

УДК 678.02:621.365

Задоя Н.О.¹

¹ канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

ПОСТАНОВКА КРАЙОВОГО ЗАВДАННЯ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ НАГРІВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНОГО СКЛОПЛАСТИКУ

Під впливом радіаційних методів обробки в зоні опромінення досягається висока температура, що може спричинити термічні деформації та погіршення якості склопластикових конструкцій (деструкція полімерного сполучного, газовиділення). Процес терморадіаційного затвердіння полімерів, як поліконденсаційного так і полімеризаційного типів ставить завдання оптимізації температурних режимів, які забезпечують якісне твердіння сполучних. Одним із шляхів вирішення поставленої технологічної задачі є створення математичної моделі теплових процесів у склопластику при радіаційному твердінні та інженерних методів розрахунку температурних полів.

Поставимо завдання в такий спосіб. Циліндр нескінченної довжини, з внутрішнім радіусом r_1 та зовнішнім радіусом r_2 обертається навколо своєї осі з постійною кутовою швидкістю ω . Поза ним розташовується джерело електронів, яке опромінює паралельним пучком заданої ширини b , викликаючи нагрівання. Потужність теплового джерела Q на одиницю довжини циліндра може регулюватися енергією електронів E та струмом пучка I . Нагріті ділянки циліндра передають тепло холодним у результаті теплопровідності. Тепло також розсіюється в просторі внаслідок конвенції та теплового випромінювання.

Так як теплопровідність наповнювача відрізняється від теплопровідності сполучного, пакет з наповнювача та сполучного є анізотропний по теплопровідності матеріал. Шари в циліндрі можуть бути спіральні-кільцеві та геодезичні. Спіральні-кільцеві шари характеризуються

малим кутом до напрямної та мають, отже, приблизну симетрію щодо відображень за тангенціальним, осьовим та радіальним напрямками. Кожен окремо геодезичний шар не має такої симетрії, але зазвичай після шару з кутом намотування φ йде шар з кутом намотування $-\varphi$. Пара таких шарів вже приблизно має симетрію зазначеного виду. Це стосується і циліндра в цілому, який, таким чином, являє собою тверде ортотропне тіло, що має різну теплопровідність в трьох взаємно перпендикулярних напрямках. Проходячи по товщі матеріалу, енергія електронів зменшується за експонентним законом. Частина електронів віддає тепло композиту, а частина – розсіюється в просторі. Вважатимемо, що струм пучка I позначає ту частину струму електронів, яка витрачається на нагрівання циліндра з середини і дозволяє розподіляти тепло рівномірно в межах ефективної ширини. У середині виробу через процес гальмування електронів виділяється теплота. Об'ємна щільність теплового потоку визначається як кількість теплоти, що виділяється електронами, які гальмують, в елементарному обсязі середовища в одиницю часу, та позначається через q (r, φ, z, t). У системі координат, пов'язаної із циліндром, що обертається (системі координат Лагранжа), циліндр стає нерухомим, а навколо нього обертається джерело електронів.

Диференціальне рівняння теплопровідності має незліченну безліч рішень. Щоб із цієї множини обрати рішення, що характеризує конкретний аналізований процес, і дати повний опис цього процесу, необхідно до основного диференціального рівняння приєднати додаткові умови, що включають геометричні, фізичні та крайові.

Геометричні умови визначають форму та лінійні розміри тіла. У нашому випадку це циліндр із заданими розмірами. Фізичні умови визначають теплофізичні властивості тіла: $\lambda_r, \lambda_\varphi, \lambda_z$ – теплопровідності в радіальному, тангенціальному та осьовому напрямках відповідно, ρ – щільність, c – питома теплоємність, q – об'ємна щільність теплового потоку. Крайовими умовами називають сукупність початкового та граничних умов. Граничні умови відображають спосіб теплової взаємодії між навколишнім середовищем та поверхнею тіла. Для опису процесу нагрівання циліндра пучком електронів мають місце граничні умови третього роду.

Диференціальне рівняння теплопровідності разом із заданими додатковими умовами однозначності повністю визначають крайове завдання теплопровідності.