

УДК 517.9:537.8

Онуфрієнко В.М.¹, Онуфрієнко Л.М.², Шама Є.О.³

¹ д-р фіз.-мат. наук, проф. НУ «Запорізька політехніка»

² канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

³ інж. НУ «Запорізька політехніка»

ЕРЕДИТАРНІ ВЛАСТИВОСТІ ФРАКТАЛЬНОГО ШАРУ ГЕЛЬМГОЛЬЦЯ

Теорія фрактального шару [1] на межі розділу двох середовищ базується на визначенні дробового диференціала $d^\alpha x_i$ та його зв'язку з дробовою похідною $d^\alpha L(x) = {}_a D_{x_i}^\alpha L(x) d_{x_i}^\alpha$, де дробова похідна ${}_a D_{x_i}^\alpha L(x)$ використовується у формі Рімана-Ліувілля. Зазначена модель використовується далі для означення фрактального α – шару Гельмгольца та визначення його ередитарних властивостей.

Концепція фрактальності процесів накопичення заряду у просторі і часі демонструє можливі немимучі зміни більшості результатів, отриманих до цього часу звичайними методами. З моделі фрактальності випливають декілька ефектів, які неможливо пояснити цими методами. Найважливішим з них є ефект пам'яті, що наводить на висновок про те, що від'ємні смісні (індуктивні) компакти мають пам'ять, керувати якою можна за допомогою часово-частотної та просторової фракталізації.

Першою і найпростішою двошаровою моделлю, створеною в 1879 р. Гельмгольцом [2], вважається концепція поділу заряду на межі між металевим електродом та розчином електроліту. Електрод тримає щільність заряду σ_M , що виникає внаслідок надлишку ($-\sigma_M$) або дефіциту ($+\sigma_M$) електронів

на поверхні електрода. Заряд на електроді врівноважується перерозподілом іонів у розчині на рівню, але протилежно заряджену кількість іонів. Розглядаємо два нефрактально конфігуровані шари протилежного заряду, розділені деякою відстанню $l = d/2$, обмеженою радіусом $d/2$ залучених іонів, і одним шаром сольвації навколо кожного іона. Лінія, проведена через центр таких іонів, позначає межу, відому як зовнішня площина Гельмгольца, і область всередині неї 2^α -ного електричного шару ($\alpha = 0$).

Потенціал у такому класичному шарі Гельмгольца описується рівнянням Пуассона $\partial^2 \varphi / \partial x^2 = -\rho(x) / \varepsilon \varepsilon_0$ відносно електричного потенціалу φ з розподілом заряду щільності ρ ; x – відстань від електрода, ε_0 та ε відповідно діелектричні проникності вакууму та середовища.

Якщо розглядати іони як точкові заряди (класичний підхід), то розв'язування задачі базується на переході до рівняння Лапласа $\partial^2 \varphi / \partial x^2 = 0$.

Така поведінка порівнянна з класичною проблемою плоскопаралельного конденсатора, тобто електричний подвійний шар здатний зберігати електричний заряд. Тому наведену двошарову ємність на одиницю площі можна оцінювати за формулою $C_n = \varepsilon \varepsilon_0 / l$, де l – товщина подвійного шару. Модель не враховує залежність вимірюваної ємності від потенціалу або концентрації електролітів. Ще один недолік – це нехтування взаємодіями, які виникають далеко від зовнішньої площини Гельмгольца.

В задачах про визначення концентрації $\rho(x, t)$ електроактивних елементів на поверхні фрактально конфігурованого зі скейлінгом α електроду $x = 0$, що контактує з електролітом, безпосереднє вимірювання $\rho(0, t)$ є обтяжливим, але експериментально достатньо легко визначається густина струму $j_x(0, t)$ на поверхні

$$-\frac{1}{K} j_x(0, t) = \frac{\partial^{1+\alpha} \rho(x, t)}{\partial x^{1+\alpha}} \Big|_{x=0}. \quad (1)$$

З рівняння (1) одержуємо залежність

$$\rho(0, t) = -K^{\frac{1}{2}} I_0^{\frac{1+\alpha}{2}} j_x(0, t) = -K^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)} \int_0^t \frac{j_x(0, \tau) d\tau}{(t-\tau)^{\frac{1-\alpha}{2}}}. \quad (2)$$

Наявність в досліджуваному процесі ефекту пам'яті або нелокальності за часом, що міститься в ядрі інтегрального оператора вихідного рівняння (2), позиціонуємо як функцію пам'яті

$$R(t-\tau) = \frac{\frac{\alpha-1}{2}}{\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (3)$$

що описує прояв ередитарності явища концентрації електроактивних елементів на поверхні електрода. Якщо функція пам'яті є степеневою (як у наших задачах з фрактальною геометрією контактів і неперервним розподілом фізичних параметрів на них та в задачах з фрактальними розподілами зарядів і струмів на гладких компактах), то виникає природній перехід до рівнянь з дробовими похідними.

Відмічаємо, що у випадку збігу функції пам'яті (3) з виразом для функції Хевісайда розглядуваний процес має повну пам'ять, а для збігу з функцією Дірака пам'ять у процесі відсутня.

Для одержаного нами виду функції пам'яті $R(t-\tau)$ процес має часткову втрату пам'яті і розглядається як прояв дофрактальності з можливістю контролювати, а також регулювати ступінь втрачання пам'яті за допомогою величини скейлінгу α у природніх та штучно створюваних метаматеріальних середовищах, геометричні або фізичні властивості котрих моделюються фракталами [4].

Розглядуваний нами підхід дозволяє розглядати ефекти, що створюються тепловим рухом іонів поблизу зарядженої поверхні з урахуванням дифузійного подвійного шару Гуй-Чапмана [3] і моделюються диференціальним рівнянням Пуассона-Больцмана. Узагальненню до фрактальної моделі може підлягати і розвинений Штерном підхід, де поєднуються дві попередні класичні моделі та враховується той факт, що іони мають кінцевий розмір, а отже, протяжність шару до електрода буде змінюватися в залежності від іонного радіусу.

Аналіз розподілу (3) демонструє також збіг результатів нашого моделювання для окремого випадку $\alpha = 0$ з результатами напівінтегрального (напівдиференціального) методу, розвинутого в 70-х роках минулого століття.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Онуфрієнко В. Вплив фрактальних меж затвору на провідність польового транзистора / В. Онуфрієнко, Л. Онуфрієнко // MEICS-2018, «Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних та комп'ютерних систем. – Дніпро, 2018. – С. 144–145.
2. Helmholtz H. Studien uber electriche Grenzsichten / H. Helmholtz // Ann. Phys. – 1879. – № 7. – P. 337–382.

3. Gouy M. G. Sur la constitution de la charge électrique à la surface d'un électrolyte / M. G. Gouy // J.Phys. Radium. – 1910. – № 9. – P. 457–468.

4. Onufrienko V. M. Modeling characteristics of field-effect fractal nanotransistor / V. M. Onufrienko, T. I. Slyusarova, L. M. Onufriyenko // 15th Intern. Conf. on advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering, 25-29 February 2020. – Lviv-Slavske, 2020. – № 170.