

УДК 534.1

Фурсіна А.Д.¹, Кружнова С.Ю.²

¹ канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

² старш. викл. НУ «Запорізька політехніка»

ДИНАМІЧНА ПОВЕДІНКА БАЛКИ ІЗ ЗОСЕРЕДЖЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Вивчається динамічна поведінка вільно опертої однорідної пружної балки, підданої рівномірно розподіленому вздовж прольоту динамічному навантаженню. Розглядається дві моделі із зосередженими параметрами. Кожна балка розбита на $n+1$ частин, довжиною h кожна. В моделі 1 в місцях розбиття зосереджена тільки згинальна жорсткість $1/EI$, для цієї моделі не має значення, зосереджене або розподілене навантаження. В моделі 2 у точках розбиття балки зосереджені маси і навантаження.

Попередні дослідження, використовуючи диференціальні рівняння, показали, що у цих моделей однакові власні частоти і власні форми коливань. Чисельні результати при динамічному навантаженні, отримані інтегруванням рівнянь руху безпосередньо для точок розбиття, тобто без використання власних форм, показують, що в порівнянні з безперервним випадком – безперервний розподіл згинальної жорсткості маси і навантаження – результати, що визначаються для моделі 1, занадто високі, а моделі 2 – занадто низькі.

Рівняння вимушених коливань для моделі 1 можна записати у вигляді:

$$A\ddot{Y} + (6EI / mh^4)BY = (6p / m)U \quad (1)$$

де m і p – маса і навантаження на одиницю довжини, Y – вектор зміщення точок розбиття.

Записуючи $Y = M\Phi$, де $\Phi = \{\phi_j\}$ містить узагальнені координати, і підставляючи в рівняння (1), отримаємо:

$$\ddot{\phi}_{j1} + \lambda_{j1}\phi_{j1} = \frac{6p}{m} \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{1}{2}} [q_j / (4m + \mu_j)] = \gamma_{j1} \quad (2)$$

Індекс 1 вказує на модель 1. Аналогічно для моделі 2 справедливо рівняння:

$$\ddot{\phi}_{j2} + \lambda_{j2}\phi_{j2} = \frac{p}{m} \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{1}{2}} q_j = \gamma_{j2} \quad (3)$$

Індекс 2 вказує на модель 2, при цьому, як зазначено раніше, $\lambda_{j2} = \lambda_{j1}$.

Якщо знехтувати невеликою розбіжністю в значеннях частот, то відмінність поведінки з зосередженими параметрами від безперервного випадку можна вимірювати через відношення $\bar{\gamma}_j = \nu_{j1}$ і $\bar{\gamma}_j = \nu_{j2}$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Динамика и устойчивость сооружений: Учебное пособие. –2-е перераб.изд. / Р.А. Шакирзянов, Ф.Р. Шакирзянов. - Казань: Из-во КГАСУ, 2015. - 120 с.
2. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. - М.: Высшая школа, 1980 – 149 с.
3. Ерофеев В.И., Кажаяв В.В., Лисенкова Е.Е., Семерикова Н.П. Сравнительный анализ динамического поведения балок моделей Бернулли-Эйлера, Рэлея и Тимошенко, лежащих на упругом основании // Вестник научно-технологического развития, №8(24), 2009, с. 18-26