

Министерство образования и науки Украины
Национальный университет кораблестроения
имени адмирала Макарова

На правах рукописи

МОРГУН СЕРГЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ

УДК 539.3

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ
КОНСТРУКТИВНО НЕОДНОРОДНЫХ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН
ПРИ ИХ ВИБРАЦИЯХ

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
Каиров Алексей Сергеевич
доктор технических наук,
профессор

Николаев – 2015

СОДЕРЖАНИЕ

Список условных обозначений, индексов и сокращений	5
Введение.....	8
Раздел 1 Современное состояние проблемы расчета напряженно-деформированного состояния лопаточного аппарата турбомашин.....	16
1.1 Обзор современного состояния исследований колебаний и напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин при динамическом нагружении.....	16
1.1.1 Математическое моделирование колебаний и напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин.....	17
1.1.2 Экспериментальные методы исследования колебаний и напряжений в рабочих лопаток турбомашин.....	22
1.2 Основные задачи исследования.....	24
1.3 Выводы.....	26
Раздел 2 Разрешающие уравнения колебаний и напряженно-деформированного состояния лопаток турбомашин	27
2.1 Уравнения колебаний трехмерных моделей лопаток турбомашин	27
2.2 Напряженно-деформированное состояние трехмерных моделей лопаток турбомашин.....	29
2.3 Исследование колебаний и напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин методом конечных элементов.....	32
2.4 Выводы.....	35
Раздел 3 Свободные колебания лопаток турбомашин	36
3.1 Описание конечных элементов, моделирующих перо рабочих лопаток турбины	36
3.2 Алгоритм решения задачи о свободных колебаниях лопаток турбомашин	41
3.3 Исследование численной сходимости и адекватности решения задачи о собственных колебаниях лопаток турбомашин	46

3.4 Влияние граничных условий на частоты свободных колебаний лопаток турбомашин.....	50
3.5 Влияние физико-механических характеристик материала на частоты свободных колебаний лопаток турбомашин	53
3.6 Влияние температуры газового потока на частоты свободных колебаний лопаток турбомашин.....	57
3.7 Выводы	60
Раздел 4 Напряженно-деформированное состояние охлаждаемых рабочих лопаток турбомашин в потоке	62
4.1 Решение задачи о вынужденных колебаниях рабочих лопаток турбомашин ..	62
4.2 Напряженно-деформированное состояние охлаждаемых рабочих лопаток турбомашин.....	71
4.3 Влияние физико-механических характеристик материала на напряженно-деформированное состояние конструктивно неоднородных охлаждаемых лопаток турбомашин.....	74
4.4 Выводы	75
Раздел 5 Экспериментальное исследование колебаний и напряженно-деформированного состояния лопаток турбомашин.....	77
5.1 Методика экспериментальных исследований	77
5.2 Экспериментальное исследование свободных колебаний рабочих лопаток турбомашин.....	83
5.3 Экспериментальное исследование вибронапряжений в рабочих лопатках турбомашин.....	88
5.4 Выводы	93
Выводы	95
Список использованных источников	97
Приложение А Описание конечных элементов, моделирующих элементы рабочих турбины	109
Приложение Б Функциональная блок-схема алгоритма расчета частот и форм свободных колебаний рабочих лопаток турбомашин	120

Приложение В Влияние геометрических параметров на частоты свободных колебаний лопаток турбомашин.....	121
Приложение Г Учет демпфирования при вынужденных колебаниях рабочих лопаток турбомашин.....	135
Приложение Д Описание экспериментальной установки и порядок проведения голографического эксперимента.	142
Приложение Ж Схема препарирования лопатки турбины тензодатчиками, структурная схема и описание вибростенда.....	152
ПРИЛОЖЕНИЕ К	155
ПРИЛОЖЕНИЕ Л	156
ПРИЛОЖЕНИЕ М.....	157

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, ИНДЕКСОВ И СОКРАЩЕНИЙ

A^* – амплитуда вынужденных колебаний лопаточного венца, мм;

A_Ω – работа центробежных сил при колебаниях лопатки, Дж;

B – матрица градиентов конечного элемента;

b – величина хорды пера лопатки, мм;

b_1 – ширина корневой полки лопатки, мм;

b_2 – ширина бандажной полки, мм;

b_3 – ширина паза под уплотнение в бандажной полке, мм;

b_4 – толщина стенок охлаждающих каналов в полости пера лопатки, мм;

C – матрица демпфирования;

C_T – удельная теплопроводность материала лопатки, Дж/(кг* 0 К);

c – толщина пера лопатки, мм;

c_1 – толщина корневой полки лопатки, мм;

c_2 – ширина бандажной полки, мм;

c_3 – высота стенок охлаждающих каналов в полости пера лопатки, мм;

D_σ – матрица упругости;

d – диаметр отверстий для выхода охлаждающего воздуха из пера лопатки, мм

E – модуль Юнга, МПа;

F – матрица-вектор газодинамических сил;

f – частота свободных колебаний лопатки, Гц;

h_T – коэффициент теплопередачи от набегающего потока к поверхности твердого тела, Вт/(м 2 *К);

I – единичная матрица;

J – матрица Якоби;

J_a – яркость интерференционных полос на голограмме;

L – функция Лагранжа;

l – длина пера лопатки, мм;

l_1 – длина корневой полки лопатки, мм;

l_2 – длина бандажной полки, мм;

l_3 – глубина паза под уплотнение в бандажной полке, мм;

K – матрица жесткости конечного элемента;

M – матрица масс конечного элемента;

N – матрица функций формы конечного элемента;

q – число охлаждающих отверстий по выходной кромке лопатки, шт;

R – внешний радиус диска лопаточного венца, мм;

R_1 – радиус входной кромки лопатки, мм;

R_2 – радиус выходной кромки лопатки, мм;

T – кинетическая энергия колебаний лопатки, Дж;

T_n – температура газового потока, $^{\circ}\text{K}$;

t – время, с;

V – объём рассматриваемого конечного элемента;

u^1, u^2, u^3 – перемещения узлов конечных элементов относительно координатных осей x^1, x^2, x^3 соответственно, мм

x^1, x^2, x^3 – оси локальной декартовой системы координат лопатки;

X^1, X^2, X^3 – оси глобальной декартовой системы координат лопатки;

Π – потенциальная энергия деформации, Дж;

α – угол закрутки лопатки, град;

α^T – коэффициент теплового расширения материала;

β – угол наклона стенок охлаждающих каналов к оси лопатки z , град;

δ – обобщенные перемещения узлов конечного элемента;

ϵ – матрица упругих деформаций;

ϵ_0 – матрица тепловых деформаций;

ξ, ζ, η – оси локальной криволинейной системы координат лопатки;

λ – постоянная Лямэ;

λ_t – коэффициент теплопроводности материалов лопатки и диска, $\text{Вт}/(\text{м}^{\circ}\text{C})$;

ν – коэффициент Пуассона;

ρ – плотность материала лопатки, $\text{кг}/\text{м}^3$;

$\sigma_{200}(800)$ – предел длительной прочности лопаток турбомашин при температуре газового потока 800 °С, МПа;

σ_{\max} – величина максимальных динамических напряжений в лопаточном венце при вынужденных колебаниях, МПа;

φ – функция Эрмита;

Ω – частота вынужденных колебаний лопаточного венца, Гц;

ω – круговая частота колебаний лопатки, Гц;

Индексы:

i – i -ый компонент;

j – j -ый компонент;

k – k -ый компонент;

p – расчётные данные;

ε – экспериментальные данные;

Сокращения:

ГТД – газотурбинный двигатель;

МКЭ – метод конечных элементов;

НДС – напряженно-деформированное состояние;

САПР – система автоматизированного проектирования;

ЭВМ – электронно-вычислительная машина.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность проблемы. Конструкции лопаточного аппарата турбин и компрессоров, подвергаемые интенсивным динамическим нагрузкам, широко применяются в газо- и паротурбостроении и относятся к особо ответственными высоконагруженным узлам турбомашин. Обеспечение вибропрочности и высокой надежности систем рабочих лопаток с учетом требований к снижению их материалоемкости имеет важное значение для науки и народного хозяйства Украины. Поэтому исследование колебаний и напряженно-деформированного состояния лопаточного аппарата турбомашин занимает важное место в изучении динамических процессов в деформируемых системах проточной части турбомашин. В большинстве случаев лопаточный аппарат имеет неоднородную структуру (наличие бандажных полок, углов закрутки, охлаждающих отверстий и каналов, стенки которых имеют переменную толщину и угол наклона к оси лопатки). Все эти конструктивные особенности создают инерционную неоднородность лопаток, вызывают локальные возмущения, значительное перераспределение полей напряжений и влияют на динамические характеристики и напряженно-деформированное состояние лопаток. Учет указанных факторов существенно усложняет математические модели динамического поведения, требует разработки новых эффективных методов расчета основных динамических характеристик и связан с дальнейшим исследованием собственных и вынужденных колебаний, а также напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин.

В связи со всем вышеизложенным, задачи исследования вынужденных и свободных колебаний и определения напряженно-деформированного состояния конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин при их вибрациях представляют собой **актуальную задачу механики деформируемого твердого тела**, имеющую важное научное и народно-хозяйственное значение.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Основные разделы диссертации составляют теоретические и экспериментальные исследования, выполненные автором в научно-исследовательском центре «Прикладные проблемы инженерной механики и технологии судового машиностроения» при кафедре «Технологии судового машиностроения» Национального университета кораблестроения им. адмирала Макарова согласно программы комплексных научных исследований по естественным наукам высших учебных заведений Министерства образования и науки Украины по госбюджетным темам:

– “Разработка метода экспериментального определения напряженно-деформированного состояния элементов высокоэффективных газотурбинных двигателей при резонансной вибрации” (номер государственной регистрации 0110U001323);

– “Разработка математических моделей и методов исследования колебаний и напряженно-деформированного состояния лопаточных и оболочечных элементов газотурбинных двигателей с учетом конструктивных и технологических факторов” (номер государственной регистрации 0114U002009).

Диссертационная работа является составной частью проведенных по данным темам исследований. Тема диссертации утверждена на заседании Ученого совета Национального университета кораблестроения имени адмирала Макарова 12 ноября 2010 г. (протокол № 8) и скорректирована на заседании Ученого совета Национального университета кораблестроения имени адмирала Макарова 01 сентября 2014 г. (протокол №7).

Цель и основные задачи исследования. Цель работы состоит в установлении закономерностей влияния конструктивных неоднородностей (наличие переменной толщины и угла закрутки пера лопатки, бандажных полок разной конструкции, системы охлаждающих каналов и отверстий) на формирование спектра собственных частот и форм колебаний, а также определения величины динамических напряжений в охлаждаемых лопатках турбомашин с использованием разработанных трехмерных моделей.

В диссертации для достижения цели исследования поставлены следующие **основные задачи:**

– постановка задач НДС, а также свободных и вынужденных колебаний сложных конструктивно неоднородных охлаждаемых лопаток турбомашин с использованием метода конечных элементов;

– разработка расчетных моделей и методик решения задач анализа спектра собственных частот и форм колебаний, а также определения уровня динамических напряжений в охлаждаемых лопатках турбомашин, что позволяет учесть их сложную геометрию;

– повышение точности исследования напряженно-деформированного состояния конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин с использованием усовершенствованных численных методов, учитывая неравномерность распределения инерционных, жесткостных и геометрических свойств лопаток;

– установление закономерностей влияния конструктивных неоднородностей на НДС рабочих лопаток турбомашин для разных типов граничных условий, численное исследование сходимости полученных решений и адекватности разработанных математических моделей;

– получение экспериментальных результатов, которые дают возможность подтвердить адекватность и достоверность разработанной усовершенствованной математической модели и разработать практические рекомендации по обеспечению повышения вибропрочности объектов исследования.

Объект исследования – процессы изменения напряженно-деформированного состояния конструктивно неоднородных лопаток турбомашин при их вибрациях.

Предмет исследования – влияние конструктивных неоднородностей охлаждаемых лопаток турбомашин на их напряженно-деформированное состояние.

Методы исследования. Для построения математической модели динамического поведения охлаждаемых лопаток использовались методы

математического моделирования, основанные на использовании метода конечных элементов в трехмерной постановке и вариационного принципа Лагранжа. Экспериментальные исследования выполнены высокоэффективными методами голографической интерферометрии и тензометрирования на специальных вибростендах. В работе также использовались результаты отечественных и зарубежных исследователей по теоретическому и экспериментальному определению основных динамических характеристик элементов лопаточного аппарата турбомашин.

Научная новизна результатов диссертационной работы. В диссертации решена важная научная задача комплексного исследования динамического поведения конструктивно-неоднородных охлаждаемых лопаток турбомашин. Новизна работы и полученных результатов состоит в следующем:

- в разработке уточненной математической модели охлаждаемых лопаток турбомашин на основе метода конечных элементов в трехмерной постановке (МКЭ), которая позволяет в полной мере учесть конструктивные особенности пера и охлаждающей полости лопатки;

- в повышении точности исследования напряженно-деформированного состояния конструктивно неоднородных рабочих лопаток на основе МКЭ с учетом неравномерности распределения их инерционных, жесткостных и геометрических характеристик;

- в установлении распределения полей динамических напряжений в лопатках, обусловленных наличием конструктивно неоднородной системы охлаждающих каналов и отверстий;

- в разработке уточненных методик экспериментального исследования методом голографической интерферометрии частот и форм колебаний, а также напряженно-деформированного состояния конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин методом тензометрирования;

- в получении экспериментальных результатов, характеризующих влияние конструктивных неоднородностей на напряженно-деформированное состояние исследуемых лопаток.

Практическое и теоретическое значение полученных результатов состоит в комплексном подходе исследования динамического поведения конструктивно неоднородных лопаток турбомашин, а именно:

– в развитии обобщенной теории и эффективных численных методов решения динамических задач для охлаждаемых и неохлаждаемых лопаток турбомашин с учетом конструктивной неоднородности (системы охлаждающих каналов и отверстий, бандажные полки), физико-механических параметров материала лопаток, температуры газового потока;

– в разработке алгоритмов и расчетных программ для ЭВМ, которые позволяют реализовать решения задач исследования собственных и вынужденных колебаний, а также НДС конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин;

– в решении практических задач расчета лопаточного аппарата турбомашин и доведения решений до конкретных численных результатов в широком диапазоне геометрических, физико-механических и амплитудно-частотных параметров конструкций; получении информации количественного и качественного характера, которая позволяет оценить границы применимости результатов, полученных с использованием прикладных теорий и разработанных методик.

Прикладные программы, расчетные методики, алгоритмы, рекомендации и полученные численные результаты решения рассматриваемых классов задач, содержащиеся в диссертации, могут быть непосредственно использованы в конструкторских бюро и научно-исследовательских организациях при проектировании перспективных газотурбинных и паротурбинных двигателей.

Разработанные прикладные программы отличаются высокой точностью вычислений, универсальностью, надежностью, экономичностью оперативной памяти ЭВМ и сокращением времени счета. Они пригодны к использованию в качестве автономных блоков систем САПР для формирования стандартных проектных решений. Использование разработанных методов расчета и научных основ проектирования позволяет создать с учетом конструктивных,

технологических и эксплуатационных факторов виброустойчивые работоспособные конструкции рабочих лопаток турбомашин и исключить необходимость в проведении дорогостоящих поисковых экспериментальных исследований.

Разработанные расчетные методики и программы использованы в ГП НПКГ «Заря» – «Машпроект», а также в ОАО «УкрНИИ ТСМ» (г. Николаев) при расчете основных динамических характеристик и оптимальных геометрических и конструктивных параметров лопаточного аппарата ГТД. Это позволило повысить качество проектирования и надежность конструкций, сократить затраты на выполнение конструкторских и опытно-доводочных работ. На основе проведенных исследований разработаны рекомендации по выбору режимов испытаний охлаждаемых рабочих лопаток ГТД на характерные динамические нагрузки

Достоверность полученных результатов и выводов обеспечивается: заданной контролируемой точностью численных расчетов; численным исследованием практической сходимости вычислительного процесса для конкретных рассматриваемых задач; непротиворечивостью полученных закономерностей качественного характера; сравнением полученных результатов с данными проведенного эксперимента.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях и семинарах: II Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы прикладной механики и прочности конструкций» (Украина, Ялта, Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, 2010); XVI Международном симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова (Российская федерация, Москва, МАИ, 2010); Международной научно-технической конференция «Актуальные проблемы инженерной механики» (Украина, Николаев, Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, 2011); IV Международной научно-технической конференции «Актуальные

проблемы прикладной механики и прочности конструкций» (Украина, Запорожье, Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, 2012); II Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы инженерной механики» (Украина, Николаев, Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, 2012); V Всеукраинской научно-технической конференции с международным участием «Сучасні проблеми двигунобудування: стан, ідеї, рішення» (Украина, Первомайск, Первомайский политехнический институт Национального университета кораблестроения им. адмирала Макарова, 2013); XIV Международной научно-технической конференция «Прогрессивная техника, технология и инженерное образование» (Украина, Севастополь, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», 2013), XVIII Международном конгрессе двигателестроителей (Украина, Харьков – Рыбачье, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2013), VI Международной научно-технической конференции «Суднова енергетика: стан та проблеми» (Украина, Николаев, Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, 2013); V Международной научно-технической конференции «Проблемы динамики и прочности в турбомашиностроении» (Украина, Киев, Институт проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины, 2014); III Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы инженерной механики» (Украина, Николаев, Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, 2014); Международной научно-технической конференция «Сучасний стан та проблеми двигунобудування» (Украина, Николаев, Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, 2014)

Публикации. Основные положения, результаты и выводы диссертации нашли свое отражение в 18 опубликованных работах, в том числе в 9 статьях в международных сборниках научных трудов Украины [68, 69, 72, 73, 76, 78-80, 86] и в 9 тезисах международных научных конференций и симпозиумов [67, 70, 71, 77, 81-85].

Личный вклад соискателя в разработку научных результатов. В диссертационной работе лично автору принадлежит: постановка задач, разработка математических моделей и методов их решения, создание алгоритмов и программ, выполнение численных расчетов на ЭВМ, проведение голографического и тензометрического эксперимента, анализ полученных результатов теоретических и экспериментальных исследований.

Научному руководителю, д.т.н., профессору А.С. Каирову принадлежит общая идея проведения исследований, общая постановка проблемы и обсуждение полученных результатов.

По теме диссертации автором опубликовано 18 научных трудов, из них 9 научных статей и 9 тезисов докладов. В работах [70, 76, 78-80, 86], написанных в соавторстве, автору принадлежит постановка задач, математическое моделирование колебаний и динамического поведения конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин, разработаны методы определения их основных динамических характеристик, обобщены численные результаты исследований. В других публикациях [68, 69, 72, 73] автору принадлежит анализ полученных результатов свободных колебаний рабочих лопаток турбомашин, а также постановка и решение задач о вынужденных колебаниях и исследование НДС конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин. Дополнительно к опубликованным статьям в совместных тезисах докладов [67, 71, 77, 81-85] автором самостоятельно выполнены построение уточненной математической модели колебаний и исследование влияния различных конструктивных особенностей полости пера охлаждаемых лопаток на их НДС, определение амплитудно-частотных параметров вынужденных колебаний рабочих лопаток турбомашин.

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю – заведующему кафедры «Технологии судового машиностроения», докт. техн. наук, профессору Каирову А.С. за постоянное внимание, помощь и ценные замечания при написании диссертационной работы.

РАЗДЕЛ 1

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛОПАТОЧНОГО АППАРАТА ТУРБОМАШИН

1.1 Обзор современного состояния исследований колебаний и напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин при динамическом нагружении

Решению задач прочности одного из наиболее ответственных и высоконагруженных узлов турбомашин, такого как лопаточный аппарат, посвящены многочисленные публикации в отечественной и зарубежной литературе. Следует отметить работы, Ю.С. Воробьева, И.А. Биргера, С.И. Богомолова, К.К. Боришанского, А.Ф. Гурова, В.К. Дондошанского, А.М. Журавлевой, А.П. Зиньковского, В.П. Иванова, В.Г. Иноземцева, Е.Д. Консона, И.И. Королева, А.Г. Костюка, С.Б. Кулишова, А.В. Левина, В.Л. Нихамкина, Э.В. Ровинского, А.Н. Скрицкого, Г.С. Скубачевского, Д.В. Хролина, В.А. Фридмана, Л.А. Шубенко-Шубина, А.А. Яковлева, Ewins D.J., Gladwell G., Hurty W.C, Southwell R.J., Takahashi S., Wangshraft W., J.S. Rao, S. Janecki, R. Rzadkowski и др.

Данное направление механики включает различные классы задач, среди которых большое значение имеют задачи исследования поведения лопаток под действием динамических нагрузок и изучения их напряженно-деформированного состояния. Анализ работ, посвященных данной проблематике, свидетельствует, что наиболее глубоко исследованы вопросы, касающиеся вынужденных колебаний и НДС отдельных лопаток турбомашин на основе использования стержневой теории и МКЭ. Вместе с тем, на практике применяются сложные конструкции лопаточных венцов с элементами различной жесткости (например, система каналов и отверстий в охлаждаемых лопатках). Это вызывает необходимость уточнения и дальнейшего развития на основе МКЭ в трехмерной

постановке применяемых расчетных моделей для задач исследования вынужденных колебаний и напряженно-деформированного состояния лопаточного аппарата турбомашин.

1.1.1 Математическое моделирование колебаний и напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин

К настоящему времени весомый вклад в дело изучения колебаний лопаточного аппарата турбомашин сделан многими авторами на основе стержневой теории [1-16]. Первоначально при расчетах колебаний лопаток рассматривались простые модели стержней. Так в работах [10, 11] исследуются колебания лопаток постоянного и переменного поперечного сечений, а также пакетов лопаток с различными видами связей. Авторы [14] при выводе уравнений колебаний пренебрегают закрученностью лопаток (рассматриваются колебания в одной из главных плоскостей изгиба) и допускают совпадение осей центров тяжести и жесткости сечений (колебания изгиба рассматриваются отдельно от крутильных колебаний). В работе [1] также сделано допущение о независимости изгибных и крутильных колебаний, однако, при расчете изгибных колебаний учитывается закрутка лопатки, то есть рассматриваются связанные колебания в двух плоскостях. Приближенный расчет колебаний одиночных лопаток и их пакетов постоянного и переменного поперечного сечения проводится методами Рэйли, Ритца, методом последовательных приближений [4], методом Бубнова – Галеркина [2, 3], методом начальных параметров [7]. Исходя из всего вышеперечисленного, можно сделать вывод, что модели, приведенные в указанных выше работах, могут применяться для расчета собственных колебаний только слабо закрученных направляющих лопаток первых ступеней компрессора. В дальнейшем многими авторами [7, 12, 13] для расчета колебаний лопаток турбомашин использовалась теория, разработанная для стержней произвольного

профиля. В этих работах учитывается связанность изгибных и крутильных колебаний вследствие начальной закрутки и не симметрии поперечных сечений, а в работе [15, 16] также учтено несовпадение центра масс и центра изгиба профилей лопаток.

Для расчета частот и форм собственных колебаний лопаток в литературе часто используются вариационные энергетические методы [2, 4, 17-23]. Наиболее полное использование вариационных методов применительно к исследованию колебаний лопаточного аппарата турбомашин приведено Ю.С. Воробьевым в работах [18, 19, 21]. В них составляются соотношения для потенциальной (U), кинетической (T) энергии, а также работы центробежных сил (A). Уравнение колебаний получены на основании принципа Остроградского – Гамильтона.

Однако при применении вариационных методов существует и ряд сложностей. Так интегрирование уравнений форм собственных колебаний методом начальных параметров [19] невозможно из-за плохой обусловленности процесса вычислений и накопления недопустимой погрешности. Один из методов преодоления этих трудностей был предложен в работе [15], где применяется ортонормирование векторов на каждом этапе вычислений. Этот метод используется при расчете частот и форм свободных колебаний рабочих лопаток турбомашин в сочетании с методом начальных параметров [7, 20, 22]. Недостатком такого подхода является усложнение алгоритма расчета и необходимость выполнения большого объема вычислений.

Методы исследования вынужденных колебаний рабочих лопаток турбомашин можно характеризовать по следующим признакам: степень достоверности вычисления амплитуд возмущающих сил; полнота учета демпфирования в системе; используемая модель лопаточного аппарата; метод решения уравнений колебаний системы. Так, например, решение уравнений колебаний венцов рабочих лопаток в работе [3] приводится без учета реального распределения возмущающих сил и демпфирования в системе. Лопатки рассматриваются как незакрученные жестко закрепленные в диске стержни, совершающие колебания в одной из главных плоскостей изгиба. Для венца

рассматриваются только синфазные колебания. На основе результатов экспериментального исследования автором работы [22] предложена методика расчета неоднородности поля скоростей за направляющими решетками на различных осевых расстояниях по всему диаметру рабочего колеса. Однако не учитывается конструкционное демпфирование. В работе [23] задача решается методом энергетического баланса, то есть работа возмущающих сил на перемещение лопаток равна работе сил внутреннего и аэродинамического демпфирования за период колебаний. При исследовании вынужденных колебаний венцов рабочих лопаток система считалась циклически симметричной. Лопатки рассматривались как естественно закрученные стержни переменного несимметричного сечения, а демпферная связь – как криволинейный стержень. Учитывалось влияние поля центробежных сил, упругость закрепления лопаток в диске и способ крепления связи к лопаткам при помощи специальных коэффициентов, но метод их расчета приведен не был. В работе [24] при исследованиях вынужденных колебаний рабочих лопаток турбины задача решается с помощью вычисления «аэродинамических коэффициентов влияния» учитывающих рассеивание энергии в поток. С использованием коэффициентов вязкого трения учитывалось конструкционное демпфирование в системе. Возмущающая сила раскладывалась в комплексный ряд Фурье. Однако в данной работе не предусмотрена возможность расчета системы в случае наличия в ней лопаток с различными массовыми, геометрическими и жесткостными характеристиками (случай отклонения системы от циклической симметрии). В работах [25-28] отмечается, что для решения нелинейных дифференциальных уравнений вынужденных колебаний лопаток, полученных при учете нелинейного внутреннего демпфирования, могут быть использованы асимптотические методы нелинейной механики. Для учета, как конструкционного, так и внутреннего демпфирования в материале используется нелинейная зависимость связи напряжений и деформаций при циклическом деформировании металла, предложенная Г.С. Писаренко [28]. Метод исследования вынужденных колебаний лопаток паровой турбины при нестационарном обтекании описан в работе [27].

Расчет ведется исходя из линейной модели нестационарной аэроупругости и теории анизотропных оболочек типа Тимошенко. Движение упругой системы раскладывается по формам колебаний в поле центробежных сил. Предполагается, что лопатки совершают колебания без сдвига фаз. Конструкционное демпфирование в хвостовом соединении учтено в виде линейной зависимости от изгибающего момента у корневого сечения лопатки; аэродинамическое – линейной зависимостью от числа Струхала и массы лопатки. В результате получена система дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правыми частями, содержащими интегралы от заданных функций. Решение системы проводится методом Рунге – Кутты. Наиболее полное исследование вынужденных колебаний лопаточного аппарата турбомашин приведено в работах [30-33].

С момента появления метода конечных элементов (МКЭ) одной из сфер его применения были расчеты на прочность. Основы метода и его приложения к инженерным задачам наиболее подробно изложены в работе [34]. Свойства конечно-элементных моделей определяются используемыми конечными элементами и в зависимости от исследуемых лопаток использовались имеющиеся или разрабатывались новые конечные элементы. Комплексные исследования лопаточного аппарата турбомашин при помощи МКЭ в трехмерной постановке проводились Ю.С. Воробьевым [35-39]. Также изучение вибропрочности лопаточного аппарата турбомашин с применением МКЭ проводилось рядом авторов [9, 40-50].

В работах [45,47, 49] при помощи МКЭ исследуются как охлаждаемые, так и не охлаждаемые лопатки турбины, однако, воздействие на лопатку центробежной силы и газового потока рассматриваются не в комплексе, а по отдельности. Еще одним недостатком является то, что перо лопатки не может быть корректно смоделировано конечными элементами типа равносторонний треугольник. Это, в свою очередь, снижает достоверность полученных результатов. Поэтому в значительном числе работ [9, 41, 44, 45] используются трехмерные конечно-элементные модели лопаток. Так в [46] при моделировании

пера лопатки применяются четырехузловые конечные элементы оболочечного типа, а для бандажной полки и замковой части – восьмиузловые призматические элементы. При исследовании лопаточных венцов в работе [50] для конечно-элементной аппроксимации дисков использовались восьмиузловые призматические элементы, а в [41] – четырехузловые элементы секторного типа. В обеих работах было установлено большее влияние конструктивного демпфирования колебаний на величину максимальных динамических напряжений в лопатках по сравнению с внутренним демпфированием в материале. Также следует отметить, что в работе [50] проводилось определение температурных напряжений, возникающих в рабочем колесе паровой турбины в результате взаимодействия потока рабочего тела с поверхностью лопаток. Для этого решалась задача о конвективном теплообмене между потоком и пером лопатки. Однако для охлаждаемых лопаток необходимо провести дальнейшее уточнение математической модели путем разработки усовершенствованных конечных элементов, позволяющих учесть влияние конструктивных неоднородностей на их прочностные характеристики.

Анализ приведенных выше работ позволяет сделать вывод о том, что для наиболее комплексного исследования НДС рабочих лопаток турбомашин необходимо произвести разработку уточненных математических моделей вынужденных колебаний и напряженно-деформированного состояния, обладающих высокой достоверностью и учитывающих все их конструктивные особенности. Полученные с использованием различных математических моделей результаты необходимо сравнивать с экспериментальными данными, которые при использовании некоторых типов лопаток могут быть более достоверны, чем расчетные. Наибольшей вычислительной точностью обладает метод конечных элементов, но только в случае рационального выбора всех типов конечных элементов, моделирующих составные части лопатки и позволяющих учесть их конструктивную неоднородность.

1.1.2 Экспериментальные методы исследования колебаний и напряжений в рабочих лопатках турбомашин

Наиболее полно экспериментально изучены колебания неохлаждаемых рабочих лопаток компрессоров, изготовленных из изотропных материалов [51]. Для регистрации формообразований применялись контактные и бесконтактные методы, среди которых следует выделить методы, голографической и стробоголографической интерферометрии. Для определения собственных частот колебаний практически во всех работах использовался резонансный метод. В [52, 53] исследовались лопатки компрессора низкого давления и вентилятора авиационного двигателя при помощи метода усреднения во времени. Вибрирующий объект регистрировался на голограмме при освещении непрерывным световым потоком. Было получено распределение интерференционных полос со стороны спинки и корыта лопатки, как при изгибных, так и при крутильных колебаниях. Количественная оценка яркости наблюдаемых интерференционных полос оценивалась при помощи функции Бесселя. Также было установлено, что с увеличением амплитуды колебаний лопатки яркость интерференционных полос резко снижалась. Отсюда делался вывод, что в местах расположения наиболее ярких интерференционных полос деформация пера лопатки является минимальной.

В работе [45] изучались свободные колебания неохлаждаемых лопаток паровой турбины и бандажированных лопаток последних ступеней газовой турбины. Интерферограмма вибрирующего объекта, изменяющаяся с частотой вибрации, наблюдалась в реальном времени и усреднялась фоторегистратором. Однако, как и при использовании метода усреднения во времени, контрастность и видимость интерференционных полос оставалась низкой, что значительно усложняет возможность определить распределение деформаций по поверхности лопатки. Эта проблема может быть решена при помощи использования стробированного излучения для регистрации голограммы вибрирующей лопатки. Так в работе [54] рабочие лопатки турбины и вентилятора авиационного

двигателя исследовались при синхронизации стробированных импульсов с амплитудными моментами колебаний. Поэтому на голограмме исследуемые объекты фиксировались только в двух «крайних» положениях, а контрастность интерференционных полос была высокой, что существенно облегчает определение интерференционных максимумов, соответствующих минимальным амплитудам колебаний. Из исследований колебаний охлаждаемых лопаток первых ступеней турбин следует выделить работы [52, 54]. Приведенные в них результаты свидетельствуют о необходимости учета дискретного расположения перегородок охлаждающих каналов при вычислении собственных частот колебаний. Отмечено, что вследствие наличия технологических несовершенств лопаток (разнотолщинность, неоднородность материала и др.) и невозможности достичь в экспериментальных условиях абсолютно жесткого закрепления хвостовика лопатки в специальном зажимном приспособлении наблюдаются различия полученных теоретических и экспериментальных результатов амплитудно-частотных характеристик.

В отличие от свободных колебаний лопаток турбомашин, переменные динамические напряжения, возникающие при колебаниях в лопаточном аппарате, меньше изучены. Некоторые экспериментальные методики, применяемые для их определения, приведены в работах [9, 51, 52, 54-56]. Так в [55] при помощи метода тензометрирования исследовалось распределение максимальных динамических напряжений в лопатках компрессора низкого давления и вентилятора авиационного двигателя. Электрические сигналы, поступающие от тензорезисторов, которые наклеены на рабочие лопатки, через токосъемное устройство поступали на специальный тензометрический усилитель и регистрировались магнитографом. Для получения величины напряжений электрическое сопротивление резистора умножалось на специальный тарировочный коэффициент измерительного устройства. Следует отметить, что жесткое закрепление хвостовика лопаток моделировалось специальным приспособлением с гидравлическим зажимом; демпфирование в местах контакта замка лопатки и приспособления не учитывалось. В работе [56] объектом исследования служили бандажированные турбинные лопатки с составным

елочным хвостовиком. Перо лопатки в окрестностях сечения с максимальной амплитудой колебаний препарировалось высокотемпературными тензодатчиками, с помощью которых и соответствующей тензометрической аппаратуры регистрировались величины переменных вибронапряжений. Также изучалось влияние величины зазора между бандажными полками на уровень и картину распределения вибронапряжений. Учет монтажного натяга при установке лопаток и демпфирования в местах контакта бандажных полок на их напряженно-деформированное состояние приведен в [9].

В статье [57] для исследования температурных напряжений в рабочей лопатке газовой турбины использовался экспериментальный метод высокотемпературной тензометрии. Измерения проводились в пяти сечениях по высоте лопатки, в которых были установлены хромель-копелевые термопары. Температурное поле регистрировалось самописцами с устройствами отметки времени для синхронизации показаний датчиков. После получения распределения температур по поверхности пера лопатки проводился пересчет для определения напряжений.

Анализируя результаты экспериментальных исследований, приведенные в указанных выше работах, необходимо указать, что лучше всего изучены свободные колебания неохлаждаемых лопаток. Экспериментальные методики, приведенные в [9, 51, 54-56] обладают большой достоверностью. В то же время, напряженно-деформированное состояние рабочих лопаток турбомашин менее изучено и нуждается в дополнительных как теоретических, так и экспериментальных исследованиях.

1.2 Основные задачи исследования

На основании анализа приведенных в обзоре результатов исследований, посвященных изучению рабочих лопаток турбомашин при динамическом нагружении, можно сделать вывод, что в настоящее время существует еще ряд

актуальных прикладных задач, имеющих большое научное и практическое значение, требующих более глубокого всестороннего изучения. Данный класс задач включает в себя исследование влияния различных конструктивных параметров рабочих лопаток турбомашин на амплитуды и частоты их вынужденных колебаний и напряженно-деформированное состояние.

Следует отметить, что существующие методики исследования не учитывают некоторых важных факторов. Так, в частности, задача о вынужденных колебаниях лопаточного аппарата в основном решается в линейной форме, не учитывается нелинейность внутреннего и конструктивного демпфирования. Методикам, основанным на стержневой теории, присущи и более существенные недостатки, преодолеть которые в рамках этой теории не представляется возможным.

Поэтому целью диссертационной работы является разработка уточненной математической модели напряженно-деформированного состояния конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин на основе МКЭ. Для достижения цели исследования поставлены следующие основные задачи:

- разработка на основе МКЭ уточненной математической модели вынужденных колебаний и НДС конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин;

- исследование влияния различных конструктивных параметров и физико-механических свойств материала лопаток на величину частот их колебаний, а также динамических напряжений в лопатках;

- разработка уточненной методики экспериментального исследования методом голографической интерферометрии амплитудно-частотных характеристик колебаний, а методом тензометрирования – параметров напряженно-деформированного состояния конструктивно неоднородных лопаток турбомашин;

- разработка рекомендаций по повышению вибрационной прочности рабочих лопаток турбомашин с учетом их различных конструктивных особенностей.

1.3 Выводы

Выполнен анализ современного состояния исследований колебаний и напряженно-деформированного состояния лопаток турбомашин при их вибрациях. Приведен краткий обзор основных работ, посвященных исследованию данной проблемы. Выделены работы, имеющие наибольшее значение для диссертации.

Рассмотрены применяемые математические методы решения задач и результаты экспериментальных исследований колебаний, а также напряженно-деформированного состояния для основных типов рабочих лопаток турбомашин.

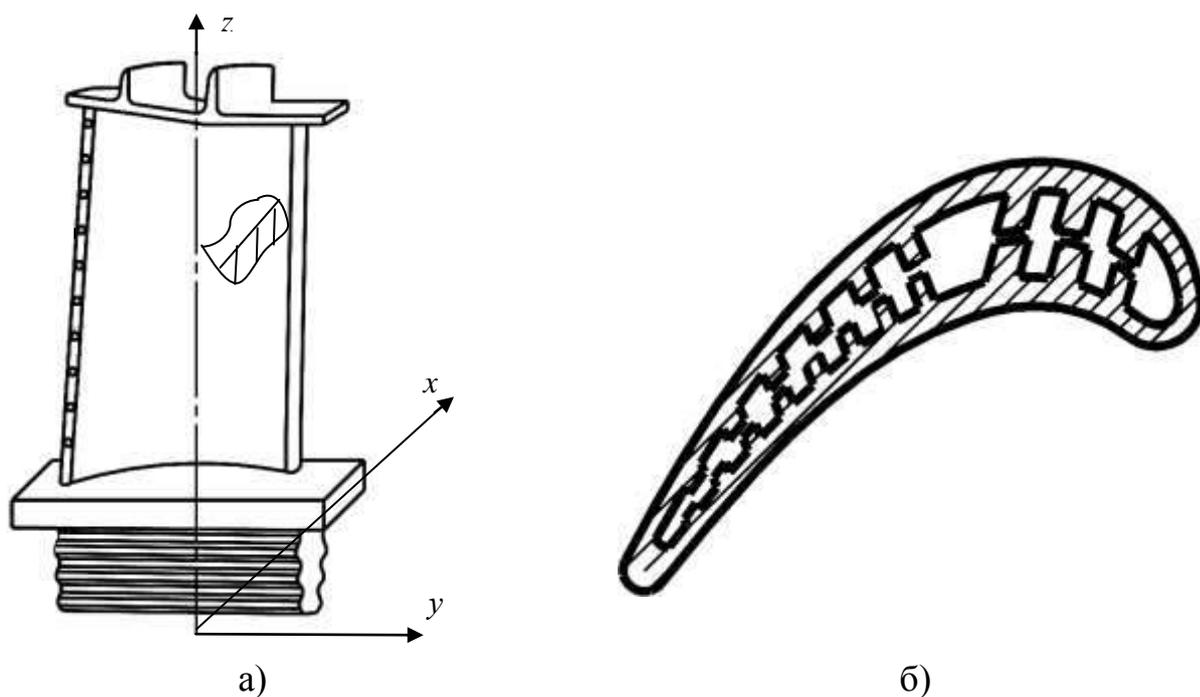
Сформулированы задачи исследования и обоснована необходимость разработки эффективных методов определения основных характеристик вынужденных колебаний, а также параметров НДС рабочих лопаток турбомашин при их вибрациях с учетом конструктивных неоднородностей и физико-механических параметров материала.

РАЗДЕЛ 2

РАЗРЕШАЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ И НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН

2.1 Уравнения колебаний трехмерных моделей лопаток турбомашин

Рассматривается трехмерная модель рабочей лопатки турбины несимметричного переменного поперечного сечения, закрепленная на диске радиуса R . Лопатка расположена в прямоугольной системе координат xuz с началом в центре масс корневого сечения, которая вращается вместе с лопаткой с угловой скоростью Ω . Ось z направлена по радиусу от оси вращения ротора турбины, а ось x – параллельна оси вращения (рис. 2.1).



а – трехмерная модель охлаждаемой лопатки турбины; б – поперечное сечение лопатки

Рисунок 2.1 – Рабочая лопатка турбины в декартовой системе координат.

Перемещения любого элементарного объема исследуемой модели в направлениях x , y , z обозначаются $U(x, y, z, t)$, $V(x, y, z, t)$, $W(x, y, z, t)$

соответственно. Эти величины являются проекциями вектора перемещений $P(U, V, W)$ и могут иметь одно обозначение с индексом $i=1, 2, 3$, а именно $P(P_i)$ [35].

Колебания трехмерного тела в общем виде могут быть описаны на основании вариационного принципа Остроградского – Гамильтона [21]:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (\Pi - T - A_\Omega) dt = 0, \quad (2.1)$$

где Π – потенциальная энергия деформации лопатки;

T – кинетическая энергия колеблющейся лопатки;

A_Ω – работа центробежных сил при колебаниях лопатки.

В дальнейшем задача сводится к определению компонент, входящих в уравнение (2.1). Так кинетическая энергия колебаний данной трехмерной модели в тензорной форме записывается следующим образом [21]:

$$T = \frac{1}{2} \iiint_{(V)} \rho \dot{P}_i \dot{P}_i dV, \quad (2.2)$$

где ρ – плотность материала;

V – объем рассматриваемой лопатки.

Потенциальная энергия деформации в тензорной форме имеет вид [21]:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_{(V)} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV, \quad (2.3)$$

где σ_{ij} и ε_{ij} – компоненты тензоров напряжений и деформаций соответственно.

Связь между тензорами напряжений и деформаций:

$$\sigma = D_\sigma \varepsilon, \quad (2.4)$$

где D_σ – матрица упругости.

Здесь и далее будет считаться, что матрица упругости положительно определена, так как материал лопатки является сжимаемым (коэффициент Пуассона $\nu \neq 0,5$). Для решения уравнения (2.3) необходимо также определить связь деформаций с перемещениями, которая в данном случае будет иметь вид: $\varepsilon = D_\varepsilon P$, [21, 35, 57-60].

Дифференциальный оператор D_ε , полученный в работе [21] на основе геометрических соотношений Коши, вычисляется так:

$$D_\varepsilon = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{vmatrix} \quad (2.5)$$

Для определения работы центробежных сил при колебаниях лопатки необходимо учитывать, что расстояние от оси вращения ротора турбины до каждой точки деформируемой лопатки составляет $R+z+w$. Тогда работа центробежных сил вычисляется таким образом [21]:

$$A_\Omega = \frac{\Omega^2}{2} \iiint_{(V)} \left\{ \rho [v^2 + w^2] - \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \int_0^l \rho (R+z) dz \right\} dV \quad (2.6)$$

2.2 Напряженно-деформированное состояние трехмерных моделей лопаток турбомашин

Вынужденные колебания рабочих лопаток турбомашин вызывают появление в них переменных во времени напряжений. На эти элементы лопаточного аппарата действуют центробежные силы и аэродинамические

нагрузки, возникающие при обтекании их газовым потоком. Вследствие неравномерного прогрева, возникающего из-за конвективного теплообмена между газовым потоком и лопатками, в них возникают температурные напряжения.

В работах [17, 35, 50, 52] исследовались напряжения растяжения, причиной которых является действие центробежной силы и напряжения изгиба, вызванные аэродинамическими нагрузками. Так в [50] растягивающее напряжение в произвольном сечении лопатки σ_p определяется следующим образом:

$$\sigma_p = \frac{\rho \Omega^2 \int_0^l F(z) z_K}{F(z)}, \quad (2.7)$$

где $F(z)$ – площадь поперечного сечения в точке оси лопатки с координатой z ;

z_K – расстояние от корневого до рассматриваемого сечения лопатки.

Изменение площади поперечного сечения лопаток турбомашин подчиняется определенному закону. В основном применяется показательный закон [52]:

$$F(z) = F_K a^\zeta, \quad (2.8)$$

где $a = F_n / F_K$;

F_n – площадь периферийного сечения лопатки;

F_K – площадь корневого сечения.

ζ – показатель степени.

В этом случае зависимость для определения растягивающих напряжений имеет вид [58]:

$$\sigma_p(\zeta) = \rho \Omega^2 (R + z) (B_0 + B_1 \zeta + B_2 a^{1-\zeta}); \quad B_0 = -\frac{1}{\ln a} + \frac{2 + \ln a}{9(\ln a)^2};$$

$$B_1 = -\frac{2}{9 \ln a}; \quad B_2 = -B_0 - B_1, \quad (2.9)$$

где $\vartheta = \frac{R+z}{l}$ – обратная веерность лопаточного венца.

В работах [53-56] указывается, что напряжения изгиба в произвольном сечении z пера лопатки возникают под действием переменных изгибающих моментов, вызванных газовым потоком:

$$\begin{cases} M_x = \int_0^l q_y(z) z_{\kappa} dz; \\ M_y = \int_0^l q_x(z) z_{\kappa} dz; \end{cases}, \quad (2.10)$$

где q_x и q_y – аэродинамические нагрузки по осям x и y .

$$\begin{cases} q_x = \rho \varpi_2^a (\varpi_1^u - \varpi_2^u) t; \\ q_y = \rho \varpi_2^a (\varpi_1^a - \varpi_2^a) t; + \Delta p t \end{cases}, \quad (2.11)$$

где $\varpi_1^u; \varpi_2^u$ – окружная составляющая относительной скорости газового потока перед и за лопаткой соответственно;

$\varpi_1^a; \varpi_2^a$ – осевая составляющая относительной скорости газового потока перед и за лопаткой соответственно;

t – окружной шаг рабочих лопаток;

Δp – перепад давлений перед и за рабочими лопатками.

По значениям изгибающих моментов определяются напряжения, вызванные воздействием газового потока:

$$\sigma_u = \frac{M_y \cos \beta + M_x \sin \beta}{J_x} - \frac{M_y \sin \beta - M_x \cos \beta}{J_y}, \quad (2.12)$$

где J_x и J_y – моменты инерции профиля лопатки относительно координатных осей x и y ;

β – угол поворота главных осей инерции ζ и η лопатки относительно осей x и y соответственно [56].

После определения растягивающих и изгибных напряжений, возникающих вследствие вынужденных колебаний лопатки, с использованием зависимостей (2.11) и (2.14) вычисляются результирующие напряжения от совместного действия растяжения и изгиба: $\sigma = \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_u^2}$ [9].

С использованием вышеприведенных зависимостей (2.1 – 2.12) могут быть решены задачи о колебаниях и определении напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин. Однако следует отметить, что вследствие сложной геометрической формы лопаток непосредственное применение к ним вариационного уравнения (2.1) затруднительно. Поэтому описание трехмерных моделей лопаток более целесообразно проводить путем их дискретизации системой трехмерных конечных элементов в прямоугольной системе координат с использованием вариационного принципа Лагранжа.

2.3 Исследование колебаний и напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин методом конечных элементов

Одним из центральных моментов в методе конечных элементов (МКЭ) является дискретизация трехмерного континуума на отдельные конечные элементы [35, 57-63]. При этом введенные допущения должны позволять удовлетворительно описывать как геометрическую форму самого объекта, так и распределение перемещений внутри каждого элемента. Должны соблюдаться условия отсутствия разрывов по границам соседних конечных элементов, что особенно актуально при решении динамических задач. Приведенные в литературе [55-66] результаты показывают, что для моделей твердых тел сложной геометрической формы целесообразно использовать изопараметрическую

концепцию МКЭ, которая предполагает, что геометрия элемента полностью описывается с помощью заданных узловых точек. Преимущество такого способа дискретизации твердого тела заключается в возможности использовать элементы с криволинейными границами, что при построении моделей лопаток турбомашин имеет большое значение.

Перемещения любого конечного элемента $\{p\}$ могут быть выражены следующим образом [34]:

$$\{p\} = [N]\{\delta\} = [N_i; N_j; N_k; \dots; N_n] \{\delta_i \ \delta_j \ \delta_k \ \dots \ \delta_n\}, \quad (2.13)$$

где $[N]$ – матрица функций формы (положения узлов) элемента;

$\{\delta\}$ – вектор перемещений узлов рассматриваемого конечного элемента.

Если по формуле (2.13) вычислены перемещения всех узлов конечного элемента, то в них можно определить деформации, вызванные как механическим, так и тепловым воздействием на рассматриваемый элемент. В общем случае матрица деформаций для трехмерного конечного элемента:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\} = [B_i; B_j; B_k; \dots B_n] \{\delta\}, \quad (2.14)$$

где $[B]$ – матрица градиентов конечного элемента.

$$[B] = D_\varepsilon [N_i; N_j; N_k; \dots N_n], \quad (2.15)$$

Дифференциальный оператор D_ε может быть определен с использованием зависимости (2.5). В случае наличия тепловой деформации ее матрица для трехмерного конечного элемента определяется следующим образом [65]:

$$\{\varepsilon_0\} = \{\alpha^T T \ \alpha^T T \ \alpha^T T \ 0 \ 0 \ 0\}^T, \quad (2.16)$$

где α^T – коэффициент температурного расширения материала;

T^e – температура материала в пределах рассматриваемого конечного элемента.

После определения матриц деформаций на основе соотношения (2.4) может быть вычислена и матрица напряжений:

$$\{\sigma\} = D_{\sigma} (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}), \quad (2.17)$$

где D_{σ} – матрица упругости.

Как уже было указано выше, при решении задачи о свободных колебаниях лопаток турбомашин методом конечных элементов целесообразно использовать вариационный принцип Лагранжа [53]:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0, \quad (2.18)$$

$$i = (1, \dots, n)$$

где $L = \Pi - T$ – функция Лагранжа;

Π – потенциальная энергия деформации элемента;

T – кинетическая энергия колебаний элемента;

q_i – обобщенная координата i -го узла;

n – число узлов элемента.

Потенциальная энергия деформации конечного элемента вычисляется с учетом соотношений (2.3 – 2.5) [21]:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_V \{\varepsilon\}^T D_{\sigma} \{\varepsilon\} dV = \frac{1}{2} \iiint_V [B]^T D [B] dV = \frac{1}{2} (\{\delta\}^T [K] \{\delta\}), \quad (2.19)$$

где $[K]$ – матрица жесткости рассматриваемого конечного элемента;

$\{\delta\}$ – вектор обобщенных перемещений узлов элемента.

Кинетическая энергия определяется с учетом зависимости (2.2) [21]:

$$T = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \{\delta\}^T [B]^T [N]^T [B][N] \{\delta\} dV = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [M] \{\delta\}, \quad (2.20)$$

где $[M]$ – матрица масс рассматриваемого конечного элемента.

2.4 Выводы

На основе использования вариационного принципа Лагранжа и метода конечных элементов получены основные разрешающие уравнения колебаний и напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин, которые рассматриваются в качестве трехмерных твердых тел, подверженных воздействию переменных внешних нагрузок.

Приведены основные зависимости, положенные в основу уравнений движения рабочих лопаток турбомашин в перемещениях, что позволяет исследовать вынужденные колебания и напряженно-деформированное состояние широкого класса лопаточных систем. Исходные соотношения дают возможность определить обобщенные перемещения любого узла конечно-элементной модели, находящейся под воздействием переменной нагрузки.

Уравнения движения для лопаток и соотношения упругости, выражающие компоненты матриц напряжений через компоненты матриц деформаций, определяются с использованием вариационного принципа Лагранжа в приложении к методу конечных элементов.

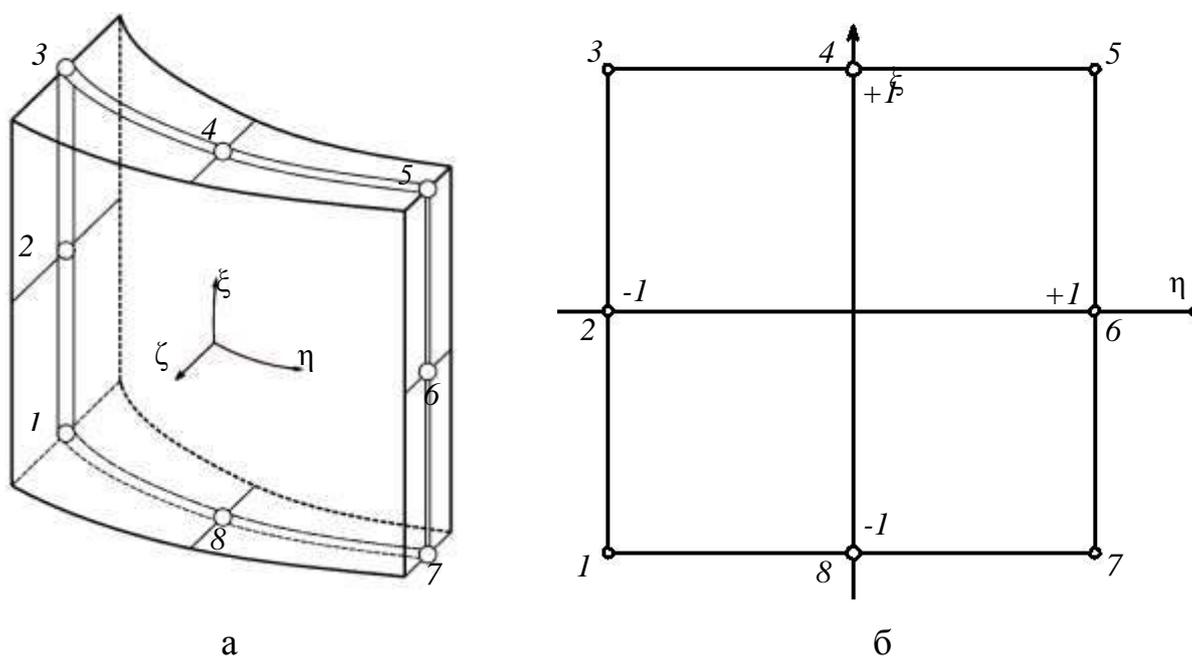
Анализ приведенных выше основных разрешающих зависимостей, свидетельствуют о том, что в случае исследования колебаний и напряженно-деформированного состояния лопаточного аппарата турбомашин более предпочтительным является использование метода конечных элементов. Также, с учетом того, что лопатки турбомашин являются твердыми телами сложной геометрической формы, целесообразно использовать изопараметрическую концепцию метода конечных элементов.

РАЗДЕЛ 3

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН

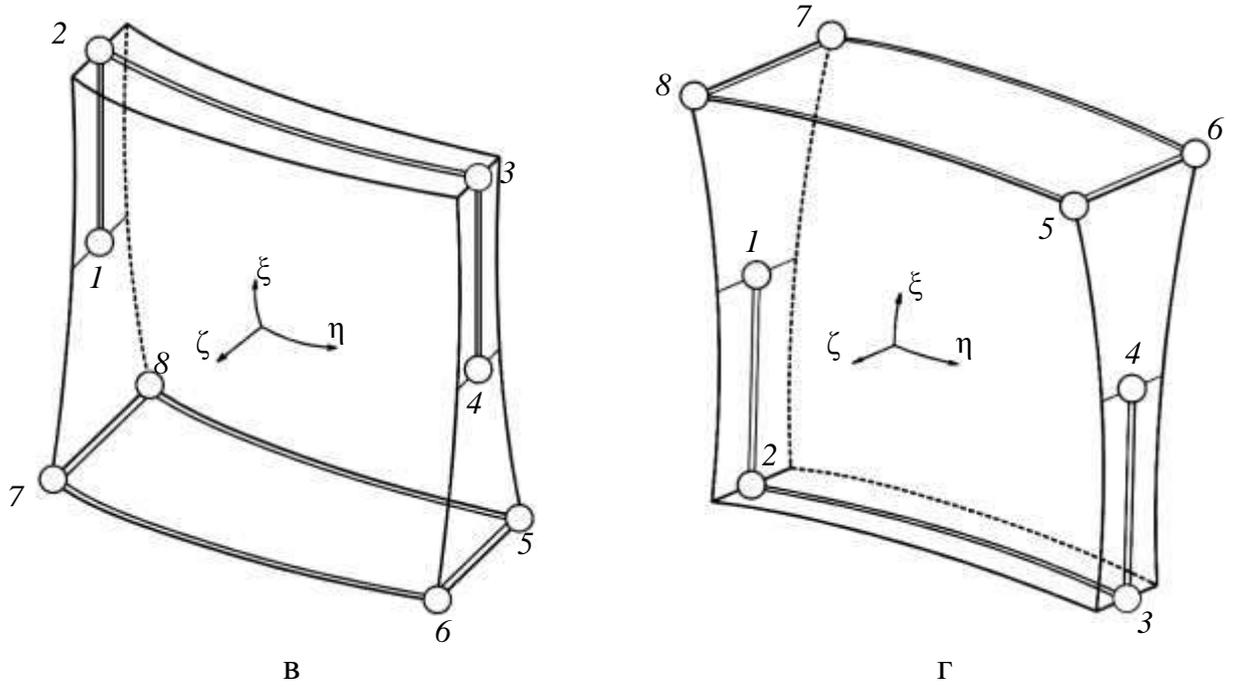
3.1 Описание конечных элементов, моделирующих перо рабочих лопаток турбины

В данном подразделе приводится описание характеристик конечных элементов, применяемых для получения уточненных математических моделей процессов свободных и вынужденных колебаний, а также напряженно-деформированного состояния лопаток турбомашин с учетом их конструктивной неоднородности. Основным является разработанный элемент с изменяющимися характеристиками, три модификации которого представлены на рис. 3.1. Он обладает свойствами, как криволинейного оболочечного элемента, так и криволинейного переходного.



а – оболочечный конечный элемент для моделирования пера лопаток EL1А;
 б – срединная поверхность элемента EL1А в системе криволинейных координат

Рисунок 3.1 – Модификации криволинейного суперпараметрического элемента 2-го порядка с изменяющимися характеристиками.



в – элемент перехода «перо лопатки – хвостовик» EL1B; г – элемент перехода «бандажная полка – перо лопатки» EL1C.

Рисунок 3.1, лист 2.

Для моделирования пера лопатки используется первая модификация – суперпараметрический криволинейный элемент второго порядка EL1A (см. рис. 3.1, а), который имеет восемь узлов на срединной поверхности: по пять степеней свободы в каждом узле (три перемещения и два угла поворота нормали к срединной поверхности) [67 – 69]. Локальная система координат элемента приведена на рис. 3.1, а глобальная система координат лопатки на рис. 2.1.

Переход от глобальной системы координат к локальной может быть представлен следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{Bmatrix} = \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1+\zeta}{2} \begin{Bmatrix} x_i^1 \\ x_i^2 \\ x_i^3 \end{Bmatrix} + \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1-\zeta}{2} \begin{Bmatrix} x_i^1 \\ x_i^2 \\ x_i^3 \end{Bmatrix}, \quad (3.1)$$

$$i = (1, 2, \dots, 8)$$

где $(x^1, x^2, x^3) = (x, y, z)$ – декартовы координаты элемента;

(x_i^1, x_i^2, x_i^3) – декартовы координаты узла i ;

(ζ, ξ, η) – криволинейные координаты элемента $(-1 \leq \xi \leq 1; -1 \leq \zeta \leq 1; -1 \leq \eta \leq 1)$;

$N_i(\eta, \xi)$ – функции формы рассматриваемого элемента. $N_i(\eta, \xi) = 1$ в узле i . В других узлах $N_i(\eta, \xi) = 0$ (см. рис. 3.2, б).

В формуле 3.1 и далее предполагается суммирование по повторяющимся индексам.

Функции формы для рассматриваемого конечного элемента EL1A приведены ниже:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-\eta)(1-\xi)(-\xi-\eta-1); & N_2 &= \frac{1}{2}(1-\eta)(1-\xi^2); \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1-\eta)(1+\xi)(\xi-\eta-1); & N_4 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\xi); \\ N_5 &= \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\xi)(\xi+\eta-1); & N_6 &= \frac{1}{2}(1+\eta)(1-\xi^2); \\ N_7 &= \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\xi)(-\xi+\eta-1); & N_8 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1-\xi). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Перемещения узлов элемента в направлениях x, y, z обозначаются $u^1 = u(x, y, z)$; $u^2 = v(x, y, z)$; $u^3 = w(x, y, z)$ соответственно и являются проекциями вектора перемещений \vec{u} . Они могут быть определены с учетом зависимостей (3.1) и (3.2):

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{Bmatrix} &= \sum N_i(\eta, \xi) \begin{Bmatrix} u_i^1 \\ u_i^2 \\ u_i^3 \end{Bmatrix} + \sum N_i(\eta, \xi) \zeta \frac{h_i}{2} \left(\begin{Bmatrix} v_{1i}^1 \\ v_{1i}^2 \\ v_{1i}^3 \end{Bmatrix} \alpha_i^1 - \begin{Bmatrix} v_{2i}^1 \\ v_{2i}^2 \\ v_{2i}^3 \end{Bmatrix} \alpha_i^2 \right) \\ &(i = 1, 2, \dots, 8), \end{aligned} \quad (3.3)$$

где $\begin{Bmatrix} u_i^1 \\ u_i^2 \\ u_i^3 \end{Bmatrix}$ – вектор перемещений i -го узла конечного элемента;

h_i – толщина элемента в месте расположения узла i ;

$\begin{Bmatrix} v_{1i}^1 \\ v_{1i}^2 \\ v_{1i}^3 \end{Bmatrix}$ и $\begin{Bmatrix} v_{2i}^1 \\ v_{2i}^2 \\ v_{2i}^3 \end{Bmatrix}$ – ортонормированные векторы, образующие с единичным

вектором нормали к срединной поверхности правый орт в узле i ;

α_i^1 и α_i^2 – углы поворота нормали в узле i относительно векторов \bar{v}_1 и \bar{v}_2 .

Для получения уравнения движения рассматриваемого конечного элемента воспользуемся формулами (2.15, 2.18 – 2.20). Следовательно:

$$\frac{\partial L}{\partial \delta_i} = [K_{ij}] \{\delta_i\}; \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}_i} = -[M_{ij}] \{\delta_i\} \quad (3.4)$$

$$(i, j = 1, \dots, 8),$$

где $[K_{ij}]$ и $[M_{ij}]$ – компоненты матриц жесткости и масс элемента соответственно;

$\{\delta\} = \{u_1^1, u_1^2, u_1^3, \dots, u_8^1, u_8^2, u_8^3; \alpha_1^1, \alpha_1^2, \dots, \alpha_8^1, \alpha_8^2\}^T$ – вектор обобщенных перемещений узлов элемента.

Для нахождения матрицы градиентов необходимо использовать зависимости между производными функций формы элемента по глобальным координатам x^1, x^2, x^3 и их производными по локальным координатам η, ζ, ξ [41]:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x^1} & \frac{\partial N}{\partial x^2} & \frac{\partial N}{\partial x^3} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \zeta} & \frac{\partial N}{\partial \eta} & \frac{\partial N}{\partial \xi} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial \zeta} & \frac{\partial x^2}{\partial \zeta} & \frac{\partial x^3}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial x^1}{\partial \eta} & \frac{\partial x^2}{\partial \eta} & \frac{\partial x^3}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x^1}{\partial \xi} & \frac{\partial x^2}{\partial \xi} & \frac{\partial x^3}{\partial \xi} \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

где $[J]$ – матрица Якоби:

Тогда на основании (2.18 – 2.20, 3.1 – 3.6) уравнения движения элемента EL1A имеют вид:

$$\begin{aligned} [M_{ij}] \{\ddot{\delta}_i\} + [K_{ij}] \{\delta_i\} &= 0 \\ (i, j &= 1, \dots, 8) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Рассмотрим модификации данного элемента EL1B и EL1C, (см. рис. 3.1 в и 3.1 г). Узлы с номерами 1 – 4 находятся на срединной поверхности и имеют по пять степеней свободы. Узлы с номерами 5 – 8 – в углах элемента и имеют по три степени свободы (перемещения u^1, u^2, u^3).

Поле перемещений может быть определено следующим образом:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{Bmatrix} &= \sum N_i(\eta, \xi) \begin{Bmatrix} u_i^1 \\ u_i^2 \\ u_i^3 \end{Bmatrix} + \sum N_i(\eta, \xi) \zeta \frac{h_i}{2} \left(\begin{Bmatrix} v_{1i}^1 \\ v_{1i}^2 \\ v_{1i}^3 \end{Bmatrix} \alpha_i^1 - \begin{Bmatrix} v_{2i}^1 \\ v_{2i}^2 \\ v_{2i}^3 \end{Bmatrix} \alpha_i^2 \right) + \sum N_e(\eta, \xi) \frac{1+\zeta}{2} \begin{Bmatrix} u_e^1 \\ u_e^2 \\ u_e^3 \end{Bmatrix} + \\ &+ \sum N_e(\eta, \xi) \frac{1-\zeta}{2} \begin{Bmatrix} u_e^1 \\ u_e^2 \\ u_e^3 \end{Bmatrix} \\ (i &= 1, \dots, 4; e = 5, \dots, 8), \end{aligned} \quad (3.8)$$

Функции формы элемента EL1B:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\xi)(\xi+\eta-1); & N_2 &= \frac{1}{4}(1-\eta)(1+\xi)(\xi-\eta-1); \\ N_3 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\xi); & N_4 &= \frac{1}{2}(1-\eta)(1-\xi^2); \\ N_5 &= \frac{1}{4}(1+\eta)(1-\xi)(-\xi+\eta-1); & N_6 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1-\xi); \\ N_7 &= \frac{1}{2}(1+\eta)(1-\xi^2); & N_8 &= \frac{1}{4}(1-\eta)(1-\xi)(-\xi-\eta-1). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Функции формы элемента EL1C:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{2}(1-\eta)(1-\xi^2); & N_2 &= \frac{1}{4}(1-\eta)(1-\xi)(-\xi-\eta-1); \\
 N_3 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1-\xi); & N_4 &= \frac{1}{4}(1+\eta)(1-\xi)(-\xi+\eta-1); \\
 N_5 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\xi); & N_6 &= \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\xi)(\xi+\eta-1); \\
 N_7 &= \frac{1}{4}(1-\eta)(1+\xi)(\xi-\eta-1); & N_8 &= \frac{1}{2}(1+\eta)(1-\xi^2).
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Получение уравнений движения, а также матриц масс и жесткости для этих элементов аналогично случаю для элемента EL1A, рассмотренному выше.

Для моделирования корневой, а в случае газовой турбины и бандажной полки лопатки используется треугольный призматический элемент постоянной толщины EL2; элемент стержня EL3 предназначен для описания демпферной связи лопаток в венце; изопараметрические призматические элементы первого порядка EL4 применены для хвостовиков лопаток и стенок каналов в охлаждаемых лопатках турбомашин. Описание указанных конечных элементов приведено в приложении А.

3.2 Алгоритм решения задачи о свободных колебаниях лопаток турбомашин

Расчет свободных колебаний рабочих лопаток проводится с использованием конечно-элементных моделей, полученных на основе элементов, описанных в подразделе 3.1 и приложении А. При этом если элементы EL1A, EL1B, EL4 применяются для всех типов лопаток турбин, то применение элементов EL1C, EL2 и EL3 зависит от конструкции рассматриваемой лопатки (EL2 и EL1C – при наличии бандажной полки, а EL3 – в случае демпферной связи).

На основе характеристик моделей отдельных частей (перо, хвостовик, бандажная полка) по правилам МКЭ получаем конечно-элементную модель всего исследуемого твердого тела. Уравнения свободных колебаний лопатки могут быть записаны в следующем виде:

$$[M_{IJ}]\{\ddot{\delta}_I\} + [K_{IJ}]\{\delta_I\} = 0 \quad (3.11)$$

$$(I, J = 1, \dots, N),$$

где $[M_{IJ}]$, $[K_{IJ}]$ – элементы матриц масс и жесткости конечно-элементной модели;

$\{\delta\}$ – вектор обобщенных перемещений узлов модели;

N – число степеней свободы модели.

Решение (3.11) ищем в виде:

$$\delta_I = a_I \cos \omega t, \quad (3.12)$$

где a_I – амплитуды свободных колебаний модели лопатки;

ω – круговая частота колебаний.

Проведя подстановку (3.12) в (3.11) получаем:

$$[K_{IJ}]a_I - f^2[M_{IJ}]a_I = 0 \quad (3.13)$$

где f – частота колебаний лопатки.

Соотношения (3.9) определяют собой, так называемую, обобщенную проблему собственных значений, которая в общем виде сводится к определению собственных значений систем вида [77]:

$$[A]x - \lambda[B]x = 0, \quad (3.14)$$

где $[A]$ и $[B]$ – симметричные матрицы;

$[B]$ – положительно определенная матрица.

Данная задача приводится к обычной проблеме собственных значений для матриц $[A]$ и $[B]$ с использованием модифицированного для случая симметричных ленточных матриц разложения Холецкого [24, 62, 65]. Этот метод является устойчивым, экономичным по числу итераций, имеет ярко выраженную ленточность с относительно небольшой шириной ленты, что позволяет эффективно использовать оперативную память ЭВМ. Тогда матрицы $[A]$ и $[B]$ представляются следующим образом:

$$[B] = [L^{-1}][M][L^{-1}]^T; \quad [A] = [K] = [L][L]^T, \quad (3.15)$$

где $[L]$ – нижняя треугольная матрица с положительной диагональю в разложении Холецкого:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ L_{N1} & L_{N2} & \cdots & L_{NN} \end{bmatrix}; \quad [L_{IJ}] = \sqrt{[K_{IJ}] - \sum_{k=1}^{J-1} L_{Ik}^2} \quad (3.16)$$

$$(I, J = 1, \dots, N)$$

На следующем этапе необходимо заменить вычисление собственных значений симметричной матрицы вычислением собственных значений трехдиагональной матрицы. Для этого воспользуемся методом Хаусхольдера [24]. Приведение симметричной матрицы $[B]$ к трехдиагональной форме $[B_m]$ выполняется с помощью $(k-2)$ ортогональных преобразований. Тогда:

$$[B_{m+1}] = \{P_m\}[B_m]\{P_m\}^T; \quad \{P_m\} = \frac{1 - \{y_m\}\{y_m\}^T}{H_m}; \quad H_m = \frac{\{y_m\}\{y_m\}^T}{2} \quad (3.17)$$

$$(m = 1, 2, \dots, k-2),$$

где $\{y_m\}$ – вектор единичной длины, имеющий k компонентов, из которых первые m не равны нулю.

$$\{y_m\}^T = \{b_{l,1}^{(m)}; b_{l,2}^{(m)}; \dots; b_{l,l-2}^{(m)}; b_{l,l-1}^{(m)} + \sqrt{Y_m}; 0; \dots; 0\} \quad (3.18)$$

$$Y_m = (b_{l,1}^{(m)})^2 + (b_{l,2}^{(m)})^2 + \dots + (b_{l,l-1}^{(m)})^2$$

$$l = k - (m + 1)$$

С учетом приведенных выше зависимостей запишем матрицу $[B_{m+1}]$:

$$[B_{m+1}] = \left(\frac{1 - \{y_m\} \{y_m\}^T}{H_m} \right) [B_m] \left(\frac{1 - \{y_m\} \{y_m\}^T}{H_m} \right) \quad (3.19)$$

Введем следующие обозначения: $\{p_m\} = \frac{[B_m] \{y_m\}}{H_m}$, $R_m = \frac{\{y_m\}^T \{p_m\}}{2H_m}$,

$$\{q_m\} = \{p_m\} - R_m \{y_m\}.$$

Тогда (3.19) преобразуется следующим образом:

$$[B_{m+1}] = [B_m] - \{y_m\} \{q_m\}^T - \{q_m\} \{y_m\}^T, \quad (3.20)$$

где $\{q_m\}$ – собственный вектор матрицы $[B_m]$.

Матрица $[B_m]$ имеет трехдиагональную структуру для последних $(m-1)$ строк и столбцов. Структуры матрицы $[B_m]$ и вектора $\{y_m\}$ определяют вектор $\{p_m\}$, который, в свою очередь определяет вектор $\{q_m\}$:

$$\{p_m\}^T = \{p_{m,1}; p_{m,2}; \dots; p_{m,l-1}; p_{m,l}; 0; \dots; 0\} \quad (3.21)$$

Следовательно, собственный вектор $\{q_m\}$ трехдиагональной матрицы $[B_m]$ запишется так:

$$\{q_m\} = \{p_{m,1} - R_m y_{m,1} \quad p_{m,2} - R_m y_{m,2} \quad \dots \quad p_{m,l-1} - R_m y_{m,l-1} \quad p_{m,l} \quad 0 \quad \dots \quad 0\}^T \quad (3.22)$$

Тогда с учетом (3.19 – 3.22) собственный вектор $\{Q\}$ симметричной матрицы $[B]$ в разложении Холецкого (3.15) имеет вид:

$$\{Q\} = \{P_1\}\{P_2\}\dots\{P_{k-2}\}\{q_m\} \quad (3.23)$$

Далее вычисляются собственные значения матрицы $[B_m]$. Для этого обозначим элементы b_{ij} этой матрицы следующим образом: $b_{ij} = \beta_i$.

Если r элементов из β_i равны нулю, то $[B_m]$ состоит из $(r+1)$ трехдиагональных матриц меньшего порядка [50, 66].

$$[B_m] = \begin{bmatrix} B_m^{(1)} & & & \\ & B_m^{(2)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & B_m^{(r+1)} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

В совокупности собственные значения матрицы $[B_m^s]$ ($s = 1, \dots, r+1$) те же, что и у матрицы $[B_m]$. Затем следует заменить все нулевые β_i на малую величину ϵ . Тогда вместо матрицы $[B_m^s]$ получаем матрицу $[B_m^s + \delta B_m^s]$

Матрица $[\delta B_m^s]$ симметричная и все ее собственные значения будут удовлетворять неравенству $|\epsilon| < |\delta B_m^s| \leq 2\epsilon$. Следовательно, все собственные значения матрицы $[B_m]$ различны и лежат в интервалах длины 4ϵ с центрами в собственных значениях матрицы $[B]$ (3.15).

Применение изложенного выше алгоритма имеет преимущество. Матрицы $[B_m^s]$ не требуется расщеплять на меньшие подматрицы, так как они имеют ненулевые вне диагональные элементы.

Вычислив собственные значения этих матриц, можно с приемлемыми затратами машинного времени и оперативной памяти ЭВМ вычислить и любое собственное значение исходной матрицы $[B]$ из формулы (3.15). Разработанный алгоритм является универсальным и может быть использован, как для

исследования рабочих лопаток компрессора, так и паровых или газовых турбин, а также вне зависимости от наличия или отсутствия в лопатках системы охлаждения.

Функциональная блок-схема алгоритма расчета частот и форм свободных колебаний рабочих лопаток турбомашин приведена в приложении Б.

3.3 Исследование численной сходимости и адекватности решения задачи о собственных колебаниях лопаток турбомашин

Весьма важным с точки зрения обоснования применяемых методов расчета и математических моделей колебаний является вопрос об адекватности получаемых численных результатов действительным частотным характеристикам лопаток турбомашин. Сравнение полученных результатов с данными, полученными при помощи лицензионного пакета прикладных программ ANSYS, предоставленного соискателю в соответствии с договором Национального университета кораблестроения им. адмирала Макарова с ЗАО “Cadferm-CIS” от 15.10.2010г, и результатами специально поставленных экспериментов [70-72] позволяет контролировать их достоверность и правильность разработанной расчетной схемы. Для проверки адекватности математической модели и эффективности алгоритма расчета выполнено сравнение с результатами эксперимента по исследованию собственных частот колебаний рабочей лопатки компрессора (f_3), приведенными в [71, 72]. Исследуемая лопатка компрессора имеет следующие характеристики: длина лопатки $l = 65$ мм; хорда профиля $b = 56,495$ мм; угол закрутки $\alpha = 43^{\circ}18'$. Материал – титановый сплав ВТ3-1 (плотность $\rho = 4500$ кг/м³, модуль Юнга $E = 1,123 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$) [73]. Частоты свободных колебаний лопатки приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Собственные частоты колебаний рабочей лопатки компрессора

Форма колебаний	f_p (Гц)	f_s (Гц)
$m=0; n=1$	991	865–871
$m=1; n=1$	1664	1450–1455
$m=1; n=2$	4692	4080–4088
$m=2; n=2$	7940	6729–6737
$m=2; n=3$	9601	8001–8009

Следует отметить, что для систематизации результатов используется такая форма обозначения форм колебаний, которая соответствует обозначениям, принятым в теории оболочек. Следовательно m – число полуволн вдоль оси z лопатки, а n – число полуволн в поперечном сечении лопатки. Анализ результатов, приведенных в табл. 3.1, показывает, что при сопоставлении расчетных данных с экспериментальными расхождение составляет 10 – 12,5%.

В таблице 3.2 приведено сравнение расчетных частот колебания лопатки турбины f_p с решением, полученными при помощи пакета программ ANSYS (f_m). Лопатка имеет следующие характеристики: длина $l = 175$ мм; хорда профиля $b = 30,755$ мм; угол закрутки $\alpha = 51^{\circ}31'$. Материал – жаропрочная сталь СМ88У-ВИ (плотность $\rho = 8100$ кг/м³, модуль Юнга $E = 1,685 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$).

Таблица 3.2 – Собственные частоты колебаний рабочей лопатки турбины

Форма колебаний	f_p (Гц)	f_m (Гц)
$m=0; n=1$	230	222
$m=1; n=1$	342	324
$m=1; n=2$	421	402
$m=2; n=2$	709	682

Сопоставление результатов численного решения задачи с результатами, полученными при помощи пакета программ ANSYS, свидетельствует о том, что расхождение составляет 1,5 – 4,1%. Следовательно, на основании анализа таблиц 3.1, 3.2 можно сделать вывод о том, что предложенный метод расчета обладает высокой точностью при исследовании рабочих лопаток турбомашин. Для обеспечения необходимого уровня сходимости решения рассматриваемой задачи дискретизация на конечные элементы проведена с выполнением нескольких правил [51, 53, 56, 57]: а) применение принципа приспособления сетки КЭ под геометрические, физические и другие особенности моделируемой конструкции; б) максимально возможное использование принципа правильности форм рассматриваемых КЭ, суть которого состоит в том, что отношение длин однотипных граней для одного и того же вида КЭ примерно равно единице; в) Применение принципа вложенности, т.е. увеличение плотности дискретизации конечно-элементной сетки осуществляется путем равномерного деления существующих КЭ на ряд более мелких.

Варианты дискретизации конечно-элементной сеткой рассматриваемой выше лопатки турбины приведены в табл. 3.3 и на рис. 3.2.

Таблица 3.3 – Плотность конечно-элементной сетки по высоте лопатки

Тип КЭ	Вариант дискретизации				
	А	В	С	Д	Е
	Число конечных элементов				
EL1A	40	60	80	100	120
EL1B	1	1	1	1	1
EL1C	1	1	1	1	1
EL2	4	8	12	16	20
EL4	10	20	30	40	50

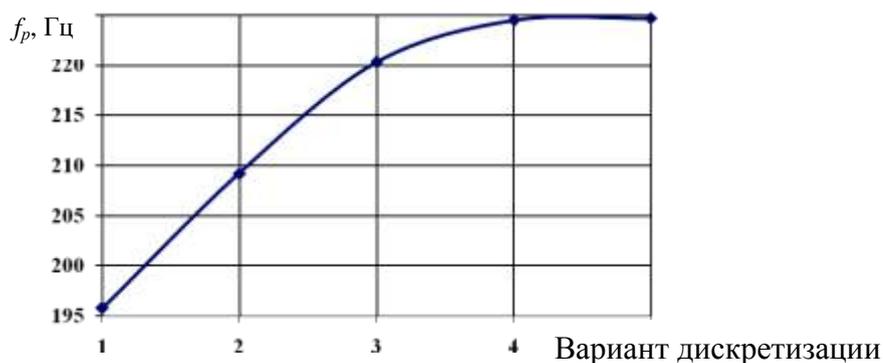


Рисунок 3.2 – График сходимости частоты свободных колебаний лопатки турбины в зависимости от плотности конечно-элементной сетки.

На рис. 3.2. приведен график, показывающий количественную характеристику сходимости численного решения МКЭ по собственным частотам колебаний лопатки турбины. Кривая сходимости приведена с увеличением дискретизации конечно-элементной сетки от варианта А (обозначен 1) до Е.

Зависимость, приведенная выше, показывает устойчивую сходимость численного решения МКЭ для рассматриваемой задачи. Также можно сделать вывод о том, что необходимой и достаточной для решения задачи о колебаниях рабочих лопаток турбомашин плотностью сетки КЭ является вариант D. Этот вывод делается на основании того, что при большей степени дискретизации получен результат (частота колебаний $f_p = 227,5$ Гц), который всего на 1,5% отличается от решения, приведенного в работе [71].

Анализируя вышеприведенные результаты (см. табл. 3.1 – 3.3, рис. 3.2), можно сделать вывод, что примененный для решения данной задачи алгоритм, обладает высокой точностью и устойчивой сходимостью. Следовательно, он может быть применен для определения спектра частот колебаний, рабочих лопаток турбомашин. Также определен оптимальный вариант дискретизации твердотельных моделей сеткой конечных элементов (вариант D). Именно он и будет использоваться в дальнейшем при решении задачи о свободных колебаниях, а также вынужденных колебаниях и НДС рабочих турбомашин.

3.4 Влияние граничных условий на частоты свободных колебаний лопаток турбомашин

На основе разработанной расчетной методики рассмотрим колебания рабочих лопаток компрессоров и турбин. Процедура получения численных результатов описана в подразделе 3.2. Ниже приведены основные виды граничных условий, рассматриваемые при решении задачи о колебаниях лопаток. Диски турбомашин имеют шлицевые пазы на внутренней поверхности центрального отверстия и устанавливаются на шлицевый вал, следовательно, исходя из их конструкции, для дисков задается только один вид граничных условий – жесткое закрепление.

Таблица 3.4 – Основные виды граничных условий для лопаток турбомашин

Обозначение	Описание	Граничные условия
C	Лопатка имеет жесткое закрепление в замке (все типы лопаток) и по бандажной полке (турбинные лопатки)	$u_1=u_2=u_3=\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$
F	Лопатка имеет на периферии свободный контур (лопатки компрессора)	$\frac{\partial u^3}{\partial x^3} = 0$ [53]
S^*	Лопатка имеет упругую связь в периферийном сечении (лопатка турбины с демпферной связью)	$u_1=u_3=\alpha_1=\alpha_2=0$

Исследуем зависимость частот колебаний лопаток f от волновых чисел n , и m для разных видов граничных условий.

Вначале рассмотрим компрессорную лопатку, для которой в силу конструктивных особенностей выполняются только граничные условия $C - F$ (консольное закрепление). Исследуемая лопатка компрессора имеет следующие характеристики: длина лопатки $l = 45$ мм; хорда профиля $b = 56,495$ мм; угол закрутки $\alpha = 43^{\circ}18'$. Материал – титановый сплав ВТ3-1 (плотность $\rho = 4500$ кг/м³, модуль Юнга $E = 1,123 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$).

Результаты расчета, приведенные на графике 3.4, показали, что для компрессорных лопаток (граничные условия вида $C - F$) волновое число n оказывает значительное влияние, когда оно сравнительно мало ($n < 4$).

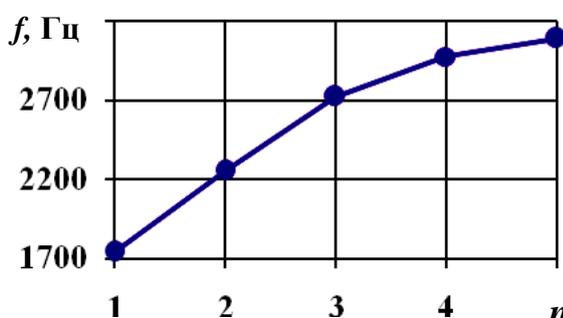
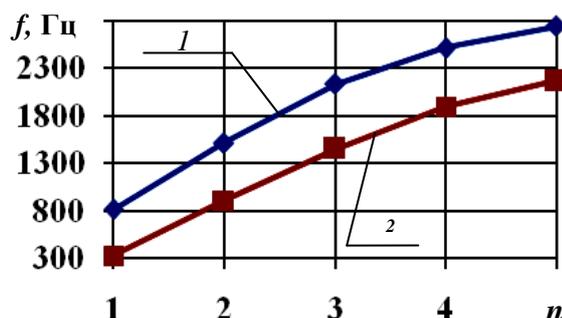


Рисунок 3.3 – Зависимость частоты колебаний компрессорной лопатки (граничные условия типа $C - F$) от волновых чисел n ($m = 1$).

Однако с ростом этого волнового числа данное влияние ослабевает, так как потенциальная энергия деформации растяжения значительно меньше по сравнению с потенциальной энергией деформации изгиба.

Рассматриваемая турбинная лопатка имеет следующие характеристики: длина $l = 120$ мм; хорда профиля $b = 30,755$ мм; угол закрутки $\alpha = 51^{\circ}31'$. Материал – жаропрочная сталь СМ88У-ВИ (плотность $\rho = 8100$ кг/м³, модуль Юнга $E = 1,693 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$). Для одной и той же модели лопатки задаются граничные условия двух видов: $C - C$ (при наличии бандажной полки) и $C - S^*$ (при наличии демпферной связи).

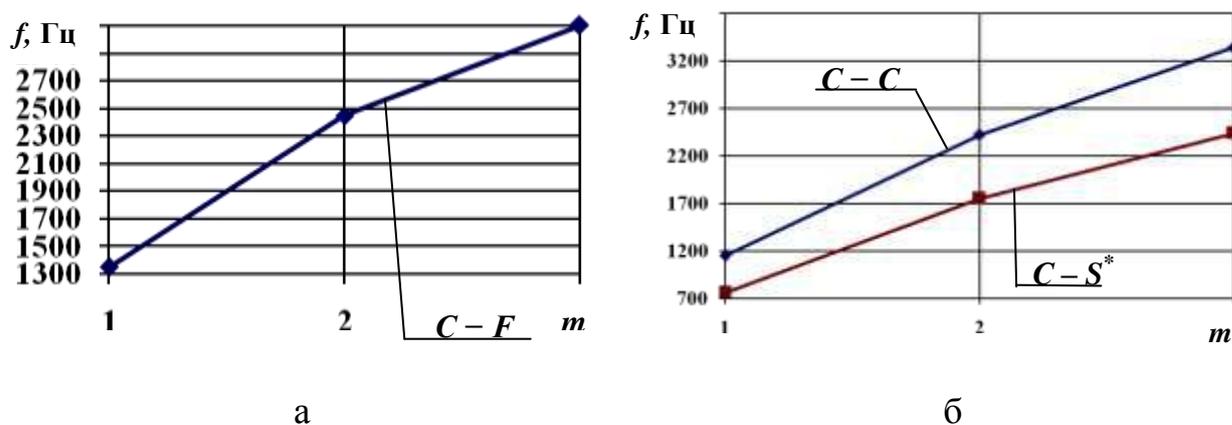
Перейдем к исследованию влияния граничных условий на частоты колебаний лопаток турбины (рис. 3.4).



1 – граничные условия типа $C - C$; 2 – граничные условия типа $C - S^*$

Рисунок 3.4 – Зависимость частоты колебаний лопатки турбины от волновых чисел n ($m = 1$).

Результаты расчета, приведенные на графиках 3.3 и 3.4, свидетельствуют о том, что для обеих типов граничных условий частота колебаний возрастает с увеличением волнового числа n . Причем, если для граничных условий вида $C - S^*$ число волн в окружном направлении оказывает значительное влияние при ($n < 4$), то для случая $C - C$ это влияние сохраняется и при $n > 4$. Объяснением выше приведенным данным также служит то, что наличие в периферийном сечении лопатки демпферной связи (граничные условия вида $C - S^*$) призвано конструктивно обеспечить рассеивание потенциальной энергии деформации и, как следствие, снизить частоту колебаний лопатки.



а – лопатка компрессора; б – лопатка турбины

Рисунок 3.5 – Зависимость частоты колебаний лопаток от волновых чисел m ($n = 1$).

Следует также отметить, что для всех типов граничных условий, как для компрессорных, так и для турбинных лопаток, с увеличением числа полувольт m частота колебаний также возрастает (рис. 3.5). Однако для лопаток турбомашин $m > 2$ встречается редко, следовательно, и влияние его на частоты колебаний лопаток менее существенно по сравнению с n .

3.5 Влияние физико-механических характеристик материала на частоты свободных колебаний лопаток турбомашин

Исследование влияния геометрических характеристик на частоты колебаний лопаток приведено в приложении В.

Для исследования влияния физико-механических характеристик материала лопаток на частоты их колебаний необходимо воспользоваться формулой (2.22), вычислив матрицу упругости D_σ . Еще одним параметром, влияющим на частоты колебаний лопатки, является плотность (ρ) материала, входящая в формулу (2.23). Матрица упругости будет иметь вид:

$$[D_\sigma] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

где $D_{11} = D_{22} = D_{33} = \lambda + 2\nu$;

$D_{12} = D_{13} = D_{23} = \lambda$;

$D_{44} = D_{55} = D_{66} = \nu$;

$D_{14} = D_{15} = D_{16} = D_{21} = D_{24} = D_{25} = D_{26} = D_{31} = D_{32} = D_{34} = D_{35} = D_{36} = D_{41} =$
 $D_{42} = D_{43} = D_{45} = D_{46} = D_{51} = D_{52} = D_{53} = D_{54} = D_{56} = D_{61} = D_{62} = D_{63} = D_{64} = D_{65} = 0$;

λ – постоянная Ляме ($\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}$) [17];

ν – коэффициент Пуассона;

E – модуль Юнга.

В практике отечественного турбостроения лопатки компрессоров в основном изготавливаются из титановых сплавов группы ВТ, а турбинные лопатки – из жаропрочных сталей группы ЭИ. Для всех этих групп материалов коэффициент Пуассона ν находится в пределах 0,3 – 0,31, поэтому исследуется влияние только изменения модуля Юнга и плотности материала на частоты колебаний лопаток турбомашин. Ниже в графической форме (рис. 3.6, 3.7) приведены зависимости частот колебаний лопаток компрессоров и турбин от величины модуля Юнга материала [73], из которого они изготовлены, для соответствующих типов граничных условий (см. табл. 3.4).

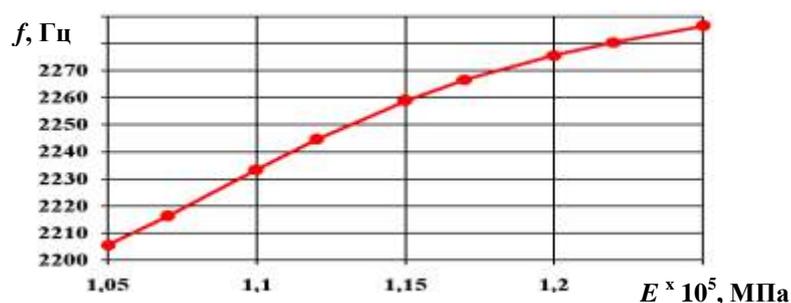
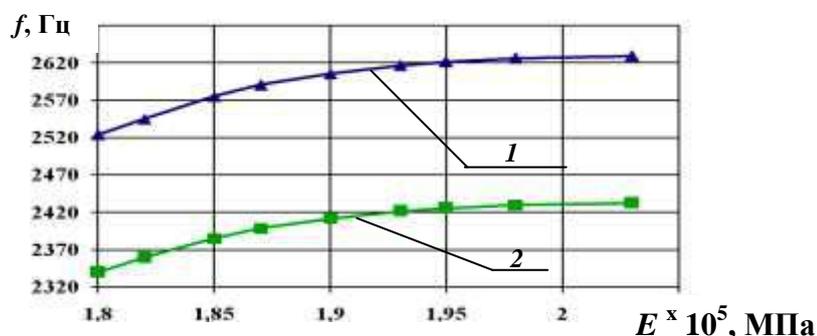


Рисунок 3.6 – Зависимость частот свободных колебаний от величины модуля Юнга материала лопатки (граничные условия типа $C - F$).



1 – граничные условия типа $C - C$; 2 – граничные условия типа $C - S^*$

Рисунок 3.7 – Зависимость частот свободных колебаний лопаток турбины от величины модуля Юнга материала лопатки.

Рассматриваемая лопатка компрессора имеет следующие геометрические характеристики: длина лопатки $l = 45$ мм; хорда профиля $b = 56,495$ мм; угол закрутки $\alpha = 43^{\circ}18'$. Исследуемая лопатка турбины имеет такие геометрические характеристики: длина $l = 120$ мм; хорда профиля $b = 30,755$ мм; угол закрутки $\alpha = 51^{\circ}31'$. Анализируя результаты расчетов, приведенные на рис. 3.6, 3.7, можно сделать вывод, что и для компрессорных и для турбинных лопаток наблюдается возрастание частоты колебаний с увеличением модуля Юнга. Это может быть объяснено тем, что с увеличением модуля Юнга возрастает жесткость лопатки в целом, что, в свою очередь, приводит к повышению частоты ее колебаний. Такие зависимости наблюдаются для всех типов граничных условий. Максимальных значений частота колебаний достигает в случае граничных условий типа $C - C$ (лопатка турбины с бандажной полкой), обеспечивающих максимальную жесткость лопатки.

Перейдем к рассмотрению влияния плотности материала лопаток компрессора [73] на частоты их свободных колебаний (рис. 3.8). Геометрические параметры исследуемых компрессорных и турбинных лопаток указаны выше.

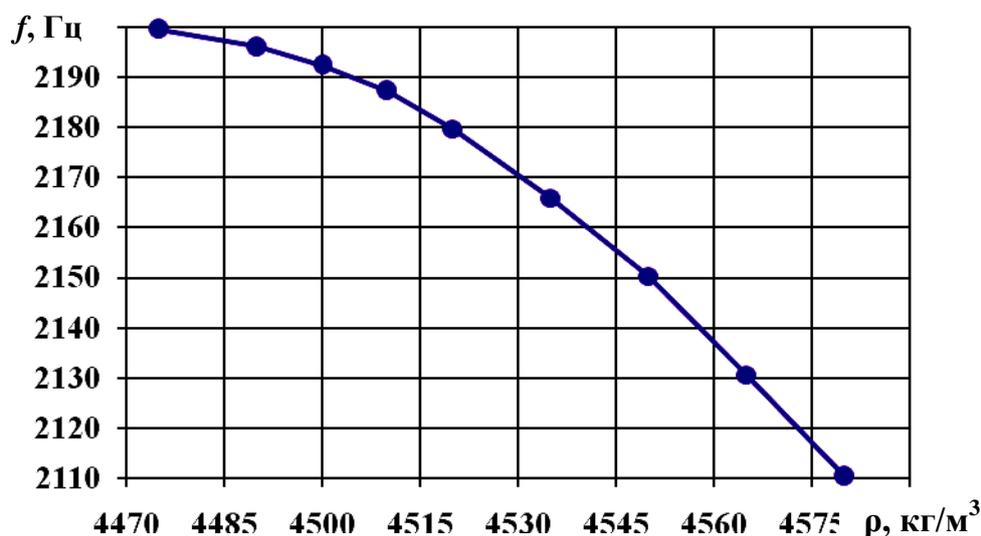
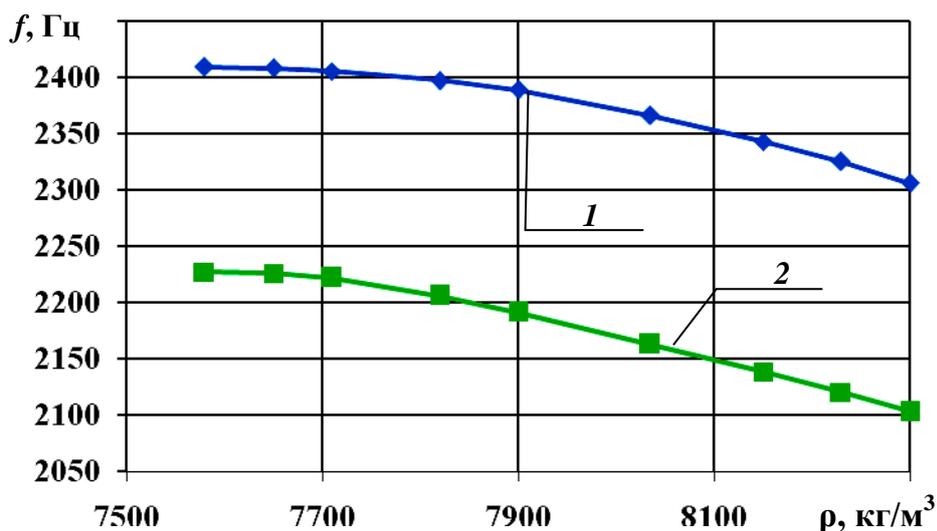


Рисунок 3.8 – Зависимость частот свободных колебаний лопаток компрессора (граничные условия типа $C - F$) от плотности материала лопатки.

Аналогичные зависимости приведены и для турбинных лопаток (рис. 3.9).



1 – граничные условия типа $C - C$; 2 – граничные условия типа $C - S^*$

Рисунок 3.9 – Зависимость частот свободных колебаний лопаток турбины от плотности материала лопатки.

Анализ результатов, приведенных на рис. 3.8, 3.9, указывает на то, что для обеих типов лопаток наблюдается тенденция снижения частоты колебаний лопатки с увеличением плотности материала. Объяснением этому служит то обстоятельство, что при неизменном объеме, снижение плотности материала ведет к увеличению массы лопатки, что, в свою очередь, снижает частоты ее колебаний. Эта зависимость справедлива для всех типов граничных условий. Максимальных значений частота колебаний достигает в случае граничных условий типа $C - C$, так как в этом случае лопатка имеет максимальную жесткость.

Результаты проведенного исследования позволяют сделать вывод, что для обеих типов лопаток и всех видов граничных условий с увеличением модуля Юнга повышается частота их колебаний. В случае увеличения плотности материала – наблюдается обратная зависимость. Наиболее существенно это проявляется при исследовании компрессорных лопаток, так как разброс значений плотности и модуля Юнга для разных марок титановых сплавов группы ВТ существенно, меньше, чем для жаропрочных сталей и сплавов.

3.6 Влияние температуры газового потока на частоты свободных колебаний лопаток турбомашин

Лопатки турбин подвержены конвективному теплообмену, происходящему вследствие взаимодействия газового потока, выходящего из камеры сгорания турбины с лопаточным венцом. Процесс теплопередачи сопровождается возникновением градиента температур в материале лопатки, что, в свою очередь, приводит к возникновению тепловых деформаций, достигающих своего максимального значения в пере лопатки. Матрица-вектор тепловых деформаций ϵ_0 формируется следующим образом [24, 53, 65, 66]:

$$\{\epsilon_0\} = \{\alpha^T T \quad \alpha^T T \quad \alpha^T T \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T, \quad (3.26)$$

где α^T – коэффициент температурного расширения материала;
 T – температура материала лопатки.

Тогда на основании принципа Лагранжа и зависимости (2.19), выражение для потенциальной энергии деформации лопатки будет иметь вид:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_V \{\epsilon'\}^T D_\sigma \{\epsilon'\} dV = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K'] \{\delta\}, \quad (3.27)$$

где $\{\epsilon'\}$ – матрица деформации ($\{\epsilon'\} = \{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}$):

Следовательно, с учетом (2.19), (3.26) и (3.27) частоты свободных колебаний лопаток турбомашин в зависимости от температуры газового потока вычисляются на основании (3.11), (3.12) следующим образом:

$$[K'_{IJ}] a_I - f^2 [M_{IJ}] a_I = 0 \quad (3.28)$$

$$(I, J = 1, \dots, n),$$

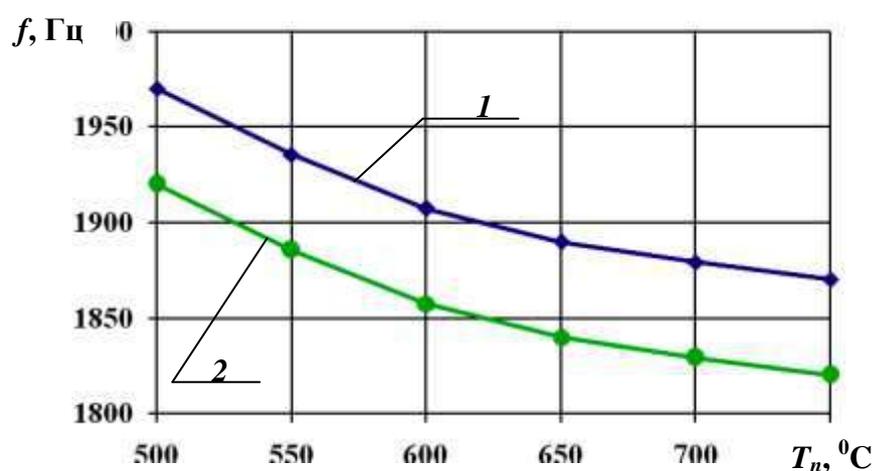
где a_I – амплитуды свободных колебаний лопатки;

$[M_{IJ}]$, $[K'_{IJ}]$ – элементы матриц масс и жесткости конечно-элементной модели лопатки;

n – число степеней свободы модели.

f – частота свободных колебаний лопатки.

Рассмотрим охлаждаемую лопатку турбины, имеющую следующие характеристики: длина $l = 125$ мм; хорда профиля $b = 30,755$ мм; толщина стенок пера лопатки $c = 5$ мм; угол закрутки $\alpha = 51^{\circ}31'$; число охлаждающих каналов $q_l = 40$; температура охлаждающего воздуха в каналах $T_{охла} = 60$ °С; температура потока изменяется в пределах $T_n = 500 - 750$ °С; время до установления стационарного температурного поля лопатки $t = 1200$ с. Материал лопатки – жаропрочная сталь ЭИ496 (плотность $\rho = 7710$ кг/м³, модуль Юнга $E = 1,79 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$; удельная теплоемкость $C_T = 462$ Дж/(кг*°С); коэффициент теплопроводности $\lambda_r = 28$ Вт/(м*°С); коэффициент температурного расширения $\alpha^T = 12,3 \cdot 10^{-6}$ 1/°С [66]). Ниже на рис. 3.10 приведены зависимости частот свободных колебаний данной лопатки от температуры набегающего газового потока для граничных условий типа $C - C$ (лопатка с бандажной полкой) и $C - S^*$ (лопатка с демпферной связью).



1 – граничные условия типа $C - C$; 2 – граничные условия типа $C - S^*$

Рисунок 3.10 – Зависимость частот свободных колебаний лопаток турбины от температуры газового потока.

Перейдем к рассмотрению влияния температуры воздушного потока в проточной части компрессора на величину частот собственных колебаний лопаток. Рассматриваемая компрессорная лопатка имеет такие параметры: длина $l = 70$ мм; хорда профиля $b = 45,914$ мм; толщина пера лопатки $c = 7$ мм; угол закрутки $\alpha = 36^{\circ}14'$; температура потока изменяется в пределах $T_n = 80 - 200$ °С; время до установления стационарного температурного поля лопатки $t = 360$ с. Материал лопатки – титановый сплав ВТЗ-1 (плотность $\rho = 4500$ кг/м³, модуль Юнга $E = 1,12 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$; удельная теплоемкость $C_T = 502$ Дж/(кг*°С); коэффициент теплопроводности $\lambda_r = 10,04$ Вт/(м*°С); коэффициент температурного расширения $\alpha^T = 9,8 \cdot 10^{-6}$ 1/°С [66]). На рис. 3.11 приведены зависимости частот свободных колебаний рассматриваемой лопатки от температуры воздушного потока.

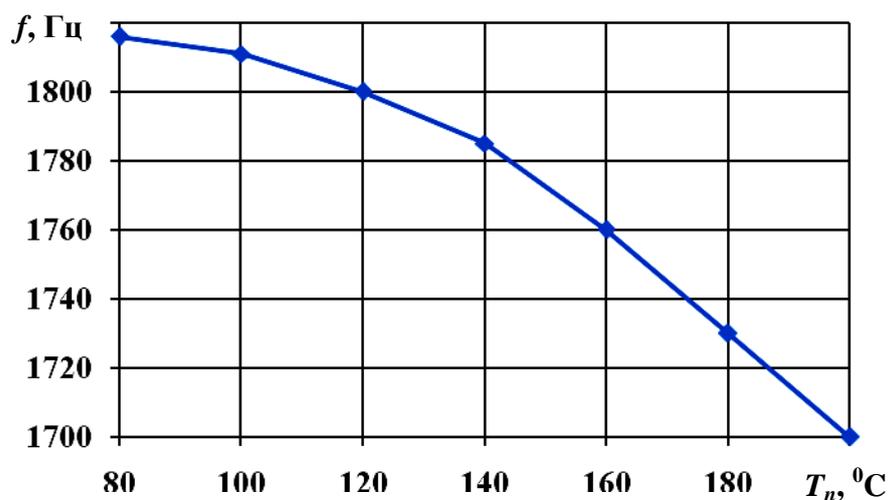


Рисунок 3.11 – Зависимость частот свободных колебаний компрессорных лопаток (граничные условия типа $C - F$) от температуры воздуха в проточной части компрессора.

Результаты исследования, (см. рис. 3.10, 3.11) указывают на то, что и для турбинных лопаток из жаропрочных сталей, и для компрессорных лопаток из титановых сплавов с увеличением температуры набегающего потока частота собственных колебаний лопатки снижается. Эта зависимость справедлива для

всех типов граничных условий, которые возможны в конструкции лопаточного венца. Наименьшее снижение частоты при граничных условиях типа $C - C$, так как в этом случае жесткость лопатки является максимальной. Однако, уменьшение частоты колебаний незначительно, и составляет для турбинных лопаток, 80 Гц при температурном градиенте потока в $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ (граничные условия типа $C - C$), и 110 Гц (граничные условия типа $C - S^*$) при том же температурном градиенте. Для компрессорных лопаток (граничные условия типа $C - F$) этот показатель более значителен и составляет 150 Гц при температурном градиенте всего $120\text{ }^{\circ}\text{C}$. Полученные результаты объясняются тем, что до проявления первой стадии ползучести материала элементы его кристаллографической решетки под воздействием высоких температур начинают переходить в состояние хаотического движения. Поэтому увеличивается вязкость материала лопатки, а, следовательно, и его демпфирующая способность, что хорошо согласуется с данными исследования влияния высоких температур на поведение металлов и сплавов, приведенными в работе [74].

3.7 Выводы

В данном разделе выполнена постановка задач исследования свободных колебаний лопаток турбомашин. Созданы уточненные математические модели рабочих лопаток турбин и компрессоров на основе метода конечных элементов, позволяющие в полной мере учесть влияние конструктивных неоднородностей, как охлаждаемых, так и неохлаждаемых лопаток на частоты их собственных колебаний. Уравнения движения лопаток получены на основе вариационного принципа Лагранжа II рода. Для решения этих задач развит численный метод, основанный на применении модифицированного разложения Холецкого, а также метода Хаусхольдера. Разработанный алгоритм решения обладает высокой точностью и сходимостью, что подтверждено сравнением полученных расчетных

данных с известными решениями, а также результатами экспериментального исследования собственных колебаний рабочих лопаток турбомашин.

Эффективность и возможности предложенных методик демонстрируются результатами многочисленных расчетов для ряда граничных условий. Получены новые численные результаты зависимостей частотных характеристик колебаний, как охлаждаемых, так и неохлаждаемых лопаток с конструктивными особенностями при варьировании их физико-механических (плотность и модуль Юнга). Впервые проведено исследование влияния температуры газового потока на частоты собственных колебаний лопаток турбомашин.

РАЗДЕЛ 4

НАПЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ОХЛАЖДАЕМЫХ
РАБОЧИХ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН В ПОТОКЕ

4.1 Решение задачи о вынужденных колебаниях рабочих лопаток турбомашин

Рассматривается конструктивно неоднородная охлаждаемая лопатка газовой турбины. Предполагается, что вынужденные колебания объекта исследований возбуждаются на воздушном стенде. Трехмерная модель лопатки приведена ниже на рис. 4.1.

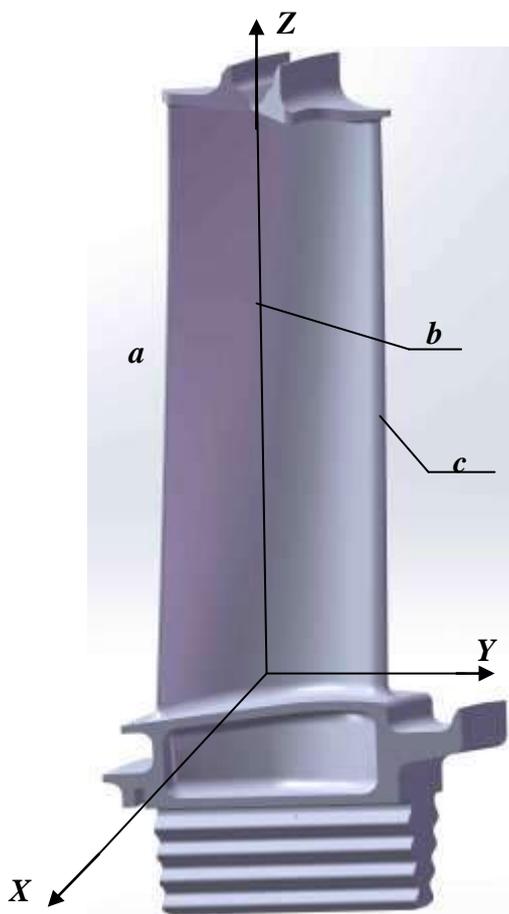


Рисунок 4.1 – Трехмерная модель лопатки в декартовой системе координат.

Возмущающая колебания периодическая газодинамическая сила F может быть представлена в виде суммы членов тригонометрического ряда Фурье.

В рамках диссертационной работы разработана методика расчета амплитуд вынужденных колебаний системы на основе метода комплексных амплитуд, а также на основе прямого решения уравнения ее вынужденных колебаний. Учет демпфирования при вынужденных колебаниях рабочих лопаток турбомашин приведен в приложении Г.

Вначале воспользуемся методом комплексных амплитуд. Запишем уравнения движения лопатки в следующем виде [35, 36]:

$$\Delta\{a\} = \{F\}; \quad \{a\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}; \quad \Delta = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix}; \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}, \quad (4.1)$$

где $L = K - (k\Omega)^2 M$;

K и M – матрицы жесткости и масс лопатки соответственно;

k – номер гармоники возмущающей силы;

Ω – частота вынужденных колебаний лопатки;

$\{a\}$ – матрица-вектор обобщенных перемещений узлов лопатки под действием приложенных сил;

$\{F\}$ – матрица-вектор приложенных газодинамических сил в узлах секции.

Проведем некоторые преобразования. Преобразуем матрицы L , $\{a\}$ и $\{F\}$:

$$\{a\} = \begin{Bmatrix} a_1^{(1)} \\ a_1^{(0)} \\ a_1^{(2)} \\ a_2^{(1)} \\ a_2^{(0)} \\ a_2^{(2)} \end{Bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} L_{11}^{(1)} & L_{12}^{(0)} & L_{13}^{(2)} \\ L_{21}^{(1)} & L_{22}^{(0)} & L_{23}^{(2)} \\ L_{31}^{(1)} & L_{32}^{(0)} & L_{33}^{(2)} \end{bmatrix}; \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} F_1^{(1)} \\ F_1^{(0)} \\ F_1^{(2)} \\ F_2^{(1)} \\ F_2^{(0)} \\ F_2^{(2)} \end{Bmatrix}. \quad (4.2)$$

Здесь и далее индексы в скобках обозначают: (1) – узлы на левой границе; (0) – узлы в средней части; (2) – узлы на правой границе лопатки.

Подставив (4.2) в соотношение (4.1), получаем разрешающую систему уравнений в виде (4.3):

$$\begin{aligned}
L_{11}^{(1)}a_1^{(1)} + L_{12}^{(0)}a_1^{(0)} + L_{13}^{(2)}a_1^{(2)} &= F_1^{(1)}; \\
L_{21}^{(1)}a_1^{(1)} + L_{22}^{(0)}a_1^{(0)} + L_{23}^{(2)}a_1^{(2)} &= F_1^{(0)}; \\
L_{31}^{(1)}a_1^{(1)} + L_{32}^{(0)}a_1^{(0)} + L_{33}^{(2)}a_1^{(2)} &= F_1^{(2)}; \\
L_{11}^{(1)}a_2^{(1)} + L_{12}^{(0)}a_2^{(0)} + L_{13}^{(2)}a_2^{(2)} &= F_2^{(1)}; \\
L_{21}^{(1)}a_2^{(1)} + L_{22}^{(0)}a_2^{(0)} + L_{23}^{(2)}a_2^{(2)} &= F_2^{(0)}; \\
L_{31}^{(1)}a_2^{(1)} + L_{32}^{(0)}a_2^{(0)} + L_{33}^{(2)}a_2^{(2)} &= F_2^{(2)}.
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Для решения (4.3) в рассмотрение вводятся комплексные амплитуды. Следовательно, элементы матриц $\{a\}$ и $\{F\}$ записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}
a^{(1)} &= a_1^{(1)} + ia_2^{(1)}; & a^{(0)} &= a_1^{(0)} + ia_2^{(0)}; & a^{(2)} &= a_1^{(2)} + ia_2^{(2)}; \\
F^{(1)} &= F_1^{(1)} + iF_2^{(1)}; & F^{(0)} &= F_1^{(0)} + iF_2^{(0)}; & F^{(2)} &= F_1^{(2)} + iF_2^{(2)},
\end{aligned} \tag{4.4}$$

где i – мнимая единица.

Подставив (4.4) в (4.3), получим следующие комплексные соотношения:

$$\begin{aligned}
L_{11}^{(1)}a^{(1)} + L_{12}^{(0)}a^{(0)} + L_{13}^{(2)}a^{(2)} &= F^{(1)}; \\
L_{21}^{(1)}a^{(1)} + L_{22}^{(0)}a^{(0)} + L_{23}^{(2)}a^{(2)} &= F^{(0)}; \\
L_{32}^{(0)}a^{(0)} + L_{33}^{(2)}a^{(2)} &= F^{(2)}.
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Из второго уравнения (4.5) имеем:

$$a^{(0)} = \left(L_{22}^{(0)}\right)^{-1} \left(F^{(0)} - L_{21}^{(1)}a^{(1)} - L_{23}^{(2)}a^{(2)}\right) \tag{4.6}$$

Тогда из (4.5) с учетом (4.6) следует:

$$\begin{aligned}
N_{11}a^{(1)} + N_{12}a^{(2)} &= F^{(1)} - N_{10}F^{(0)}; & N_{21}a^{(1)} + N_{22}a^{(2)} &= F^{(2)} - N_{20}F^{(0)}; \\
N_{11} &= L_{11}^{(1)} - L_{12}^{(0)}(L_{22}^{(0)})^{-1}L_{21}^{(1)}; & N_{12} &= L_{13}^{(2)} - L_{12}^{(0)}(L_{22}^{(0)})^{-1}L_{23}^{(2)}; \\
N_{21} &= L_{31}^{(1)} - L_{32}^{(0)}(L_{22}^{(0)})^{-1}L_{21}^{(1)}; & N_{22} &= L_{33}^{(2)} - L_{32}^{(0)}(L_{22}^{(0)})^{-1}L_{23}^{(2)} \\
N_{10} &= L_{12}^{(0)}(L_{22}^{(0)})^{-1}; & N_{20} &= L_{32}^{(0)}(L_{22}^{(0)})^{-1}.
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Соотношение (4.7) преобразуется в матричной форме таким образом:

$$\begin{bmatrix} N_{12} & 0 \\ N_{22} & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{(2)} \\ F^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -N_{11} & I \\ -N_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{(1)} \\ F^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -N_{10} & 0 \\ 0 & -N_{20} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F^{(0)} \\ F^{(0)} \end{bmatrix}, \tag{4.8}$$

где I – единичная матрица.

Представим (4.8) в свернутом виде:

$$\begin{aligned}
\Lambda^{(2)} &= -R\Lambda^{(1)} - HF^{(0)}; \\
R &= \begin{bmatrix} N_{12} & 0 \\ N_{22} & -I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N_{11} & -I \\ N_{21} & 0 \end{bmatrix}; & H &= \begin{bmatrix} N_{12} & 0 \\ N_{22} & -I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N_{10} \\ N_{20} \end{bmatrix}; \\
\Lambda^{(1)} &= \begin{bmatrix} a^{(1)} \\ F^{(1)} \end{bmatrix}; & \Lambda^{(2)} &= \begin{bmatrix} a^{(2)} \\ F^{(2)} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Выражение для комплексных амплитуд газодинамических сил $F^{(0)}$, приложенных в узлах секции, имеет вид:

$$F^{(0)} = \begin{Bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ \vdots \\ F_{1g} \end{Bmatrix} \cos k\Omega t + i \begin{Bmatrix} F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ \vdots \\ F_{2g} \end{Bmatrix} \sin k\Omega t, \tag{4.10}$$

где g – число степеней свободы секции.

Далее необходимо решить системы уравнений, образующейся при подстановке (4.10) в (4.9), что равнозначно решению системы уравнений (4.1).

Уравнение вынужденных колебаний рассматриваемой лопатки при возбуждении k -ой гармоникой возмущающей силы имеет вид [66, 78-80]:

$$[M] \left\{ \frac{d^2 \delta}{dt^2} \right\} + [C] \left\{ \frac{d\delta}{dt} \right\} + [K] \{\delta\} = \{F\}, \quad (4.11)$$

где $[C] = 2\mu[M]$ – матрица демпфирования;

μ – коэффициент демпфирования [74];

$\{\delta\}$ – матрица-вектор обобщенных перемещений узлов секции;

$\{F\}$ – матрица-вектор возмущающих сил;

Решение системы уравнений (4.11) ищем следующим образом:

$$\delta_J = a_J^1 \cos k\Omega t + a_J^2 \sin k\Omega t \quad (4.12)$$

$$(J = 1, 2, \dots, n, k = 1, \dots, g),$$

где g – число гармоник возмущающей силы;

n – число узлов секции.

Для определения амплитуд вынужденных колебаний a_J^1 и a_J^2 необходимо решить систему уравнений, образующуюся путем подстановки (4.12) в (4.11):

$$\begin{aligned} M_{IJ} \left(a_J^{(1)} \cos k\Omega t + a_J^{(2)} \sin k\Omega t \right)'' + C_{IJ} \left(a_J^{(1)} \cos k\Omega t + a_J^{(2)} \sin k\Omega t \right)' + \\ K_{IJ} \left(a_J^{(1)} \cos k\Omega t + a_J^{(2)} \sin k\Omega t \right) = F_I^{(1)} \cos k\Omega t + F_I^{(2)} \sin k\Omega t \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$(I, J = 1, 2, \dots, n),$$

Здесь и далее индексы (1) и (2) обозначают амплитуды при $\cos k\Omega t$ и $\sin k\Omega t$ соответственно.

В результате получаем следующие системы уравнений при $\cos k\Omega t$ (4.14) и при $\sin k\Omega t$ (4.15):

$$\begin{aligned} \Lambda_{11}a_1^{(1)} + \Lambda_{10}a_0^{(1)} + \Lambda_{12}a_2^{(1)} + \Psi_{11}a_1^{(2)} + \Psi_{10}a_0^{(2)} + \Psi_{12}a_2^{(2)} &= F_1^{(1)}; \\ \Lambda_{01}a_1^{(1)} + \Lambda_{00}a_0^{(1)} + \Lambda_{02}a_2^{(1)} + \Psi_{01}a_1^{(2)} + \Psi_{00}a_0^{(2)} + \Psi_{02}a_2^{(2)} &= F_0^{(1)}; \\ \Lambda_{21}a_1^{(1)} + \Lambda_{20}a_0^{(1)} + \Lambda_{22}a_2^{(1)} + \Psi_{21}a_1^{(2)} + \Psi_{20}a_0^{(2)} + \Psi_{22}a_2^{(2)} &= F_2^{(1)} \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} -\Psi_{11}a_1^{(1)} - \Psi_{10}a_0^{(1)} - \Psi_{12}a_1^{(2)} + \Lambda_{11}a_1^{(2)} + \Lambda_{10}a_0^{(2)} + \Lambda_{12}a_2^{(2)} &= F_1^{(2)}; \\ -\Psi_{01}a_1^{(1)} - \Psi_{00}a_0^{(1)} - \Psi_{02}a_1^{(2)} + \Lambda_{01}a_1^{(2)} + \Lambda_{00}a_0^{(2)} + \Lambda_{02}a_2^{(2)} &= F_0^{(2)}; \\ -\Psi_{21}a_1^{(1)} - \Psi_{20}a_0^{(1)} - \Psi_{22}a_1^{(2)} + \Lambda_{21}a_1^{(2)} + \Lambda_{20}a_0^{(2)} + \Lambda_{22}a_2^{(2)} &= F_2^{(2)} \end{aligned} \quad (4.15)$$

где $\Psi_{IJ} = k\Omega C_{IJ}$, а $\Lambda_{IJ} = K_{IJ} - (k\Omega^2)M_{IJ}$ [42];

Λ_{11} , Λ_{01} , Λ_{21} и т.д. – блоки динамической матрицы жесткости, соответствующей степеням свободы левой границы (индекс 1), средней части (индекс 0) и правой границы (индекс 2) секции. Аналогично и для динамической матрицы демпфирования Ψ ;

$a_1^{(1)}$, $a_0^{(1)}$, $a_2^{(1)}$ и т.д. – амплитуды вынужденных колебаний левой границы, средней части и правой границы секции (индексы 1, 0, 2) соответственно, возбуждаемых газодинамической силой.

Объединяя (4.14) и (4.15), получим разрешающую систему уравнений в матричном виде:

$$[S] \begin{Bmatrix} a_1^{(1)} \\ a_0^{(1)} \\ a_2^{(1)} \\ a_1^{(2)} \\ a_0^{(2)} \\ a_2^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{(1)} \\ F_0^{(1)} \\ F_2^{(1)} \\ F_1^{(2)} \\ F_0^{(2)} \\ F_2^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

Матрица $[S]$ имеет следующую структуру:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{11} = S_{44} &= \Lambda_{11} + \Lambda_{12} \cos \alpha - \Psi_{12} \sin \alpha; & S_{13} = -S_{43} &= -I \cos \alpha; \\ S_{14} = -S_{41} &= \Psi_{11} + \Psi_{12} \cos \alpha + \Lambda_{12} \sin \alpha; & S_{25} = S_{52} &= \Psi_{00}; \\ S_{16} = S_{23} = S_{26} = S_{46} = S_{53} = S_{56} &= 0; & S_{22} = S_{55} &= \Lambda_{00}; \\ S_{21} = S_{54} &= \Lambda_{01} + \Lambda_{02} \cos \alpha - \Psi_{02} \sin \alpha; & S_{32} = S_{65} &= \Lambda_{20}; \\ S_{24} = S_{51} &= \Psi_{01} + \Psi_{02} \cos \alpha + \Lambda_{02} \sin \alpha; & S_{33} = -S_{66} &= -I \cos \alpha; \\ S_{31} = S_{64} &= \Lambda_{21} + \Lambda_{22} \cos \alpha - \Psi_{22} \sin \alpha; & S_{35} = -S_{62} &= \Psi_{20}; \\ S_{34} = -S_{61} &= \Psi_{21} + \Psi_{22} \cos \alpha + \Lambda_{22} \sin \alpha; & S_{36} = -S_{63} &= -I \sin \alpha; \\ S_{12} = S_{45} &= \Lambda_{10}; & S_{15} = -S_{42} &= \Psi_{10}, \end{aligned} \quad (4.17)$$

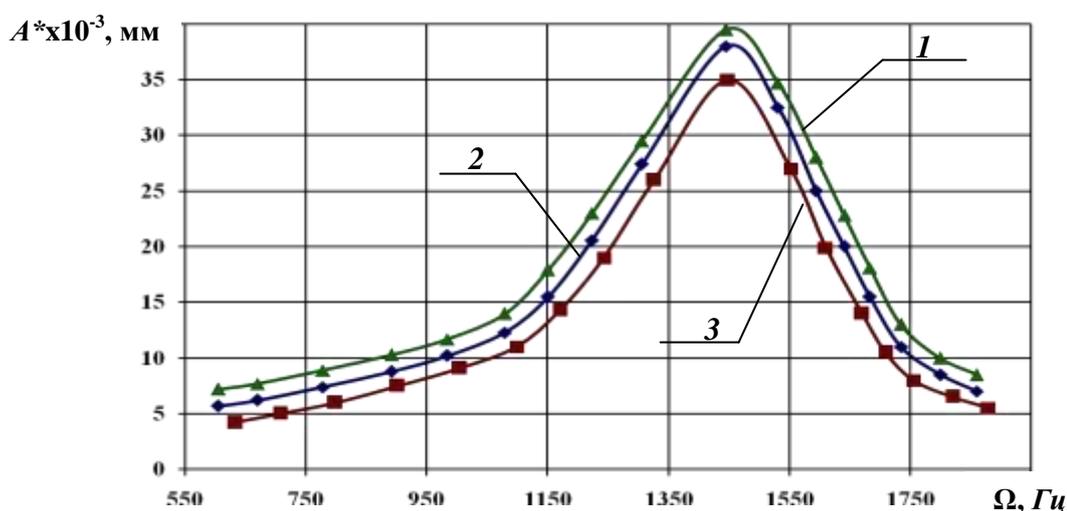
где I – единичная матрица;

$$\alpha = 2\pi k.$$

Решение системы уравнений (4.16) позволяет отыскивать амплитуды вынужденных колебаний лопатки, возбуждаемых любой k -ой гармоникой возмущающей силы. Тогда на основании уравнений (4.11 – 4.13), а также зависимостей, приведенных в [78-80], частоты вынужденных колебаний секции определяются таким образом:

$$\det \left[[K] + [C] - (k\Omega)^2 [M] \right] = \{F\}, \quad (4.18)$$

Для проверки адекватности решения проведено сравнение полученных обоими методами расчетных амплитудно-частотных характеристик вынужденных колебаний лопаточного венца с результатами исследований для этого же венца, полученными с применением пакета программ ANSYS (рис. 4.2).



1 – метод комплексных амплитуд; 2 – метод прямого решения уравнения вынужденных колебаний; 3. – результаты, полученные в программной среде ANSYS

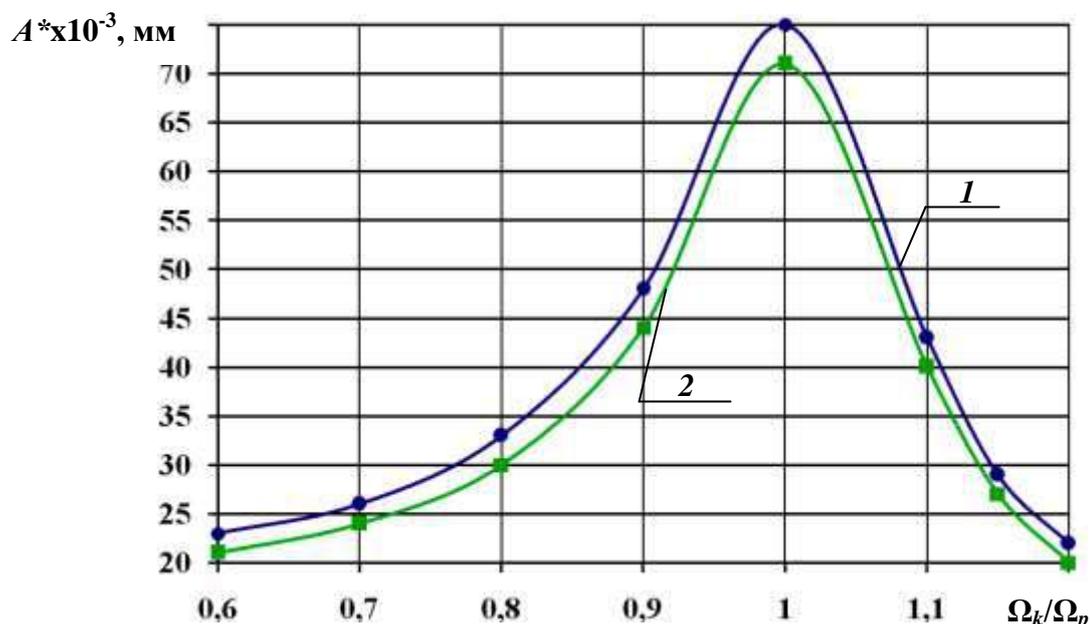
Рисунок 4.2 – Амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний охлаждаемой рабочей лопатки турбины.

Анализ, приведенных выше данных (см. рис. 4.2), свидетельствует о том, что результаты, полученные с использованием метода комплексных амплитуд, являются менее достоверными. Поэтому, в дальнейшем, при расчетах амплитуд и частот колебаний венцов рабочих лопаток будет применяться метод прямого решения уравнений вынужденных колебаний.

Рассмотрим влияние на амплитуды и частоты вынужденных колебаний лопаток таких параметров, как угол выхода набегающего газового потока из межлопаточных каналов соплового аппарата турбины [76]. Высота лопатки $l = 135$ мм; материал лопаток – жаропрочная сталь CM88У – ВИ (плотность материала $\rho = 8100$ кг/м³, модуль Юнга $E = 1,79 \cdot 10^6$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$). Угол выхода потока из сопловых каналов α_1 изменялся от $16^\circ 30'$ до $18^\circ 30'$; угол выхода потока из лопаточного венца $\alpha_2 = 73^\circ$.

На рис. 4.3 в графической форме представлены результаты расчета амплитуд (A^* , мм) и частот вынужденных колебаний (Ω_k , Гц) рассматриваемой

лопатки, возбуждаемых второй гармоникой возмущающей силы ($k=2$) к его резонансной частоте колебаний ($\Omega_p = 1325$ Гц).



1 – угол выхода потока из сопловых каналов $\alpha_1 = 16^\circ 30'$; 2 – угол выхода потока из межлопаточных каналов соплового аппарата $\alpha_1 = 18^\circ 30'$

Рисунок 4.3 – Амплитудно-частотная характеристика резонансных колебаний охлаждаемой рабочей лопатки турбины.

Анализ графических зависимостей, приведенных на рис. 4.3, позволяет сделать вывод о том, что амплитуда вынужденных колебаний плавно возрастает с увеличением частоты колебаний. Затем при достижении резонансной частоты происходит резкое возрастание, а после прохождения состояния резонанса – резкое падение и в дальнейшем плавное уменьшение величины амплитуды. Влияние угла выхода потока из межлопаточных каналов сопловой решетки заключается в том, что с его увеличением снижается удельное давление потока на поверхность пера лопатки, и, как следствие, снижается амплитуда колебаний.

После получения амплитуд вынужденных колебаний можно перейти к определению напряженно-деформированного состояния рассматриваемой конструктивно неоднородной охлаждаемой лопатки турбины (см. рис. 4.1).

4.2 Напряженно-деформированное состояние охлаждаемых рабочих лопаток турбомашин

После получения амплитуд вынужденных колебаний можно перейти к определению напряженно-деформированного состояния рассматриваемой конструктивно неоднородной охлаждаемой лопатки турбины (см. рис. 4.1). Так как определение величины газодинамических сил является сложным, то в данном подразделе проводится исследование особенностей НДС рассматриваемых охлаждаемых лопаток турбомашин с учетом их конструктивных и температурных неоднородностей.

Для определения компонентов матрицы напряжений воспользуемся вариационным принципом Лагранжа и зависимостями (2.20 – 2.23). Применительно к рассматриваемой секции формула для вычисления кинетической энергии колебаний будет иметь вид:

$$T = \frac{1}{2} \iiint_V \rho [(\delta_x)^2 + (\delta_y)^2 + (\delta_z)^2] dx dy dz, \quad (4.19)$$

где δ_x , δ_y , δ_z – компоненты вектора обобщенных перемещений $\{\delta\}$ узлов секции.

Потенциальная энергия деформации секции определяется так:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_V [\sigma_x(\varepsilon_x - \varepsilon_{x0}) + \sigma_y(\varepsilon_y - \varepsilon_{y0}) + \sigma_z(\varepsilon_z - \varepsilon_{z0}) + \tau_{xy}\gamma_{xy} + \tau_{xz}\gamma_{xz} + \tau_{zy}\gamma_{zy}] dx dy dz, \quad (4.20)$$

где ε_x , ε_y , ε_z , γ_{xy} , γ_{xz} , γ_{zy} – компоненты матрицы упругих деформаций;

ε_{x0} , ε_{y0} , ε_{z0} – компоненты матрицы тепловой деформации.

Матрица тепловой деформации $\{\varepsilon_0\}$ определяется в разделе 2, а матрица упругих деформаций $\{\varepsilon\}$ имеет следующую структуру:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_X \quad \varepsilon_Y \quad \varepsilon_Z \quad \gamma_{XY} \quad \gamma_{XZ} \quad \gamma_{YZ}\}^T, \quad (4.21)$$

Компоненты матрицы $\{\varepsilon\}$ определяются следующим образом [33]:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{XZ} \\ \gamma_{YZ} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \delta_X}{\partial X} \\ \frac{\partial \delta_Y}{\partial Y} \\ \frac{\partial \delta_Z}{\partial Z} \\ \frac{\partial \delta_X}{\partial Y} + \frac{\partial \delta_Y}{\partial X} \\ \frac{\partial \delta_X}{\partial Z} + \frac{\partial \delta_Z}{\partial X} \\ \frac{\partial \delta_Y}{\partial Z} + \frac{\partial \delta_Z}{\partial Y} \end{Bmatrix}, \quad (4.22)$$

Связь между обобщенными перемещениями и амплитудами вынужденных колебаний узлов рассматриваемой секции задается при помощи зависимости (4.12). Тогда с учетом (2.20, 4.12) матрица напряжений секции $\{\sigma\}$ имеет вид [42]:

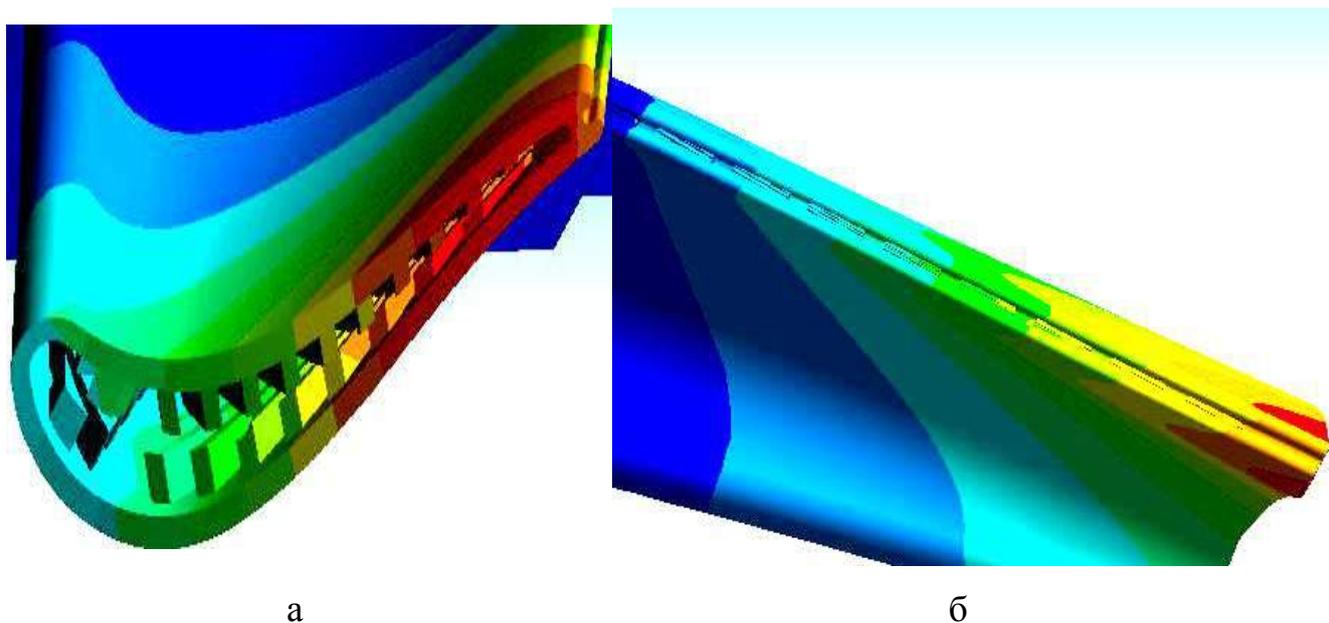
$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \\ \tau_{XZ} \\ \tau_{YZ} \end{Bmatrix} = [D_\sigma](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}), \quad (4.23)$$

где D_σ – матрица упругих постоянных.

Таким образом, на основе (2.20, 4.12, 4.19 – 4.23) может быть получено поле динамических напряжений для рассматриваемой конструктивно неоднородной охлаждаемой лопатки турбины. Использование данной математической модели позволяет проводить исследование распределения напряжений и деформаций для любой формы колебаний, так как при вычислении обобщенных перемещений по формуле (4.12) и связанным с ней формулам (4.13 – 4.16) в рассмотрение можно

принять любую k -ую гармонику возмущающей силы. Затем, определяются поля напряжений для рассматриваемой лопатки.

Ниже приведены зоны локализации динамических напряжений для рассматриваемой охлаждаемой конструктивно неоднородной рабочей лопатки газовой турбины при колебании по первой изгибной форме ($\Omega = 1382$ Гц).



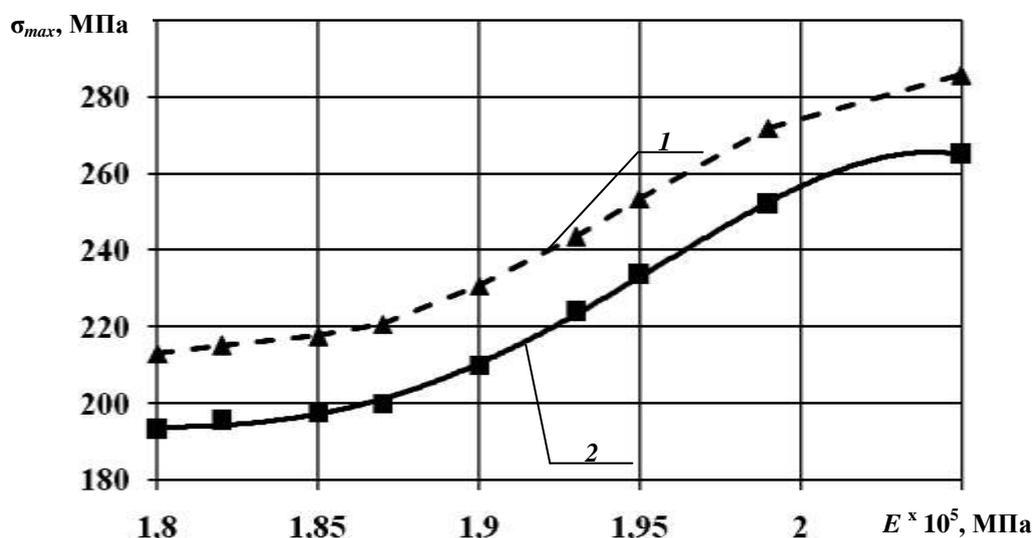
а – вид со стороны охлаждающей полости; б – вид со стороны выходной кромки

Рисунок 4.5 – Зоны локализации напряжений при первой изгибной форме колебаний охлаждаемой лопатки турбины.

Исходя из результатов проведенного анализа зон локализации напряжений (рис. 4.5), характерных для рассмотренной формы колебаний конструктивно неоднородной охлаждаемой лопатки, было установлено, что наибольшие напряжения находятся в районе охлаждающих отверстий по выходной кромке лопатки, а также на внутренней поверхности охлаждающих каналов. Это может быть объяснено тем, что охлаждающие отверстия являются концентраторами напряжений. Места перехода от стенок канала к поверхности пера лопатки также вызывают наличие концентрации напряжений, так как с технологической точки зрения обеспечить плавность перехода не представляется возможным.

4.3 Влияние физико-механических характеристик материала на напряженно-деформированное состояние конструктивно неоднородных охлаждаемых лопаток турбомашин

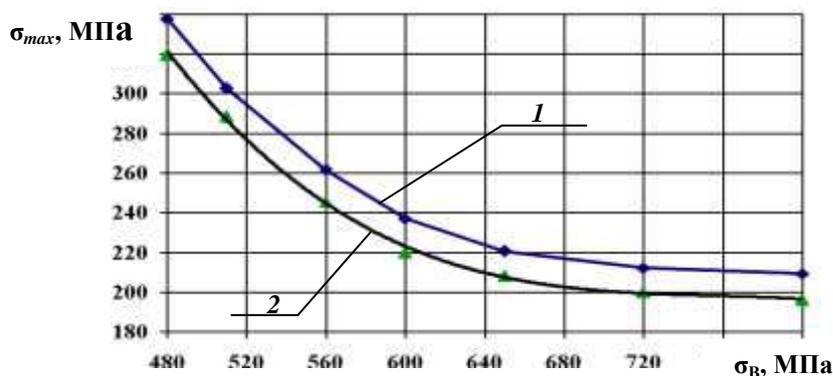
Влияние физико-механических характеристик материала на величину динамических напряжений, возникающих в рассматриваемых лопатках, описывается зависимостями (3.25, 4.23). В рассмотрение будут приниматься такие параметры как модуль Юнга (E) и предел выносливости (σ_B). В практике отечественного турбостроения турбинные лопатки изготавливают из жаропрочных сталей группы ЭИ. Для всех этих групп материалов коэффициент Пуассона ν находится в пределах 0,3 – 0,31, поэтому его влияние исследоваться не будет. На рис. 4.5 в графической форме приведена зависимость максимальных динамических напряжений в лопатках от модуля Юнга материала (E) [74], из которого изготовлены лопатки.



1 – расчетная зависимость; 2 – расчет с использованием ANSYS

Рисунок 4.5 – Зависимость максимальных динамических напряжений в лопатках от модуля Юнга лопаток E .

Влияние предела выносливости материала [66] на уровень максимальных динамических напряжений в лопатках приведено на рис. 4.6.



1 – расчетная зависимость; 2 – расчет с использованием ANSYS

Рисунок 4.6 – Зависимость максимальных динамических напряжений в лопатках от предела выносливости материала σ_B .

Анализ графических зависимостей, приведенных на рис. 4.5, 4.6, свидетельствует о том, что с возрастанием значений как модуля Юнга, так и предела выносливости материала величина динамических напряжений в лопатках снижается. Это обуславливается тем, что с увеличением данных физико-механических параметров материала лопаток увеличивается и жесткость всей конструкции в целом. Следовательно, снижается и величина динамических напряжений в рассматриваемых конструктивно неоднородных лопатках.

4.4 Выводы

В данном разделе выполнена постановка задач исследования вынужденных колебаний, а также напряженно-деформированного состояния систем рабочих лопаток турбомашин. Разработаны уточненные математические модели, основанные на применении метода комплексных амплитуд и метода прямого

решения уравнений вынужденных колебаний. Установлено, что более точным является метод прямого решения уравнений вынужденных колебаний.

Эффективность и возможности предложенной методики демонстрируются результатами многочисленных расчетов. Получены новые численные результаты зависимостей амплитудно-частотных характеристик колебаний лопаточных венцов от угла выхода потока из каналов сопловой решетки, а также перепада давлений потока перед и за рассматриваемой турбинной ступенью.

Также в данном разделе разработаны математические зависимости, связывающие динамические напряжения в венце с амплитудами его вынужденных колебаний, и дающие возможность в полной мере вычислить значение напряжений, образующихся в лопаточном венце при динамическом нагружении. Полученные зависимости позволяют определить величину максимальных динамических напряжений в венце, варьируя физико-механические и геометрические параметры лопаток.

РАЗДЕЛ 5

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ И НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН

5.1 Методика экспериментальных исследований

Экспериментальные исследования резонансных колебаний лопаток турбомашин выполнены с целью оценки адекватности разработанных математических моделей и расчетных методик, проверки достоверности принятых гипотез и точности полученных численных результатов, а также выявления не поддающихся теоретическому анализу особенностей влияния конструктивных неоднородностей на основные динамические характеристики рассматриваемых моделей.

Исследовались охлаждаемые и неохлаждаемые рабочие лопатки турбомашин с различными геометрическими параметрами и конструктивными особенностями. Для проведения данного исследования использовался метод голографической интерферометрии по методике, изложенной в работах [44, 50 52, 54, 65, 66], позволяющий регистрировать области распределения перемещений с амплитудой порядка длины световой волны источника излучения. Применение данного метода при изучении деформаций и виброперемещений обусловлено его исключительно высокой точностью и надежностью по сравнению с традиционными трудоемкими и недостаточно надежными, особенно в области высоких частот колебаний, контактными методами, такими как сканирование виброщупом, тензометрирование, применение оптически чувствительных и хрупких покрытий. К недостаткам этого метода относятся сложность аппаратного комплекса, обслуживающего голографический стенд и невозможность прямого измерения амплитуд колебаний по голографической интерферограмме.

Основы голографической интерферометрии в приложении к исследованию колебаний лопаточного аппарата турбомашин изложены в работах [9, 44].

Сущность голографической интерферометрии заключается в регистрации и наблюдении интерференционной картины, образованной электромагнитными волнами, записанными и восстановленными с помощью голограмм. При голографической записи информация о состоянии поверхности деформируемого объекта описывается пространственной структурой электромагнитных световых волн. Особенность голографического метода состоит в том, что для записи волнового фронта используется интерференция двух когерентных лучей света – предметного и опорного, первый из которых освещает объект, совершающий гармонические колебания, и, отражаясь, несет информацию о состоянии его поверхности, а второй создает когерентный фон. Поскольку объектный и опорный лучи когерентны, они интерферируют в плоскости фотопластинок, фотографическая запись которых образует голограмму. При этом в фоточувствительном слое за счет дискретного распределения интенсивности освещенности в интерференционной картине, образованной предметной и опорной волнами, разность фаз между которыми остается постоянной по времени, регистрируется суммарный оптический волновой фронт, содержащий информацию о фазе и амплитуде световых волн, дифрагирующих на поверхности объекта. Контраст интерференционной структуры и яркость восстановленного изображения определяется распределением интенсивностей предметной и опорной волн, а частота и форма интерференционных полос – фазовым рельефом. При этом интенсивность опорного луча должна быть больше интенсивности предметного луча, рассеянного по всей плоскости голограммы. Максимальная частота полос, которая может быть зафиксирована на голограмме, определяется углом между предметной и опорной волнами.

Амплитуда предметной волны характеризуется контрастом интерференционной структуры, а фаза – формой и частотой интерференционных полос. В результате, голографическая интерферограмма, при освещении ее опорным лучом, восстанавливает копию предметной волны со всеми амплитудными и фазовыми изменениями в области восстановленного интерференционного поля исследуемой поверхности с объемным изображением

объекта. На полученных интерферограммах наблюдается объемное изображение объекта, покрытого системой темных и светлых интерференционных полос, соединяющих границы полей перемещений равных амплитуд, пропорционально периоду времени существования каждого из них. Светлые зоны соответствуют неподвижным участкам деформируемой поверхности. Используемая система когерентного освещения обеспечивает на интерферограмме образование устойчивой контрастной картины интерференционных полос.

Существует несколько методов записи голографических интерферограмм колебаний механических систем [24]: голографическая интерферометрия с усреднением по времени; голографическая интерферометрия в реальном масштабе времени (без записи интерферограмм); стробоголографическая интерферометрия; метод спекл-структур, в основе которого лежит явление зернистости лазерного излучения. Рассмотрим кратко сущность каждого из перечисленных методов.

Метод усреднения во времени. В этом случае колеблющийся объект регистрируется на голограмме при освещении непрерывным световым потоком. В крайних (амплитудных) положениях точки поверхности исследуемой лопатки пребывают, больший промежуток времени, чем во всех промежуточных положениях, поэтому и на голограмме они обычно фиксируются в амплитудных положениях. Движение точек в промежутках между этими положениями приводит к доплеровскому смещению частоты световой волны, а возникающее при этом некогерентное подсвечивание резко снижает контраст интерференционных полос. И только те точки, которые пребывают в узлах колебаний, в отраженном изображении имеют высокую яркость. Количественная оценка распределения яркости интерференционных полос J_a в усредненной по времени интерферограмме может быть получена на основании формулы (5.1) [65]:

$$J_a = \left| \frac{g_0}{T} \int_0^T e^{-2\psi i} dt \right|^2; \quad \psi = \frac{2\pi}{\lambda_c} a_q \sin(\omega t), \quad (5.1)$$

где g_0 – комплексная амплитуда световой (предметной) волны;

T – период колебаний;

λ_c – длина световой волны;

a_q – амплитуда колебаний рассматриваемого узла (точки) на пере лопатки ($q = 1, \dots, r$);

r – число узлов на пере лопатки;

i – мнимая единица;

ω – круговая частота колебаний лопатки.

Формула (5.1) может быть преобразована следующим образом:

$$J_a = (g_0)^2 (j_0)^2 \frac{4\pi a_q}{\lambda_c}, \quad (5.2)$$

где j_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Эта функция является и осциллирующей. Моделируя яркость восстановленного изображения, она описывает наблюдаемые на нем полосы. Недостаток метода состоит в том, что с увеличением амплитуды колебаний яркость интерференционных полос резко снижается.

Метод исследования колебаний в реальном времени. При наблюдении интерферограммы вибрирующего объекта в реальном времени получается переменная картина полос, усредняемая фоторегистратором. То есть вместо усреднения комплексной амплитуды световой волны, осуществляемой в методе усреднения во времени, происходит усреднение результирующей интенсивности световой волны. Для каждой точки колеблющейся лопатки комплексная амплитуда световой волны, восстановленной голограммой $G_0 = -g_0 e^{-i\psi_0}$. Знак « $-$ » обусловлен тем, что при негативной фотозаписи фаза восстановленной волны уменьшена на π относительно предметной волны. Комплексная амплитуда предметной волны для той же точки будет равна $G_1 = g_0 e^{-i\psi}$, а результирующая комплексная амплитуда: $G = G_0 + G_1$. Тогда мгновенная интенсивность световой волны будет определяться следующим образом:

$$J_a = (g_0)^2 \left| e^{-i\psi} - e^{-i\psi_0} \right|^2 = 2(g_0)^2 [1 - \cos(\psi - \psi_0)] \quad (5.3)$$

Теперь может быть вычислена и усредненная за период колебаний интенсивность, воспринимаемая фоторегистратором:

$$\langle J_a \rangle = 2(g_0)^2 \int_0^T [1 - \cos(\psi - \psi_0)] dt \quad (5.4)$$

Если предположить, что сдвиг фаз отсутствует, то есть $\psi_0 = 0$, то формула (5.4) окончательно будет иметь вид:

$$\langle J_a \rangle = 2(g_0)^2 \left[1 - j_0 \left(\frac{4\pi}{\lambda_c} a_q \right) \right] \quad (5.5)$$

$$(q = 1, \dots, r),$$

где r – число узловых точек на пере лопатки.

Сравнение формул (5.2) и (5.5) показывает, что яркость и контрастность полос при наблюдении колебаний в реальном времени значительно ниже, а расстояние между полосами в два раза больше, чем на усредненной во времени интерферограмме, то есть основными недостатками методов усреднения во времени и метода наблюдения в реальном времени является резкое снижение яркости и контрастности интерференционных полос с увеличением амплитуды колебаний. На практике удастся различить полосы не выше 10 – 15 порядка [24], что существенно усложняет получение количественной информации о распределении амплитуд колебаний по поверхности исследуемого объекта.

Стробоголографический метод. Суть его состоит в том, что стробированное излучение синхронизировано с амплитудными моментами колебаний, то есть на голограмме вибрирующая лопатка будет зафиксирована только в двух амплитудных положениях. По сравнению с рассмотренными выше

методами он повышает контрастность интерференционных полос и разрешимость фотоизображения, что позволяет осуществлять их последующую расшифровку с целью количественной интерпретации полученных интерференционных картин, а также увеличить предельно допустимую амплитуду колебаний модели. Стробирование также обеспечивает одинаковую модуляцию интенсивностей предметного и опорного лучей. Особенность метода состоит в том, что исследуемый объект освещается лучом лазера в моменты времени, когда точки поверхности колеблющихся зон находятся в одном из крайних амплитудных положений и стробоголограмма экспонируется в заданные моменты времени. При этом световые импульсы синхронизируются с заданной фазой колебаний. Частота стробирования выбирается кратной частоте колебаний исследуемой модели. Длительность стробирующего импульса задается равной части периода колебаний и синхронизируется с одним из крайних амплитудных положений модели, в которых экспонируется стробоинтерферограмма. Поэтому контраст интерференционных полос не зависит от амплитуды колебаний.

При высокой скважности стробирования яркость полос на интерферограмме зависит от амплитуды колебаний лопатки следующим образом:

$$J_a = (g_0)^2 \cos^2 \left(a_q \frac{4\pi}{\lambda_c} \right) \quad (5.6)$$

$$(q = 1, \dots, r),$$

где r – число узловых точек на пере лопатки.

Контрастность и яркость интерференционных полос остаются высокими даже при колебаниях с амплитудой: $a_q = 50\lambda_c$ [24]. Недостатком этого метода является трудность в определении интерференционных максимумов, так как яркость всех полос является высокой.

Метод спекл-интерферометрии – это метод оптического неразрушающего контроля, основанный на анализе спекл-структур, образующихся при отражении когерентного оптического излучения от поверхности объекта (лопатки).

Конкретная спекловая структура содержит информацию о микрорельефе и форме объекта. Проводя статистическую обработку пятнистой структуры, можно получить информацию и о параметрах перемещения объекта, в том числе о его смещениях, скорости движения, амплитуде и частоте его вибраций и т. д. Преимущество методов исследования поверхности с помощью спекл-структуры заключается в возможности изучения систем, недоступных для непосредственного наблюдения, с целью измерения параметров микрорельефа, формы и перемещений, сравниваемых с длиной волны λ_c , при сравнительной простоте технической реализации этих методов [24].

Все перечисленные методы основаны на использовании лазеров непрерывного излучения.

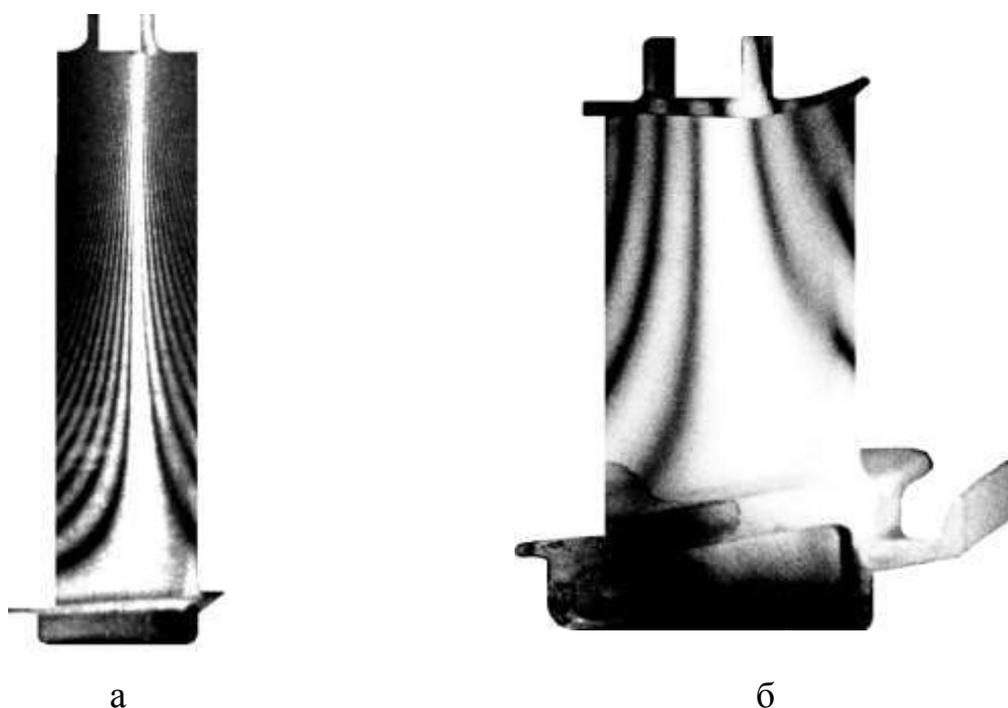
5.2 Экспериментальное исследование свободных колебаний рабочих лопаток турбомашин

Рассматриваются охлаждаемая и неохлаждаемая лопатки со следующими геометрическими характеристиками: длина $l = 120$ мм; хорда профиля $b = 30,755$ мм; угол закрутки $\alpha = 51^{\circ}31'$, число охлаждающих отверстий по выходной кромке лопаток $q = 10$; диаметр охлаждающих отверстий по выходной кромке $d = 3.0$ мм; число охлаждающих каналов $q_1 = 20$; толщина стенок охлаждающих каналов $b_4 = 3.0$ мм; угол наклона стенок охлаждающих каналов β к оси лопатки $z = 15^{\circ}$. Материал – жаропрочная сталь СМ88У-ВИ (плотность $\rho = 8100$ кг/м³, модуль Юнга $E = 1,693 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$). Описание экспериментальной стробоголографической установки и порядок проведения эксперимента приведены в приложении Е.

Результаты эксперимента представлены в виде таблицы распределения собственных частот колебаний лопаток от числа волн в окружном направлении n и полуволн вдоль образующей m (табл. 5.1).

происходит вокруг оси наименьшей жесткости сечения. Узловые линии также ориентированы перпендикулярно к изогнутой оси лопатки. Зависимости подобного рода характерны для основной изгибной формы как охлаждаемых, так и неохлаждаемых лопаток турбомашин.

Исследование основных форм крутильных колебаний (рис. 5.2) лопаток позволяет сделать вывод о том, что крутильные колебания совершаются относительно линии центров жесткости поперечных сечений, которые поворачиваются без искажения формы.



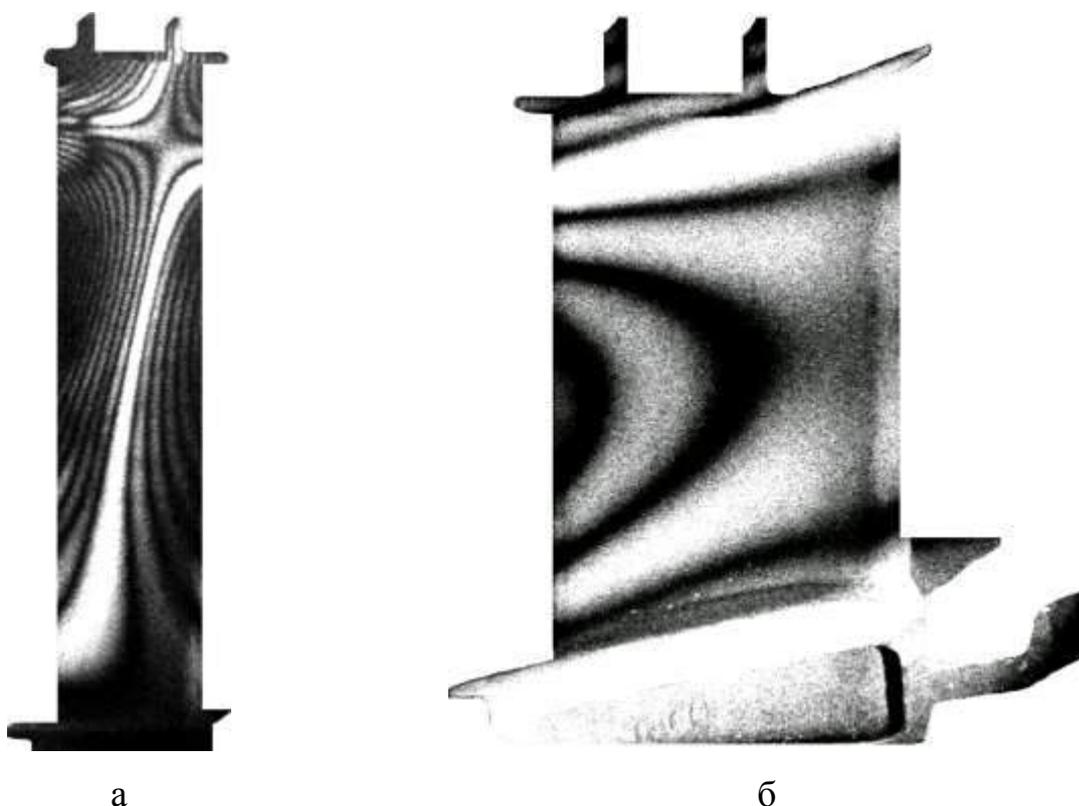
а – охлаждаемая лопатка; б – неохлаждаемая лопатка

Рисунок 5.2 – Интерферограммы основных форм свободных колебаний лопаток турбины. Форма колебаний $m = 1, n = 1$.

При первой крутильной форме все поперечные сечения как охлаждаемых, так и неохлаждаемых лопаток поворачиваются в одну сторону от положения равновесия, имеется одна продольная узловая линия (см. рис. 5.2).

Перейдем к рассмотрению более высоких форм свободных колебаний лопаток турбомашин. Так при второй крутильной форме верхняя и нижняя части неохлаждаемой лопатки поворачиваются в противоположных направлениях,

поэтому кроме продольной узловой линии, параллельной оси лопатки, есть и две поперечные, перпендикулярные этой оси (рис.5.3 б).



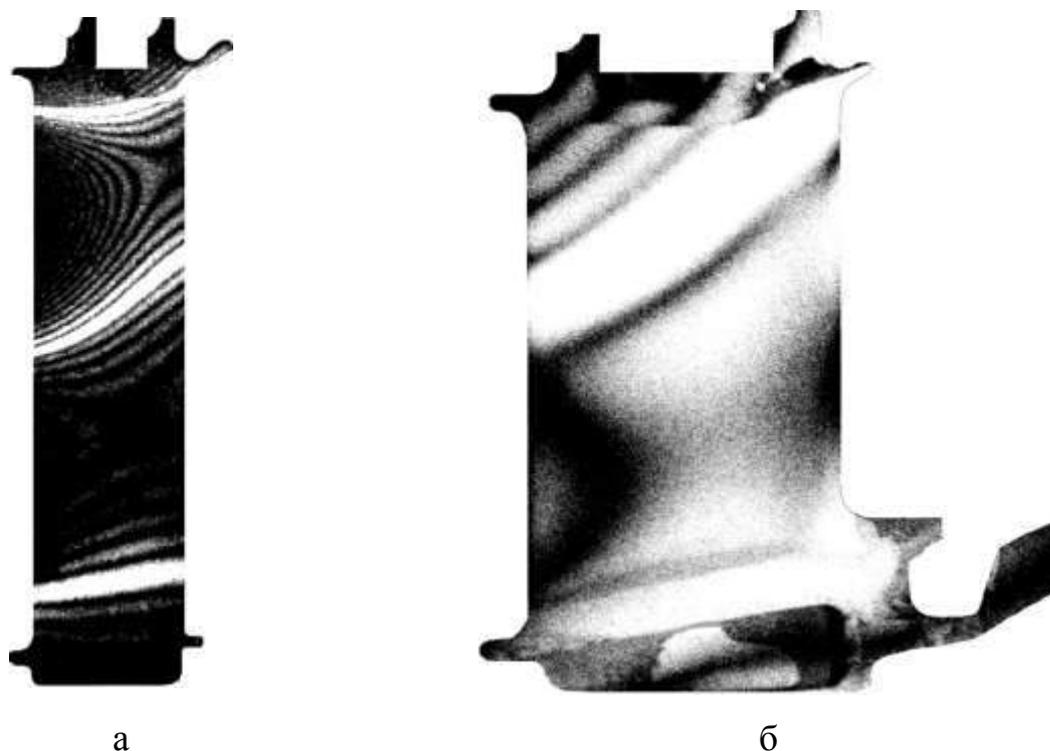
а – охлаждаемая лопатка; б – неохлаждаемая лопатка

Рисунок 5.3 – Интерферограммы неосновных форм свободных колебаний лопаток турбины. Форма колебаний $m = 1, n = 2$.

Однако, для охлаждаемых лопаток (см. рис. 5.3 а) подобная зависимость не выполняется, продольная узловая линия не параллельна оси лопатки, а обе поперечные узловые линии также расположены под углом к ней. Объяснением этому служит то, что полость лопатки имеет систему охлаждающих каналов, стенки которых расположены под углом к продольной оси лопатки, и могут быть рассмотрены в качестве ребер жесткости стрингерного типа. Следовательно, для охлаждаемых лопаток форма колебаний $m = 1, n = 2$ является неосновной.

Между крутильными и изгибными формами колебаний существует связь, выражающаяся в том, что при изгибных колебаниях возникают деформации кручения и наоборот. Это обусловлено несовпадением центров масс сечений с

центрами жесткостей, и приводит к появлению неосновных форм колебаний (рис.5.3 а, рис. 5.4).



а – охлаждаемая лопатка; б – неохлаждаемая лопатка

Рисунок 5.4 – Интерферограммы неосновных форм свободных колебаний лопаток турбины. Форма колебаний $m = 0$, $n = 3$.

Наибольшая вероятность разрушения лопаток в том случае, когда нейтральные оси, относительно которых происходят как изгибные, так и крутильные колебания, проходят через корневое сечение пера лопатки (см. рис.5.3). Знакопеременный изгибающий момент, распределен по всему перу, но в корневом сечении он достигает максимальных значений.

При рассмотрении еще одной неосновной формы колебаний $m = 0$, $n = 3$ (см. рис. 5.4) охлаждаемой лопатки необходимо учесть тот факт, что бандажная полка уменьшает виброперемещения в своей окрестности, являясь вторым жестким закреплением для пера, поэтому верхняя и нижняя поперечная узловая линия проходят перпендикулярно оси лопатки.

Следует также отметить, что из-за наличия охлаждающей полости и охлаждающих отверстий по входной и выходной кромке ось наименьшей жесткости средних сечений пера расположена под углом к оси лопатки, и, следовательно, под таким же углом расположена и поперечная узловая линия в центральной части пера.

Сопоставление полученных экспериментальных результатов с расчетными (см. раздел 3, приложение В) свидетельствует об их достаточно хорошем согласовании, однако, существует и некоторое расхождение. Так как охлаждаемые лопатки имеют систему охлаждающих каналов и отверстий, то не все теоретически заданные краевые условия на контуре удовлетворяются точно при проведении эксперимента, что вносит относительную погрешность в полученные результаты, особенно при малых значениях n , когда возрастают тангенциальные деформации и соответствующие напряжения. Некоторое увеличение расхождения частот наблюдается для формообразований с малым числом волн в поперечном направлении ($n \leq 2$). Это объясняется тем, что при определении теоретических значений частот не учитывались с необходимой степенью точности силы инерции лопатки в касательной плоскости. Для низшей и средней области спектра частот, как неохлаждаемых, так и охлаждаемых лопаток, отличие расчетных значений от экспериментальных данных составляет менее 6 %. Наибольшие расхождения наблюдаются для высших частот колебаний, для форм, начиная с $n > 2$ и $m > 1$, что объясняется сложной геометрической формой моделей, особенно охлаждаемых лопаток.

5.3 Экспериментальное исследование вибронапряжений в рабочих лопатках турбомашин

Исследования распределения напряжений выполнены для консольно закрепленных рабочих лопаток турбомашин, изготовленных из жаропрочных

сталей серии ЭП. Объекты исследования устанавливались в специальном зажимном приспособлении, моделирующем замковый паз диска и обеспечивающем жесткое закрепление хвостовика лопатки.

Перед проведением эксперимента были определены собственные частоты и формы колебаний испытуемых лопаток методом голографической интерферометрии (см. подраздел 5.2). Далее проводилось препарирование лопаток тензодатчиками (тензорезисторами). База датчиков составляет 1,5 – 2 мм, что позволяет иметь больше точек измерения и, следовательно, более точно определить поле вибронапряжений в пере лопатки. Шаг по длине лопатки между центрами датчиков составляет $l = 5$ мм. Разброс электрического сопротивления тензорезисторов находится в пределах 0,7 – 1%.

Схема препарирования лопатки турбины тензодатчиками, а также структурная схема и описание вибростенда приведены в приложении Ж.

Для каждого объекта испытаний были определены характеристики случайной составляющей погрешности, характеристики систематической составляющей погрешности, абсолютная и относительная погрешности измерений.

Абсолютная погрешность результата измерений A_σ определяется следующим образом [21]:

$$A_\sigma = KS(\bar{\sigma}), \quad (5.7)$$

где K – коэффициент, зависящий от отношения случайной и неисключенной системной погрешностей [21];

$S(\bar{\sigma})$ – среднее квадратическое отклонение результатов измерений.

$$\bar{\sigma} = \frac{x_1 + \dots + x_j + \dots + x_k}{k} \quad (5.8)$$

$$(j = 1, \dots, k),$$

где x_1, x_j, x_k – первый, j – ый и k –ый результаты измерений соответственно;

$\bar{\sigma}$ – среднее арифметическое результатов измерений;

k – число измерений.

Далее производится вычисление среднего квадратического отклонения $S(\bar{\sigma})$ результатов измерений [24]:

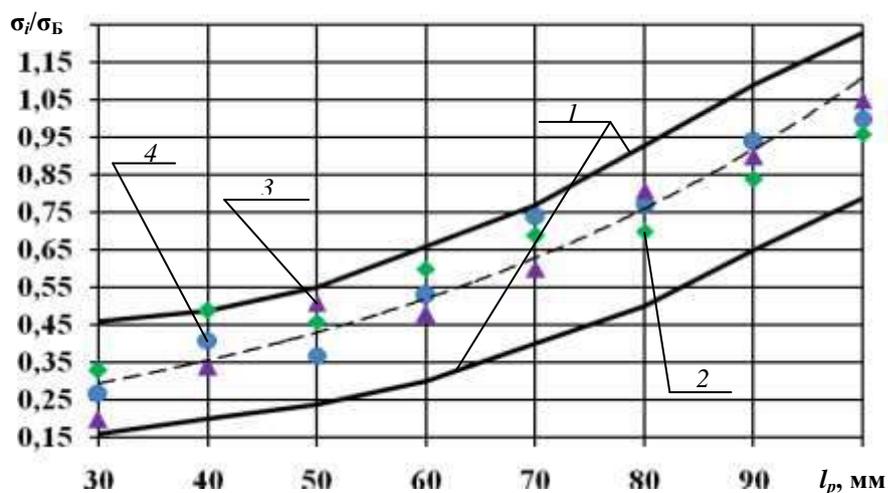
$$S(\bar{\sigma}) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{\sigma})^2}{k(k-1)}} \quad (5.9)$$

Систематическая составляющая погрешности измерения переменных напряжений в объекте исследования зависит от погрешности применяемых средств измерительной техники, а именно: погрешности определения коэффициента преобразования тензорезисторов θ_1 ; погрешности тензометрического усилителя θ_2 ; погрешности измерения электрического напряжения милливольтметрами θ_3 ; погрешности, обусловленной разбросом электрического сопротивления тензорезисторов θ_4 ; погрешности измерения электрического сопротивления тензорезисторов омметром θ_5 . Следовательно, не исключаемая систематическая погрешность результатов измерения напряжений $\theta(\bar{\sigma})$ вычисляются по следующей формуле [24]:

$$\theta(\bar{\sigma}) = \sqrt{\theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 + \theta_4^2 + \theta_5^2} \quad (5.10)$$

Ниже приведены графические зависимости распределения относительных вибронпряжений σ_i/σ_B по длине неохлаждаемой рабочей лопатки турбины со стороны спинки (рис. 5.5) и по входной кромке (рис. 5.7) [58]. Эксперименты проводились для трех лопаток с одинаковыми геометрическими характеристиками. Также для сравнения приведено распределение динамических напряжений, полученное расчетным путем (рис. 5.6). Следует также отметить, что на рис. 5.5 и 5.6. приняты следующие обозначения: σ_i – напряжение в месте установки i -го тензодатчика, σ_B – напряжение в месте установки базового

датчика, l_p – высота установки датчиков по перу лопатки. Схема расположения датчиков приведена в приложении Д.



1 – доверительный интервал; 2 – экспериментальная зависимость для лопатки №1; 3 – экспериментальная зависимость для лопатки №2; 4 – экспериментальная зависимость для лопатки №3

Рисунок 5.5 – Распределение относительных напряжений по длине пера лопатки турбины со стороны спинки. Форма колебаний $m = 0$; $n = 1$.

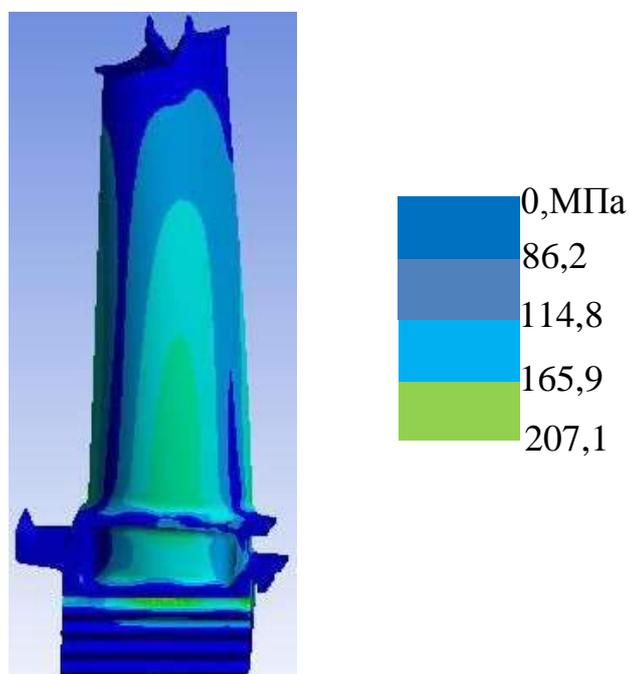
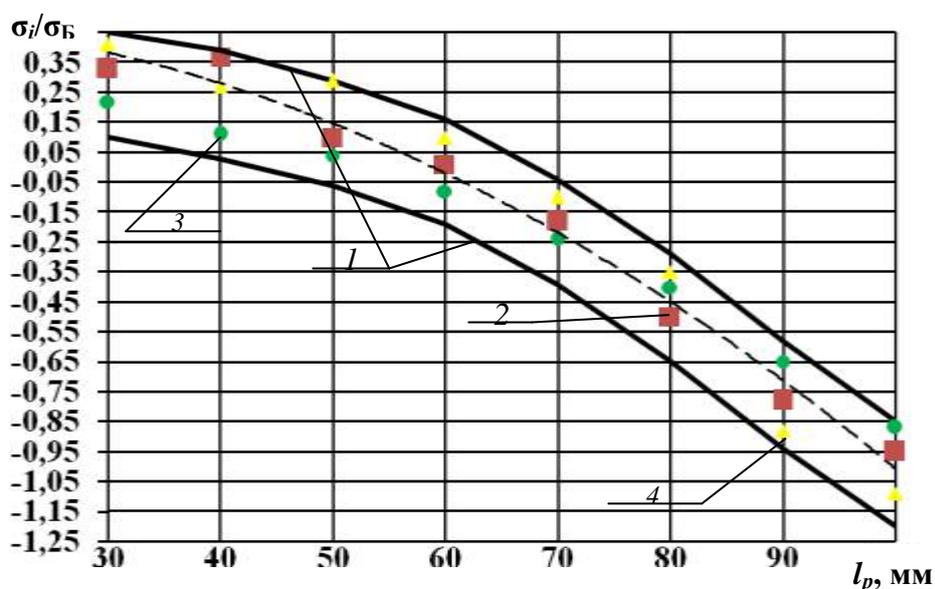


Рисунок 5.5 – Распределение динамических напряжений по длине пера рабочей лопатки турбины со стороны спинки. Форма колебаний $m = 0$; $n = 1$.



1 – доверительный интервал; 2 – экспериментальная зависимость для лопатки №1; 3 – экспериментальная зависимость для лопатки №2; 4 – экспериментальная зависимость для лопатки №3

Рисунок 5.7 – Распределение относительных напряжений по входной кромке пера лопатки турбины. Форма колебаний $m = 0$; $n = 1$.

Следует отметить, что уровни динамических напряжений, полученных расчетным и экспериментальным путем близки по своему значению. Наибольшие напряжения возникают на входной кромке лопаток, а также в корневом сечении со стороны спинки лопатки. Это связано с тем, что наибольшие напряжения соответствуют максимальным амплитудам перемещений. Кроме того, максимальные деформации при колебаниях наблюдаются в зонах, близких к заземленному контуру, то есть в корневом сечении, так как в данном случае лопатка жестко закреплена в приспособлении за хвостовик. Нейтральные оси, относительно которых происходят колебания, также проходят через это сечение. Однако с ростом частоты колебаний f и увеличения волновых чисел m и n амплитуда колебаний снижается, то есть уменьшаются и напряжения, возникшие в результате колебательного процесса. Знакопеременный изгибающий момент, возникающий от воздействия распределенных газодинамических сил, возбуждающих вынужденные колебания, распределяется по всему профилю

лопатки, но максимальных значений он достигает именно в корневом сечении [86].

Наименее напряженными являются участки пера лопатки в районе бандажной полки, обладающие наибольшей жесткостью. Бандажная полка, увеличивая жесткость конструкции, повышает частоту колебаний лопатки. Она демпфирует виброперемещения участков пера в своей окрестности, снижая их амплитуду, и является виброгасителем для периферийного сечения.

5.4 Выводы

В данном разделе выполнены экспериментальные исследования резонансных колебаний и напряженно-деформированного состояния венцов рабочих лопаток турбомашин для проверки адекватности разработанных в диссертации математических моделей и расчетных методик. Исследованы частоты и формы резонансных колебаний, а также динамические напряжения, возникающие, как в охлаждаемых, так и неохлаждаемых рабочих лопатках турбомашин при динамическом нагружении.

Разработаны методики проведения экспериментов и предложен общий подход к их выполнению с учетом реальных условий эксплуатации конструкций. Исследования виброперемещений лопаток проводились методом голографической интерферометрии. Усовершенствованы конструкции универсальных вибростендов для исследования резонансных колебаний и НДС конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин, состоящие из виброизмерительного и оптического оборудования. В частности, разработана и использована специальная конструкция вибростенда для определения частот колебаний и голографической регистрации формообразований, которые позволяют повысить точность получаемых результатов и таким образом расширить класс рассматриваемых динамических задач.

Расшифровка интерферограмм выполнялась методом трех голограмм по найденным абсолютным порядкам интерференционных полос. Получены новые экспериментальные результаты, характеризующие влияние конструктивных особенностей лопаток на их динамические характеристики и позволяющие выявить ряд новых явлений, связанных с колебаниями лопаточного аппарата турбомашин. Выполнен анализ влияния конструктивных параметров лопаток на их собственные частоты колебаний, а также величину и распределение динамических напряжений.

Проведено сопоставление полученных экспериментальных данных с численными результатами исследований, что позволило подтвердить адекватность разработанных математических моделей и алгоритмов расчета, достоверность численных результатов и выводов, приведенных в предыдущих разделах диссертации.

ВЫВОДЫ

В диссертационной работе на основе метода конечных элементов разработан подход к определению напряженно-деформированного состояния конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин при их вибрациях. Получены такие основные результаты:

1. Проведена постановка задач НДС, а также свободных и вынужденных колебаний охлаждаемых лопаток турбомашин с использованием метода конечных элементов, что позволило установить влияние конструктивной неоднородности лопаток на их динамические характеристики.

2. На основе специально разработанных трехмерных конечных элементов получены уточненные математические модели и методики решения задач анализа спектра собственных частот и форм колебаний, а также определения уровня динамических напряжений в охлаждаемых лопатках турбомашин, что позволяет учесть их сложную геометрию. Рассмотренные задачи составляют важную проблему механики деформированного твердого тела.

3. Получили дальнейшее развитие эффективные численные методы решения задач исследования вынужденных колебаний и напряженно-деформированного состояния охлаждаемых конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин. Разработаны универсальные вычислительные алгоритмы и программы для ЭВМ с использованием модифицированного разложения Холецкого и метода Хаусхольдера. Проведено численное исследование сходимости полученных решений и адекватности разработанных математических моделей. Установлены закономерности влияния разных типов граничных условий на НДС, а также частоты собственных колебаний как охлаждаемых, так и неохлаждаемых лопаток. Кроме того, получены результаты, которые позволили выявить ряд новых явлений, связанных с исследованием напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин, и характеризуют

влияние конструктивных неоднородностей, в том числе охлаждающих каналов и отверстий в полости пера лопаток на их НДС.

4. Разработана уточненная методика экспериментального исследования методом голографической интерферометрии частот и форм собственных колебаний лопаток турбомашин, что позволяет повысить точность полученных результатов и расширить класс исследуемых задач. Экспериментально подтверждена адекватность и достоверность разработанных математических моделей собственных, вынужденных колебаний и НДС конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин.

5. Разработанные математические модели и методики расчета внедрены на ряде ведущих предприятий машиностроения и судостроения Украины при проектировании, доводке и монтаже газотурбинных двигателей. Это позволило повысить качество их проектирования, исключить необходимость проведения дорогих поисковых работ и экспериментальных исследований; сократить издержки на выполнение конструкторских и опытно-доводочных работ.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бауэр В.О. Влияние расстройки частот лопаток на резонансные колебания / В.О. Бауэр, Б.Ф. Шорр // Прочность и динамика авиационных двигателей. – 1986. – №6. – С. 75 – 98.
2. Биргер И.А. Вариационные методы в строительной механике турбомашин / Биргер И.А. – М.: Машиностроение, 1979. – 107 с.
3. Богомолов С.И. Взаимосвязанные колебания в турбомашинах и газотурбинных двигателях / С.И. Богомолов, А.М. Журавлева. – Харьков: Вища школа, 1973. – 179 с.
4. Боришанский К.Н. Особенности колебаний лопаток с бандажными полками / К.Н. Боришанский. // Проблемы прочности. – 1974. – № 9. – С. 97 – 102.
5. Боришанский К.Н. Особенности колебаний лопаток турбин с замкнутыми на круг связями / К.Н. Боришанский. // Проблемы прочности. – 1980. – №1. – С.98-102.
6. Боришанский К.Н. Рассеяние энергии при колебаниях вращающихся лопаток последней ступени мощной паровой турбины / К. Н. Боришанский. // Проблемы прочности. – 1985. – №5. – С. 9-13.
7. Вьюнов С.А. Конструкция и проектирование авиационных газотурбинных двигателей / Вьюнов С.А., Гусев Ю.И. – М.: Машиностроение, 1989. – 564 с.
8. Дондошанский В.К. Расчет колебаний упругих систем на ЭВМ / Дондошанский В.К. – М.: Машиностроение, 1985. – 255 с.
9. Зайдельман Р.Л. Надежность лопаточного аппарата паровых турбин / Зайдельман Р.Л. – М.: Энергия, 1988. – 224 с.
10. Левин А.В. Прочность и вибрация лопаток и дисков паровых турбин / А.В. Левин, К.Н. Боришанский, Е.Д. Консон. – М.: Машиностроение, 1981 – 710 с.

11. Шорр Б.Ф. Основы теории закрученных лопаток с непрямой осью / Б.Ф. Шорр // Прочность и динамика авиационных двигателей. – 1976. – №3. – С.188–223.
12. Воробьев Ю.С. Уточнение уравнения свободных колебаний вращающихся стержней / Ю.С. Воробьев // Динамика и прочность машин. – 1965. – Вып. 1. – С. 11–27.
13. Воробьев Ю.С. Влияние некоторых факторов на собственные колебания стержней / Ю.С. Воробьев // Рабочие процессы в турбомашинах и прочность их элементов. – 1965. – С. 11–27.
14. Petrov E.P. A New Method for Dynamic Analysis of Mistuned Bladed Disks Based on the Exact Relationship Between Tuned and Mistuned Systems / E.P. Petrov, K.Y. Sanliturk, D.J. Ewins // ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 1978. - Vol. 124, July. - P. 586-597.
15. Воробьев Ю.С. Колебания консольных закрученных стержней несимметричного поперечного сечения / Ю.С. Воробьев, З.В. Сапелкина // Динамика и прочность машин. – 1973. – Вып. 18. – С. 62 – 69.
16. Воробьев Ю.С. Теория закрученных стержней / Ю.С. Воробьев, Б.Ф. Шорр. – Киев: Наукова думка, 1983. – 188 с.
17. Вольмир А.С. Динамика лопаток газотурбинных двигателей при нестационарном обтекании/ А.С. Вольмир, В.В. Гуляев. – М.: Машиностроение, 1978. – 264 с.
18. Воробьев Ю.С. Исследование колебаний пакетов с конечным числом рабочих лопаток / Ю.С. Воробьев, Н.Г. Медведев // Проблемы прочности. – 1979. – № 3. – С. 49 – 52.
19. Воробьев Ю.С. Использование вариационных методов при вибрационных расчетах рабочих лопаток и воздушных винтов / Ю.С. Воробьев, П.П. Гонтаровский // Прикладная механика. – 1981. – № 7. – С. 71-76.
20. Пилипчак А.В. Колебания деформируемых систем / Пилипчак А.В. – М.: Машиностроение, 1991 – 136 с.

21. Воробьев Ю.С. Колебания лопаточного аппарата турбомашин / Воробьев Ю.С. – К.: Наук. думка, 1988. – 224 с.
22. Кошур В.Д. Континуальные и дискретные модели динамического деформирования элементов конструкций / В.Д. Кошур, Ю.В. Немировский. – Новосибирск.: Сибирское отделение изд-ва «Наука», 1990. – 200 с.
23. Левин А.В. Рабочие лопатки и диски паровых турбин / Левин А.В. – М.: Машиностроение, 1989 – 624 с.
24. Уилкинсон Д.Х. Алгебраическая проблема собственных значений / Уилкинсон Д.Х. – М.: Наука, 1970. – 564 с.
25. Зюзько М.П. О расчете на прочность связанных в пакеты закрученных рабочих лопаток турбомашин / М.П. Зюзько, В.П. Сухинин // Проблемы прочности. – 1969. – №3. – С.18-21.
26. Концепольский А.А. Совместные колебания лопаток турбины со свободной кольцевой связью / А.А. Концепольский, М.Л. Кемпнер // Прочность и динамика авиационных двигателей. – 1979. – №6. – С.133 – 156.
27. Холщевиков К.В. Теория и расчет авиационных лопаточных машин / К.В. Холщевиков, О.Н. Емин – М.: Машиностроение, 1986. – 425 с.
28. Зиньковский А.П. Некоторые особенности резонансных колебаний попарно бандажированных лопаток с зазором по полкам / А.П. Зиньковский, М.В. Смертюк // Проблемы прочности. – 1987. – №6. – С.88 – 90.
29. Воробьев Ю.С. Расчет лопаток турбомашин на вынужденные колебания при различных типах возбуждения / Ю.С. Воробьев, Н.Г. Медведев // Проблемы прочности. – 1977 – № 7. – С. 108 – 113.
30. Воробьев Ю.С. Исследование колебаний систем элементов турбоагрегатов / Ю.С. Воробьев, Н.Г. Шульженко. – К.: Наукова думка, 1978 – 152 с.
31. Воробьев Ю.С. Метод исследования вынужденных колебаний турбинных лопаток в потоке / Ю.С. Воробьев, А.Н. Цыба // Проблемы машиностроения. – 1977. – Вып. 5. – С.15–21.

32. Воробьев Ю.С. Расчет вынужденных колебаний рабочих лопаток турбомашин в потоке / Ю.С. Воробьев, А.Н. Цыба // Тр. Центр. Ин-та авиац. Моторостроения. – 1981. – №953. – С.144–155.

33. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Зенкевич О. – М.: Мир, 1975. – 542 с.

34. Воробьев Ю.С. Анализ локализации напряжений при колебаниях лопаточного аппарата турбомашин / Ю.С. Воробьев, К.Ю. Дьяконенко // Прочность материалов и ресурс элементов энергооборудования: Труды ЦКТИ. – СПб. – 2009. – Вып. 296. – С.282 – 306.

35. Analysis of turbomachinery blading vibrations using new materials / [Yu.S Vorobiov, V. N. Romanenko, M. A. Storozhenko and other] // Proceedings of the 3rd Korea-Ukraine Gas Turbine Technology Symposium (Korea Institute of Machinery and Materials) Korea, Dacejon. 20-23 November 2006 – P.1 – 9.

36. Vibration stress localization in turbomachinery blading / [Yu.S. Vorobiov, A.M. Chugay, J.S. Rao and other] // VETOMAC VII International Conference On Vibration Engineering And Technology of Machinery. – Gdansk, Poland. –2012 – P.324 – 331.

37. Материалы и прочность оборудования для ТЭС / [Боровков В. М., Гецов Л. Б., Воробьев Ю. С., и др.]. – СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2008. – 611 с.

38. Богомолов С.И. О применении оболочечного конечного элемента к расчету колебаний лопаток турбомашин / С.И. Богомолов, С.С. Луценко, С.А. Назаренко // Проблемы прочности. – 1992. – №6. – С.71-77.

39. Журавлева А.М. Применение метода конечных элементов для исследования вибраций некоторых типов тонкостенных конструкций / А.М. Журавлева, В.С. Лукин // Прикладная механика. – 1996. – №3. – С.13 – 19.

40. Иванов А.П. Метод динамических волновых жесткостей в расчетах деталей турбомашин / А.П. Иванов, А.С. Сестрорецкий. – М.: Изд-во «Аванта+», 2001. – 137 с.

41. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок / [А.А. Иноземцев, М.А. Сандрацкий, В.Л. Нихамкин и др.]. – М.: Машиностроение, 2007. – 232 с.
42. Костюк А.Г. Колебания в турбомашинах / А. Г. Костюк – М.: Изд-во МЭИ, 2002 – 214 с.
43. Костюк А.Г. Надежность паровых турбин / А.Г. Костюк, Б.М. Трояновский, А.Д. Трухлий – М.: Наука, 1981 – 218 с.
44. Bladh R. Reduced Order Modeling and Vibration Analysis of Mistuned Bladed Disk Assemblies with Shrouds / R. Bladth, M.P. Castanier // ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 1999. - Vol.121. – № 3, – P. 515-522.
45. Effinger M.R. Mechanical and Thermal Design Data for the Turbopumps blades. / M.R. Effinger // Proceedings of the Materials and Structures Conference, Cocacabana Beach, Fl. – 2007. –№12. – P. 20 – 27.
46. Ewins D.J. Modal Testing: Theory and Practice / D.J. Ewins // RSP LTD, 1985. – 210 p.
47. Gaill P. Isoparametric finite elements for free vibration analysis of shell segments and nonaxisymmetric shells / P. Grail // J. Sound and Vibr. – 1979. – Vol. 65 – №2. – P. 259-273.
48. Антипин А.В. Динамические напряжения в лопаточном аппарате авиационных двигателей / А.В. Антипин – М.: Изд-во «Аванта+», 2013. – 324 с.
49. Боришанский К.Н. Сопоставление результатов теоретического и экспериментального изучения колебаний лопаточных венцов с замкнутыми на круг связями / К.Н. Боришанский // Проблемы прочности. – 1972. – №8. – С.79-82.
50. Грин В.М. Экспериментальное моделирование физических процессов и объектов проектирования / В.М. Грин. – М.: Изд-тво «ДИАЛОГ», 1997. – 350 с.
51. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин / А.Г. Костюк – М.: Изд -во МЭИ, 2009 – 264 с.
52. Гаврилов С.Н. Усовершенствование методики расчетов напряженно-деформированного состояния и частотных характеристик рабочих лопаток паровых турбин: автореф. дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук: спец.

05.04.12 «Турбомашины и комбинированные турбоустановки» / С.Н. Гаврилов. – Санкт-Петербург, 2002. – 20 с.

53. Гаев А.В. Иерархическая последовательность моделей для исследования напряженного и вибрационного состояния рабочих лопаток паровых турбин: автореф. дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук: спец. 05.02.06 «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры» / А.В. Гаев. – Санкт-Петербург, 2008. – 20 с.

54. Капралов В.М. Динамическая напряженность консольных лопаток турбокомпрессора ГТД / В. М. Капралов // Проблемы прочности. – 1985 – №3. – С.108 – 113.

55. Самойлович Г.С. Возбуждение колебаний лопаток турбомашин / Г.С. Самойлович – М.: Машиностроение, 1989. – 288 с.

56. Демидович Б.П. Основы вычислительной механики / Б.П. Демидович, И.А. Марон – М.: Наука, 1970. – 184 с.

57. Образцов И.Ф. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов / И.Ф. Образцов, Л.М. Савельев – М.: Высшая школа, 1985. – 392 с.

58. Постнов В.А. Метод суперэлементов в расчетах инженерных сооружений / В.А. Постнов – Л.: Судостроение, 1979. – 452 с.

59. Лалани М. Анализ рабочих лопаток турбин с помощью метода конечных элементов / М. Лалани, Р. Генри, П. Тромпетт – М.: Мир, 1991. – 285 с.

60. Сосунов В.А. Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок / В.А. Сосунов, В.М. Чепкин – М.: Изд-во МЭИ, 2003. – 677 с.

61. Меченков В.И. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов / В.И. Меченков – М.: Машиностроение, 1989. – 520 с.

62. Копелев С.З. Охлаждаемые лопатки газовых турбин. Расчет и профилирование / С.З. Копелев – М.: Наука, 1988. – 145 с.

63. Пременицкий Е.С. Матричный метод исследования конструкций на основе анализа подструктур / Е.С. Пременицкий – Самара.: Изд-во «Фолио пресс», 2011. – 264 с.

64. Пыхалов А.А. Статический и динамический анализ сборных роторов турбомашин / А.А. Пыхалов, А.Е. Милов. – Иркутск: Изд-во Иркутского государственного технического университета, 2007. – 194 с.

65. Каиров А.С. Исследование собственных колебаний лопаток газотурбинного двигателя методом конечных элементов / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Актуальні проблеми інженерної механіки: Матеріали II Міжнар. наук.-техн. конференції, 22-24 жовтня 2012 р. – Миколаїв: НУК. – 2012. – С.16-18.

66. Каиров А.С. Исследование собственных колебаний лопаток газотурбинного двигателя методом динамических суперэлементов / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. – Дніпропетровськ: Ліра, 2012. – Вип. 20. – С. 176-182.

67. Каиров А.С. Исследование собственных колебаний лопаток турбомашин методом конечных элементов / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Зб. наук. праць НУК – Миколаїв, 2012. – №5-6. – С.76-80.

68. Каиров А.С. Экспериментальное исследование вибронпряженности пера лопатки компрессора газотурбинного двигателя / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Математичні проблеми технічної механіки. Тези доповідей на Міжнар. наук.-практ. конференції, 13-15 квітня 2011 р. – Дніпропетровськ: ДНУ ім. О. Гончара. – 2011. – С.145.

69. Моргун С.А. Экспериментальное исследование собственных частот и форм резонансных колебаний рабочих лопаток ГТД / С.А. Моргун, А.С. Каиров // Актуальні проблеми інженерної механіки: Матеріали Міжнар. наук.-техн. конференції, 25-26 жовтня 2011 р. – Миколаїв: НУК. – 2011. – С.39-41.

70. Моргун С.А. Экспериментальное исследование свободных колебаний лопаток газотурбинного двигателя / С.А. Моргун, А.С. Каиров // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: зб. наук. праць. – Дніпропетровськ: Ліра, 2011. – Вип. 12. – С. 224-229.

71. Моргун С.А. Влияние геометрических параметров на частоты свободных колебаний рабочих лопаток турбомашин / С.А. Моргун // Вісник двигунобудування. – Запоріжжя: АТ «МОТОР СІЧ». – 2014. – №1. – С. 12-17.

72. Николаева О.И. Машиностроительные стали / О.И. Николаева, В.Н. Журавлев – М.: Машиностроение, 1991. – 396 с.

73. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. / Ю.Н. Работнов – М.: Наука, 1966. – 753 с.

74. Каиров А.С. Вынужденные колебания венца рабочих лопаток турбомашин с учетом демпфирования / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Вісник НТУ «ХП». «Динаміка і міцність машин». – Харків: Вид. центр НТУ «ХП», 2013. – №58. – С. 80-87.

75. Каиров А.С. Вынужденные колебания венцов рабочих лопаток турбомашин с замкнутыми на круг связями / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Прогрессивная техника, технология и инженерное образование: Материалы XIV Международной науч.-техн. конференции, 25-28 червня 2013 р. – Севастополь: НТУУ «КП». – 2013. – Ч.1. – С.9-10.

76. Каиров А.С. Вынужденные колебания венцов рабочих лопаток турбомашин с замкнутыми на круг связями / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Вісник НТУУ «КП»: зб. наук. праць. Серія: Машинобудування: – Киев: НТУУ «КП». – 2013. – № 2 (68). – С. 128-133.

77. Каиров А.С. Исследование колебаний диска с венцом рабочих лопаток турбомашин как циклически симметричной системы в поле центробежных сил / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Вісник двигунобудування. – Запоріжжя: АТ «МОТОР СІЧ». – 2013. – №1. – С. 34-37.

78. Каиров А.С. Колебания и напряженно-деформированное состояние венцов рабочих лопаток турбомашин при нарушении циклической симметрии / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Авіаційно-космічна техніка и технологія. Науково-технічний журнал Національний аерокосмічний університета ім. М. Є. Жуковського «ХАІ» – Харків, 2013. – № 9 (106). – С.208-215.

79. Каиров А.С. Исследование напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин при динамическом нагружении / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Суднова енергетика: стан та проблеми. Матеріали VI Міжнар. наук.-техн. конференції, 13-14 листопада 2013 р. – Миколаїв: НУК. – 2013. – С. 44-45.

80. Каиров А.С. Математическое моделирование и исследование вибронпряженности профиля пера лопатки компрессора газотурбинного двигателя / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XVI Междунар. симпозиума им. А.Г. Горшкова, 15-19 февраля 2010 г. – Москва: МАИ. – 2010. – С. 55-57.

81. Каиров А.С. Напряженно-деформированное состояние венцов рабочих лопаток турбомашин при вынужденных колебаниях / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Проблеми динаміки та міцності в турбомашинобудуванні. Тези доповідей V Міжнар. наук.-техн. конференції, 27-30 травня 2014 р. – Київ: Інститут проблем міцності ім. Г.С. Писаренко НАН України. – 2014. – С.113-114.

82. Каиров А.С. Расчет напряженно-деформированного состояния хвостовиков лопаток турбомашин / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Сучасні проблеми двигунобудування: стан, ідеї, рішення. Матеріали V Всеукраїнській наук.-техн. конференції з міжнародною участю, 22-23 травня 2013 р. – Первомайськ: ППІ НУК. – 2012. – С.273-274.

83. Каиров А.С. Численное исследование вибропрочности профиля пера лопатки компрессора газотурбинного двигателя / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Сучасні проблеми двигунобудування: стан, ідеї, рішення. Тез. докл. на IV Всеукраїнської наук.-техн. конференції, 18-19 мая 2011 г. – Первомайск: ППІ НУК. – 2011. – С.75-76.

84. Каиров А.С. Экспериментальное исследование переменных вибронпряжений в рабочих лопатках турбомашин / А.С. Каиров, С.А. Моргун // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Міжнародний збірник наукових праць ДонНТУ – Донецьк, 2013. – Вип. 1,2 (45). – С.131-138.

85. Гонтаровский П.П. Исследование напряженно-деформированного состояния замковых соединений лопаток турбомашин методом конечных элементов / П.П. Гонтаровский, Б.Н. Киркач // Проблемы прочности. – 1988. – №6. – С.37-45.

86. Репецкий О.В. Численные расчеты собственных колебаний лопаток турбомашин с использованием МКЭ / О.В. Репецкий // Проблемы прочности. – 1988. – №4. – С.31 – 36.

87. Zienkiewicz O.C. A Simple Error Estimator and Adaptive Procedure for Practical Engineering Analysis / O.C. Zienkiewicz , J.Z. Zhu // International Journal for Numerical Methods in Engineering. - 1987. - Vol. 24.- P. 337-357.

88. Адаменко А.Я. Демпфирующая способность и вибронпряженность турбинных попарно бандажированных лопаток [Текст] / А. Я. Адаменко, И. Г. Токарь, В. В. Матвеев // Проблемы прочности. – 1986. – №12. – С.24 – 28.

89. Зайдельман Р. Л. Демпфирующая способность турбинных лопаток / Зайдельман Р.Л. – М.: Госэнергоиздат, 1983. – 65 с.

90. Ващиленко В.Н. Некоторые вопросы колебаний лопаточных венцов с бандажными связями / В.Н. Ващиленко // Прочность и динамика авиационных двигателей. – 1979. – №6. – С.113 – 132.

91. Ковалев М.С. К исследованию конструкционного гистерезиса в сложном замковом соединении турбинных лопаток с разрезным хвостовиком / М.С. Ковалев, В.В. Матвеев // Проблемы прочности. – 1980. – № 11. – С. 68 – 73.

92. Костюк А.Г. Расчет частотного спектра лопаточного венца с бандажными полками / А.Г. Костюк // Труды МЭИ. – 1991 – №529. – С.60-70.

93. Прокофьев К.А. Демпфирующие свойства лопатки с индивидуальным хвостом елочного типа / К.А. Прокофьев, Епаничников М.М // Прикладная механика. – 1995. – №4. – С.83 – 91.

94. Шемптов А.З. Некоторые особенности колебаний лопаточных венцов турбомашин с замкнутыми на круг связями / А.З. Шемптов, К.Н. Боришанский // Проблемы прочности. – 1972. – №9. – С.74 – 78.

95. Barlow J. Optimal stress locations in Finite Element Models / J. Barlow // Int. J. Num. Meth. Engineering. – 1976. – P. 243-251.
96. Bathe K.J. Numerical methods in finite element analysis / K.J. Bathe // Englewood Cliffs:Prentice-Hall, 2006. – 564 p.
97. Billionet A. A comparison of three algorithms for reducing the profile of a sparse matrix / A. Billionet, J.F. Bretean // Operations Research.-1989. – V.23. – №3. – P. 289-302.
98. Kim H.M. Structural dynamics analysis using an unsymmetric block algorithm / H.M. Kim, R.R. Kraig // Int. J. Num. Meth. Engineering – 2008. – P. 230-238.
99. Wang Z.W. The Improvement of Free-Mode Methods in Component Mode Synthesis Technique and Its Accuracies / Z.W. Wang, M. Petyt // Proc. Of Second Int. Conf. Of Recent Advances in Struct. Dyn. – 2004. – P.194-235.
100. Александров В.М. Введение в механику контактных взаимодействий / В.М. Александров, М.И. Чебаков. – Ростов-на-Дону: Издательский дом ООО «ЦВВР», 2007. – 114с.
101. Биргер И.А. Расчет на прочность деталей машин / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосипевич. – М.: Машиностроение, 1993. – 630 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Описание конечных элементов, моделирующих элементы рабочих турбины

Для моделирования корневой, а в случае газовой турбины и бандажной полки лопатки, разработан треугольный призматический элемент постоянной толщины $EL2$. Он имеет шесть узлов по три степени свободы в каждом узле – перемещения u^1, u^2, u^3 в направлении координатных осей x^1, x^2, x^3 соответственно. Прямоугольная (декартова) система координат элемента приведена на рис. А.1.

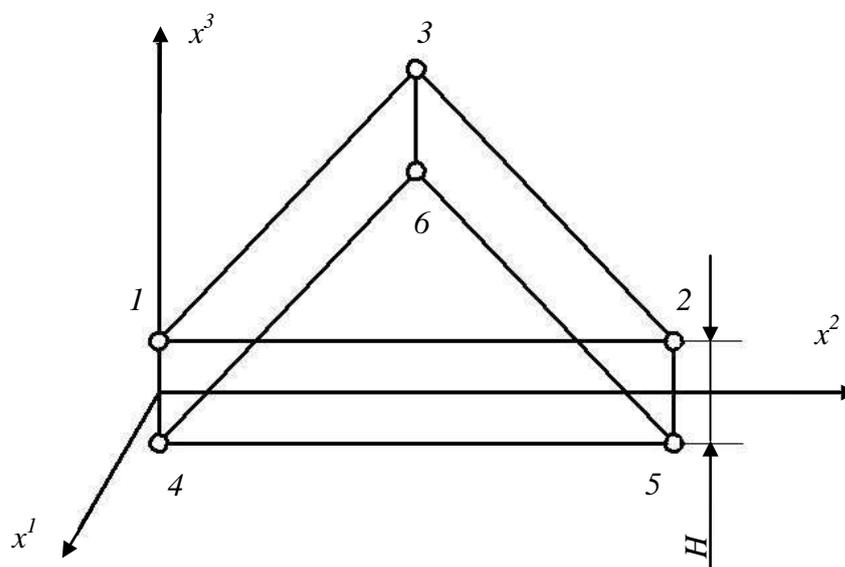


Рисунок А.1 – Конечный элемент для моделирования полки лопатки.

Координатное преобразование будет иметь вид:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^6 N_i(x^1, x^2, x^3) \begin{Bmatrix} x_i^1 \\ x_i^2 \\ x_i^3 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$(i = 1, \dots, 6),$$

где $(x^1, x^2, x^3) = (x, y, z)$ – декартовы координаты элемента;

(x_i^1, x_i^2, x_i^3) – декартовы координаты узла i .

Для данного элемента введем в рассмотрение систему L -координат, связанную с декартовой следующими соотношениями:

$$L_1 = \frac{a_1 + b_1 x^1 + c_1 x^2}{2\Delta}; \quad L_2 = \frac{a_2 + b_2 x^1 + c_2 x^2}{2\Delta}; \quad L_3 = \frac{a_3 + b_3 x^1 + c_3 x^2}{2\Delta}. \quad (\text{A.2})$$

Коэффициенты $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ и Δ могут быть найдены с использованием формул, аналогичных приведенным в работе [29]:

$$\Delta = \frac{1}{2} \det \begin{vmatrix} 1 & x_1^1 & x_1^2 \\ 1 & x_2^1 & x_2^2 \\ 1 & x_3^1 & x_3^2 \end{vmatrix};$$

$$a_1 = x_2^1 x_3^2 - x_3^1 x_2^2; \quad b_1 = x_2^2 - x_3^2; \quad c_1 = x_3^1 - x_2^1; \quad (\text{A.3})$$

$$a_2 = x_3^1 x_1^2 - x_1^1 x_3^2; \quad b_2 = x_3^2 - x_1^2; \quad c_2 = x_1^1 - x_3^1;$$

$$a_3 = x_1^1 x_2^2 - x_2^1 x_1^2; \quad b_3 = x_1^2 - x_2^2; \quad c_3 = x_2^1 - x_1^1.$$

Учитывая (A.1) и (A.2) запишем функции формы элемента EL2:

$$N_1 = \left(\frac{H}{2} + x_1^3 \right) \frac{L_1}{H}; \quad N_2 = \left(\frac{H}{2} + x_2^3 \right) \frac{L_2}{H};$$

$$N_3 = \left(\frac{H}{2} + x_3^3 \right) \frac{L_3}{H}; \quad N_4 = \left(\frac{H}{2} - x_4^3 \right) \frac{L_1}{H}; \quad (\text{A.4})$$

$$N_5 = \left(\frac{H}{2} - x_5^3 \right) \frac{L_2}{H}; \quad N_6 = \left(\frac{H}{2} - x_6^3 \right) \frac{L_3}{H}.$$

С помощью зависимостей (A.1 – A.4) задается поле перемещений узлов элемента:

$$\begin{Bmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^6 N_i(x^1, x^2, x^3) \begin{Bmatrix} u_i^1 \\ u_i^2 \\ u_i^3 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Матрица жесткости $[K]$ состоит из подматриц жесткости узлов $[K_{ij}]$:

$$[K_{ij}] = \iiint_V [B_{ij}]^T [D] [B_{ij}] dV \quad (\text{A.6})$$

$$(i, j = 1, \dots, 6).$$

Матрица градиентов $[B_{ij}]$ имеет вид:

$$[B_{ij}] = \begin{bmatrix} J_{11} \frac{\partial N_i}{\partial x^1} + J_{12} \frac{\partial N_i}{\partial x^2} + J_{13} \frac{\partial N_i}{\partial x^3} & 0 & 0 \\ 0 & J_{21} \frac{\partial N_i}{\partial x^1} + J_{22} \frac{\partial N_i}{\partial x^2} + J_{23} \frac{\partial N_i}{\partial x^3} & 0 \\ 0 & 0 & J_{31} \frac{\partial N_i}{\partial x^1} + J_{32} \frac{\partial N_i}{\partial x^2} + J_{33} \frac{\partial N_i}{\partial x^3} \\ J_{21} \frac{\partial N_i}{\partial x^1} + J_{22} \frac{\partial N_i}{\partial x^2} + J_{23} \frac{\partial N_i}{\partial x^3} & J_{11} \frac{\partial N_i}{\partial x^1} + J_{12} \frac{\partial N_i}{\partial x^2} + J_{13} \frac{\partial N_i}{\partial x^3} & 0 \\ 0 & J_{31} \frac{\partial N_i}{\partial x^1} + J_{32} \frac{\partial N_i}{\partial x^2} + J_{33} \frac{\partial N_i}{\partial x^3} & J_{11} \frac{\partial N_i}{\partial x^1} + J_{12} \frac{\partial N_i}{\partial x^2} + J_{13} \frac{\partial N_i}{\partial x^3} \\ J_{31} \frac{\partial N_i}{\partial x^1} + J_{32} \frac{\partial N_i}{\partial x^2} + J_{33} \frac{\partial N_i}{\partial x^3} & 0 & J_{21} \frac{\partial N_i}{\partial x^1} + J_{22} \frac{\partial N_i}{\partial x^2} + J_{23} \frac{\partial N_i}{\partial x^3} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

где $J_{11}, J_{12}, J_{13}, J_{21}, J_{22}, J_{23}, J_{31}, J_{32}, J_{33}$ – элементы обратной матрицы Якоби ($[J^{-1}]$) координатного преобразования.

Матрица Якоби имеет вид:

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial x^1} & \frac{\partial y}{\partial x^1} & \frac{\partial z}{\partial x^1} \\ \frac{\partial x}{\partial x^2} & \frac{\partial y}{\partial x^2} & \frac{\partial z}{\partial x^2} \\ \frac{\partial x}{\partial x^3} & \frac{\partial y}{\partial x^3} & \frac{\partial z}{\partial x^3} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Матрица масс элемента $[M]$ формируется из подматриц масс узлов $[M_{ij}]$.

Подматрицы масс узлов элемента вычисляются по формуле:

$$[M_{ij}] = \rho \iiint_V [N_{ij}]^T [N_{ij}] dV \quad (\text{A.9})$$

С учетом уравнений (2.20 – 2.23), а также (A.2 – A.9) уравнения движения рассматриваемого конечного элемента EL2 имеют вид:

$$[M_{ij}]\{\ddot{\delta}_i\} + [K_{ij}]\{\delta_i\} = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$(i, j = 1, \dots, 6),$$

где $\{\delta\} = \{u_1^1, u_1^2, u_1^3, \dots, u_6^1, u_6^2, u_6^3\}^T$ – вектор обобщенных перемещений узлов элемента.

Элемент стержня EL3 (рис. A.2) предназначен для моделирования демпферной связи лопаток. Он имеет два узла на торцевых сечениях.

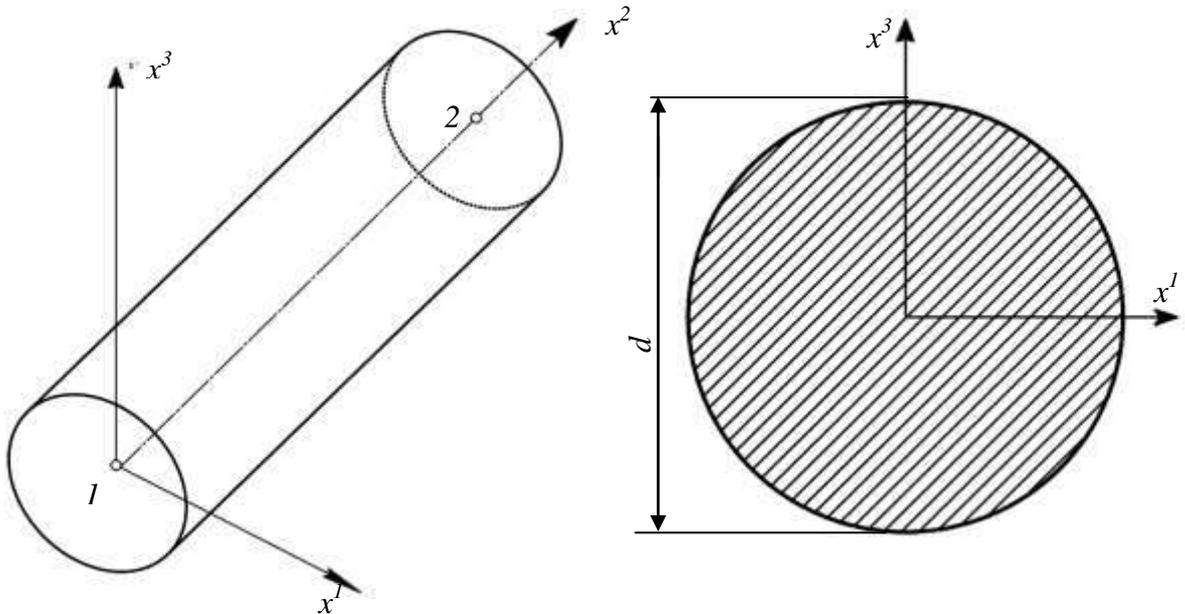


Рисунок A.2 – Стержневой конечный элемент EL3.

Перемещения в пределах элемента представим в следующем виде:

$$u^1 = u_1^1 \varphi_1 + \frac{\partial u_1^2}{\partial x_2^2} \varphi_2 + u_2^1 \varphi_3 + \frac{\partial u_2^2}{\partial x_1^1} \varphi_4; \quad u^2 = u_1^2 \frac{l - x^2}{l} + u_2^2 \frac{x^2}{l}; \quad (\text{A.11})$$

$$u^3 = u_1^3 \varphi_1 - \frac{\partial u_1^1}{\partial x_1^2} \varphi_2 + u_2^2 \varphi_3 - \frac{\partial u_2^1}{\partial x_2^2} \varphi_4; \quad \alpha_3 = \alpha_1 \frac{l - x^2}{l} + \alpha_2 \frac{x^2}{l},$$

где $(x^1, x^2, x^3) = (x, y, z)$ – декартовы координаты элемента;

(u^1, u^2, u^3) – перемещения в направлении координатных осей (x^1, x^2, x^3) соответственно;

α_3 – угол закрутки стержня относительно оси x^3 ;

α_1 и α_2 – углы поворота узлов левого и правого торца стержня относительно координатных осей x^1 и x^2 соответственно;

l – длина конечного элемента;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ – одномерные функции Эрмита, являющиеся упругими линиями конечного элемента при единичных деформациях на его концах [56].

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{2(x^2)^3 - 3l(x^2)^2 + l^3}{l^3}; & \varphi_2 &= \frac{(x^2)^3 - 2l(x^2)^2 + l^2(x^2)}{l^2}; \\ \varphi_3 &= \frac{3l(x^2)^2 - 2l(x^2)^3}{l^3}; & \varphi_4 &= \frac{(x^2)^3 - l(x^2)^2}{l^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Структура матриц жесткости $[K]$ и масс $[M]$ рассматриваемого конечного элемента проведена ниже.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & K_5 & K_6 & K_7 & K_8 & K_9 & K_{10} & K_{11} & K_{12} \\ K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & K_{17} & K_{18} & K_{19} & K_{20} & K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{25} & K_{26} & K_{27} & K_{28} & K_{29} & K_{30} & K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{37} & K_{38} & K_{39} & K_{40} & K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} & K_{47} & K_{48} \\ K_{49} & K_{50} & K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} & K_{57} & K_{58} & K_{59} & K_{60} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} & K_{67} & K_{68} & K_{69} & K_{70} & K_{71} & K_{72} \\ K_{73} & K_{74} & K_{75} & K_{76} & K_{77} & K_{78} & K_{79} & K_{80} & K_{81} & K_{82} & K_{83} & K_{84} \\ K_{85} & K_{86} & K_{87} & K_{88} & K_{89} & K_{90} & K_{91} & K_{92} & K_{93} & K_{94} & K_{95} & K_{96} \\ K_{97} & K_{98} & K_{99} & K_{100} & K_{101} & K_{102} & K_{103} & K_{104} & K_{105} & K_{106} & K_{107} & K_{108} \\ K_{109} & K_{110} & K_{111} & K_{112} & K_{113} & K_{114} & K_{115} & K_{116} & K_{117} & K_{118} & K_{119} & K_{120} \\ K_{121} & K_{122} & K_{123} & K_{124} & K_{125} & K_{126} & K_{127} & K_{128} & K_{129} & K_{130} & K_{131} & K_{132} \\ K_{133} & K_{134} & K_{135} & K_{136} & K_{137} & K_{138} & K_{139} & K_{140} & K_{141} & K_{142} & K_{143} & K_{144} \end{bmatrix}; \quad (\text{A.13})$$

$$K_1 = K_{79} = \frac{12EJ}{l^3} x^3; \quad K_7 = K_{73} = -\frac{12EJ}{l^3} x^3; \quad K_{14} = K_{92} = \frac{EF}{l};$$

$$K_{20} = K_{86} = -\frac{EF}{l};$$

$$K_6 = K_{12} = K_{61} = K_{67} = \frac{6EJ_{x^3}}{l^3}; \quad K_{78} = K_{84} = K_{133} = K_{139} = -\frac{6EJ_{x^3}}{l^2};$$

$$\begin{aligned} & K_2 = K_3 = K_4 = K_5 = K_8 = K_9 = K_{10} = K_{11} = K_{13} = K_{15} = K_{16} = K_{17} = K_{18} = K_{19} = K_{21} \\ & = K_{22} = K_{23} = K_{24} = K_{25} = K_{26} = K_{28} = K_{30} = K_{31} = K_{32} = K_{34} = K_{36} = K_{37} = K_{39} = K_{41} = K_{42} \\ & = K_{43} = K_{44} = K_{45} = K_{47} = K_{48} = K_{49} = K_{50} = K_{51} = K_{52} = K_{54} = K_{55} = K_{56} = K_{57} = K_{60} = K_{62} \\ & = K_{63} = K_{64} = K_{65} = K_{68} = K_{69} = K_{70} = K_{71} = K_{74} = K_{75} = K_{76} = K_{77} = K_{80} = K_{81} = K_{82} = K_{83} \\ & = K_{85} = K_{86} = K_{87} = K_{88} = K_{89} = K_{90} = K_{91} = K_{93} = K_{94} = K_{96} = K_{97} = K_{98} = K_{100} = K_{102} = \\ & K_{103} = K_{104} = K_{106} = K_{108} = K_{109} = K_{110} = K_{111} = K_{113} = K_{114} = K_{115} = K_{117} = K_{119} = K_{120} = \\ & K_{121} = K_{122} = K_{124} = K_{126} = K_{127} = K_{128} = K_{129} = K_{130} = K_{132} = K_{134} = K_{135} = K_{136} = K_{137} = \\ & K_{140} = K_{141} = K_{142} = K_{143} = 0; \end{aligned}$$

$$K_{40} = K_{118} = \frac{GJ_{кр}}{l}; \quad K_{46} = K_{112} = -\frac{GJ_{кр}}{l}; \quad K_{53} = K_{131} = \frac{4EJ_{x^1}}{l^2};$$

$$K_{29} = K_{35} = K_{51} = -\frac{6EJ_{x^1}}{l^3}; \quad K_{95} = K_{101} = K_{123} = \frac{6EJ_{x^1}}{l^3}; \quad K_{59} = K_{72} = \frac{2EJ_{x^3}}{l};$$

$$K_{125} = K_{138} = -\frac{2EJ_{x^3}}{l}; \quad K_{66} = K_{144} = \frac{4EJ_{x^3}}{l^2}; \quad K_{33} = K_{98} = -\frac{12EJ_{x^1}}{l^3};$$

$$K_{27} = K_{105} = \frac{12EJ_{x^1}}{l^3}; \quad K_{53} = K_{131} = \frac{4EJ_{x^1}}{l^3},$$

где J_{x^1} – осевой момент инерции элемента относительно оси x^1 ;

J_{x^3} – осевой момент инерции элемента относительно оси x^3 ;

$GJ_{кр}$ – жесткость элемента на кручение.

$$J_{x^1} = \frac{\pi R^4}{4}; \quad J_{x^3} = \left[\frac{\pi R^4}{4} - \left(\frac{4R}{3\pi} \right)^2 S_c \right]; \quad J_{кр} = \frac{\pi R^4}{512}, \quad (\text{A.14})$$

где $J_{кр}$ – полярный момент инерции элемента;

l – длина рассматриваемого конечного элемента;

R – радиус поперечного сечения элемента;

S_c – площадь поперечного сечения рассматриваемого конечного элемента.

$$[M] = \rho S_c \begin{bmatrix} M_1 & M_2 & M_3 & M_4 & M_5 & M_6 & M_7 & M_8 & M_9 & M_{10} & M_{11} & M_{12} \\ M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} & M_{17} & M_{18} & M_{19} & M_{20} & M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{25} & M_{26} & M_{27} & M_{28} & M_{29} & M_{30} & M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & M_{35} & M_{36} \\ M_{37} & M_{38} & M_{39} & M_{40} & M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & M_{45} & M_{46} & M_{47} & M_{48} \\ M_{49} & M_{50} & M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & M_{55} & M_{56} & M_{57} & M_{58} & M_{59} & M_{60} \\ M_{61} & M_{62} & M_{63} & M_{64} & M_{65} & M_{66} & M_{67} & M_{68} & M_{69} & M_{70} & M_{71} & M_{72} \\ M_{73} & M_{74} & M_{75} & M_{76} & M_{77} & M_{78} & M_{79} & M_{80} & M_{81} & M_{82} & M_{83} & M_{84} \\ M_{85} & M_{86} & M_{87} & M_{88} & M_{89} & M_{90} & M_{91} & M_{92} & M_{93} & M_{94} & M_{95} & M_{96} \\ M_{97} & M_{98} & M_{99} & M_{100} & M_{101} & M_{102} & M_{103} & M_{104} & M_{105} & M_{106} & M_{107} & M_{108} \\ M_{109} & M_{110} & M_{111} & M_{112} & M_{113} & M_{114} & M_{115} & M_{116} & M_{117} & M_{118} & M_{119} & M_{120} \\ M_{121} & M_{122} & M_{123} & M_{124} & M_{125} & M_{126} & M_{127} & M_{128} & M_{129} & M_{130} & M_{131} & M_{132} \\ M_{133} & M_{134} & M_{135} & M_{136} & M_{137} & M_{138} & M_{139} & M_{140} & M_{141} & M_{142} & M_{143} & M_{144} \end{bmatrix};$$

$$M_1 = M_{79} = M_{27} = M_{105} = \frac{13}{35}l; \quad M_7 = M_{73} = \frac{7}{90}l;$$

$$\begin{aligned} & M_2 = M_3 = M_4 = M_5 = M_8 = M_9 = M_{10} = M_{11} = M_{13} = M_{15} = M_{16} = M_{17} = M_{18} = M_{19} \\ & = M_{21} = M_{22} = M_{23} = M_{24} = M_{25} = M_{26} = M_{28} = M_{30} = M_{31} = M_{32} = M_{34} = M_{36} = M_{37} = M_{39} \\ & = M_{41} = M_{42} = M_{43} = M_{44} = M_{45} = M_{47} = M_{48} = M_{49} = M_{50} = M_{51} = M_{52} = M_{54} = M_{55} = \\ & M_{56} = M_{57} = M_{60} = M_{62} = M_{63} = M_{64} = M_{65} = M_{68} = M_{69} = M_{70} = M_{71} = M_{74} = M_{75} = M_{76} = \\ & M_{77} = M_{80} = M_{81} = M_{82} = M_{83} = M_{85} = M_{86} = M_{87} = M_{88} = M_{89} = M_{90} = M_{91} = M_{93} = M_{94} = \\ & M_{96} = M_{97} = M_{98} = M_{100} = M_{102} = M_{103} = M_{104} = M_{106} = M_{108} = M_{109} = M_{110} = M_{111} = M_{113} \\ & = M_{114} = M_{115} = M_{117} = M_{119} = M_{120} = M_{121} = M_{122} = M_{124} = M_{126} = M_{127} = M_{128} = M_{129} = \\ & M_{130} = M_{132} = M_{134} = M_{135} = M_{136} = M_{137} = M_{140} = M_{141} = M_{142} = M_{143} = 0; \end{aligned}$$

$$M_6 = M_{12} = M_{61} = M_{67} = M_{95} = M_{101} = M_{123} = \frac{11}{210}l^2; \quad (A.15)$$

$$M_{78} = M_{84} = M_{133} = M_{139} = M_{29} = M_{35} = M_{51} = -\frac{11}{210}l^2;$$

$$M_{14} = M_{92} = M_{40} = M_{118} = \frac{1}{3}l; \quad M_{20} = M_{86} = M_{46} = M_{112} = \frac{1}{6}l;$$

$$M_{53} = M_{131} = M_{53} = M_{131} = \frac{1}{105}l^3; \quad M_{59} = M_{72} = M_{125} = M_{138} = \frac{1}{140}l^3;$$

$$M_{66} = M_{144} = \frac{13}{420}l^2; \quad M_{33} = M_{98} = \frac{9}{70}l.$$

где l – длина рассматриваемого конечного элемента.

Уравнения движения элемента EL 3 имеют вид:

$$[M_{ij}]\{\dot{\delta}_i\} + [K_{ij}]\{\delta_i\} = 0 \quad (\text{A.16})$$

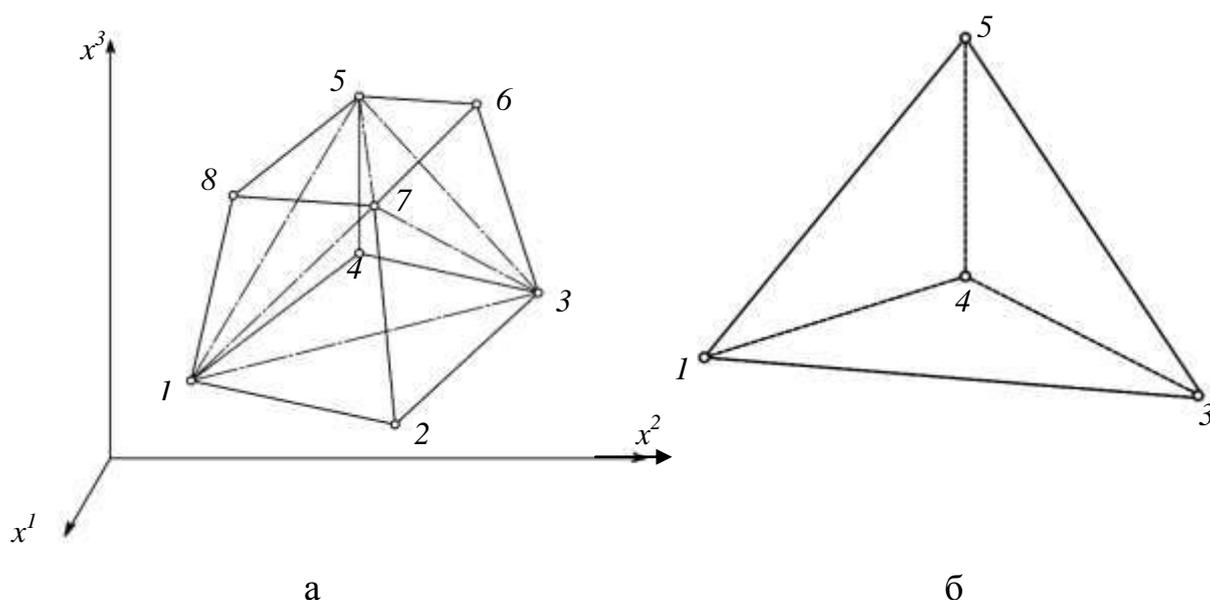
$$(i = 1, 2),$$

где $[M_{ij}]$ и $[K_{ij}]$ – элементы матриц масс и жесткости соответственно;

$$\{\delta\} = \{u_1^1, u_1^2, u_1^3, \alpha_1^1, \alpha_1^2, \alpha_1^3, u_2^1, u_2^2, u_2^3, \alpha_2^1, \alpha_2^2, \alpha_2^3\}^T \quad - \quad \text{вектор обобщенных}$$

перемещений узлов элемента.

Для моделирования хвостовиков лопаток и стенок каналов в охлаждаемых лопатках турбомашин применены изопараметрические призматические элементы первого порядка EL4, которые имеют восемь узлов в углах призмы (рис. А.3, а). Как указано в работах [87-89], элементы такого типа можно считать состоящими из пяти тетраэдральных субэлементов, один из которых приведен на рис. А.3, б.



а – изопараметрический призматический конечный EL4; б – тетраэдральный субэлемент

Рисунок А.3 – Трехмерные конечные элементы для моделирования хвостовиков лопаток и стенок каналов в охлаждаемых лопатках турбомашин.

Координатное преобразование для тетраэдра будет иметь вид:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum N_i(x^1, x^2, x^3) \begin{Bmatrix} x_i^1 \\ x_i^2 \\ x_i^3 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

$$(i = 1, \dots, 4),$$

где $(x^1, x^2, x^3) = (x, y, z)$ – декартовы координаты элемента;

(x_i^1, x_i^2, x_i^3) – декартовы координаты узла i .

Функции формы узлов тетраэдра определяются следующей зависимостью:

$$N_i = \frac{a_i + b_i x^1 + c_i x^2 + d_i x^3}{6\Delta} \quad (\text{A.18})$$

$$(i = 1, \dots, 4),$$

где 6Δ – объем тетраэдра.

В соответствии с рекомендациями, приведенными в [29], обход узлов необходимо проводить против часовой стрелки, начиная с вершины тетраэдра. Запишем формулы для вычисления коэффициентов a_i, b_i, c_i, d_i , например, для узла 1 субэлемента (см. рис. А.3 б):

$$a_1 = \det \begin{vmatrix} x_5^1 & x_5^2 & x_5^3 \\ x_3^1 & x_3^2 & x_3^3 \\ x_4^1 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}; \quad b_1 = -\det \begin{vmatrix} 1 & x_5^2 & x_5^3 \\ 1 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix};$$

$$c_1 = -\det \begin{vmatrix} x_5^1 & 1 & x_5^3 \\ x_3^1 & 1 & x_3^3 \\ x_4^1 & 1 & x_4^3 \end{vmatrix}; \quad d_1 = -\det \begin{vmatrix} x_5^1 & x_5^2 & 1 \\ x_3^1 & x_3^2 & 1 \\ x_4^1 & x_4^2 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$6\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x_1^1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_5^1 & x_5^2 & x_5^3 \\ 1 & x_3^1 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4^1 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$$

Коэффициенты для функций формы остальных узлов определяются аналогично с использованием циклической перестановки индексов.

Поле перемещений каждого тетраэдра задается двенадцатью компонентами перемещений его узлов с использованием формул (A.17) и (A.18):

$$\{u_t\} = \sum_{i=1}^4 N_i(x^1, x^2, x^3) \begin{Bmatrix} u_i^1 \\ u_i^2 \\ u_i^3 \end{Bmatrix}, \quad (\text{A.20})$$

где $\{u_t\}$ – матрица-вектор перемещений рассматриваемого субэлемента;

u_i^1, u_i^2, u_i^3 – перемещения узлов субэлемента относительно координатных осей x^1, x^2, x^3 соответственно.

Матрица жесткости $[K_t]$ формируется из подматриц жесткости $[K_{ij}]_t$:

$$[K_t] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

Зависимости для вычисления подматриц жесткости тетраэдра приведены в работе [30]. Матрица масс тетраэдра $[M_t]$ определяется на основе формулы (A.9). С использованием зависимостей (2.20 – 2.23), (A.17 – A.21) получаем уравнения движения данного субэлемента:

$$[M_{ij}]_t \{\ddot{\delta}_i\}_t + [K_{ij}]_t \{\delta_i\}_t = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$(i, j = 1, \dots, 4),$$

где $\{\delta\}_t = \{u_1^1, u_1^2, u_1^3, \dots, u_4^1, u_4^2, u_4^3\}^T$ – вектор перемещений узлов тетраэдра;

$[M_{ij}]_t$ – элементы матрицы масс тетраэдра;

$[K_{ij}]_t$ – элементы матрицы жесткости тетраэдра.

Далее по правилам МКЭ формируются матрицы жесткости $[K]$ и масс $[M]$ для всего призматического элемента:

$$[M] = \sum_{t=1}^5 [M]_t; \quad [K] = \sum_{t=1}^5 [K]_t \quad (\text{A.23})$$

Тогда уравнение движения конечного элемента EL4 имеет вид:

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = 0, \quad (\text{A.24})$$

где $\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \delta_{1t} \\ \delta_{2t} \\ \delta_{3t} \\ \delta_{4t} \\ \delta_{5t} \end{Bmatrix}$ – матрица столбец, состоящая из матриц – векторов

перемещений тетраэдров.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

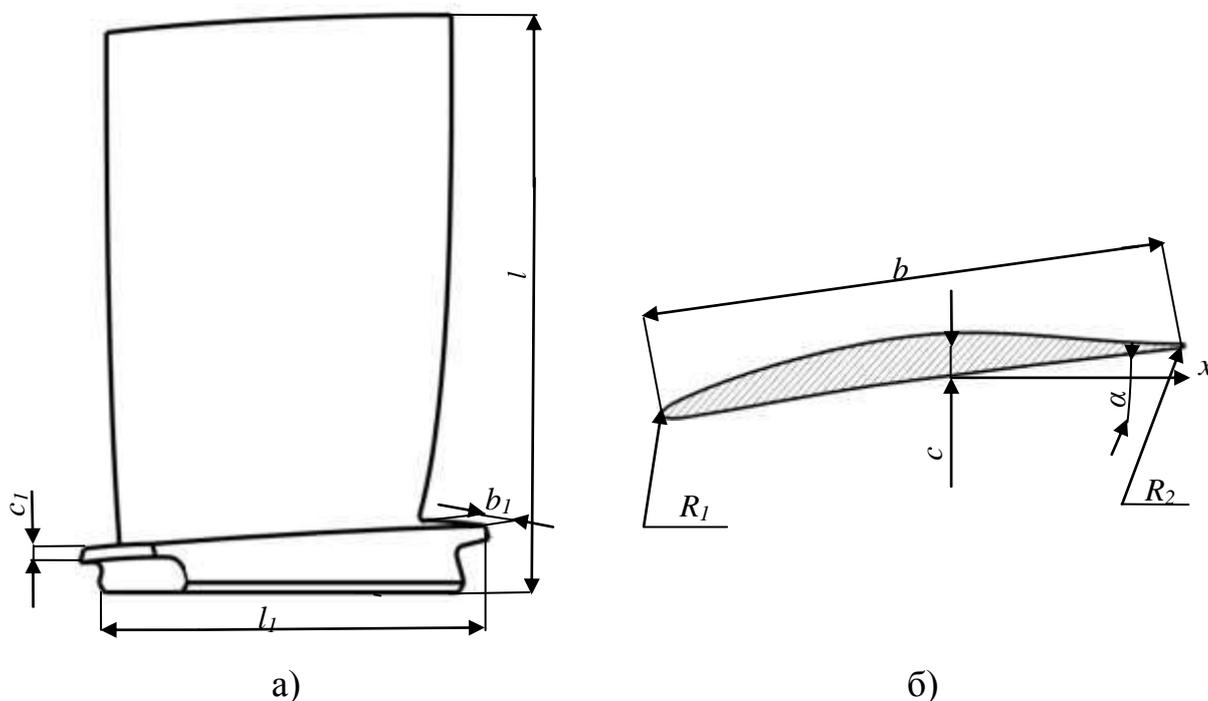
Функциональная блок-схема алгоритма расчета частот и форм свободных колебаний рабочих лопаток турбомашин



ПРИЛОЖЕНИЕ В

Влияние геометрических параметров на частоты свободных колебаний
лопаток турбомашин

Для лопаток компрессора в рассмотрение принимается изменение таких параметров, как длина лопатки (l), хорда (b), толщина пера лопатки (c), угол закрутки (α), радиусы входной и выходной кромок (R_1 и R_2), длина (l_1), ширина (b_1) и высота (c_1) корневой полки (рис. В.1).

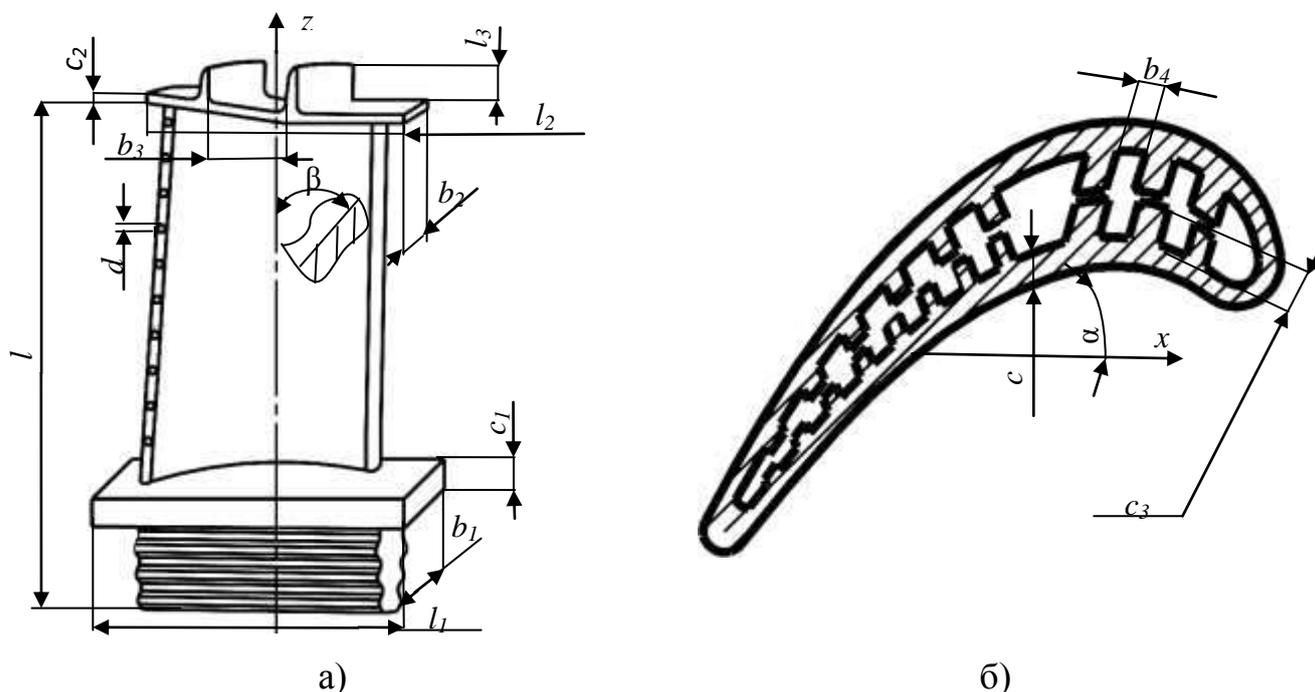


а – вид лопатки со стороны спинки; б – поперечное сечение пера лопатки

Рисунок В.1 – Основные геометрические характеристики лопатки компрессора.

Для лопатки турбины исследуется влияние длины (l_2), ширины (b_2), высоты (c_2) бандажной полки; глубины (l_3) и ширины (b_3) паза под уплотнение в бандажной полке, диаметра (d) и числа (q) отверстий по выходной кромке для выхода охлаждающего воздуха; высоты (c_3) и толщины (b_4) стенок охлаждающих

каналов, угла наклона (β) стенок охлаждающих каналов к оси лопатки z , а также всех тех параметров, что и для компрессорной лопатки (рис. В.2).



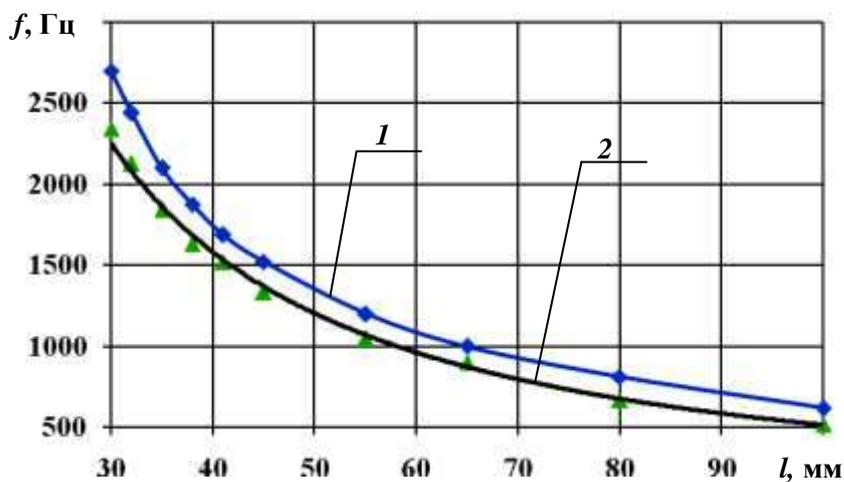
а – вид лопатки со стороны корыта; б – поперечное сечение пера для случая охлаждаемой лопатки

Рисунок В.2 – Основные геометрические характеристики лопатки турбины.

Лопатка компрессора изготовлена из титанового сплава ВТ3-1, а лопатка турбины – из жаропрочной стали СМ88У-ВИ. Основные физико-механические свойства этих материалов приведены в [73].

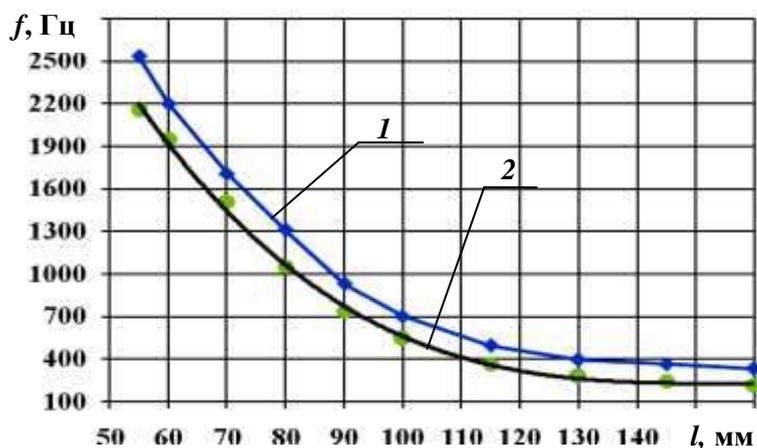
Зависимости частот колебаний компрессорных и турбинных лопаток от указанных выше геометрических характеристик в графической и табличной форме приведены далее, а также в работах [67-72]. Результаты расчета, получены с использованием конечных элементов, описанных в подразделе 3.1, и в приложении А. Также для получения численных результатов используется алгоритм, приведенный в подразделе 3.2. Методика проведения голографического эксперимента, а также описание экспериментальной стробоголографической установки приведены в приложении Е.

Влияние длины лопаток на частоты их собственных колебаний приведено на рис. В.3 (для случая компрессорной лопатки) и на рис. В.4 (для случая турбинной лопатки).



1—расчетная зависимость; 2— расчет с использованием ANSYS

Рисунок В.3 – Зависимость частот колебаний от длины лопатки компрессора.



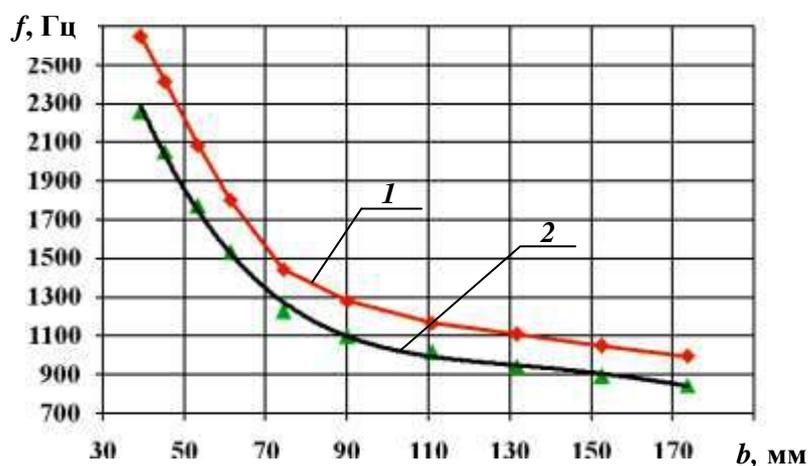
1—расчетная зависимость; 2— расчет с использованием ANSYS

Рисунок В.4 – Зависимость частот колебаний от длины лопатки турбины l .

Анализ графических зависимостей, приведенных на рис. В.3, рис. В.4, свидетельствует о том, что частота колебаний снижается с увеличением длины, как для компрессорных, так и для турбинных лопаток. Это может быть объяснено

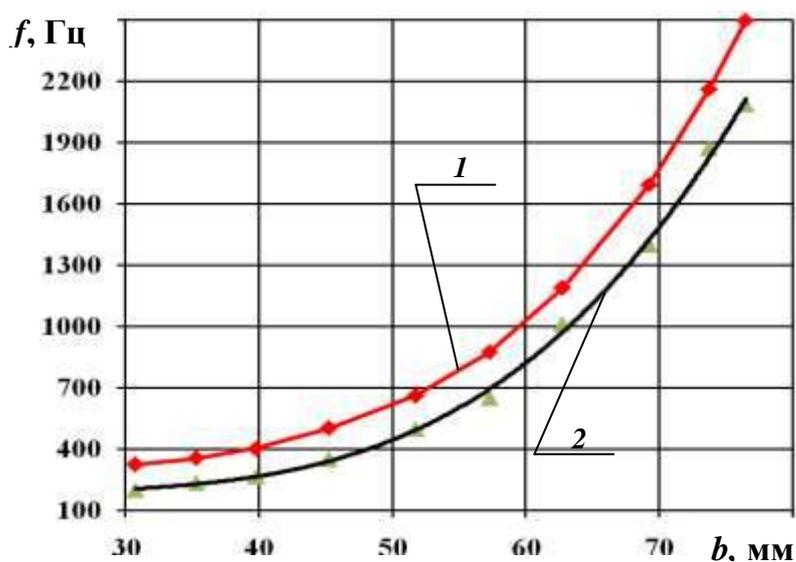
тем, что с увеличением длины пера лопатки снижается ее жесткость а, значит, повышается амплитуда и снижается частота колебаний.

Влияние хорды пера лопатки на частоты ее колебаний рассмотрено на рис. В.5 и рис. В.6.



1 – расчетные данные; 2 – расчет с использованием ANSYS

Рисунок В.5 – Зависимость частот колебаний от величины хорды лопатки компрессора b .

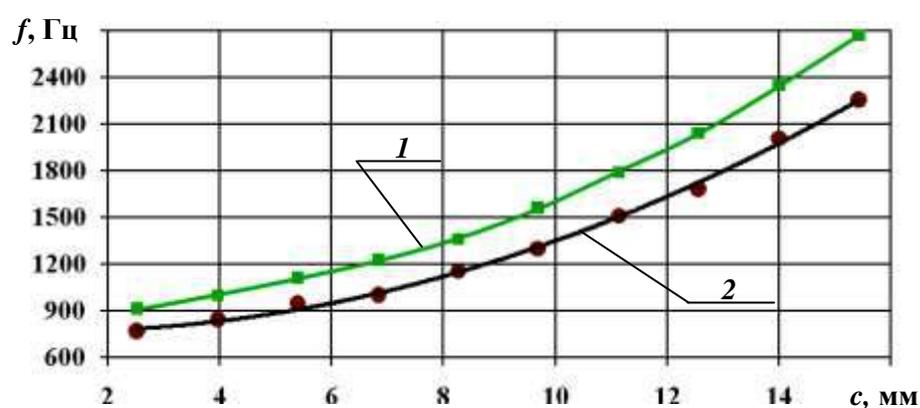


1 – расчетная зависимость; 2 – расчет с использованием ANSYS

Рисунок В.6 – Зависимость частот колебаний от величины хорды лопатки турбины b .

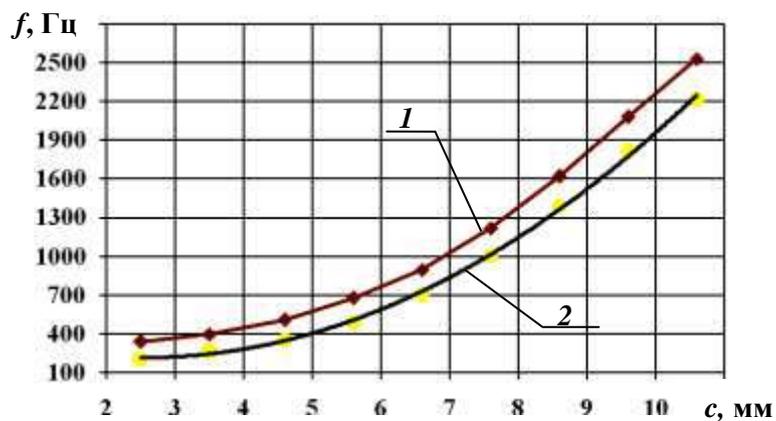
Увеличение хорды ведет к увеличению площади поперечного сечения лопатки и как следствие, к уменьшению частоты ее колебаний. Лишь в случае турбинной лопатки увеличение хорды приводит к повышению частоты (см. рис. В.6). Это объясняется тем, что исходя из соображений газодинамики, самым широкохордным является корневое сечение лопатки, обладающее наибольшей жесткостью.

Графические зависимости, отражающие влияние толщины пера лопатки на частоты ее собственных колебаний приведены ниже.



1 – расчетная зависимость; 2 – данные расчета с использованием ANSYS

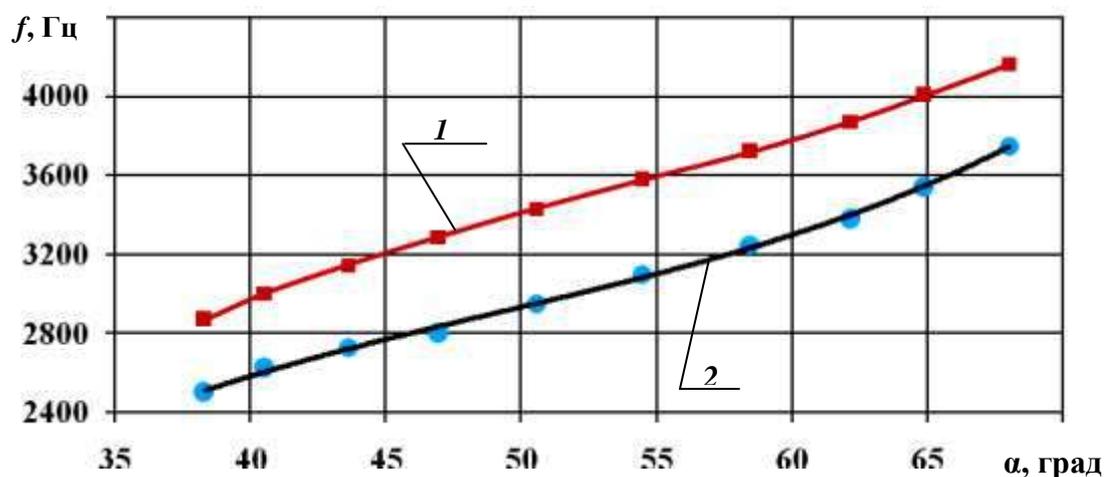
Рисунок В.7 – Зависимость частот колебаний от толщины пера лопатки компрессора c .



1 – расчетная зависимость; 2 – данные расчета с использованием ANSYS

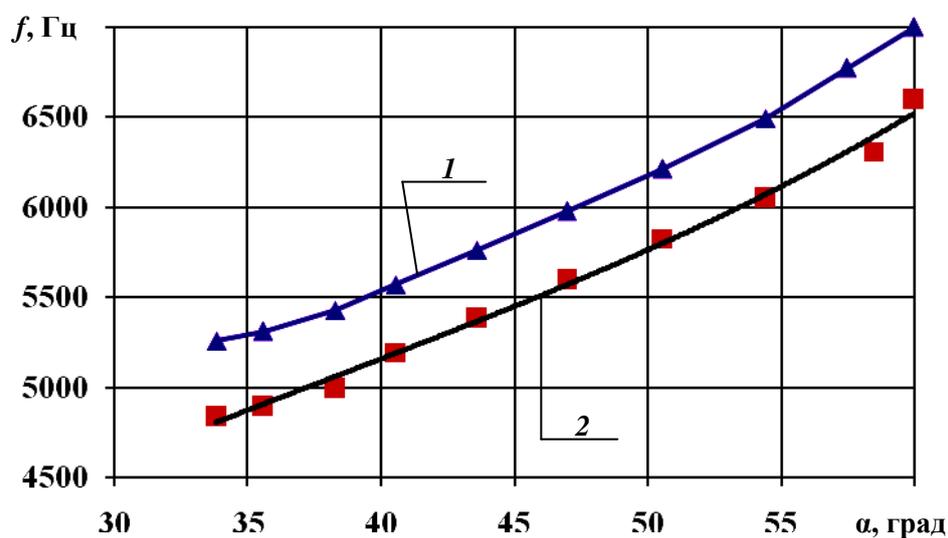
Рисунок В.8 – Зависимость частот колебаний от толщины пера лопатки турбины c .

Увеличение толщины пера приводит к снижению амплитуды и, следовательно, к возрастанию частоты колебаний и компрессорных (см. рис. В.7), и турбинных лопаток (см. рис. В.8).



1 – расчетная зависимость; 2 – данные расчета с использованием ANSYS

Рисунок В.9 – Зависимость частот колебаний от величины угла закрутки лопатки компрессора α .



1 – расчетная зависимость; 2 – расчет с использованием ANSYS

Рисунок В.10 – Зависимость частот колебаний от величины угла закрутки лопатки турбины α .

Анализ рис. В.9, рис. В.10 свидетельствует о том, что возрастание угла закрутки приводит к увеличению частоты колебаний компрессорных и турбинных лопаток, так как увеличение закрутки периферийного сечения лопатки относительно корневого приводит к повышению жесткости всего пера лопатки в целом.

Перейдем к рассмотрению влияния параметров корневой полки лопаток на частоты их собственных колебаний. В табличной форме результаты исследования приведены ниже.

Таблица В.1 – Зависимость частоты колебаний лопатки от длины корневой полки l_1

Длина полки l_1 , мм	Частота колебаний f , Гц			
	Лопатка компрессора		Лопатка турбины	
	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS
20,0	2544	2526	–	–
25,0	2528	2512	2560	2542
28,0	2519	2504	2553	2537
30,0	2502	2488	2546	2530
40,0	2468	2451	2529	2515

Данные, приведенные в табл. В.1 свидетельствует о том, что с удлинением корневой полки происходит снижение частот колебаний, как компрессорных, так и турбинных лопаток. Аналогичная тенденция наблюдается и в связи с изменением высоты полки (табл. В.2). Этот факт объясняется тем, что увеличение данных параметров ведет к повышению площади поперечного сечения и массы полки, что, в свою очередь, обуславливает снижение частот колебаний всей лопатки.

Таблица В.2 – Зависимость частоты колебаний лопатки от высоты корневой полки c_1

Высота полки c_1 , мм	Частота колебаний f , Гц			
	Лопатка компрессора		Лопатка турбины	
	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS
2,0	2540	2524	2560	2544
2,5	2525	2510	2555	2540
3,0	2515	2500	2548	2534
4,0	2497	2483	2540	2526
5,0	2462	2446	2522	2508

Однако, для случая корневой полки увеличение ширины приводит к повышению ее жесткости, что позволяет увеличить частоту колебаний лопатки (табл. В.3).

Таблица В.3 – Зависимость частоты колебаний лопатки от ширины корневой полки b_1

Ширина полки b_1 , мм	Частота колебаний f , Гц			
	Лопатка компрессора		Лопатка турбины	
	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS
12,0	2511	2497	2535	2521
14,0	2522	2508	2546	2531
16,0	2543	2519	2552	2539
18,0	2554	2528	2564	2550
20,0	2562	2537	2571	2556

Следует отметить, что, как для компрессорных, так и для турбинных лопаток, изменение геометрических характеристик корневой полки, в целом незначительно (в пределах 0,7 – 1,1%) изменяет частоты колебаний всей лопатки.

Далее рассматривается влияние параметров бандажной полки на частоты собственных колебаний лопаток турбин.

Таблица В.4 – Зависимость частот колебаний лопатки турбины от длины бандажной полки l_2

Длина бандажной полки l_2 , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS
20,0	2553	2540
25,0	2547	2535
30,0	2542	2526
35,0	2534	2520
40,0	2526	2512

Таблица В.5 – Зависимость частот колебаний лопатки турбины от высоты бандажной полки c_2

Высота бандажной полки c_2 , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS
2,0	2531	2517
2,5	2526	2511
3,0	2518	2503
4,0	2511	2497
5,0	2505	2491

Результаты, указанные в табл. В.4 и в табл. В.5 свидетельствуют о том, что с увеличением длины и высоты бандажной полки частота колебаний всей лопатки снижается, как и в случае изменения этих параметров для корневой полки.

Таблица В.6 – Зависимость частот колебаний лопатки турбины от ширины бандажной полки b_2

Ширина бандажной полки b_2 , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS
12,0	2539	2526
14,0	2547	2534
16,0	2554	2540
18,0	2559	2546
20,0	2566	2552

Увеличение ширины бандажной полки (см. табл. В.6) наоборот приводит к увеличению частоты колебаний, так как в случае турбинной лопатки боковые поверхности бандажной полки выступают в качестве второго жесткого закрепления.

Таблица В.7 – Зависимость частот колебаний лопатки турбины от глубины паза под уплотнение l_3

Глубина паза l_3 , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS
1,0	2564	2550
1,5	2567	2553
2,0	2572	2559

Таблица В.8 – Зависимость частот колебаний лопатки турбины от ширины паза под уплотнение b_3

Ширина паза b_3 , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS
5,0	2566	2552
8,0	2580	2564
10,0	2598	2573

Увеличение же таких параметров, как глубина (см. табл. В.7) и ширина паза в бандажной полке (см. табл. В.8) приводит к уменьшению материалоемкости лопатки и к увеличению частоты ее колебаний.

Также как и в случае корневой полки, изменение геометрических параметров бандажной полки незначительно (в пределах 0,5 – 1,5%) влияет на изменение частот колебаний всей лопатки.

Исследуем влияние геометрических параметров полости охлаждаемых лопаток турбины на частоты их собственных колебаний.

Таблица В.9 – Зависимость частот колебаний охлаждаемой лопатки турбины от числа охлаждающих отверстий по выходной кромке q

Число отверстий q , шт	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS
1	2060	2042
2	2057	2039
4	2053	2030
8	20429	2022
10	2034	2017

Таблица В.10 – Зависимость частот колебаний охлаждаемой лопатки турбины от диаметра охлаждающих отверстий по выходной кромке d

Диаметр отверстий d , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Эксперимент
0,2	2307	2008–2015
0,3	2301	2001–2006
0,5	2289	1991–1998

Анализ табл. В.9 и табл. В.10 свидетельствует о том, что с увеличением числа отверстий для выхода охлаждающего воздуха снижается частота колебаний лопатки (см. табл. В.9). Это объясняется тем, что с увеличением числа отверстий снижается жесткость пера лопатки, а, следовательно, увеличивается амплитуда, и уменьшается частота ее колебаний. Аналогичным образом может быть объяснена и зависимость частот колебаний лопатки турбины от диаметра отверстий (см. табл. В.10).

При изучении влияния таких характеристик полости охлаждаемой лопатки, как стенки каналов (табл. В.11, В.12), целесообразно их рассматривать в качестве системы ребер жесткости стрингерного типа для оболочечной конструкции.

Таблица В.11 – Зависимость частот колебаний лопатки турбины от толщины стенок охлаждающих каналов b_4

Толщина стенок охлаждающих каналов b_4 , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Эксперимент
1,5	2290	1992–1997
2,0	2308	2007–2013
2,5	2316	2014–2019
3,0	2362	2020–2027

Таблица В.12 – Зависимость частот колебаний лопатки турбины от высоты стенок охлаждающих каналов c_3

Высота стенок каналов c_3 , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Расчет с использованием ANSYS
5,0	2051	2036
8,0	2045	2031
10,0	2038	2024
12,0	2029	2014
15,0	2022	2009
20,0	2018	2004

Исходя из табл. В.12, можно сделать вывод, что увеличение высоты стенок в поперечном сечении приводит к увеличению жесткости пера лопатки и, как следствие, к повышению частот ее колебаний. Увеличение толщины стенок каналов (см. табл. В.11) наоборот снижает частоты колебаний лопатки, так как в этом случае увеличивается общая материалоемкость, а, значит, и масса лопатки.

Таблица В.13 – Зависимость частот колебаний лопатки турбины от угла наклона стенок охлаждающих каналов β к оси лопатки z

Угол наклона стенок каналов β , град	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Эксперимент
0	2278	1980–1989
5	2296	1997–2005
10	2316	2009–2017
15	2313	2021–2030

Увеличение угла β (см. табл. В.13) также повышает частоты колебаний, так как в этом случае происходит постепенный переход от аналогии со струнгерами к

аналогии с ребрами жесткости кольцевого типа, что, в свою очередь, увеличивает изгибную жесткость лопатки.

Проведя комплексное исследование влияния геометрических параметров компрессорных и турбинных лопаток на частоты их колебаний можно сделать следующие выводы:

– для обеих типов лопаток повышающими факторами служат увеличение толщины пера лопатки, угла закрутки и ширины корневой полки, а понижающими – увеличение длины, хорды пера (для компрессорных лопаток), а также длины и высоты корневой полки;

– только для турбинных лопаток повышающими факторами служат увеличение хорды профиля, ширины бандажной полки, глубины и ширины паза в бандажной полке, а также числа охлаждающих каналов, толщины их стенок и угла наклона стенок к оси лопатки z . Понижающими факторами служат увеличение длины и высоты бандажной полки, числа и диаметра отверстий в пере лопатки, а также высоты стенок охлаждающих каналов.

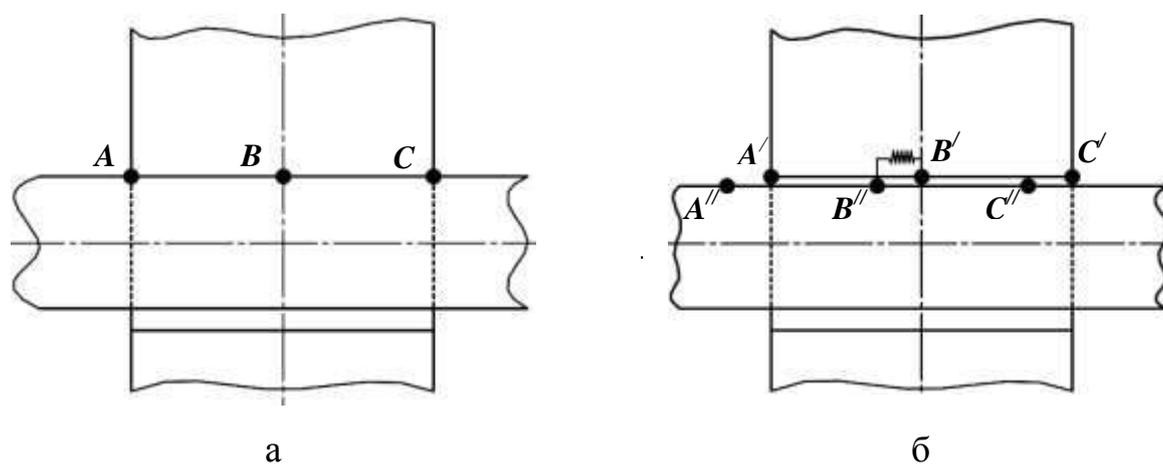
Наиболее значительное влияние на частоты колебаний лопаток турбомашин оказывает изменение длины, хорды профиля и толщины пера лопатки. Затем следуют геометрические параметры полости пера и бандажной полки, и, наконец, минимальное влияние имеют геометрические характеристики корневой полки лопатки.

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Учет демпфирования при вынужденных колебаниях рабочих лопаток турбомашин

Исследуется влияние демпфирования в местах контакта лопаток с диском, а также в местах соединения лопаток на частоты вынужденных колебаний лопаточного венца. Подобные системы являются неконсервативными из-за наличия неконсервативных сил внутреннего трения в материале и поверхностного трения в местах фрикционных контактных зон (контакт демпферных связей и пера лопатки, контакт хвостовика с диском, контакт лопаток по бандажным полкам). Решение задачи о вынужденных колебаниях такой конструкции при помощи принципа суперпозиции является некорректным [90-100]. Оно может быть получено при помощи разложения нестационарной возмущающей сил в ряд Фурье с последующим отысканием решения для требуемой гармоники. Также этот способ может быть применен для определения амплитуды резонансных колебаний лопаточного венца.

Рассмотрим метод исследования резонансных вынужденных колебаний, представляющий собой венец рабочих лопаток турбины с замкнутыми на круг связями. Конструкционное демпфирование происходит вследствие трения, возникающего при проскальзывании друг относительно друга контактирующих поверхностей демпферных связей и пера лопатки; бандажных полок соседних лопаток, а также хвостовиков лопаток и елочных пазов диска. Основываясь на исследованиях конструкционного гистерезиса, приведенных в работах [91,93, 94, 96, 99] и форме вышеуказанных поверхностей, можно сделать вывод, что при их контакте возможно как полное, так и неполное проскальзывание. В случае неполного проскальзывания система будет иметь закрепление в средней точке контакта лопатки и демпферной связи (рис. Г.1 а), то есть составляющие смещений лопатки и демпфера в этом месте равны между собой. Такая же модель может быть принята и при контакте елочного хвостовика и диска.



а – в предположении неполного проскальзывания; б – в предположении полного проскальзывания

Рисунок Г.1 – Схема контакта лопатки и демпферной связи.

В общем случае, когда возможно и полное проскальзывание по контактным поверхностям демпфера и лопатки, и бандажных полок относительно друг друга, венец представляет собой модель, в которой сечения лопатки и демпферной связи в середине зоны контакта (см. рис. Г.1 б), а также боковые поверхности бандажных полок якобы связаны «пружинной связью» заданной жесткости. Варьируя жесткостью «пружины», можно получить зависимости для различных условий: от жесткого закрепления до полного проскальзывания.

Также следует отметить, что при расчете амплитуд вынужденных колебаний, в отличие от свободных, требуется рассматривать уравнения движения системы не только с учетом матриц инерции и жесткости, но и матрицы демпфирования. Именно учет демпфирования в системе позволяет получить конечные значения амплитуд резонансных колебаний.

Расчет амплитуд вынужденных колебаний при наличии в системе демпфирования проводим в следующей последовательности:

1. Определение внешней силы, возбуждающей колебания.

Для исследуемого лопаточного венца возбудителем вынужденных колебаний является периодическая газодинамическая сила $F(\beta)$. Она зависит от угла поворота β ротора турбины и давления набегающего газового потока на

поверхность лопаточного венца. Силу $F(\beta)$ можно представить в виде бесконечной суммы членов тригонометрического ряда Фурье:

$$F(\beta) = F_0 + F_1 \cos \beta + F_2 \cos 2\beta + \dots + F_k \cos k\beta + \dots + P_1 \sin \beta + P_2 \sin 2\beta + \dots + P_k \sin k\beta + \dots = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (F_k \cos k\beta + P_k \sin k\beta), \quad (\text{Г.1})$$

где k – номер гармоники возмущающей силы;

F_0, F_k, P_k – коэффициенты ряда Фурье.

Согласно формулам теории рядов Фурье вышеуказанные коэффициенты могут быть определены следующим образом:

$$F_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\beta) d\beta; \quad F_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\beta) \cos k\beta d\beta; \quad P_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\beta) \sin k\beta d\beta \quad (\text{Г.2})$$

Постоянный член F_0 – есть среднее значение усилия, которое вызывает статический изгиб или кручение лопатки и не может вызвать ее колебания. Остальные члены разложения представляют собой возмущающую переменную во времени силу в виде суммы бесконечного числа гармонических сил с амплитудами F_k и P_k .

При угловой скорости вращения ротора Ω угол β , определяющий положение лопатки, вычисляется следующим образом: $\beta = \Omega t$. В этом случае формула (Г.1) будет иметь вид:

$$F(\beta) = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [F_k \cos(k\Omega t) + P_k \sin(k\Omega t)] \quad (\text{Г.3})$$

2. Из предварительного решения задачи о свободных колебаниях рассматриваемой системы и данных о диапазоне рабочих скоростей вращения

ротора, можно определить те гармоники внешней нагрузки, которые возбуждают резонансные колебания лопаточного венца.

3. Определяются амплитуды \bar{a} резонансных колебаниях СЛ – системы (соответствующей линейной системы, получаемой из рассматриваемой нелинейной), возбуждаемых k -ой гармоникой разложения периодической газодинамической силы. Амплитуды \tilde{a} колебаний нелинейной системы, возбуждаемых этой гармоникой, могут быть получены следующим образом:

$$\tilde{a} = \Phi \bar{a}, \quad (\text{Г.4})$$

где Φ – искомая, постоянная для всех степеней свободы системы величина, зависящая от частоты и формы колебаний лопатки [95].

4. Постоянная Φ определяется методом энергетического баланса [42], то есть работа внешней нагрузки на перемещениях системы за один период колебаний равна работе сил внутреннего и поверхностного трения за этот же самый период:

$$A_e(\Phi) = A_{\Delta 1}(\Phi) + A_{\Delta 2}(\Phi), \quad (\text{Г.5})$$

где $A_e(\Phi)$ – работа газодинамических сил;

$A_{\Delta 1}(\Phi)$ – работа сил внутреннего трения;

$A_{\Delta 2}(\Phi)$ – работа сил поверхностного трения.

Вычисление величины $A_e(\Phi)$ производится при помощи разложения внешней силы в узлах конечно-элементной модели лопаточного венца по формуле (Г.1). Для каждого конечного элемента определяются амплитуды колебаний его узлов.

Удельная работа сил внутреннего трения для заданного конечного элемента $A_{\Delta 1}^e(\Phi)$ вычисляется согласно гипотезе А. Г. Костюка и В. В. Орлова [42, 51] исследовании квазивязкого трения в упругопластическом материале:

$$A_{\Delta_1}^e(\Phi) = \frac{\mu-1}{\mu+1} \left(\frac{Ea}{2\sigma_m} \right)^{\mu+1} \frac{(2\sigma_m)^2}{E} \quad (\Gamma.6)$$

где $A = A_{\Delta_1}^e(\Phi)$ – удельная работа сил внутреннего трения для рассматриваемого конечного элемента;

μ – коэффициент демпфирования материала лопатки;

E – модуль Юнга материала;

a – амплитуда вынужденных колебаний лопатки;

σ_m – предел текучести материала.

Воспользовавшись формулой (Г.6), определяем удельную работу сил внутреннего трения для каждого конечного элемента. Суммирование работ $A_{\Delta_1}^e(\Phi)$ для всех конечных элементов рассматриваемой модели определяет значение величины работы $A_{\Delta_1}(\Phi)$ сил внутреннего трения для всего лопаточного венца.

Величину работы $A_{\Delta_2}(\Phi)$ сил поверхностного трения для случая полного проскальзывания определяем по следующей формуле [42, 51]:

$$A_{\Delta_2}(\Phi) = E\mu\Omega^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)^2 \int_0^\tau \frac{1 + \cos 2\Omega t}{2} dt, \quad (\Gamma.7)$$

где δ – обобщенное перемещение узлов конечно-элементной модели пера лопатки в месте его контакта с демпферной связью;

μ – коэффициент демпфирования материала лопатки;

E – модуль Юнга материала;

Ω – частота вынужденных колебаний лопатки;

τ – период колебаний.

При рассмотрении конструкционного гистерезиса в месте контакта елочного хвостовика с диском также возможны два варианта. Ниже на рис. Г.2 представлена схема контакта пары зубьев елочного хвостовика лопатки турбины и замкового паза в диске.

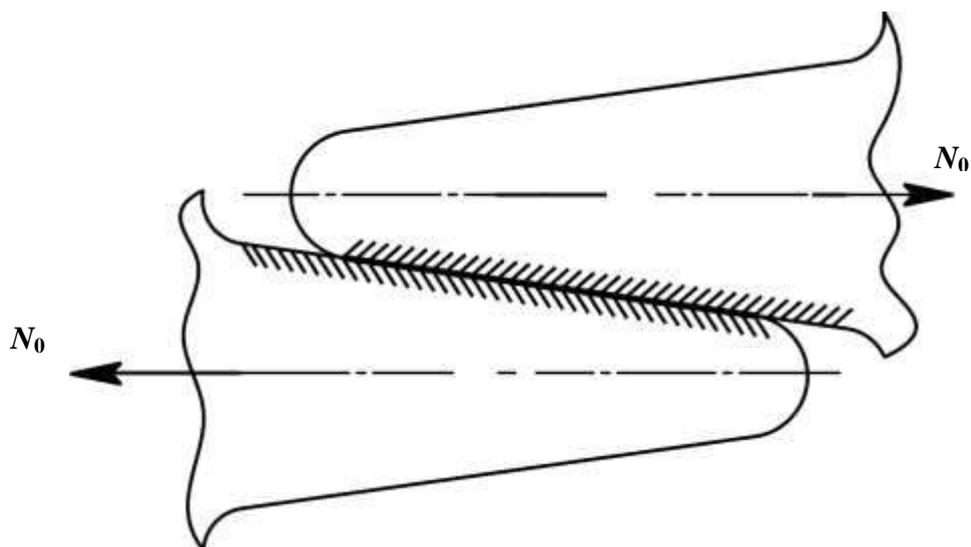


Рисунок Г.2 – Схематическое изображение зоны контакта пары зубьев хвостовика лопатки и диска с системой действующих сил.

В предположении неполного проскальзывания величину $A_{\Delta 2}(\Phi)$ для одной пары зубьев (рис. Г.2) определяем по формуле [42, 51]:

$$A_{\Delta 2}(\Phi) = \frac{4}{\psi^2} \left[\begin{array}{l} -(1-\psi)N_0 - \frac{2}{\psi}(1-\psi N_0)\ln(1-\psi N_0) + \frac{(1+\psi)^2}{2\psi} \left(1 - \frac{2\psi}{1+\psi} N_0\right) \\ \ln\left(1 - \frac{2\psi}{1+\psi} N_0\right) \end{array} \right], \quad (\text{Г.8})$$

$$N_0 = -\frac{1}{\psi^2}(1-\psi)\ln\psi + \frac{1-\psi^2}{2\psi}\ln\left(\frac{1-\psi}{1+\psi}\right); \quad \psi = \frac{S_k - S_n}{S_k + S_n}, \quad (\text{Г.9})$$

где S_k – площадь поперечного сечения в корне зуба;

S_n – площадь поперечного сечения периферии зуба.

Для случая полного проскальзывания значение $A_{\Delta 2}(\Phi)$ вычисляется по формуле, приведенной в [42]:

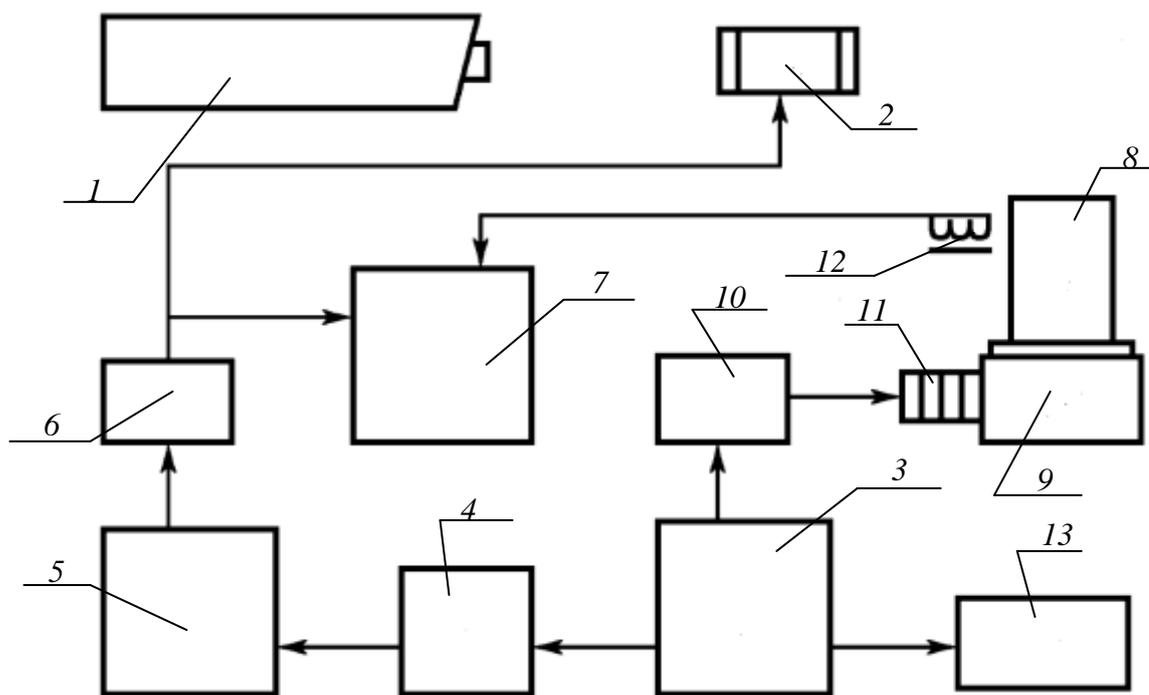
$$A_{\Delta 2}(\Phi) = \frac{4}{\psi^2} \left[-1 + \psi - \frac{2}{\psi}(1-\psi)\ln\psi + \frac{1-\psi^2}{2\psi}\ln\frac{1-\psi}{1+\psi} \right] \quad (\text{Г.10})$$

Для замкнутого на круг венца лопаток с учетом свойств его циклической симметрии все лопатки при колебаниях находятся в одинаковых условиях, то есть соотношения (Г.1 – Г.3) можно записывать только для одной из них. Как уже было отмечено выше, параметр Φ может быть определен из условия равенства работ левой и правой части уравнения (Г.5), которые являются функциями параметра Φ и определяются из уравнений (Г.6, Г.7) для двух возможных вариантов контакта пера лопатки с демпферной связью или контакта лопаток по бандажным полкам. Для описания демпфирования при контакте зубьев хвостовика лопатки и выступов паза диска используются формулы (Г.8) – (Г.10). Решив уравнение (Г.5) возможно решить и уравнение (Г.4), то есть определить амплитуды вынужденных колебаний лопаточного венца, как нелинейной системы.

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Описание экспериментальной установки и порядок проведения голографического эксперимента.

Для виброиспытаний лопаток турбомашин использован универсальный стробоголографический комплекс, конфигурация и структура которого зависят от функциональных особенностей рассматриваемой задачи и определяются габаритами исследуемого объекта. Функциональная схема данного комплекса приведена ниже на рис. Д.1.



1 – лазер; 2 – электрооптический модулятор лазерного луча; 3 – звуковой генератор синусоидальных импульсов; 4 – фазовращатель; 5 – генератор прямоугольных импульсов; 6 – усилитель; 7 – двухлучевой осциллограф; 8 – испытываемая модель рабочей лопатки; 9 – установочное приспособление; 10 – усилитель мощности; 11 – пьезоэлектрический контактный вибратор; 12 – индукционный датчик; 13 – электронный частотомер

Рисунок Д.1 – Функциональная схема стробоголографического комплекса.

Испытуемая модель 8 устанавливается на стендовый стол в установочном приспособлении 9 специальной конструкции, обеспечивающем необходимые условия закрепления. Возбуждение колебаний производится пьезоэлектрическим контактным вибратором 11, который в отличие от электромагнитного излучателя позволяет существенно расширить диапазон исследуемых частот и обеспечивает постоянную спектральную плотность вибровозбуждения в диапазоне 20 – 20000 Гц. Вибратор жестко связан с установочным приспособлением, через которое динамические нагрузки передаются модели, возбуждая ее колебания. Преимуществом данного метода в отличие от возбуждения пьезоэлементом, наклеенным на поверхность модели, является то, что источник возбуждения не входит непосредственно в состав исследуемой механической системы, позволяя возбуждать колебания значительных амплитуд. Кроме того, источник возбуждения не влияет на частоты собственных колебаний и не искажает формообразований, устраняя пропуск отдельных частот, имеющий место за счет неудачного расположения пьезоэлемента относительно узловых линий. Частота вынужденных колебаний регулируется звуковым генератором синусоидальных импульсов 3, задающим синусоидальное напряжение питания вибратора по частоте и амплитуде. Возбуждающий электрический сигнал переменного тока регулируемой частоты после усиления усилителем мощности 10 поступает на вибратор. Значения резонансных частот колебаний определяются по шкале электронного частотомера 13 с точностью 1 Гц.

Стробирование осуществляется электрооптическим модулятором лазерного луча 2. Модулятор питается от звукового генератора через генератор прямоугольных импульсов 5, который формирует прямоугольные импульсы электрического сигнала перестраиваемой длительности с регулируемой задержкой и позволяет осуществлять их синхронизацию с колебаниями модели с помощью фазовращателя 4, используемого для устранения сдвига фаз между возбуждающим сигналом и колебаниями поверхности модели. Контроль синхронизации стробоимпульсов по заданному периоду колебаний осуществляется двухлучевым осциллографом 7, на горизонтальный вход которого

после усиления усилителем 6 подается электрический сигнал с генератора прямоугольных импульсов, идущий на модулятор и синхронизированный по фазе с сигналом звукового генератора с помощью фазовращательного устройства. На вертикальный вход поступает электрический сигнал, генерируемый индукционным датчиком 12 и совпадающий по фазе со скоростью колебаний модели.

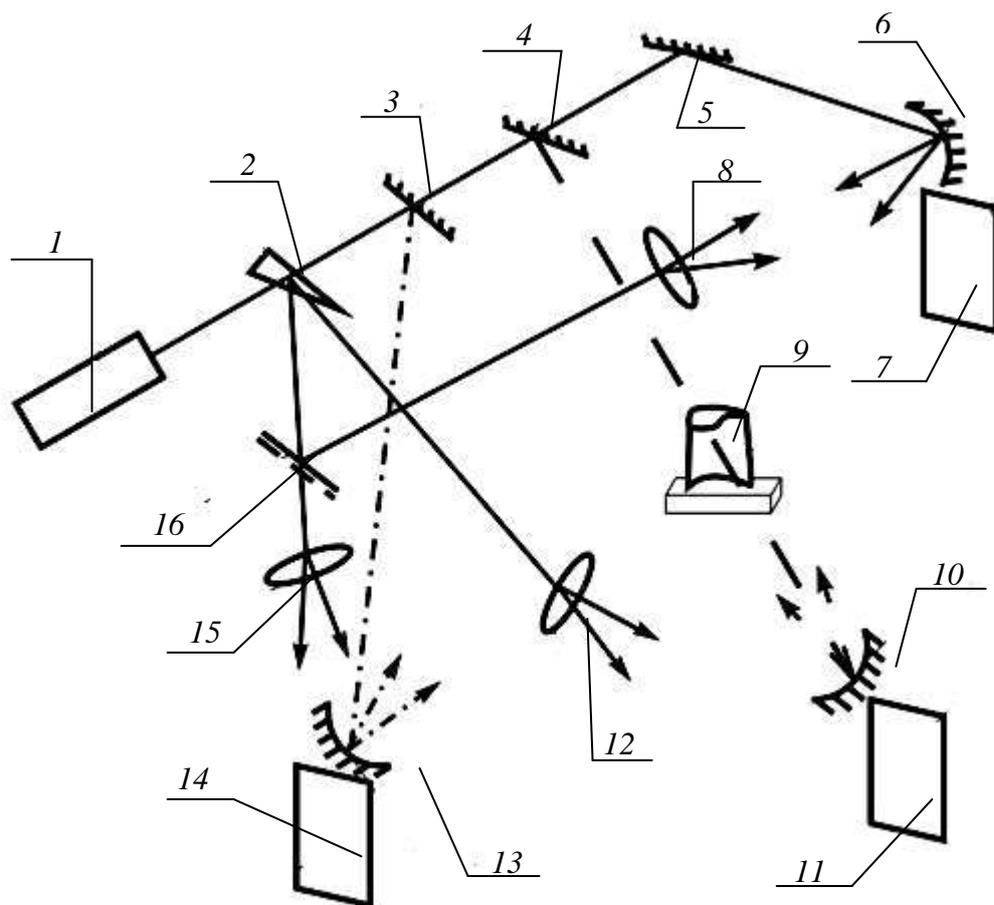
Действительные колебания модели фиксируются при помощи вибродатчика, с которого сигнал подается на экран двухлучевого осциллографа, где он сравнивается с сигналом, подаваемым на вибратор. Осциллограф фиксирует амплитудное значение, частоту и сдвиг по фазе индуцируемого сигнала относительно опорного, поступающего с генератора синусоидальных импульсов 3. Момент наступления резонанса определяется по резкому возрастанию уровня электрического сигнала от вибродатчика при изменении частоты возбуждающей силы. В момент прохождения индукционного датчика через узловую линию угол наклона большой оси эллипса на экране осциллографа изменяет знак. Таким образом, на экране осциллографа в момент резонанса наблюдается одна из фигур Лиссажу, по которой подсчитываются волновые числа m и n . Окончательно резонансная частота уточняется по установившейся системе интерференционных полос, путем наблюдения колеблющейся модели через опорную голограмму и плавного изменения частоты возбуждения. Регулированием амплитуды возбуждающего сигнала устанавливается ее оптимальная величина, после чего на резонансной частоте регистрируется стробоинтерферограмма соответствующей формы колебаний [72].

Оптическая схема стробоголографической установки.

При реализации трехголограммного метода с тремя освещающими пучками возможны два варианта построения оптической схемы установки [50]:

1. для одновременной регистрации всех трех голограмм при одновременном освещении лопатки с трех позиций;
2. для последовательной регистрации голограмм с последовательным включением соответствующих освещающих пучков.

В первом случае оптическая схема установки даже при самом оптимальном построении является очень сложной. Причем, для этого варианта необходимо также обеспечить некогерентность между собой всех трех опорных пучков, что нелегко при большой длине когерентности излучения лазера. Поэтому в данной работе применялся второй вариант построения оптической схемы с изменением направления освещения между экспозициями отдельных голограмм (рис. Д.2.).



1 – лазер; 2 – светоделительная линза; 3, 4 – убирающиеся зеркала; 5 – неподвижное зеркало; 6, 10, 13 – сферические зеркала; 7, 11, 14 – голограммы; 8, 12, 15 – линзы; 16 – светоделитель

Рисунок Д.2 – Принципиальная оптическая схема установки для возбуждения резонансных колебаний лопаток и определения их форм, а также значений частот и амплитуд колебаний.

Особенностью схемы является наличие подвижных зеркал 3 и 4, которые позволяют изменять направление освещения лопатки. Луч лазера 1, прошедший через светоделительный клин 2, с помощью зеркал 3, 4, 5 последовательно направляется на сферические зеркала 6, 10, 13 и, таким образом, создаются три освещающих пучка. Зеркала 3 и 4 удобно располагать на рычажном устройстве, способном осуществлять поворот на небольшой угол вокруг жестко фиксированной оси и имеющем два устойчивых положения. Опорные пучки формируются из лучей, отраженных от двух поверхностей клина, причем, луч, отраженный от первой поверхности, делится пятидесяти процентным светоделителем 16 на два луча, которые с помощью объективов 8 и 15 создают опорные пучки для голограмм 7 и 14. Луч, отраженный от второй поверхности клина, после расширения объективом 12 служит опорным лучом для голограммы 11.

При отладке голографической схемы юстировка каждого оптического тракта осуществляется отдельно с учетом длины когерентности лазерного излучения, разрешающей способности фоторегистрирующего материала, оптимального соотношения интенсивности опорных и предметных пучков. Экспонирование голограмм 7, 11, 14 осуществляется в последовательности, обратной порядку юстировки оптических трактов каждого интерферометра. Благодаря этому исключается необходимость юстировки освещающих пучков перед экспозицией каждой из голограмм. Все три голограммы снимались на одну фотопластину. Для формирования трех освещающих пучков служат сферические зеркала 6, 10 и 13, которые располагаются так, чтобы векторы чувствительности k_1 , k_2 , k_3 в центре исследуемой области лопатки 9, направленные по биссектрисам углов между соответствующими направлениями освещения и наблюдения, образовывали ортогональную тройку векторов, симметричных относительно нормали к ее поверхности. С целью обеспечения наблюдения интерферограмм по этим же направлениям возле каждого из сферических зеркал располагаются соответствующие им голограммы. Для определения точек наблюдения с каждой голограммы лазерным лучом восстанавливается действительное изображение и

осуществляется его фоторегистрация, а высвеченная на голограмме точка принимается в качестве соответствующей точки наблюдения.

Порядок проведения эксперимента.

Перед проведением эксперимента необходимо соответствующим образом подготовить поверхность исследуемой лопатки. При применении трехголограммного метода поверхность объекта должна диффузно рассеивать падающий на нее световой поток и обладать как можно большей отражающей способностью. Поэтому как корыто, так и спинка лопатки, вначале покрываются тонким слоем грунта, а затем таким же слоем белой вододисперсионной краски. После высыхания светоотражающего покрытия на него наносится координатная сетка. Однако при компоновке оптической схемы необходимо учитывать несколько важных требований:

1. Расстояние между интерференционными полосами, регистрируемыми на голограмме, не должно превышать разделительной способности фотоэмульсии. Следовательно, объект исследования и источник опорного луча должны находиться в одной плоскости симметрично относительно нормальной оси голограммы. В этом случае расстояние между интерференционными полосами может быть определено следующим образом [50]:

$$\lambda_c = 2d \sin \theta, \quad (\text{Д.1})$$

где d – расстояние между интерференционными полосами;

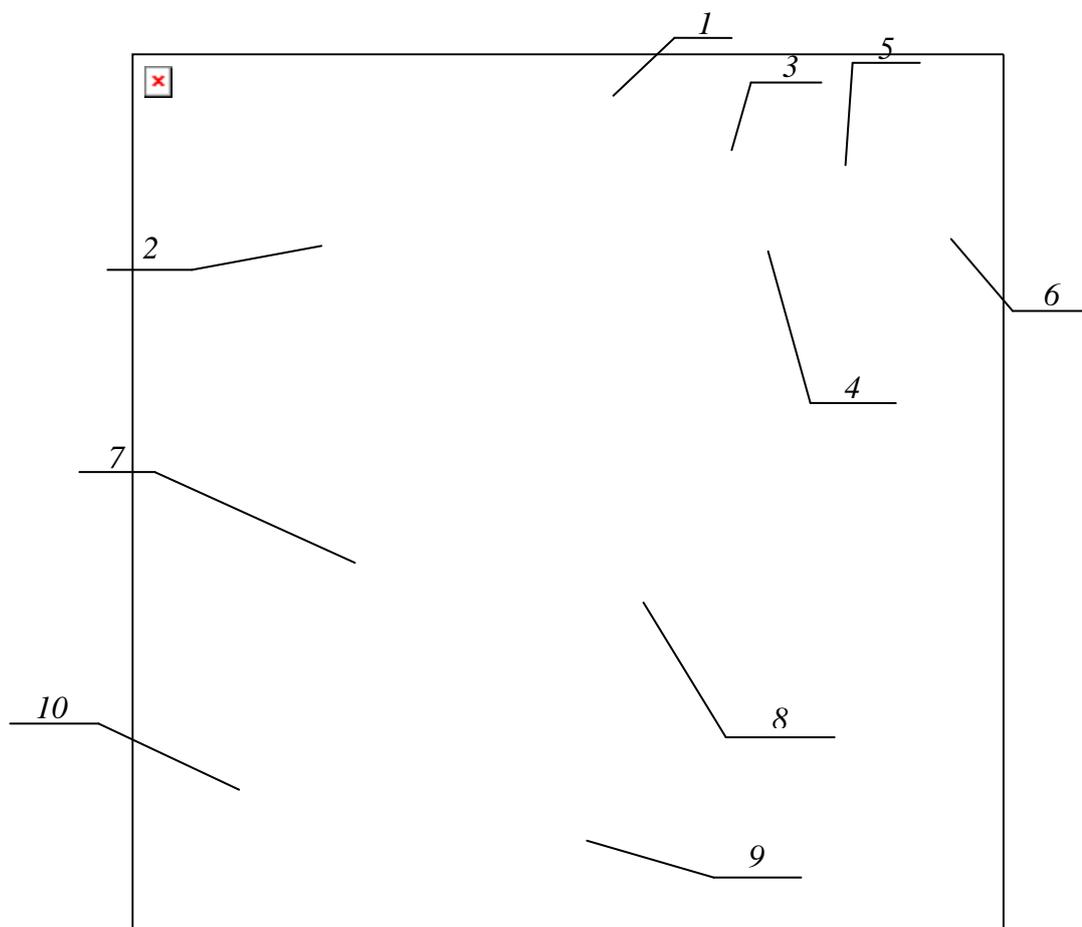
θ – угол сходимости опорного и предметного лучей;

λ_c – длина волны излучения лазера.

2. Разница длин опорного и предметного лучей не должна превышать длины когерентности лазера.

3. Для уменьшения величины фазовых сдвигов, возникающих в интерферометре вследствие температурного расширения, необходимо, чтобы длины опорного и предметного лучей после светоделиителя (см. позиция 2 на рис. Д.2) стремились к минимуму.

При установке лопаток в диске моделируются граничные условия, соответствующие жесткому закреплению, поэтому при проведении эксперимента также необходимо обеспечить жесткое закрепление хвостовика лопатки в приспособлении. Также приспособление должно иметь возможность крепиться в любой точке плиты голографической установки, что значительно облегчает построение ее оптической схемы. При проектировании приспособления учитывались особенности вибровозбуждения лопаток в голографическом эксперименте (рис. Д.3).



1 – лопатка; 2, 6 – прижимные болты; 3 – пьезовибровозбудитель, 4 – твердосплавный конус для передачи вибрации; 5 – виброотражатель; 7 – подставка; 8 – фиксирующие болты; 9, 10 – места установки электромагнитов

Рисунок Д.3 – Схема приспособления для крепления лопаток.

Условия проведения эксперимента не позволяют использовать воздушный поток или удар для возбуждения колебаний. Электромагнитное воздействие также

неприемлемо, так как в этом случае из-за действия вихревых токов на голограмме появляются паразитные интерференционные полосы. В конструкции зажимного приспособления (см. рис. Е.3) применен пьезовибровозбудитель, вмонтированный в корпус приспособления (приклеивание пьезокристалла на поверхность пера лопатки приводит к изменению упругих свойств материала). Вибровозбудитель представляет собой набор пьезокерамических шайб, соединенных по параллельной схеме. Количество шайб должно быть парным. Напряжение между ними подается при помощи пластинок из медной фольги толщиной $6 \cdot 10^{-5}$ м. Оба торца шайбы имеют одинаковую полярность. Питание вибровозбудителя осуществляется усилением сигнала звукового генератора.

Зажимное приспособление устанавливается в специальную подставку 7 при помощи винтов 8. Также в подставку вмонтирован электромагнит 9, что позволяет крепить приспособление в любой точке плиты установки. (см. рис. Е.3). Дальнейшее проведение эксперимента осуществляется в такой последовательности. Лопатка устанавливается в зажимное устройство и зажимается за хвостовик. Усилие зажатия контролируется по значению ее первой резонансной частоты. Если дальнейшее увеличение усилия заземления хвостовика лопатки не приводит к существенному изменению первой резонансной частоты, то можно считать, что граничное условие жесткого закрепления выполнено. С помощью магнитного основания лопатка в зажимном устройстве фиксируется на плите голографической установки. Варьируя положением лопатки и используя подвижные кассеты голографической установки, можно добиться такого положения точек освещения и голографических кассет, чтобы по отношению к центральной части лопатки векторы чувствительности образовали ортогональную тройку, симметричную относительно нормали к поверхности. Луч лазера пропускается через электрооптический модулятор излучения и проводится юстировка модулятора согласно прилагаемой к нему инструкции. Далее проводится компоновка и отладка оптической схемы (см. рис. Д.2). При использовании лазера типа ЛГН-215 и фотопластин ВРЛ или ЛОИ разность длин опорных и предметных пучков не

должна превышать длины когерентности излучения (300 нм). Кроме того, соотношение интенсивности предметных и соответствующих им опорных пучков должны находиться в пределах от 1:2 до 1:5. На голограмму, которая ниже называется «опорной», регистрируют лопатку, находящуюся в состоянии покоя. Эта голограмма обрабатывается обычным фотохимическим способом и возвращается на место экспонирования с интерферометрической точностью. Наблюдение процесса возникновения колебаний на поверхности "корыта" или "спинки" лопатки проводится через опорную голограмму. При этом уровень вибровозбуждения выбирают таким, чтобы амплитуда нерезонансных колебаний была ниже нижнего порога чувствительности интерферометра. Тогда при плавном изменении частоты вибровозбуждения легко наблюдать момент возникновения резонансного режима колебаний. Полосы интерференции, визуализирующие форму колебаний, обладают высокой контрастностью, достаточной для классификации формы колебаний и точной настройки на резонанс. Причем наблюдение формы колебаний значительно упрощается, если число "паразитных" интерференционных полос, видимых на поверхности лопатки вследствие усадки эмульсии, незначительное (2 – 3 полосы). После настройки на резонанс включается модуляция луча прямоугольными стробирующими импульсами. Скважность стробирования выбирается в пределах 8 – 10 (такой скважности достаточно для исследования колебаний с амплитудой до $50\lambda_c$). Наблюдая через опорную голограмму (см. рис. Д.1.) интерферограмму вибрирующей лопатки, следует добиться синхронизации стробирующих импульсов с амплитудными моментами колебаний. Для этого необходимо с помощью фазовращателя сдвинуть во времени стробирующие импульсы и наблюдать за яркостью полос интерференции, которая становится максимальной при синхронизации стробирующих импульсов с амплитудными отклонениями лопатки. На отдельные участки фотопластин регистрируются стробоинтерферограммы 7, 11 и 14 (см. рис. Д.2) вибрирующей лопатки. Выключив стробирование, на соседние участки тех же фотопластин при том же режиме колебаний, регистрируются усредненные по времени интерферограммы. Эти интерферограммы в дальнейшем

служат для определения положения узловых линий. Отэкспонированные фотопластинки обрабатываются фотохимическим способом, затем отбеливаются с целью увеличения яркости действительного изображения. После этого производится сушка голограмм в вертикальном положении при нормальных условиях. Далее с полученных голограмм берутся увеличенные фотоотпечатки интерферограмм и определяют порядки полос для всех интересующих узловых точек координатной сетки, нанесенной на поверхность, как спинки, так и корыта лопатки перед началом проведения эксперимента.

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Схема препарирования лопатки турбины тензодатчиками, структурная схема и описание вибростенда

Схема препарирования лопатки турбины тензодатчиками со стороны спинки представлена на рис. Е.1 [86]. Картина расположения датчиков со стороны корыта аналогична.

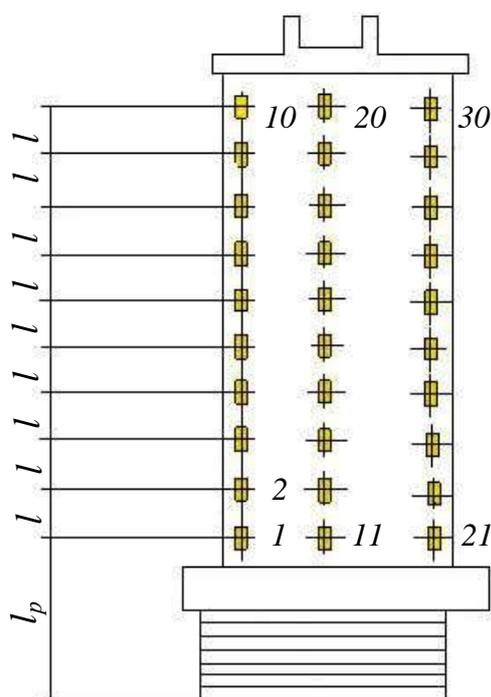
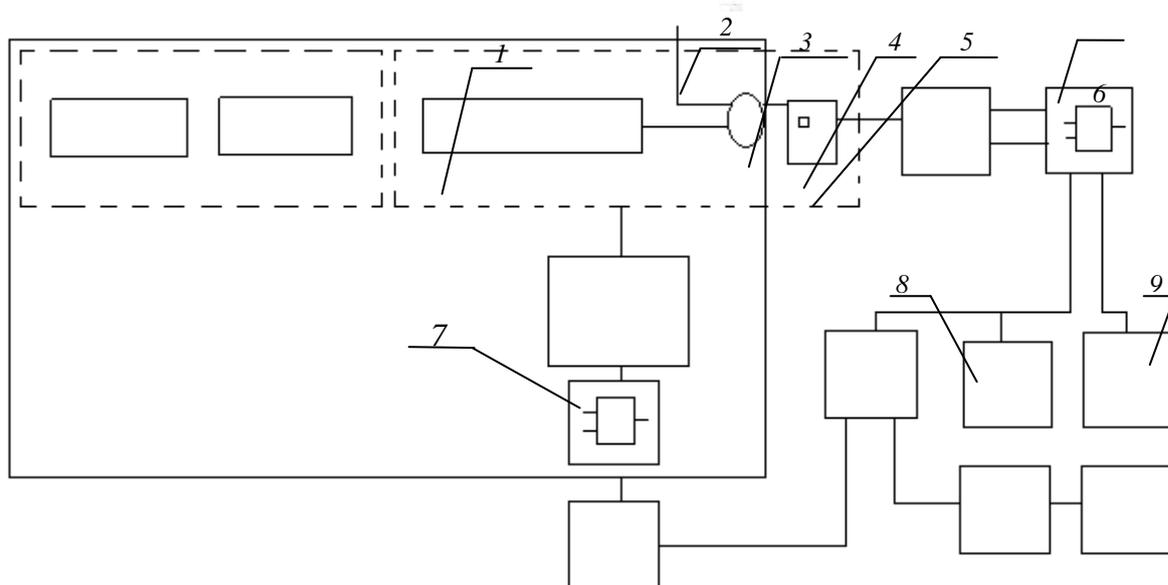


Рисунок Е.1 – Схема препарирования исследуемой лопатки турбины тензодатчиками со стороны спинки.

Изменяя частоту возмущающей силы, возможно провести исследование для каждой из форм колебаний, определенных предварительно методом голографической интерферометрии.

Для возбуждения резонансных колебаний объекта испытаний использовался специальный вибрационный стенд (рис. Е.2).



1. – вибратор; 2. – сопло; 3 – модулятор; 4 – объект испытаний; 5 – тензорезистор; 6, 7 – усилители тензометрические; 8, 9 – милливольтметры

Рисунок Е.2 – Структурная схема вибростенда.

С помощью вибратора 1 осуществляется бесконтактное возбуждение колебаний объекта испытаний 4 пульсирующей струей воздуха. Пульсация создается модуляцией профилированным диском 3 истекающей из сопла 2 струи сжатого воздуха, моделирующей распределенные газодинамические силы, воздействие которых приводят к возникновению переменных изгибных напряжений в лопатке. Частота возмущающей силы определяется произведением частоты вращения профилированного диска 3, равной рабочей частоте вращения ротора турбины, на число выступов на нем. Далее производится измерение милливольтметрами 7 и 8 и регистрация показаний всех тензорезисторов 5 с определением датчика, фиксирующего максимальное электрическое напряжение. В дальнейшем этот тензорезистор считается базовым и именно с учетом его показаний производится определение вибронапряжений, возникающих при колебаниях лопатки с данной частотой. Поддерживая постоянным электрическое напряжение на базовом тензорезисторе, осуществляется измерение показаний остальных датчиков. Электрическое напряжение на любом из тензодатчиков рассчитывается по следующей формуле [24, 86]:

$$U_i = 0,708 I_i S m \frac{\sigma_i R_k R_{mp}^i}{E(R_k + R_{mp}^i)}, \quad (E.1)$$

где U_i – электрическое напряжение на i – ом тензорезисторе, мВ;

I_i – сила тока на входной клемме i -го тензорезистора, А;

S – коэффициент тензочувствительности;

m – коэффициент усиления силы тока на тензометрическом усилителе б;

σ_i – искомое вибронапряжение в месте установки i -го тензорезистора, МПа;

E – модуль Юнга материала лопаток и диска исследуемого венца, МПа;

R_k – входное электрическое сопротивление измерительного канала тензометрического усилителя б, 7, Ом;

R_{mp}^i – электрическое сопротивление тензорезистора, Ом.

В процессе проведения эксперимента отношения вибронапряжений в местах расположения тензодатчиков к значению вибронапряжения в месте установки базового датчика фиксировались как отношение электрических сопротивлений, регистрируемых милливольтметрами, так как электрическое сопротивление на выходе из тензометрического усилителя прямо пропорционально относительной деформации. Следовательно, зная физико-механические характеристики материала лопаток, характеристики применяемых тензорезисторов, а также определив при помощи милливольтметров значение электрического напряжения на каждом тензорезисторе, исходя из формулы (E.1) определяются величины динамических напряжений в месте установки любого датчика. Таким образом, экспериментальным путем возможно найти поле напряжений в исследуемых лопатках.

ПРИЛОЖЕНИЕ К



Державне підприємство
Науково-виробничий комплекс газотурбобудування
«Зоря» - «Машпроект»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Заступник Генерального директора –

Генеральний конструктор

ДП НВКГ «Зоря»-«Машпроект»

Б.В. Ісаков



01 2014 р.

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

результатів кандидатської дисертаційної роботи

Моргуна Сергія Олександровича

Комісія в складі:

Голова

Кулішов С.Б. – зам. генерального конструктора ДП НВКГ
«Зоря»-«Машпроект», к.т.н.;

члени комісії:

Раїмов Р.І. – керівник проектів енергетичних ГТД;
Скрицький О.М. – керівник відділу міцності,

склала цей акт про те, що передані розрахункові методики, пакети прикладних програм та результати експериментальних досліджень **коливань і динамічної стійкості компресорних та турбінних лопаток ГТД**, що складають кандидатську дисертацію Моргуна С.О., впроваджені в ДП НВКГ «Зоря»-«Машпроект» при виконанні робіт по удосконаленню конструкцій газотурбінних двигунів.

Розроблені нові алгоритми дозволяють визначити основні динамічні характеристики, оптимальні геометричні параметри, напруження і деформації лопаток ГТД.

Використання розрахункових методів і прикладних програм дозволило замінити ряд стендових випробувань ГТД чисельними дослідженнями динамічної поведінки з використанням імітаційних математичних моделей, підвищити їх надійність, якість та техніко-експлуатаційні характеристики, скоротити витрати на виконання конструкторських і дослідно-довідних робіт, у результаті чого одержано економічний ефект.

Даний акт не може бути підставою для отримання будь-яких коштів з фондів підприємства.

Голова комісії:

 (С. Б. Кулішов)

Члени комісії:

 (Р.І. Раїмов)

 (О.М. Скрицький)

ПРИЛОЖЕНИЕ Л

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Директор ВАТ УкрНДІТСМ,
національний експерт України
по лазерній та лазерним технологіям,
к.т.н.



П.Я. Ревнюк

2013 р

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

результатів дисертаційної роботи аспіранта Національного університету кораблебудування Моргуна Сергія Олександровича з дослідження коливань та напружено-деформівного стану лопаток турбомашин при динамічному навантаженні

Даний акт складений у тому, що результати дисертаційної роботи Моргуна С.О. по дослідженню основних динамічних характеристик і напружено-деформованого стану лопаток та лопаточних дисків газотурбінного двигуна (ГТД) використані в ВАТ «Український науково-дослідний інститут технологій суднового машино-будування» (УкрНДІТСМ) при розробці сучасних нових технологій виготовлення силових елементів турбомашин.

Розроблені нові математичні моделі, алгоритми розрахунку на основі сучасних чисельних методів, пакети прикладних обчислювальних програм та методики експериментальних досліджень дозволяють визначити спектр частот і форми власних коливань компресорних та турбінних лопаток, дисків, їх напруження та деформації з урахуванням конструктивних неоднорідностей. Це дає можливість удосконалити конструкції лопаточних блоків ГТД, отримати достовірний прогноз їх віброміцності з урахуванням локальних конструктивних особливостей, скоротити витрати і строки проектування та виготовлення, підвищити ресурс та надійність експлуатації.

Особливий інтерес представляють методики проведення та результати експериментальних досліджень коливань лопаток методом голографічної інтерферометрії з використанням лазерної техніки та напружено-деформованого стану.

Результати досліджень представляють практичний інтерес, оскільки дозволяють оцінити вплив локальних неоднорідностей лопаток і дисків на їх динамічну поведінку та напружено-деформівний стан, визначити оптимальні конструктивні й геометричні параметри.

Даний акт виданий для пред'явлення за місцем захисту дисертації і не може бути підставою для отримання будь-яких коштів з фондів підприємства.

Нач. науково-дослідного
сектора

 В.Д. Колеснік

ПРИЛОЖЕНИЕ М

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи

Національного університету кораблебудування

імені адмірала П.С. Кашуба



В.С. Блінцов

17 вересня 2014 р.

А К Т

про впровадження в навчальний процес результатів кандидатської дисертації аспіранта Національного університету кораблебудування Моргуна Сергія Олександровича

Розроблені Моргуном С.О. нові алгоритми розрахунків, пакети прикладних програм, розрахункова методика та результати експериментальних досліджень коливань і напружено-деформівного стану лопаток та лопаткових елементів турбомашин, що складають матеріали його кандидатської дисертації, використані при виконанні держбюджетних тем: «Розробка методу експериментального визначення напружено-деформівного стану елементів високоефективних газотурбінних двигунів при резонансній вібрації» (номер державної реєстрації 0110U001323) та «Розробка математичних моделей і методів дослідження коливань та напружено-деформівного стану лопаткових та оболонкових елементів газотурбінних двигунів з урахуванням конструктивних та технологічних факторів» (номер державної реєстрації 0114U002009).

Розрахункові програми та алгоритми передані в науково-дослідну лабораторію «Надійність суднових машин» кафедри «Технології суднового машинобудування» НУК та використовуються в наукових дослідженнях та навчальному процесі.

Передані обчислювальна методика, алгоритми та програми розрахунку дозволяють визначати основні динамічні характеристики і напружено-деформований стан неоднорідних пружних лопаткових елементів турбомашин та їх оптимальні геометричні параметри.

Завідувач кафедри «Технології суднового машинобудування»,
д.т.н., професор

О.С. Каïров