

СЕКЦІЯ «МЕХАНІКА»

УДК 624.042.1

Штанько П.К.¹, Омельченко О.С.², Голдиш В.Б.³

¹ канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька Політехніка»

² старш. викл. НУ «Запорізька Політехніка»

³ студ. гр. М-610 сп НУ «Запорізька Політехніка»

ДОСЛІДЖЕННЯ ПЛОСКОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ АНАЛІТИЧНИМ ТА ГРАФІЧНИМ СПОСОБАМИ

Досліджуючи напружений стан елементів конструкцій, найчастіше доводиться мати справу з плоским (двовісним) напруженим станом. Він буває при крученні, згинанні та складному опорі. На практиці розрахунок застосовується для обчислення напружень, які діють на корпусних деталях авіаційних двигунів та при розрахунках плоского напруженого стану в поперечних перетинах валів.

Потрібно визначити максимальні головні та дотичні напруження у виділеному елементі деформованого тіла (Рис.1 а).

Задача вирішувалася аналітичним та графічним методами.

Положення головних площадок визначаємо за формулою:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad \alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (1)$$

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2)$$

Тому $\sigma_{\max} = \sigma_1 = 76,57 \text{ МПа}$; $\sigma_2 = 0$; $\sigma_{\min} = \sigma_3 = -36,57 \text{ МПа}$.

Максимальне головне напруження (σ_1) діє на площадці, нормаль до якої відхиляється на кут α_0 від напрямку алгебраїчно більшого нормального напруження, тобто σ_y (рис.1 б).

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (3)$$

Максимальні дотичні напруження діють на площадках, які завжди орієнтовані під кутом 45° до напрямку головних напружень (Рис. 1 б).

Залежність напруження від кута нахилу площадки, на якій вони діють, має просту геометричну інтерпретацію у вигляді діаграми, яка називається **кругом напружень Мора**. Позначимо:

$$\alpha = \sigma_2 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; R = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (4)$$

Тоді напруження на похилих площадках можна представити у вигляді:

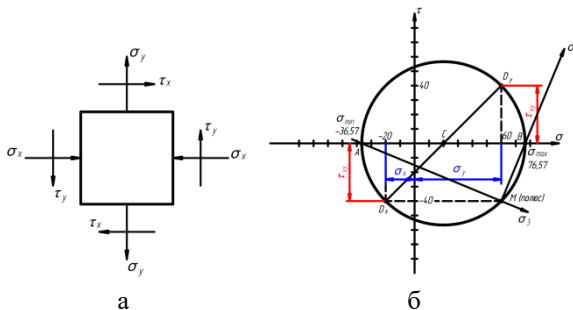
$$\sigma_\alpha = \alpha + R \cos 2\alpha \quad \tau_\alpha = R \sin 2\alpha \quad (5)$$

Ці рівняння представляють коло в параметричній формі.

$$(\sigma_\alpha - \alpha)^2 + \tau_\alpha^2 = R^2 \quad (6)$$

Даний спосіб дозволяє визначити дотичні і нормальні напруження в будь-якій точці конструкції.

Для даних задачі знайдемо рішення з використанням графічного способу. По відомим напруженням $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ на довільних площадках потрібно знайти головні напруження σ_1, σ_2 і положення головних площадок.



а – схема напруженого стану; б – круг Мора для даної схеми.

Рисунок 1 – Схема напруженого стану і круг Мора.

По вісі σ відкладемо відрізки, рівні за величиною σ_x і σ_y .

З отриманих точок в напрямку вісі τ відкладаємо відрізки відповідні τ_{xy} . Аналогічно побудуємо точки D_x і D_y , рівні напруженням $\tau_{yx} = -\tau_{xy}$. Поєднавши точки D_x і D_y , отримаємо точку C перетину відрізка $D_x D_y$ з віссю σ . Навколо точки C опишемо круг діаметром $D_x D_y$. Це і є круг напружень Мора.

Точки A і B перетину круга з віссю σ відповідають головним напруженням σ_1 і σ_3 . Для визначення напрямку головних площадок з точки D_x проведемо пряму паралельно вісі σ до перетину з кругом в точці M , яка називається полюсом. Прямі, проведені з полюса в точки A і B , відповідають напрямку головних напружень σ_1 і σ_3 відповідно.

Висновки. В результаті був проведений аналітичний та графічний розрахунок головних нормальних та максимальних дотичних напружень для заданого плоского напруженого стану.