює

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (2n+1). \quad (1.40)$$

Вона збільшується із зменшенням маси електрона і ширини потенціальної ями (області руху електрона). Відношення $\Delta E/E_n \approx 1/n$ зменшується з ростом n , тобто дискретність квантових станів різко проявляється при малих n і практично втрачається при великих n .



a - ширина ями; $E_1, E_2, E_3 \dots$ - енергетичні рівні електрона, що відповідають квантовим числам $n_1, n_2, n_3, \dots$

Рисунок 1.3 - Рух електрона в нескінченно глибокій потенціальній ямі

Імовірність перебування електрона на різних ділянках dx відрізка a дорівнює

$$w(x)dx = |\phi_n|^2 dx = A^2 \sin^2 n \frac{\pi}{a} x dx . \quad (1.41)$$

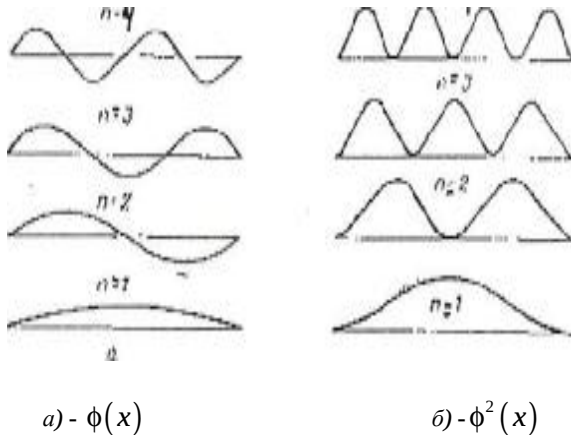


Рисунок 1.4 - Хвильові функції (а) та їх квадрати (б) для перших чотирьох енергетичних рівнів електрона, який знаходиться в потенціальній ямі

На рис. 1.4 показані графіки ϕ_n і ϕ_n^2 для $n=1, 2, 3, 4$. Із цього рисунка очевидно, що ймовірність перебування електрона в різних місцях відрізка a неоднакова. Із збільшенням n кількість максимумів на кривій розподілу ймовірностей росте і при великому n стає настільки великим, що ймовірність перебування електрона у всіх областях відрізка a виявляється практично такою ж, як для класичної частинки.

Результати, отримані при розв'язанні одновимірної задачі, можна узагальнити на випадок руху електрона в тривимірній прямокутній потенціальній ямі, яку називають звичайно *потенціальним ящиком*. Формула для енергії електрона і вираз для власних функцій має у цьому випадку такий вигляд:

$$E_{n_1, n_2, n_3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{n_1^2}{a_1^2} + \frac{n_2^2}{a_2^2} + \frac{n_3^2}{a_3^2} \right); \quad (1.42)$$

$$\phi_{n_1, n_2, n_3} = A \sin n_1 \frac{\pi}{a_1} x \cdot \sin n_2 \frac{\pi}{a_2} y \cdot \sin n_3 \frac{\pi}{a_3} z, \quad (1.43)$$

де a_1, a_2, a_3 - розміри потенціального ящика в напрямках координатних осей;

n_1, n_2, n_3 - цілі числа.

Для потенціального ящика кубічної форми $a_1 = a_2 = a_3 = a$, і формула для енергії перепишеться в такий спосіб:

$$E_{n_1, n_2, n_3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2); \quad (\text{точка}) \quad (1.44)$$

Формула (1.44) показує, що дане значення енергії можна отримати за допомогою комбінації різних цілих чисел n_1, n_2, n_3 . Кожній трійці таких чисел відповідає визначений стан електрона, що описується хвильовою функцією f_{n_1, n_2, n_3} . Це означає, що одній і тій самій енергії може відповідати декілька квантових станів із різними хвильовими функціями f_{n_1, n_2, n_3} . Такі стани називають *виродженими*, а кількість станів z , що відповідає даному рівню енергії, називають *кратністю виродження*. Розглянемо, наприклад, рівень енергії

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} \cdot 6.$$

Для цього рівня $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 6$. Це рівняння можуть задовольнити три різні комбінації чисел n_1, n_2, n_3 ; $n_1 = 2, n_2 = 1, n_3 = 1$; $n_1 = 1, n_2 = 2, n_3 = 1$; $n_1 = 1, n_2 = 1, n_3 = 2$. Отже, даному рівню енергії відповідають три різні стани, що описуються хвильовими функціями $\phi_{211}, \phi_{121}, \phi_{112}$.

Отже, кратність виродження даного рівня дорівнює трьом.

1.3 Завдання

1.3.1 Енергія електрона E дорівнює висоті потенціального бар'єра. Амплітуда електронної хвилі знаходиться на відстані x від бар'єра. Накреслити хвильовий імпульс, що формується накладанням

падаючої та відбитої від бар'єра гармонічних хвиль, x задається викладачем.

1.3.2 Знайти ймовірність знаходження електрона на відстані $2d$ від бар'єра, де d - довжина бар'єра, ліва стінка якого співпадає з $x = 0$.

1.3.3 Накреслити хвилю й густину ймовірності знаходження електрона, який перебуває в нескінченно глибокій потенціальній ямі на квантовому рівні, заданому викладачем.

1.4 Рекомендована література

- 1 **Епифанов, Г.И.** Твердотельная электроника [Текст] /Г.И.Епифанов, Ю.А.Мома. -М.: Высшая школа, 1986.-304 с.
- 2 **Шалимова, К.В.** Физика полупроводников [Текст] /К.В.Шалимова. -М.: Энергоатомиздат, 1985. - 392 с.
- 3 **Горбачев, В.В.** Физика полупроводников и металлов [Текст] /В.В.Горбачев, Л.Г.Спицына. - М. Металлургия, 1986. -369 с.
- 4 **Фистуль, В.И.** Введение в физику полупроводников [Текст] /В.И.Фистуль. -М.: Высшая школа, 1985.-296 с.

2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2 „ВИВЧЕННЯ ТУНЕЛЬНОГО ЕФЕКТУ”

Мета роботи: вивчення явищ квантовомеханічного тунелювання; вивчення принципу дії тунельних діодів; отримання вольт-амперної характеристики тунельного діода та визначення його параметрів.

2.1 Теоретичні відомості

2.1.1 Проходження електрона крізь потенціальний бар'єр.

Тунельний ефект

Припустимо, що електрон рухається уздовж осі X у просторі, в якому силове поле змінюється стрибком, як показано на рис. 2.1: в області I , що простирається від $-\infty$ до 0 , $U=0$; в області II , що простирається від 0 до $+\infty$, потенціальна енергія дорівнює U . Розходження в U при переході з області I в область II створює потенціальний бар'єр висотою U .

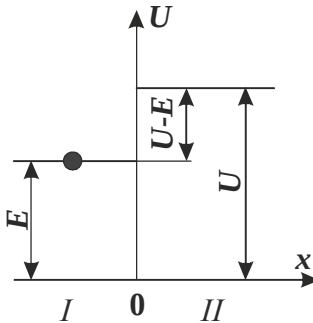


Рисунок 2.1 - Нескінченно протяжний прямокутний бар'єр

Рух електронів описується рівнянням Шрьодінгера. Напишемо це рівняння для областей I і II . Для області I :

$$\frac{d^2 Y_1}{dx^2} + \frac{8p^2 m}{h^2} \cdot E Y_1 = 0,$$

або

$$\frac{d^2 Y_1}{dx^2} + k_1^2 Y_1 = 0, \quad (2.1)$$

де Ψ_1 - хвильова функція електрона в області I .

$$k_1 = \frac{2p}{h} \sqrt{2mE} . \quad (2.2)$$

Для області II :

$$\frac{d^2 \Psi_2}{dx^2} + \frac{8\pi m}{h^2} (E - U) \Psi_2 = 0,$$

або

$$\frac{d^2 Y_1}{dx^2} + k_2^2 Y_2 = 0 , \quad (2.3)$$

де Ψ_2 - хвильова функція електрона в області II ,

$$k_2 = \frac{2\pi}{h} \cdot \sqrt{2m(E - U)}. \quad (2.4)$$

Загальний розв'язок рівняння (2.1) і (2.3) має наступний вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1(x) &= A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (x \leq 0) \\ \Psi_2(x) &= A_2 e^{ik_2 x} + B_2 e^{-ik_2 x} \quad (x \geq 0) \end{aligned} \right\} . \quad (2.5)$$

Доданок $A_1 e^{ik_1 x}$ відповідає хвилі, яка біжить і поширюється в області 1 у напрямку осі X , A_1 - амплітуда цієї хвилі. Доданок $B_1 e^{-ik_1 x}$ відповідає хвилі, яка йде в області 1 в оберненому напрямку.

Ця хвиля - відбита від бар'єра, B_1 - амплітуда відбитої хвилі. Оскільки можливість перебування електрона в тому або іншому місці простору пропорційна квадрату амплітуди хвилі де Бройля, а у випадку комплексних амплітуд - пропорційна квадрату їх модулів, то відношення

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2}$$

є коефіцієнтом відбиття електрона від бар'єра.

Доданок $A_2 e^{ik_2 x}$ відповідає хвилі, яка поширюється в області II у напрямку осі X ; квадрат амплітуди цієї хвилі виражає можливість проникнення електрона в область II . Відношення

$$D = n \frac{|A_2|^2}{|A_1|^2} = \frac{\lambda_2 |A_2|^2}{\lambda_1 |A_1|^2}$$

є коефіцієнтом прозорості бар'єра, n - показник заломлення хвиль де Бройля. Він дорівнює відношенню довжин хвиль в областях 1 і 11:

$$n = \lambda_2 / \lambda_1.$$

Доданок $B_2 e^{-ik_2 x}$ повинен виражати відбиту хвилю, яка поширюється в другій області. Через те, що такої хвилі немає, то B_2 варто покласти рівним нулю. Сума

$$R + D = 1,$$

оскільки вона виражає той факт, що електрон, який підійшов до бар'єра, або відіб'ється від нього, або пройде в другу область.

Легко показати, що для бар'єра, висота якого $U < E_2$, коефіцієнт відбиття

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2.$$

Такий бар'єр називають *низьким*. У табл. 2.1 наведено величину R для різних значень E/U .

Таблиця 2.1 - Величина R для різних значень E/U

E/U	1,0	1,11	1,25	2,0	10
R	1,0	0,27	0,146	0,03	0,0007

З табл.2.1 очевидно, що навіть коли енергія електрона перевищує висоту бар'єра, коефіцієнт відбиття не дорівнює нулю; електрон має деяку можливість відбитися від такого бар'єра. Класична частинка в цьому випадку безперешкодно пройшла б із першої області в другу, втративши лише свою енергію. При $E=U$ $R=1$, проникнення електрона в другу область неможливе; класична ж частинка з енергією $E=U$ пройде в другу область, тільки її кінетична енергія в цій області дорівнюватиме нулю.

Для високого бар'єра, для якого хвильове число k_2 є уявним,

$$k_2 = ik,$$

$$\text{де} \quad k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E-U)} \quad (2.6)$$

- дійсне число. Хвильові функції Ψ_1 і Ψ_2 набувають у цьому випадку таких значень:

$$\Psi_1 = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}, \quad (2.7)$$

$$\Psi_2 = A_2 e^{-k_2 x}.$$

Виразовуючи R , одержимо $R=1$. Внаслідок цього $D=0$.

Отже, при $E < U$ відбиття є повним і частинка не може рухатися в другій області. Але оскільки A_2 не дорівнює нулю, то є імовірність проникнення електрона на деяку глибину x у другу область. Ця ймовірність пропорційна квадрату модуля хвильової функції Ψ_2 :

$$\omega = |\Psi_2|^2 = A_2^2 e^{-\frac{2x}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}}. \quad (2.8)$$

Наявність цієї імовірності уможливило проходження (усмоктування) електронів крізь потенціальний бар'єр кінцевої товщини d (рис. 2.2). Таке усмоктування одержало назву тунельного ефекту. Відповідно до (2.8) коефіцієнт прозорості такого бар'єра дорівнюватиме:

$$D = D_0 e^{-\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}}, \quad (2.9)$$

де D_0 - коефіцієнт пропорційності.

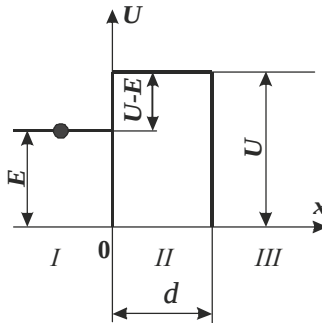


Рисунок 2.2 - Прямокутний потенціальний бар'єр кінцевої товщини d

У табл.2.2 наведено значення D для бар'єрів різної товщини d , але однієї й тієї самої висоти $U - E = 5$ еВ. З табл. 2.2 видно, що бар'єри порядку атомних товщин мають достатньо високу прозорість.

Таблиця 2.2 – Значення D для бар'єрів різної товщини d

$d, \text{ нм}$	0,1	0,15	0,2	0,5
D	0,1	0,03	0,008	0,00055

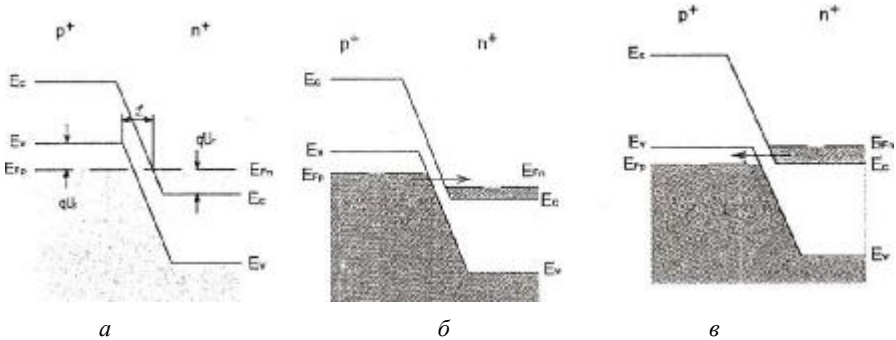
Тунельний ефект відіграє велику роль у протіканні багатьох важливих фізичних явищ. З цим ефектом пов'язаний α -розпад радіоактивних ядер, самодовільний розпад ядер урану, контакти явища на межі твердих тіл, холодна емісія електронів та ін.

Експериментально тунельний ефект можна спостерігати на прикладі тунельного діода.

2.1.2 Фізичні явища в тунельному діоді

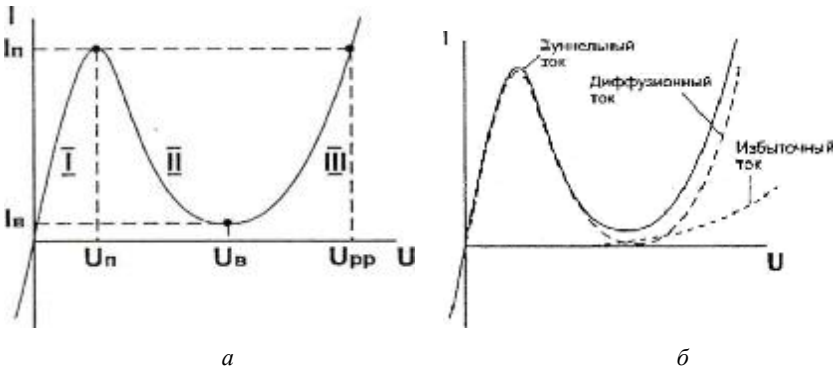
Тунельний діод є приладом з різким p - n -переходом, виготовленим із матеріалів із високою концентрацією домішки ($10^{18} \div 10^{20} \text{ см}^{-3}$). Товщина p - n -переходу при такій концентрації на два порядки менше, ніж у звичайних діодів, і складає менше за 10^{-8} м. Крізь такі тонкі потенціальні бар'єри можливе тунелювання носіїв заряду без зміни своєї енергії. Внаслідок сильного легування рівень Фермі знаходиться не в забороненій зоні, а в зоні провідності для n -області й у валентній зоні для p -області (тобто обидві сторони p - n -переходу перебувають в стані виродження).

На зонній діаграмі p - n -переходу тунельного діода в стані термодинамічної рівноваги (рис.2.3,а) має місце перекриття зон. На рисунку заштриховані заповнені електронами енергетичні рівні. Вище за рівень Фермі розташовані рівні вільних енергетичних станів. Ступені виродження U_n і U_p звичайно становлять декілька kT/q .



a - в тепловій рівновазі; *б* - при зворотному зміщенні; *в* - при прямому зміщенні
Рисунок 2.3 - Енергетичні діаграми тунельного діода

Вольт-амперну характеристику тунельного діода показано на рис. 2.4,а. При зворотному зміщенні p - n -переходу діод має високу провідність, тобто тунельний діод не має блокуючих властивостей.



a - ВАХ тунельного діода з позначенням характерних точок;
б - компонент струму на ВАХ

Рисунок 2.4 - Вольт-амперна характеристика тунельного діода

У прямому напрямі струм спочатку зростає до максимального значення (пікового значення I_n) при напрузі U_n , а потім зменшується до мінімального значення (струм западини I_v) при напрузі U_v . При напругах, які перевищують U_v , струм збільшується із зростанням напруги за експоненціальним законом. Повний струм діода є сумою струму

тунелювання із зони в зону, надмірного й дифузійного струму (рис. 2.4,б).

При подачі напруги на перехід електрони можуть тунелювати з валентної зони в зону провідності й навпаки. Для протікання тунельного струму необхідне виконання наступних умов:

- енергетичні стани на тій стороні переходу, звідки тунелюють електрони, мають бути заповнені;
- на іншій стороні переходу енергетичні стани з тією ж енергією мають бути незайнятими;
- висота і ширина потенціального бар'єра мають бути досить малими, щоб існувала кінцева ймовірність тунелювання;
- перехід має здійснюватися без зміни енергії електрона.

При зміщенні *p-n*-переходу в зворотному напрямі (рис. 2.3, б) електрони тунелюють із валентної зони в зону провідності. Зворотний струм діода зростає із збільшенням зворотної напруги, оскільки перекриття зон стає значним.

При прямому зміщенні *p-n*-переходу, коли заповнені рівні зони провідності *n*-області розташовуються проти незайнятих рівнів валентної зони, переважає перехід електронів із зони провідності, тобто з *n*- в *p*-область (рис. 2.2,в). Із зростанням прямої напруги кількість таких переходів зростає. При напрузі U_n , коли смуга станів шириною qU_n у зоні провідності повністю перекривається смугою стану qU_p у валентній зоні, з *n*- в *p*-область переходить максимальна кількість електронів, струм при цьому відповідає максимальному - I_n . Подальше збільшення прямої напруги приведе до зменшення струму (падаюча ділянка II ВАХ), оскільки число зайнятих станів у зоні провідності *n*-області, які лежать напроти вільних станів у валентній зоні *p*-області, стає меншим.

Коли пряма напруга $U=U_p+U_n$, зникає перекриття зон, тунельні переходи неможливі, і струм діода досягає мінімуму

В ідеальному тунельному діоді тунельний струм має зменшуватися до нуля при $U=U_p+U_n$, при великих напругах має текти тільки звичайний діодний струм, викликаний інжекцією основних носіїв заряду через потенціальний бар'єр. Однак на практиці струм тунельного діода при таких напругах істотно перевищує звичайний діодний струм, через що він отримав назву «надмірний струм». Надмірний струм є наслідком тунелювання носіїв через енергетичні стани, розташовані в забороненій зоні. Можливі шляхи тунелювання наведено на рис. 2.5.

На шляху С-А-Д електрон, що виходить з точки С в зоні провідності, може перейти на відповідний локалізований рівень в точку А, з якої, віддавши енергію, потрапити потім в точку Д, розташовану у валентній зоні. На шляху С-В-Д електрон займає вільний рівень у точці В, потім тунелює в точку Д. На шляху С-А-В-Д електрон віддає свою енергію між точками А і В. Можливий також цілий ряд тунельних переходів (сходи з точки С в точку Д) між різними локальними рівнями, які супроводжуються втратами енергії при переходах електрона з одного рівня на інший; даний процес можливий при досить великій концентрації проміжних рівнів. Основним можна вважати шлях С-В-Д.

Приблизно ВАХ тунельного діода на ділянках I і II можна описати виразом:

$$I = AU(U_n + U_p - U)^2, \quad (2.10)$$

де А - константа.

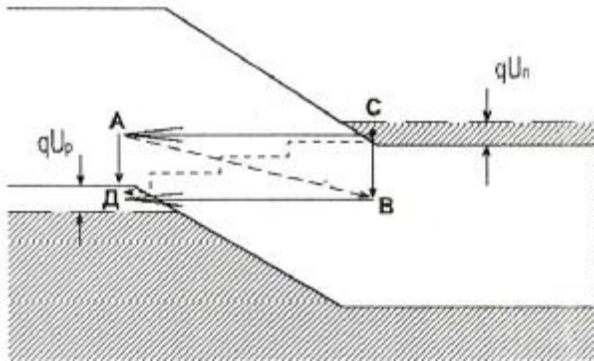


Рисунок 2.5 - Ілюстрація на зонній діаграмі різних механізмів тунелювання через енергетичні стани, розташовані в заборонній зоні

Основними параметрами тунельних діодів є: піковий струм – I_p , напруга U_n , відношення струмів піка і западини - I_p/I_v , напруженість розчину – U_{pp} (різниця напруг, що відповідають піковим значенням дифузійного й тунельного струмів), ємність діода C_d .

Максимально допустимий зворотний струм і максимально допустимий прямий струм (на ділянці III ВАХ) обмежені допустимою потужністю розсіювання.

Відношення струмів I_n/I_v визначає крутість падаючої ділянки ВАХ і є одним із важливих параметрів діода. Найбільші значення $I_n/I_v=10$ мають діоди з арсеніду галію, найменші - з кремнію, тому кремній не використовують для виготовлення тунельних діодів.

Позитивні якості тунельних діодів: високі робочі частоти, малі шуми, слабка залежність параметрів від температури - дозволяють застосовувати тунельні діоди в перемикаючих, підсилювальних і генераторних схемах.

Недоліками тунельних діодів є невеликий діапазон робочих напруг, складність керування (наявність тільки двох електродів) і стабілізації, несумісність технології виготовлення цих діодів із технологією виготовлення ІС, що перешкоджає широкому їх впровадженню в сучасну апаратуру.

2.2 Завдання

2.2.1 Побудувати ВАХ тунельного діода в абсолютних одиницях

2.2.2 Визначити параметри діода I_n , U_n , I_n/I , U_{pp} .

2.2.3 Порівняти експериментальну ВАХ тунельного діода й ВАХ, розраховану за формулою (2.10).

2.2.4 Побудувати зонну діаграму тунельного діода в стані термодинамічної рівноваги.

2.2.5 Використовуючи ВАХ, знайти висоту, ширину й форму потенціального бар'єра, який виникає в області $p-n$ -переходу.

2.2.6 Визначити струм, який виникає в процесі тунелювання електронів.

2.2.7 Дати фізичне пояснення електронним процесам, які протікають в тунельному діоді.

2.3 Порядок виконання роботи

2.3.1 Приєднати схему, призначену для зняття ВАХ тунельного діода, до джерела живлення й до осцилографа.

2.3.2 Отримати осцилограму ВАХ тунельного діода.

2.3.3 Визначити ціну поділки осцилографа по осях X і U .

2.3.4 Побудувати експериментальну ВАХ діода в абсолютних одиницях.

2.3.5 Визначити параметри діода, використовуючи отриману ВАХ діода.

2.3.6 Знайти екстремуми функції $I=AU(U_n+U_p-U)^2$, що описує ВАХ діода. Визначити у виразі (2.10) величину константи A і суму ступеню виродження U_n+U_p .

2.3.7 Побудувати на одному графіку експериментальну ВАХ діода на ділянках I і II, та ВАХ діода, розраховану за формулою (2.1).

2.4 Контрольні запитання

- 1 За яких умов виникає тунельний ефект у p - n -переході?
- 2 Яка природа виникнення струмів на окремих ділянках ВАХ тунельних діодів?
- 3 Якими параметрами характеризують тунельні діоди?
- 4 Накреслити зонні діаграми p - n -переходу тунельного діода при прямому зміщенні, що відповідає протіканню струму, близького до I_p , і при прямому зміщенні, що відповідає дифузійному струму.
- 5 Які переваги і недоліки тунельних діодів?
- 6 Чим обмежуються максимальний прямий і зворотний струми тунельних діодів?
- 7 Який напівпровідник називають виродженим?
- 8 Як зміниться ймовірність тунельного переходу електрона крізь потенціальний бар'єр при збільшенні ступеню легування p - і n -областей?
- 9 Як практично можна використати ефекти сильного поля?

2.5 Рекомендована література

- 1 **Епифанов, Г.И.** Твердотельная электроника [Текст] /Г.И.Епифанов, Ю.А.Мома. -М.: Высшая школа, 1986.-304 с.
- 2 **Шалимова, К.В.** Физика полупроводников [Текст] /К.В.Шалимова. -М.: Энергоатомиздат, 1985. - 392 с.
- 3 **Фистуль, В.И.** Введение в физику полупроводников [Текст] /В.И.Фистуль. -М.: Высшая школа, 1985.-296 с.
- 4 **Новиков, В.В.** Теоретические основы микроэлектроники [Текст] /В.В.Новиков. – М.: Высшая школа, 1982. – 352 с.

З ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3 “ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗСІЮВАННЯ НОСІЇВ ЗАРЯДУ В КРИСТАЛАХ НАПІВПРОВІДНИКІВ І МЕТАЛІВ”

Мета роботи – дослідження впливу процесів розсіювання носіїв заряду на електропровідність твердих тіл.

3.1 Теоретичні відомості

Питому електропровідність металу γ визначають за формулою [1]

$$g = \frac{q^2 n \bar{l}}{m_n^* u_F}, \quad (3.1)$$

де q - заряд електрона;

n - концентрація електронів;

$\bar{l}$ - середня довжина вільного пробігу електронів;

m_n^* - ефективна маса електрона;

u_F - теплова швидкість електронів, енергія яких близька до E_F - енергії Фермі.

Формула для питомої провідності напівпровідників відрізняється від формули (3.1) лише тим, що в неї замість швидкості u_F входить швидкість u_0 - середня швидкість теплового руху вільних електронів [2].

Отже, питома електропровідність кристалічних твердих тіл пропорційна довжині вільного пробігу електронів $\bar{l}$, яка в свою чергу залежить від характеру розсіювання вільних носіїв заряду різними розсіюючими центрами.

3.1.1 Ефективний переріз розсіювання

Будь-яка неоднорідність кристала, яка створює періодичність поля ґратки, є центром розсіювання.

Оскільки природа дефектів ґратки різна, то й розсіюватися носії заряду на них будуть по-різному. Для кількісної оцінки процесу розсіювання вводять величину, яку називають *ефективним перерізом*.

Припустимо, що в 1 см^3 є n вільних електронів, які з середньою тепловою швидкістю u_0 рухаються в певному напрямку. Тоді nu_0 - *густина потоку електронів, тобто кількість електронів, які проходять через одиничний переріз за одиницю часу (за 1 с)*. Припустимо, що на шляху цього потоку з перерізом в 1 см^2 приходить N однакових центрів розсіювання на 1 см^3 .

Кожен центр характеризується ефективним перерізом σ . Тому число розсіяних електронів n_1 в 1 см^3 за одиницю часу визначається ефективним перерізом s , концентрацією центрів розсіювання N і густиною падаючого потоку електронів nu_0 , тобто

$$n_1 = s N nu_0. \quad (3.2)$$

З іншого боку, якщо W - імовірність розсіювання одного електрона за одиницю часу, то кількість електронів, розсіяних за 1 с в 1 см^3

$$n_1 = W n. \quad (3.3)$$

Тоді з формул (3.2) і (3.3) можна визначити, що

$$s = \frac{\frac{n_1}{N}}{\frac{n}{nu_0}} = \frac{W}{Nu_0} \quad (3.4)$$

Отже, *ефективний переріз розсіювання s дорівнює відношенню числа електронів, видалених із потоку в результаті розсіювання на одному центрі за одиницю часу, до густини падаючого потоку електронів.*

Із формули (3.4) витікає, що ймовірність розсіювання

$$W = s N u_0. \quad (3.5)$$

Отже, *ймовірність розсіювання або ймовірність зіткнення визначається ефективним перерізом, концентрацією центрів розсіювання та середньою швидкістю руху носіїв заряду.*

У той же час імовірність зіткнення зворотно пропорційна часу вільного пробігу t :

$$W = \frac{1}{t}. \quad (3.6)$$

Тому час і довжину вільного пробігу можна виразити через ефективний переріз. Із рівнянь (3.5) і (3.6) витікає, що

$$t = \frac{1}{sNu_0} = \frac{l}{u_0}, \quad (3.7)$$

$$i \quad l = \frac{1}{sN}. \quad (3.8)$$

Величина $l^{-1} = sN$ є імовірність розсіювання на одиничному інтервалі шляху.

Якщо в кристалі є декілька центрів розсіювання, то, згідно з теорією ймовірності, повна (сумарна) імовірність розсіювання за одиницю часу визначатиметься сумою окремих імовірностей розсіювання:

$$W = \sum_i W_i. \quad (3.9)$$

Оскільки

$$\sum_i s_i N_i = \sum_i l_i^{-1}, \quad (3.10)$$

то повна довжина вільного пробігу може бути визначена із співвідношення

$$l^{-1} = \sum_i l_i^{-1}.$$

При введенні в кристал нових видів центрів розсіювання кінцева (підсумкова) довжина вільного пробігу буде зменшуватись; вона завжди буде менше самої малої парціальної довжини вільного пробігу.

У напівпровідниках можливі декілька типів дефектів, які порушують періодичність кристала. Центрами розсіювання в них можуть бути теплові коливання атомів ґратки і статичні дефекти, такі як атоми та йони домішок, вакансії, атоми у міжвузловинах, дислокації, межі двійників і кристалітів. Роль цих центрів у розсіюванні різна, а також різні у них ефективні перетини.

3.1.2 Розсіювання на йонах домішок

В домішковому напівпровіднику кожен йон домішки навколо себе створює електричне поле. Під дією цього поля рухливий носій заряду відхиляється від свого початкового напрямку (рис.3.1). При цьому носій заряду відхиляється тим сильніше, чим повільніше він рухається і чим ближче до йона пролягає його траєкторія.

Траєкторію руху електрона в центральному полі йона визначають, розглядаючи результат суперпозиції двох сил, що діють на електрон: сили інерції F_1 і сили кулонівської взаємодії з йоном F_2 , тобто

$$F_1 = m^* a, \quad (3.11)$$

$$F_2 = \pm \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qzq}{r^2}, \quad (3.12)$$

де m - ефективна маса електрона;

a - прискорення;

ϵ_0, ϵ - діелектрична проникність вакууму й напівпровідника;

q - заряд електрона;

Zq - заряд йона;

r - відстань між зарядами.

Як показує розрахунок, в кулонівському полі йона носій заряду рухається по гіперболі. На рис.3.2 зображені траєкторії руху електрона й дірки в полі позитивного йона домішки. Обидва носії заряду відхиляються однаково, хоч в одному випадку діє сила притягування, а в

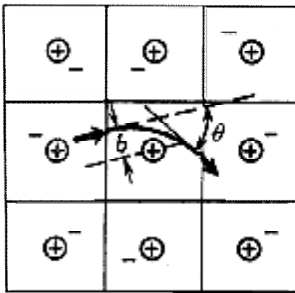


Рисунок 3.1 – Викривлення траєкторії руху електрона в полі позитивного йона домішки

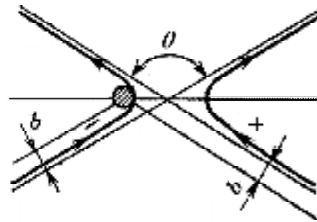


Рисунок 3.2 – Розсіювання електрона на позитивному домішковому йоні

іншому – відштовхування. На рисунку 3.2 через b позначено прицільну відстань – мінімальну відстань між йоном і траєкторією руху носія заряду, а Q - кут розсіювання, тобто кут між початковим напрямом

руху носія заряду і напрямом його руху після розсіювання. При цьому кут розсіювання і прицільна відстань зв'язані між собою формулою

$$b = \pm \frac{Zq^2}{em^* u^2} \operatorname{ctg} \frac{Q}{2}, \quad (3.13)$$

де u - швидкість руху носія заряду.

Процес розсіювання носіїв заряду є випадковим процесом, тому різні носії заряду відхилятимуться на різні кути від напрямку свого руху.

Очевидно, для визначення середньої довжини вільного пробігу електрона потрібно визначити переріз розсіювання, усереднений по всім кутам розсіювання Q .

Припустимо, що кут розсіювання змінюється від Q до $Q + dQ$. Оскільки в нашому випадку розсіюючий центр має осьову симетрію, то ці кути є кутами двох конусів, як це зображено на рис.3.3. Тут через dW позначено тілесний кут, що знаходиться між цими конусами; він дорівнює:

$$dW = 2\pi \sin Q \, dQ. \quad (3.14)$$

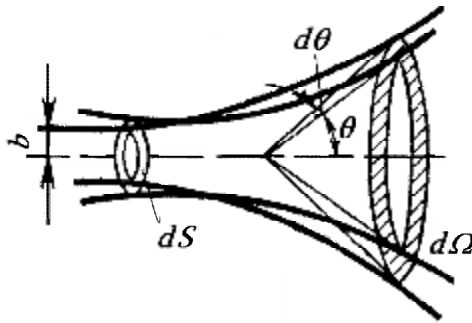


Рисунок 3.3 – Розсіювання електрона точковою недосконалістю

Процеси розсіювання в даному випадку характеризуються диференціальним перерізом розсіювання $s(Q)$. Згідно з (3.4) $s(Q)$ дорівнює відношенню числа частинок, відхилених одним центром за 1 с на кут dQ в одиничний тілесний кут, до потоку падаючих частинок на 1 см^2 за 1 с.

Подальший розрахунок показує, що

$$s(Q) = \left(\frac{Zq^2}{2em^*u^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{Q}{2}}. \quad (3.15)$$

Така формула була виведена Резерфордом при вивченні розсіювання α -частинок на ядрах елементів.

Усереднений диференційний ефективний переріз розсіювання визначається за формулою

$$s_c = 2p \int_Q s(Q)(1 - \cos Q) \sin Q dQ, \quad (3.16)$$

Тобто усереднення ведеться по кутам Q з ваговою функцією $(1 - \cos Q)$. s_c називають *ефективним перерізом провідності*, а також *транспортним ефективним перерізом*. Довжина вільного пробігу

$$l(\mathbf{r}) = u(\mathbf{k}) t(\mathbf{k}) = \frac{1}{s_c N_1}. \quad (3.17)$$

3.1.3 Розсіювання на домішкових атомах

Розсіювання носіїв заряду на нейтральних атомах домішки проявляється значно слабкіше, ніж розсіювання на домішкових йонах. Тому воно суттєве за низьких температур, коли домішкові атоми в більшості своїй ще не йонізовані. При цьому вільний електрон може мати пряме пружне зіткнення з нейтральним атомом або (при достатній енергії) вибити в атома один електрон і, втративши свою енергію, зайняти в атомі місце вибитого електрона.

Для часу релаксації t_A отримана приблизна формула (розглядалось розсіювання повільних електронів на атомі водню, що знаходиться в середовищі з діелектричною проникністю ϵ):

$$t_A = \frac{q^2 m^{*2}}{20e\hbar^3} \cdot \frac{1}{N_A}, \quad (3.18)$$

де N_A - концентрація нейтральних (при певній температурі) атомів домішки,

тобто час релаксації при розсіюванні носіїв заряду на нейтральних домішкових атомах не залежить ні від енергії розсіюваного носія заряду, ні від температури (звичайно, поки ступінь йонізації домішкових

атомів незначний, що має місце за низьких температур), *але зворотно пропорційний концентрації атомів домішки.*

3.1.4 Розсіювання на дислокаціях

Розсіювання носіїв заряду може мати місце також на порушеннях кристалічної ґратки, які вносяться дислокаціями. У напівпровідниках, які кристалізуються в структурі типу алмазу, дислокації діють як ланцюжки акцепторів, які захоплюють вільні електрони. Тому вони являють собою позитивний циліндр з негативно зарядженою лінією в середині. Електрони, які рухаються перпендикулярно дислокаціям, розсіюються на них, відчуваючи відштовхування.

Розрахунок показує, що при розсіюванні носіїв заряду на дислокаціях час релаксації не залежить від температури кристала, а визначається густиною дислокацій на одиницю поверхні N_D і швидкістю розсіюваного електрона u згідно з формулою виду

$$t_D = \frac{3}{8Ru} \cdot \frac{1}{N_D}, \quad (3.19)$$

де R - радіус дислокації.

Якщо прийняти $u = 10^7$ см/с; $R = 3 \cdot 10^{-5}$ см; $N_D = 10^6$ см⁻², то час релаксації $t_D = 1,25 \cdot 10^{-9}$ с, що на 4÷5 порядків перевищує час релаксації при розсіюванні на теплових коливаннях ґратки за кімнатної температури. Тому це розсіювання незначне за кімнатної температури, але може бути суттєвим при низьких температурах.

3.1.5 Розсіювання на теплових коливаннях кристалічної ґратки

При взаємодії з тепловими коливаннями атомів ґратки електрон або передає частину своєї енергії ґратці (утворюється новий фонон), або отримує частину енергії від ґратки (поглинається один фонон).

При взаємодії електрона з фононом повинні виконуватися два закони: закон збереження енергії та закон збереження квазіімпульса. Звідси витікають наступні рівняння:

при утворенні електроном фонона:

$$\begin{aligned} E(\vec{k}) - \hbar \omega_q &= E(\vec{k}'), \\ \hbar \vec{k} + \hbar \vec{q} &= \hbar \vec{k}', \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\text{або} \quad \vec{k} + \vec{q} = \vec{k}'; \quad (3.21)$$

при поглиненні електроном фонона:

$$E(\vec{k}) + \hbar\omega_q = E(\vec{k}'), \quad (3.22)$$

$$\hbar\vec{k} - \hbar\vec{q} = \hbar\vec{k}',$$

$$\text{або} \quad \vec{k} - \vec{q} = \vec{k}'; \quad (3.23)$$

де $\vec{k}$ і $\vec{q}$ - хвильові вектори електрона й фонона до взаємодії;

$\vec{k}'$ і $\vec{q}'$ - хвильові вектори електрона й фонона після взаємодії;

$E(\vec{k})$ - енергія електрона до взаємодії;

$E(\vec{k}')$ - енергія електрона після взаємодії;

$\hbar\omega_q$ - енергія фонона.

Розглянемо процес розсіювання електронів в атомному напівпровіднику кубічної структури, енергетична схема якого представлена на рис.3.3, де a - стала ґратки за відсутності деформації.

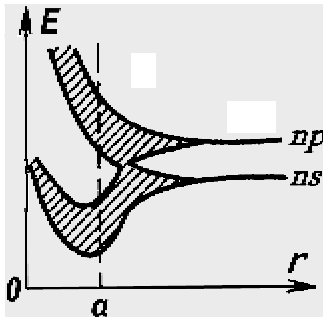


Рисунок 3.4 – Енергетична схема атомного напівпровідника

У твердому тілі поперечні хвилі являють собою хвилі деформацій зсуву і в кубічному кристалі не призводять до зміни об'єму; а поздовжні хвилі, що є хвилями деформації стискання і розтягування, викликають зміну об'єму кристала. Як видно з рис. 3.4, при стисканні кристала зменшується стала ґратки a і нижній край зони провідності зміщується вверх, а верхній край валентної зони – вниз, у результаті чого ширина забороненої зони збільшується. При розтягуванні ґратки її

стала збільшується і ширина забороненої зони зменшується. Отже, в такому кристалі локальна деформація створювана поздовжньою акустичною хвилею, призводить до хвилеподібного зміщення дна зони провідності та стелі валентної зони, як це схематично показано на

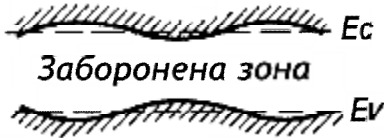


Рисунок 3.5 – Вплив поздовжніх акустичних коливань дна рози провідності та стелі валентної зони атомного напівпровідника

рис.3.5. тому електрон, який рухається, при зіткненні з хвилею зміщення, зумовленою тепловими коливаннями ґратки, буде розсіюватися тільки на поздовжніх коливаннях.

Таке розсіювання пружне і відбувається воно на довгохвильових фонах, при цьому поглинається або виділяється фотон з $q = k$. Оскільки енергія

фотонів значно менша від енергії електронів, то $k' = k$ і $E' = E$. При цьому час релаксації

$$t_1 \sim 1/\sqrt{TE}, \quad (3.24)$$

а довжина вільного пробігу

$$l = u t_1 \approx 1/T. \quad (3.25)$$

Отже, при розсіюванні електронів на довгохвильових акустичних коливаннях ґратки в атомних напівпровідниках час релаксації t_1 зовсім пропорційний кореню квадратному від температури та енергії, а довжина вільного пробігу l зворотно пропорційна температурі в першій степені і не залежить від енергії електрона.

3.2 Завдання

3.2.1 Отримати у викладача (або вибрати самостійно й узгодити з викладачем) значення концентрацій різних дефектів у кристалі.

3.2.2 Прийняти, що перерізи розсіювання носіїв заряду дорівнюють:

– при розсіюванні на вакансіях і домішкових атомах – площі елементарної комірки, тобто $s_{ef} \approx (5 \cdot 10^{-8} \text{ см})^2 \approx 3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$;

– при розсіюванні на домішкових йонах - $s_{ef} \approx 3 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2$, оскільки діаметр зони впливу йона може на порядок перевищувати діаметр самого домішкового центра;

– при розсіюванні на теплових коливаннях атомів кристалічної ґратки – площі перерізу області, яку займає атом, що коливається, мінус площу перерізу самого атома: якщо прийняти, що амплітуда коливань $r \approx 0,05 \text{ нм} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ см}$, а діаметр атома $d = 5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$, то $s_{ef} = p(d+r)^2 / 4 \sim 10^{-16} \text{ см}^2$.

Розсіювання носіїв заряду на дислокаціях можна не враховувати, оскільки вони мають концентрацію на багато порядків меншу, ніж концентрація точкових дефектів.

3.2.3 Оцініть вплив кожного виду дефектів на значення довжини вільного пробігу електрона і, отже, на загальний процес розсіювання носіїв заряду.

3.2.4 Оцініть, як зміниться вплив різних видів дефектів на розсіювання носіїв заряду при наближенні температури до 0 К.

3.2.5 Визначити, який механізм розсіювання носіїв заряду найбільше впливає на питому електропровідність в області низьких температур при кімнатній і більш високих температурах.

3.3 Рекомендована література

1 **Шалимова, К.В.** Физика полупроводников [Текст] /К.В.Шалимова. -М.: Энергоатомиздат, 1985. - 392 с.

2 **Горбачев, В.В.** Физика полупроводников и металлов [Текст] /В.В.Горбачев, Л.Г.Спицина.- М. Металургія, 1976,- 386 с.

3 **Фистуль, В.И.** Введение в физику полупроводников [Текст] /В.И.Фистуль. -М.: Высшая школа, 1985.-296 с.

4 **Новиков, В.В.** Теоретические основы микроэлектроники [Текст] /В.В.Новиков. – М.: Высшая школа, 1982. – 352 с.

5 **Епифанов, Г.И.** Твердотельная электроника [Текст] /Г.И.Епифанов, Ю.А.Мома. -М.: Высшая школа, 1986.-304 с.

4 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2 „ЗАЛЕЖНІСТЬ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ НАПІВПРОВІДНИКА ВІД НАПРУЖЕНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ”

Мета роботи – з’ясувати механізм залежності електропровідності напівпровідника від напруженості електричного поля.

4.1 Теоретичні відомості

4.1.1 Закон Ома

Залежність густини струму j від напруженості електричного поля $\mathcal{E}$ описується законом Ома

$$j = \sigma \mathcal{E}, \quad (4.1)$$

де σ – питома електропровідність напівпровідника, яку визначають за формулою

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (4.2)$$

де n і p – концентрації відповідно електронів і дірок, а μ_n і μ_p – їхні рухливості.

Електричні поля, в яких виконується закон Ома, називають *слабкими*. При значному ж зростанні напруженості електричного поля концентрації і рухливості носіїв заряду змінюються, густина струму перестає бути пропорційною напруженості електричного поля; такі поля називаються *сильними*. Характерною ознакою *сильного поля* є те, що дрейфова швидкість, набута носіями заряду в електричному полі, стає сумірною з тепловою швидкістю руху носіїв заряду ($\sim 10^5$ м/с).

У напівпровідниках типу германію і кремнію в сильному електричному полі змінюється тільки рухливість носіїв заряду, а концентрація носіїв залишається незмінною.

У більш високоомних напівпровідниках і діелектриках можуть бути досягнуті більш високі значення напруженості поля; за таких умов змінюються і рухливість і концентрація носіїв заряду.

4.1.2 Залежність рухливості носіїв заряду від напруженості електричного поля

Рухливість носіїв заряду m визначають як відношення швидкості направленого руху носія заряду під дією електричного поля до напруженості цього поля, тобто

$$m = \frac{u_d}{e}. \quad (4.3)$$

Ще рухливість носіїв заряду можна визначити так. Виходячи з того, що швидкість, якої набуває носій на довжині вільного пробігу l за час t до зникнення, дорівнює

$$u_d = a \cdot t, \quad (4.4)$$

де a – прискорення носія заряду, яке, в свою чергу, можна визначити із формули другого закону Ньютона $F = m^* a$, підставивши $e\mathcal{E}$ замість F :

$$m = \frac{e}{m^*} t = \frac{el}{m^* u}, \quad (4.5)$$

де l – довжина вільного пробігу між актами розсіювання; v – середня швидкість носія заряду при вільному пробігу.

В області слабких електричних полів, де дрейфова швидкість $u_d = m \cdot e$ значно менше за теплову,

$$u_r = \sqrt{\frac{3k_B}{m^*} T} \quad v_T = \sqrt{\frac{3k_B T}{m^*}}, \quad (4.6)$$

і u у формулі (4.5) практично їй дорівнює, тобто $u = u_r$. При цьому час релаксації (середній час вільного пробігу) не залежить від $\mathcal{E}$. Якщо концентрація носіїв заряду також не залежить від $\mathcal{E}$, то справедливий закон Ома (4.1).

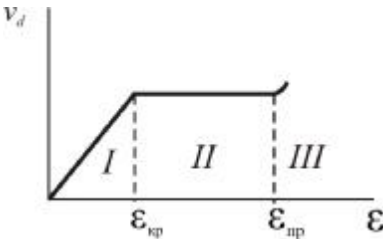


Рисунок 4.1 – Залежність дрейфової швидкості носія заряду v_d від напруженості електричного поля $\mathcal{E}$ для кремнію і германію

В області сильних електричних полів, коли $v_d = v_T$, закон Ома вже не виконується, оскільки

$$j = \sigma(\mathcal{E})\mathcal{E}. \quad (4.7)$$

Причина цього полягає в тому, що дрейфова швидкість перестає зростати зі збільшенням $\mathcal{E}$ внаслідок генерації оптичних фононів (теплових коливань високої енергії). Це показано на рис. 4.1.

Область I характеризується тим, що $v_d \sim \mathcal{E}$, тобто виконується

закон Ома. В області II v_d не залежить від $\mathcal{E}$, оскільки енергія, набута при вільному пробігу, витрачається носієм заряду при розсіюванні (генерація оптичних фононів). В області III починається пробій

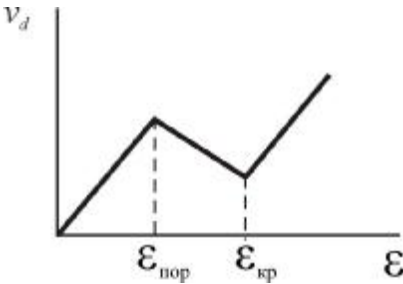


Рисунок 4.2 – Залежність дрейфової швидкості носія заряду v_d від напруженості електричного поля $\mathcal{E}$ в арсеніді галію

твердого тіла. Наведена картина спостерігається в таких напівпровідниках, як кремній або германій. В арсеніді галію n -типу (n -GaAs) залежність v_d від $\mathcal{E}$ має такий характер (рис. 4.2).

За низьких температур домінуючим механізмом розсіювання носіїв заряду є розсіювання на заряджених домішкових йонах, а в області середніх і високих температур – на теплових коливаннях кристалічної ґратки (на акустичних фононах). В дуже сильних полях

енергія носіїв заряду збільшується настільки, що можливе розсіювання носіїв заряду на оптичних коливаннях.. Внаслідок цього в області низьких температур ($T < T_s$) $\mu \sim \mathcal{E}^{\frac{3}{2}}$, а в області високих температур

$\mu \sim \mathcal{E}^{-\frac{1}{2}}$. Це призводить до насичення дрейфової швидкості носіїв за-

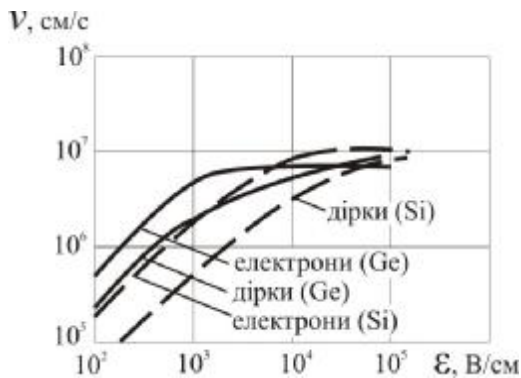


Рисунок 4.3 – Залежність швидкості носіїв заряду від напруженості електричного поля для чистих германію та кремнію

ряду (рис. 4.3) і густини струму (рис. 4.4) в сильному полі для кристалів германію і кремнію.

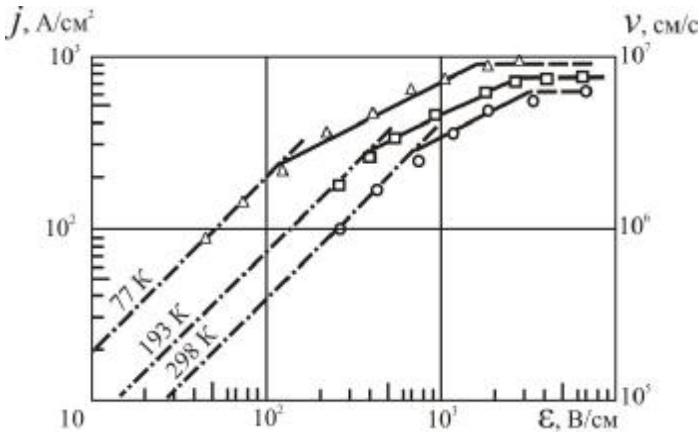


Рисунок 4.4 – Залежність густини струму та дрейфової швидкості від напруженості зовнішнього електричного поля в електронному германії

Як видно із рис. 4.3, дрейфова швидкість в полях близько $\sim 10^4$ В/см виходить на насичення й досягає величини $u_s \sim 10^7$ см/с.

Отже, густина струму j_s , який протікає через зразок германію чи кремнію в сильних полях, прямує до насичення, оскільки

$$j_s = en v_s, \quad (4.8)$$

що ми й бачимо на рис. 4.4. Це значить, що

$$\sigma = \frac{j_s}{E} = \sigma_0 E^{-1}, \quad (4.9)$$

тобто питома провідність зменшується, коли дрейфова швидкість виходить на насичення.

В GaAs залежність дрейфової швидкості від напруженості електричного поля складніша, ніж у Ge і Si, що зумовлено особливостями енергетичного спектру зони провідності GaAs.

В полярних кристалах залежність $\mu = f(E)$ також має інший вигляд.

Також слід зазначити, що в сильному полі зі збільшенням швидкості носіїв заряду збільшується їх температура відносно температури кристалічної ґратки, тобто має місце „розігрівання“ носіїв заряду.

4.1.3 Залежність концентрації носіїв заряду від напруженості електричного поля

У високоомних напівпровідниках або діелектриках у сильному електричному полі має місце генерація носіїв заряду, коли їхня концентрація збільшується внаслідок йонізації атомів основного матеріалу або домішок. Розрізняють три види йонізації (три ефекти), які в різних підручниках називають по-різному, що відображено в табл. 4.1; там же вказані назви, які видаються найбільш логічними, і які прийняті в даних методичних вказівках.

Таблиця 4.1 – Варіанти назв ефектів і значення напруженості поля, при яких має місце ефект

Джерело	Назви ефектів		
[1]	Електростатична йонізація $10^4 \div 10^5$ В/см	Ефект Зінера. Тунельний ефект 10^6 В/см	Ударна йонізація 10^5 В/см
[2]	Термоелектрична йонізація (ефект Френкеля) $5 \cdot 10^3 \div 5 \cdot 10^4$ В/см	Електростатична йонізація (тунельний ефект) $> 5 \cdot 10^7$ В/см	Ударна йонізація $10^5 \div 10^6$ В/см
[3]	Термоелектронна йонізація по Френкелю $> 10^3 \div 10^4$ В/см	Тунелювання (ефект Зінера) $\sim 10^7$ В/см	Ударна йонізація. $> 10^5 \div 10^6$ В/см для вільних атомів, ~ 10 В/см – для домішкових
[4]	Термоелектронна йонізація Френкеля. $> 10^4 \div 10^6$ В/см	Електростатична йонізація. $\geq 10^7$ В/см	Ударна йонізація $10^4 \div 10^6$ В/см
[5]	Термоелектронна	Електростати-	Ударна йонізація

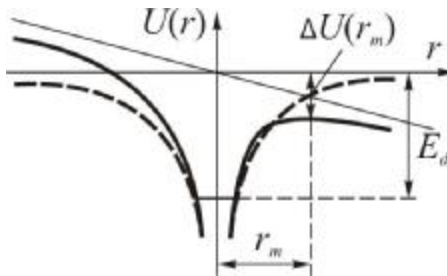
	йонізація Френкеля. $\sim 10^3 \div 10^5$ В/см	чна йонізація. Ефект Зінера. 10^8 В/см	$10^5 \div 10^6$ В/см
--	--	--	-----------------------

Продовження таблиці 4.1

Джерело	Назви ефектів		
[6]	—	—	Ударна йонізація $10^5 \div 10^6$ В/см
Назва, прийнята в методичних вказівках	Термоелектрична йонізація (ефект Френкеля)	Тунельний ефект (ефект Зінера)	Ударна йонізація

4.1.3.1 Термоелектрична йонізація (ефект Френкеля). Згідно з [1], ефект Френкеля має місце в високоомних напівпровідниках і діелектриках, і полягає в суттєвому зростанні концентрації вільних носіїв заряду в сильному електричному полі. В [1] цей ефект має назву електростатична йонізація, в [2] – термоелектрична йонізація (ефект Френкеля), в [3] – термоелектронна йонізація Френкеля.

Суть ефекту наступна [1,2,3]. Сильне електричне поле деформує потенціальну яму електрона в атомі донорної домішки (рис. 4.5).



Пунктир – без поля; суцільна крива – за наявності зовнішнього електричного поля

Рисунок 4.5 – Зниження потенціального бар'єра під дією зовнішнього електричного поля

За відсутності електричного поля електрон локалізований в потенціальній ямі, утвореній позитивно зарядженим донором (домішковим йоном), а енергія, потрібна для його йонізації, дорівнює E_d .

Зовнішнє електричне поле знижує потенціальний бар'єр в напрямку, протилежному напрямку електричного поля.

Потенціальна енергія електрона з урахуванням дії зовнішнього електричного поля, направлено уздовж вектора $\mathbf{r}$, може бути записана у вигляді:

$$U(r) = -e\mathcal{E}r - \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}. \quad (4.10)$$

Перший доданок у цьому рівнянні відображає зміну потенціальної енергії електрона в зовнішньому електричному полі напруженістю $\mathcal{E}$, а другий – в кулонівському полі донора. Як витікає з (4.10), енергія $U(r)$ у деякій точці r_m має екстремальне значення, а потенціальний бар'єр у цій точці знижується на величину

$$U(r_m) = -e\sqrt{\frac{e\mathcal{E}}{\pi\epsilon\epsilon_0}}, \quad (4.11)$$

а значить, на таку ж величину зменшується й енергія йонізації донора i , як наслідок, збільшується ймовірність термічного збудження згідно зі статистикою Больцмана на величину

$$e^{-\frac{\Delta U}{k_B T}} = e^{-\frac{e}{k_B T} \sqrt{\frac{e}{\pi\epsilon\epsilon_0}} \sqrt{\mathcal{E}}}. \quad (4.12)$$

Напруженість електричного поля, при якій має місце помітне зростання концентрації електронів, звичайно дорівнює 10^4 – 10^5 В/см. Цей механізм утворення вільних носіїв заряду проявляється тільки в тому випадку, коли концентрація нейонізованої донорної домішки значно перевищує концентрацію вільних електронів (тобто за температур $T < T_s$).

Приблизно таке ж пояснення ефекту Френкеля наведене в [2,3,5], тільки при такому ж напрямі поля, як і на рис. 4.5, в цих підручниках потенціальна яма повернута на 180° відносно осі y , чому важко знайти пояснення.

Тепер проаналізуємо пояснення ефекту Френкеля, наведене вище.

На рис. 4.5 вісь r є геометричним місцем точок, де $U(r) = 0$. Отже, всі точки, які лежать вище осі r , є значеннями енергії вільного електрона ($U(r) > 0$), а точки, які лежать нижче осі r , є значеннями енергії зв'язаного електрона, тобто електрона, який силою кулонівського притягування „прив'язаний” до ядра певного атома ($U(r) < 0$). Відстань від осі r до будь-якої точки на кривій потенціальної ями показує, скільки енергії не вистачає електрону, щоб стати вільним. Отже, у межах правої вітки потенціальної ями енергія йонізації атома не зменшується, а навпаки – збільшується. Очевидно, що електрон у полі, направленому зліва направо (у напрямку осі r) буде зміщуватися відносно ядра не вправо, а вліво, при цьому ліва вітка кривої, яка зображує потенціальну яму, буде зміщуватися вгору, при цьому буде зменшуватися енергія зв'язку електрона з атомом і підсилюватися темп термогенерації вільних носіїв заряду.

Як видно з рисунка, в точці, де $r \approx -r_m$, ліва вітка потенціальної ями проходить через 0, що означає наступне: якщо сильне електричне поле зможе змістити електрон на таку або більшу відстань – вліво, то електрон зможе стати вільним тільки за рахунок електричного поля, без участі ефекту термічної йонізації.

У формулі (4.10) у знаменнику другого доданка замість r має стояти $|r|$, оскільки потенціальна яма симетрична відносно вертикаль осі.

4.1.3.2 Тунельний ефект (ефект Зінера). В дуже сильних електричних полях стає можливим ще один механізм утворення вільних носіїв заряду – *тунельний ефект*. Як відомо, у напівпровідника, який знаходиться в зовнішньому електричному полі, має місце нахил енергетичних зон. Нахил зон тим більший, чим більша величина напруженості електричного поля. За таких умов можливий горизонтальний перехід електрона із валентної зони в зону провідності, як показано на рис. 4.6. Це тунельний перехід, імовірність якого залежить від висоти і ширини потенціального бар'єра. Висота бар'єра AB дорівнює ΔE_g , а ширина

$$AB = \Delta x = \frac{\Delta E_g}{q\mathcal{E}}. \quad (4.13)$$

Отже, ширина потенціального бар'єра зменшується зі збільшенням напруженості електричного поля.

Як відомо із квантової механіки, ймовірність переходу електрона через потенціальний бар'єр трикутної форми (АВВ) визначається формулою

$$D = D_0 e^{-\frac{2\sqrt{2m^* \Delta E_g^2}}{q\hbar\mathcal{E}}}. \quad (4.14)$$

В [1] ця формула помилково записана в такому вигляді:

$$D = D_0 e^{-2\sqrt{2m^* \Delta E_g^2} q\hbar\mathcal{E}}.$$

У помилковості останньої формули легко переконатися, перевіливши показник степені експоненти на відсутність розмірності або показник степені при ΔE_g .

Із формули (4.13) випливає, що ймовірність тунельного переходу електрона із зони в зону зростає експоненційно при збільшенні напруженості поля. Крім того, ймовірність тунельного переходу буде більшою у напівпровідників з меншим значенням ширини забороненої зони ΔE_g і ефективної маси m^* .

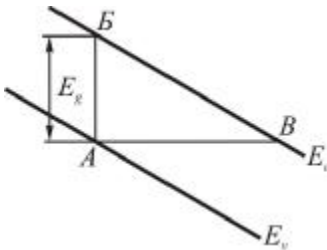


Рисунок 4.6 – Зонна структура власного напівпровідника за наявності сильного електричного поля

Оскільки струм j через зразок пропорційний коефіцієнту D , то

$$j \sim e^{-\frac{a}{\mathcal{E}}}, \quad (4.15)$$

$$\text{де } a \equiv \frac{2\sqrt{2m^* \Delta E_g^2}}{q\hbar}.$$

Більш точна теорія дає таку формулу:

$$j \sim e^{-\frac{b}{\sqrt{U}}}, \quad (4.16)$$

де U – різниця потенціалів на зразку;

b – коефіцієнт, який визначається експериментально.

Тунельний ефект призводить до значного збільшення концентрації носіїв заряду в полях напруженістю $\mathcal{E} \geq 10^6 \text{ В/см}$, які легко можна забезпечити в p - n -переході.

На рис. 4.7 показана зміна ймовірності тунельного переходу в залежності від напруженості поля в p - n -переході.

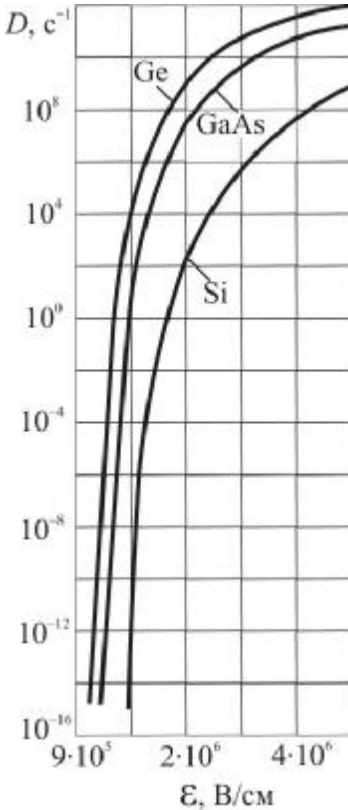


Рисунок 4.7 – Ймовірність тунельного переходу електронів у залежності від напруженості електричного поля в p - n -переході

4.1.3.3 Ударна йонізація.

У сильному електричному полі як електрони, так і дірки можуть набути енергію, достатню для йонізації домішкових атомів або навіть власних атомів напівпровідника. В результаті цього виникають електронно-діркові пари, які, в свою чергу, прискорюються полем і генерують додаткові носії заряду. Цей процес утворення вільних носіїв заряду називається *ударною йонізацією*. Спостерігати це явище можна лише в p - n -переходах, оскільки створити поля $10^5 \div 10^6 \text{ В/см}$ в однорідному напівпровіднику дуже важко за розумних товщин останнього. Винятком є ударна йонізація домішкових атомів, яка не потребує великих напруженостей поля і спостерігається за низьких температур, коли атоми домішки не йонізовані. Наприклад, в Ge за

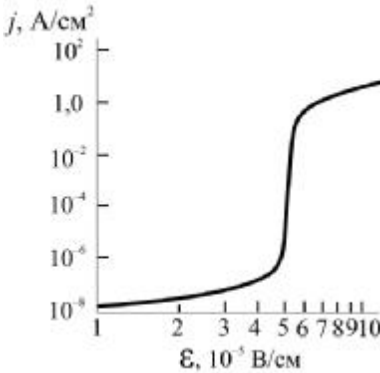


Рисунок 4.8 – Ударна йонізація в електронному германії за $T = 4,2 \text{ K}$

електронно-діркових пар, генерованих електроном (діркою) на одиниці шляху переміщення.

І для електронів і для дірок коефіцієнт йонізації дуже залежить від напруженості електричного поля, як показано на рис. 4.9. Струм за ударної йонізації можна визначити за формулою

$$j = j_0 e^{ad}, \quad (4.18)$$

де j_0 – струм за відсутності ударної йонізації;

d – довжина області напівпровідника із сильним електричним полем;

$T = 4,2 \text{ K}$, як показано на рис. 4.8,

вже при $E \approx 5 \text{ В/см}$ має місце різке стрибкоподібне зростання густини струму, викликане ударною йонізацією домішкових атомів.

Швидкість генерації електронно-діркових пар визначають за формулою

$$G = a_n n m_n + a_p p m_p, \quad (4.17)$$

де a_n і a_p – коефіцієнти ударної йонізації електронів і дірок відповідно, визначається як число

електронно-діркових пар, генерованих електроном (діркою) на одиниці

шляху переміщення.

І для електронів і для дірок коефіцієнт йонізації дуже залежить від напруженості електричного поля, як показано на рис. 4.9. Струм за ударної йонізації можна визначити за формулою

$$j = j_0 e^{ad}, \quad (4.18)$$

де j_0 – струм за відсутності ударної йонізації;

d – довжина області напівпровідника із сильним електричним полем;

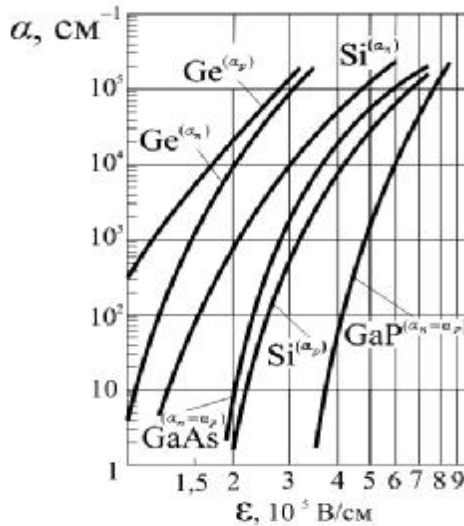


Рисунок 4.9 – Залежність коефіцієнта ударної йонізації від електричного поля для германію, кремнію, арсеніду галію і фосфіду індію

$$a = \frac{1}{N} \frac{dN}{dx} \text{ – коефіцієнт ударної йонізації.}$$

Прискорення електрона до порога йонізації E_i залежить від співвідношення двох факторів: прискорення в зовнішньому електричному полі та розсіювання енергії при зіткненнях з фононами. Два різних варіанти процесу прискорення показано на рис. 4.10, де по осі ординат відкладена енергія, яку набуває електрон в електричному полі, а по осі абсцис – відкладені довжини вільного пробігу l ; $\hbar\omega_o$ – енергія оптичного фонуна.

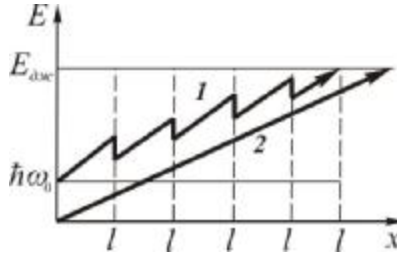


Рисунок 4.10 – Умовна діаграма ударної іонізації

В дуже сильних електричних полях, коли виконується умова $qEl \gg \hbar\omega_0$, електрони можуть набрати достатню енергію на шляху в декілька електронних пробігів, незважаючи на зіткнення з фононами, оскільки при кожному такому зіткненні втрата енергії незначна (лінія 1). В такому випадку, як показує теорія,

$$\alpha(E) \sim e^{-\frac{\beta E_i}{\epsilon}}. \quad (4.19)$$

Таке наближення для $\alpha(E)$ називають *дифузійним*, маючи на увазі аналогію з дифузійним рухом частинки.

В іншому випадку, коли поля відносно слабкі ($qEl \ll \hbar\omega_0$), носії заряду набирають енергію на відстані декількох довжин вільного пробігу, якщо вдається не зіткнутися з фононами. У такому випадку для коефіцієнта ударної іонізації можна записати

$$\alpha(E) \sim e^{-\frac{E_i}{qEl}}. \quad (4.20)$$

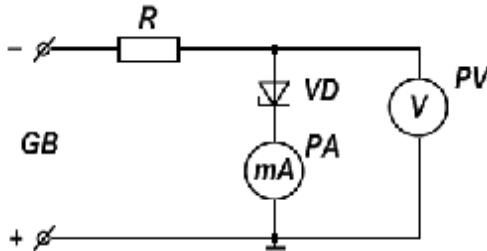
Таке наближення для $\alpha(E)$ називають *дрейфовим*.

Як показали експерименти, в Ge і Si, в основному, $\alpha(E)$ визначається законом (4.20), але у вузьких *p-n*-переходах спостерігається залежність (4.19).

4.2 Схема для дослідження

4.2.1 Для дослідження можна використати будь-який низьковольтний кремнієвий стабілітрон.

4.2.2 Для зняття вольт-амперної характеристики (ВАХ) зразка використовують схему, показану на рисунку 4.11.



Примі-

Якщо в

вимірю-
них приладів використовуватимуться мультиметри, тоді нижній полюс вольтметра слід підключити між стабілітроном і міліамперметром, оскільки мультиметр при вимірюванні струму має відносно великий внутрішній опір.

Рисунок 4.11 – Схема для дослідження ВАХ зразка

тка.
якості
валь-

4.3 Завдання

4.3.1 Зняти ВАХ стабілітрона при зворотному зміщенні р-п-переходу; побудувати графік.

4.3.2 Використовуючи відомі формул из дисципліни «Фізика напівпровідників», визначити максимальну напруженість електричного поля в р-п-переході в припущенні, що р-п-перехід різкий, концентрація донорів $N_d = 10^{11} \div 10^{16} \text{ см}^{-3}$, а концентрація акцепторів на $2 \div 3$ порядки більша.

Взяти до відома, що максимальна напруженість поля в переході в 2 рази перевищує середню.

Конкретні значення концентрації задати самостійно.

4.3.3 Знаючи оцінку напруженості поля в переході, визначити механізм йонізації і коефіцієнт ударної йонізації.

4.4 Контрольні запитання

- 1 Як розрізняють слабкі та сильні електричні поля?
- 2 У чому полягає причина порушення закону Ома?
- 3 Якими факторами може обмежуватися рухливість носіїв заряду?

- 4 Як змінюється в сильному полі швидкість і рухливість носіїв заряду в германії й кремнії? Чи змінюється концентрація носіїв заряду?
- 5 Що таке потенціальна яма електрона в атомі та потенціальний бар'єр?
- 6 Фізична природа ефекту Френкеля.
- 7 Фізична природа тунельного ефекту.
- 8 Що таке коефіцієнт ударної йонізації?
- 9 Як здійснюється ударна йонізація?
- 10 Чи може дірка здійснювати йонізацію атомів?
- 11 Як практично може бути використана залежність питомої електропровідності напівпровідника від напруженості електричного поля?

4.5 Рекомендована література

- 1 **Шалимова, К. В.** Физика полупроводников [Текст] / К. В. Шалимова. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 392 с.
- 2 **Фистуль, В. И.** Введение в физику полупроводников [Текст] / В. И. Фистуль. – М.: Высшая школа, 1984. – 352 с.
- 3 **Орешкин, П. Т.** Физика полупроводников и диэлектриков [Текст] / П. Т. Орешкин. – М.: Высшая школа, 1977. – 448 с.
- 4 **Лысов, В. Ф.** Практикум по физике полупроводников [Текст] / В. Ф. Лысов. – М.: Просвещение, 1976. – 207 с.
- 5 **Епифанов, Г. И.** Физические основы микроэлектроники [Текст] / Г. И. Епифанов. – М.: Советское радио, 1971. – 376 с.
- 6 **Зи, С.** Физика полупроводниковых приборов [Текст]: в 2 т. / С. Зи; т. 1. – М.: Мир, 1984. – 456 с.

5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5 „ВИВЧЕННЯ ЕЛЕКТРОННИХ ПРОЦЕСІВ У ГАЗАХ”

Мета - вивчення електронних процесів, які протікають у газофазній плазмі.

5.1 Електронні процеси в газофазній плазмі

5.1.1 Поняття про газофазну плазму

У багатьох видах електричного струму в газах ми зустрічаємо протяжні області, заповнені газом, стан якого відрізняється: а) поміт-

ним ступенем йонізації X_i ; б) квазінейтральністю, тобто приблизною рівністю концентрацій носіїв заряду обох знаків:

$$n_e \approx \sum_{Z=1}^m n_p^{(Z)} Z.$$

За таким газом, йонізованим і квазінейтральним, закріпилась назва «плазма». З'ясуємо фізичний сенс умов а) і б).

Йонізований газ може називатися плазмою, якщо він має особливу внутрішню «структуру», що й зумовлює специфічні «плазмові» властивості газу. Ця структура виявляється у вигляді локальних зон із порушеною квазінейтральністю, існування яких підтримується тепловим рухом носіїв заряду, що конкурують із процесом зближення зарядів протилежного знака. Розмір таких областей, в яких заряди можуть розділитися під дією теплового руху, характеризується так званим *радіусом екранування*, або *дебаєвським радіусом*. У найпростішому випадку (однозарядні йони, $T_e = T_p = T$) радіус екранування

$$r_0 = \left(\frac{kT}{8\pi e_0^2 n_t} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Очевидно, що для зберігання квазінейтральності плазми розміри дебаєвських зон r_D мають бути значно менше розмірів області l_p , яку займає плазма, тобто ми приходимо до *природного критерію плазмового стану*: $r_D \ll l_p$. Отже, питання про те, має або не має йонізований газ властивостей плазми, залежить не тільки від концентрації заряджених частинок і їх температури, але й від розмірів області, яку займає плазма. Справді,

$$n_{e \min} = \frac{kT}{pe_0^2 e_p^2},$$

і при $l_3 \sim 10$ см, $T \sim 10^4$ °К мінімальна концентрація електронів $n_{e \min} \sim 10^3$ см⁻³, а при $l_3 \sim 1$ см і тій же температурі $n_{e \min} \sim 10^5$ см⁻³.

Якщо в плазмі всі або майже всі атоми йонізовані, то властивості такої *повністю йонізованої плазми* визначаються цілком властивостями складових її йонного й електронного газів. Це буває, наприклад, у

«високотемпературній» плазмі і практично ніколи не реалізується в «низькотемпературній» плазмі. Проте для того, щоб плазма поведилася як «сильно йонізована», зовсім не обов'язково, щоб справді ступінь йонізації $X_i = 1$. У багатьох випадках достатньо, щоб розсіювання електронів на йонах перевищувало їх розсіювання нейтральними молекулами, тобто

$$n_p s_{ep}^* \geq n_g s_{eg}^* \quad \text{або} \quad x_i \geq \frac{s_{eg}^*}{s_{ep}^*}, \quad (5.1)$$

де s_{ep}^* і s_{eg}^* - ефективні перетини, які характеризують взаємодію електронів відповідно з йонами і нейтральними атомами в даному процесі переносу. Звичайно $s_{eg}^* = 10^{-15} \text{ см}^2$, а при $T \sim 10^4 \text{ К}$ ($\sim 1 \text{ еВ}$) розмір $s_{ep}^* \sim 10^{-13} \text{ см}^2$. Отже, стосовно процесів, пов'язаних із довжиною вільного прольоту електрона, яка визначає такі важливі характеристики плазми, як електропровідність, електронну теплопровідність та ін., газ може поводитися як сильно йонізований уже при ступені йонізації $X_i \geq 10^2$ (близько 1%). У випадках, коли виконується умова, протилежна (5.1), плазму можна вважати *слабко йонізованою*.

Умова «квазінейтральності» означає, що потенціальна енергія зарядженої частинки в електричному полі, що виникає через поділ зарядів в області l_p , незначна в порівнянні з її тепловою енергією:

$e_0 j \sim 4\pi e_0^2 |n_p - n_e| l_p^2 \ll kT$. Іншими словами, плазма в області l_p є «квазінейтральною», якщо $|n_p - n_e| / n_e \ll (r_D / l_p)^2$. Отже, чим більше розміри області l_p , тим ближче мають бути середні концентрації n_p і n_e .

Проведене вище уточнення поняття плазми може створити уявлення про неї, як охоплююче порівняно вузьке коло об'єктів із спеціально обраними властивостями. У дійсності ж це коло дуже широке. При високих температурах будь-який газ стає плазмою, тому велика частина небесних тіл (усі видимі зірки, значна частина газових туманностей) складається з плазми; можна вважати плазму одним з основних станів речовини у Всесвіті.

Як одна з областей самостійного струму в газі плазма також не є особливим окремим випадком, адже увесь міжелектродний проміжок, крім областей, що прилягають до електродів або стінок, де позначається дія, що стосується останніх, заповнюється плазмою. Тому правильно розглядати плазму як характерний стан газових провідників у відсутність збурень із боку твердих або рідких тіл (електродів або стінок). Плазма, як виходить з її визначення, є особливим станом речовини, у найпростішому випадку однорідного, хімічно простого газу. Але оскільки вона завжди складається з частинок різноманітних родів, її можна розглядати як суміш декількох різних газів: газів нормальних і збуджених нейтральних молекул і атомів електронного, фотонного і йонного газів.

Однією з істотних характеристик суміші газів є розподіл швидкостей частинок цих газів. Якщо газова суміш перебуває в стані теплової рівноваги або близькому до нього, то швидкості молекул кожної із її компонент розподілені за законом Максвелла і температури компонент рівні. Плазму, що задовольняє умові

$$T_i = T_p = T_g = T, \quad (5.2)$$

(причому T всюди однакова: $grad T = 0$), називають *ізотермічною плазмою*. При цьому припускають, що всі рівноважні процеси в плазмі, як кінетичні, так і хімічні (наприклад, процеси дисоціації й молізації (з'єднання йонів протилежних знаків в нейтральні молекули) між атомами й молекулами, йонізації й рекомбінації між атомами, йонами й електронами), так само як і загальні властивості плазми в цілому (наприклад, середня теплова швидкість компонент, випромінювання, електропровідність, теплопровідність), є однозначними функціями температури.

5.1.2 Види газозфазної плазми

У реальних умовах повна рівновага не спостерігається, оскільки внаслідок кінцевості розмірів області, зайнятої плазмою, в результаті дифузії заряджених і нейтральних частинок, випромінювання й потоків тепла в простір навколо плазми виникають різниці концентрацій і температур між центральними областями й периферією, тобто теплова рівновага постійно порушується. Проте може трапитися, що температури компонент плазми $T_i, T_p, T_g, \dots$ хоча і змінюються від точки

до точки, але в кожній точці між собою приблизно рівні. Якщо при цьому виконуються такі умови:

а) зіткнення між електронами й важкими частинками відбуваються настільки часто, що електрони встигають передавати надлишкову енергію, яку одержують в електричному полі, незважаючи на незначну частку енергії, яка передається при окремому зіткненні;

б) процес йонізації в плазмі майже цілком урівноважується зворотним процесом рекомбінації, так що лише невеличка частина носіїв заряду губиться внаслідок дифузії;

в) більша частина збуджених атомів віддає свою енергію при непружних зіткненнях II роду, а більша частина випроміненої енергії не виходить за межі плазми і поглинається в самій плазмі, тоді мова йде про *майже ізотермічну* (або *квазіізотермічну*) плазму.

Плазму, яка не відповідає цим умовам, і в якій розподіли швидкостей частинок окремих її компонент істотно не максвеллівські або температури компонент не рівні між собою ($T_i \neq T_p \neq T_g$), називають *неізотермічною*. Можливість існування такого виду плазми зумовлена тим, що:

а) приток енергії від зовнішнього джерела (електричного поля) до плазми відбувається через деякі з компонент суміші (у першу чергу переважно через електрони);

б) передача енергії до інших компонент суміші (до нейтрального газу і йонів) відбувається з кінцевою швидкістю.

У залежності від масштабу температур компонент плазми розрізняють ще дві групи плазми: *низькотемпературна* й *високотемпературна* плазма. До першої відносять плазми, у яких відбуваються процеси в зовнішніх електронних оболонках атомів або молекул (порушення, йонізація, дисоціація й зворотні процеси), але не задіяні глибокі електронні оболонки і немає ядерних процесів. У них середня енергія теплового руху частинок не перевищує енергії йонізації: $kT \leq e_0 U_i \sim 10 \text{ eV}$, що відповідає $T < 10^3 \text{ K}$. Такі плазми зустрічаються в усіляких видах електричних струмів у газі на Землі, в її атмосфері, в зовнішніх оболонках зірок (зокрема, Сонця), а також в сучасній техніці. У високотемпературних плазмах, де $T > 10^6 \text{ K}$ (енергія частинок $> 10^2 \text{ eV}$), збуджуються внутрішні електронні оболонки і можуть відбуватися різноманітні ядерні процеси.

Ізотермічні або, точніше, майже ізотермічні плазми ми знаходимо в зоряних атмосферах, різноманітних видах полум'я й інших тіл, де йонізація газу виникає внаслідок високої температури; далі - у позитивному стовпі дуги високого тиску, де також приблизно виконуються умови термічної рівноваги.

Прикладами неізотермічної плазми є негативне світіння й позитивний стовп дуги або тліючого струму в розріджених газах і деякі інші випадки самостійних струмів при низькому тиску газу.

Оскільки всяка плазма є йонізованим газом, багато властивостей, наприклад електропровідність, теплопровідність, електрична й магнітна проникність, підпорядковуються в них однаковим закономірностям і в багатьох випадках вивчаються подібними методами. Ці властивості розглядаються далі в першу чергу. Розходження ізотермічної, квазіізотермічної й неізотермічної плазм зумовлено різноманітними умовами їх існування. Тому питання виникнення, підтримки і зникнення плазми, баланс заряджених частинок і баланс енергії в цих випадках відрізняються між собою і мають в застосуванні до різноманітних видів плазми розглядатися окремо.

5.2 Установка для отримання водневої плазми

Під дією високочастотного розряду, утворюваного генератором високої частоти УВЧ-66 потужністю 70 Вт і частотою 40 МГц, запалюється плазма, при цьому молекулярний водень частково розкладається на атомарний водень.

Загальна блок-схема установки для обробки зразків в атомарному водні показана на рис. 5.1. Робоча камера являє собою проточну систему, яка складається з двох кварцових труб різного діаметра: тонка діаметром $d_1=40$ мм і товста діаметром $d_2=180$ мм. У тонкій частині труби запалюється плазма для одержання атомарного водню. Відстань між електродами вибирається експериментально.

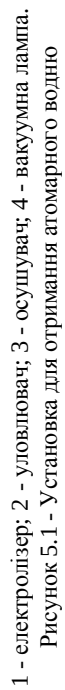
У широкій частині труби розміщують оброблювані зразки і датчик для вимірювання відносної концентрації атомарного водню. Концентрація атомарного водню в системі вимірюється калориметричним методом. У якості датчика концентрації використовують вольфрамову або платинову тонку нитку, яка має велику площу поверхні. У результаті впливу атомарного водню на нитку виділяється енергія рекомбінації, нитка розжарюється, і при цьому її власний опір різко

зростає. Вимірювання опору нитки проводить цифровим універсальним вимірювальним приладом (ЦУВП) в режимі вимірювання опору (опір до початку роботи дорівнює 12 - 14 Ом, під час роботи він зростає до 70-80 Ом). Цей метод дозволяє контролювати відносну концентрацію атомарного водню в системі. Для видалення оксидної плівки з вольфрамової спіралі її прогривають за допомогою джерела живлення Б5-9 із короткочасним умиканням ($t = 5$ с при $U = 10$ В).

На протилежному кінці робочої камери знаходиться зовнішній вивід для відкачування відпрацьованої водневої атомарно-молекулярної суміші. Для цього використовують електронасос типу 2НВР-5Д. При цьому відпрацьовані гази видаляються з насосу за межі робочої кімнати.

Тиск у камері контролюють вакуумметром ВІТ-1А. Для захисту від високочастотного випромінювання й узгодження розряду використовують алюмінієвий екран, який розташовують поблизу зони розряду.

Концентрацію атомів водню в робочому об'ємі вимірюють калориметричним методом. Датчиком концентрації атомів служить вольфрамова спіраль лампи розжарювання КН24-90. Металеві деталі датчика захищаються від впливу атомів водню силікатним клеєм у суміші з оксидом алюмінію у вигляді порошку. Датчик проградуирований по тепловій потужності, що виділяється у вольфрамовій спіралі при пропусканні струму при декількох значеннях робочого тиску, при яких проводять обробку зразків у водні. Датчик із вольфрамової спіралі має порівняно невеличкий вплив і велику чутливість (завдяки великій площі поверхні).



5.3.1 Вивчити блок-схему і принцип дії експериментальної установки.

5.3.2 Включити установку і створити необхідний вакуум.

5.3.3 Знайти величину найбільшого і найменшого тиску, при яких існує воднева плазма.

5.3.4 Знайти напруженість електричного поля у плазмі.

5.3.5 Знайти середню енергію йонізації атомних частинок у водневій плазмі.

5.3.6 Проаналізувати фізичні процеси, що діють у плазмі.

5.4 Рекомендована література

- 1 **Лавренко, В.А.** Рекомбинация атомов водорода на поверхности твердых тел [Текст] /В.А.Лавренко.- Киев: Наукова думка, 1973.- 204 с.
- 2 **Волькенштейн, Ф.Ф.** Радикалорекомбинационная люминесценция полупроводников [Текст] /Ф.Ф.Волькенштейн, А.Н.Горбань, В.А.Соколов.- М.: Наука, 1976.- 278 с.
- 3 **Соколов, В.А.** Люминесценция и адсорбция [Текст] /В.А.Соколов, А.Н.Горбань.- М.: наука, 1969.- 187 с.
- 4 **Грановский, В.Л.** Электрический ток в газе [Текст] /В.Л.Грановский.- М.: Наука, 1971.-544 с.