

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

та завдання до самостійної роботи студентів по виконанню
курсної роботи з ТЕКС
"Знаходження відгуку лінійного електричного кола на заданий
зовнішній вплив"
зі застосуванням прикладного пакету MathCAD
для студентів спеціальності 172 "Радіотехніка"
всіх форм навчання

2018

Методичні вказівки та завдання до самостійної роботи студентів по виконанню курсової роботи з ТЕКС «Знаходження відгуку лінійного електричного кола на заданий зовнішній вплив» зі застосуванням прикладного пакету *MathCAD* для студентів спеціальності 172 «Радіотехніка» всіх форм навчання / Укладачі: Е.В.Власенко, Г.М.Романіченко, О.Л.Пазюк. — Запоріжжя: ЗНТУ, 2018. – 38 с.

Укладачі: Е.В.Власенко, доцент, канд. техн. наук,
Г.М.Романіченко, ст. викладач,
О.Л.Пазюк, завідувач лабораторією.

Рецензент: С.М.Тиховод, доцент, доктор техн. наук.

Відповідальний
за випуск Г.М.Романіченко, ст. викладач.

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні кафедри ТЗЕ
Протокол №6 від 20.09.2018.

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні науково-методичної комісії
Радіотехнічного факультету
Протокол №2 від 25.09.2018 р.

ЗМІСТ

Передмова	4
1 Загальні вказівки	5
1.1 Мета і завдання курсової роботи	5
1.2 Зміст і об'єм курсової роботи	5
1.3 Керівництво курсовою роботою	5
1.4 Оформлення і захист курсової роботи	5
2 Завдання до курсової роботи	6
2.1 Завдання до розрахунку топологічними методами	6
2.2 Завдання до розрахунку перехідних процесів	7
3 Стислі відомості про топологічні методи	8
3.1 Елементи теорії графів	8
3.2 Основні рівняння електричного кола	12
3.3 Аналіз електричного кола на базі його основних рівнянь у координатах струмів віток	13
3.4 Перевірка вірності розв'язку	14
4 Методи розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах	15
4.1 Класичний метод	15
4.2 Операторний метод	16
5 Приклади розв'язання задач з перехідних процесів	17
5.1 Приклад розв'язку класичним методом	17
5.1.1 Завдання до задачі рис. 5.1	17
5.1.2 Розрахунок схеми рис. 5.1 до комутації	17
5.1.3 Розрахунок схеми рис. 5.1 після комутації	18
5.1.4 Побудова графічних залежностей засобами <i>MathCAD</i> ...	23
5.2 Приклад розв'язку операторним методом	25
5.2.1 Розрахунок схеми рис. 5.1 до комутації	25
5.2.2 Розрахунок примушеної складової	25
5.2.3 Розв'язок вільного режиму операторним методом	25
5.2.4 Рівняння для вільного режиму в операторній формі запису	26
5.2.5 Перехід від зображення до оригіналу	26
6 Рекомендована література	29
Додаток А Схеми електричних кіл до топологічних методів	30
Додаток Б Схеми до розрахунку перехідних процесів	36
Додаток В Графік виконання курсової роботи	38

ПЕРЕДМОВА

Методичні вказівки містять у собі короткі теоретичні поняття, завдання до курсової роботи та приклади розв'язку задач з дисципліни «Теорії електронних кіл і сигналів» (ТЕКС). Вони призначені для кращої підготовки студентів з ТЕКС, раціонального використання часу, що відведено для вивчення курсу, поліпшенню впровадження комп'ютерів при виконанні й оформленні курсової роботи за допомогою математичного пакета *MathCAD*.

Завдання до курсової роботи обирають згідно із номером варіанту, що відповідає номеру студента в списку журналу академічної групи, складеному на початок семестру. Номер схеми (n) відповідає номеру варіанта, вхідні параметри надані у розділі «Завдання до курсової роботи». Додаткові коефіцієнти у вхідних даних позначені числами a , h (від 1 до 15). Для кожної академічної групи їх задає викладач, що веде лекції з ТЕКС.

Результати виконання курсової роботи необхідно оформити на білих аркушах стандарту А4 згідно вимогам СТП 15-96. На титульному листі обов'язково повинні бути тема роботи, прізвище виконавця, номер академічної групи, номер варіанту.

Після виконання й оформлення робота проходить рецензію у викладача, що веде практичні заняття з ТЕКС та підлягає захисту перед комісією, призначеною кафедрою ТЗЕ у термін, що встановлено учбовим планом.

1 ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ

Методичні вказівки містять у собі основні положення з таких розділів курсу «Теорії електронних кіл і сигналів» (ТЕКС):

- методи аналізу кіл, що орієнтовані на застосування ЕОМ;
- аналіз перехідних процесів у лінійних електричних колах.

Ці методичні вказівки містять загальні вимоги, завдання до курсової роботи, послідовність та термін виконання і захисту роботи а також приклади розв'язку деяких завдань.

1.1 Мета і завдання курсової роботи

Мета курсової роботи – закріпити та поглибити теоретичні знання студентів з курсу ТЕКС, виробити в них практичні навички розрахунку лінійних радіотехнічних кіл в сталих та перехідних режимах роботи різними методами зі застосуванням сучасної обчислювальної техніки.

Завданням курсової роботи є розробка топології радіотехнічного кола, як новітньої технології у розрахунку таких кіл, а також розрахунок перехідних процесів в лінійних колах із зосередженими параметрами.

1.2 Зміст і об'єм курсової роботи

Курсова робота складається з пояснювальної записки об'ємом 20...25 сторінок, включаючи малюнки, графіки і таблиці.

Зміст пояснювальної записки:

- титульний лист; завдання на курсову роботу; реферат; зміст; вступ;
- розрахунки та пояснення до першої частини курсової роботи;
- розрахунки та пояснення до другої частини курсової роботи;
- висновки; перелік використаних джерел; додатки.

1.3 Керівництво курсовою роботою

Керівником курсової роботи є викладач, який проводить практичні заняття з ТЕКС.

1.4 Оформлення і захист курсової роботи

Пояснювальна записка повинна бути оформлена у відповідності з вимогами Державного стандарту та СТП 15-96 ЗДТУ (книга 630). Похибки у розрахунках не повинні перевищувати 5%.

2 ЗАВДАННЯ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ

2.1 Завдання до розрахунку топологічними методами

2.1.1 Величини пасивних елементів і джерел енергії у схемі знаходимо за виразами:

$$R_1 = (20 + n), \text{ Ом}; \quad R_2 = (2m + 2n), \text{ Ом}; \quad R_3 = (5m + 3n), \text{ Ом};$$

$$R_4 = 40 \text{ Ом}; \quad R_5 = 50 \text{ Ом};$$

$$L_1 = (5 \cdot n), \text{ мГн}; \quad L_2 = 40, \text{ мГн}; \quad C_1 = (9a/n), \text{ мкФ}; \quad C_2 = (20n/h), \text{ мкФ}.$$

$$e_1(t) = (m + 10 \cdot n) \cdot \sin(\omega t + \psi), \text{ В}; \quad e_2(t) = (10 \cdot m + 5 \cdot n) \cdot \cos(\omega t), \text{ В};$$

$$j(t) = h \cdot \sin(\omega t - n \cdot 10^\circ), \text{ А}; \quad f = (30 \cdot a) \text{ Гц}; \quad \psi = (5^\circ \cdot n),$$

де: $m = (a + h)$;

n – номер фамілії студента у журналі академічної групи;

a – сума перших трьох цифр номера академічної групи;

h – сума цифр у числі n .

2.1.2 Для схеми, що зображена у Додатку А відповідно номеру варіанта, виконати наступне:

- зобразити схему та записати величини усіх її елементів. Джерела енергії та пасивні елементи вважати ідеальними;
- збудувати граф цієї схеми;
- скласти відповідні топологічні матриці ($[P]$, $[G]$), матрицю опорів віток $[Z]$, вектори-стовпці активних елементів схеми $[E]$, $[J]$. Комплексні величини записувати в алгебраїчній формі;
- записати топологічні рівняння для схеми за законами Кірхгофа;
- розв'язати топологічні рівняння відносно струмів віток на ЕОМ за допомогою математичного пакета *MathCAD*;
- перевірити результати за допомогою рівняння енергетичного балансу;
- побудувати векторну діаграму струмів і напруг у одній координатній площині із обов'язковим дотриманням масштабів для струмів і напруги.

2.2 Завдання до розрахунку перехідних процесів

2.2.1 Номер варіанта (номер схеми n у Додатку Б) відповідає номеру студента у журналі академічної групи.

2.2.2 Величини пасивних елементів і джерел енергії схеми знаходимо за виразами:

$$R_1 = (20 + a) \text{ Ом};$$

$$R_2 = (2m + 2n) \text{ Ом};$$

$$R_3 = (5m + 3n) \text{ Ом};$$

$$R_4 = 40 \text{ Ом}.$$

$$L = (5 \cdot n) \text{ мГн};$$

$$C = (10 \cdot n/a) \text{ мкФ}.$$

$$E_{4m} = (m + 10 \cdot n) \text{ В};$$

$$e_4(t) = E_{4m} \cdot \sin(\omega t + \psi) \text{ В};$$

$$\omega = 10^3 \text{ с}^{-1}; \quad \psi = (5^\circ \cdot n);$$

$$j(t) = h \cdot \sin(\omega t - n \cdot 10^\circ) \text{ А}.$$

Примітки:

- Для непарних варіантів із 1 по 19: $L_1 = L$; $L_2 = 0$. Комутація ключа $S1$ - на замикання;
- Для непарних варіантів з 21 по 39: $L_1 = L$; $L_2 = 0$. Комутація ключа $S1$ - на розмикання;
- Для парних варіантів із 2 по 20: $L_1 = 0$; $L_2 = L$. Комутація ключа $S1$ - на замикання ;
- Для парних варіантів із 22 по 40: $L_1 = 0$; $L_2 = L$. Комутація ключа $S1$ - на розмикання;
- Кількість джерел ЕРС у схемі та рід енергії, яку вони виробляють для кожного варіанта визначає викладач.

2.2.3 Для схеми (Додаток Б) відповідно номеру варіанта знайти аналітичні вирази перехідних значень струмів і напруги на тих елементах, що їх вкаже викладач, та відобразити їх графічно. Розрахунки провести *класичним* і *операторним* методами.

2.2.4 Порівняти два методи розрахунку перехідних процесів, зробити висновки по роботі

3 СТИСЛІ ВІДОМОСТІ ПРО ТОПОЛОГІЧНІ МЕТОДИ

3.1 Елементи теорії графів

3.1.1 При вивченні методів розрахунку електричних кіл доцільно застосовувати деякі топологічні поняття, до числа яких відносяться спрямовані і не спрямовані графи.

Топологічними графом називають геометричний образ схеми електричного кола у вигляді сукупностей точок (*вершин* графа), сполучених лініями (дугами графа). *Дуга* графа – це відрізок спрямованої безперервної лінії, що в загальному випадку виходить з однієї вершини і входить в іншу. Напрямок дуги вказується стрілкою. Такий граф називають *орієнтованим* (спрямованим). У теорії графів мають значення такі поняття як контур, вузол, дерево, зв'язки (хорди), підграф, перетини.

Контуром називають замкнутий шлях обходу по дугах кола, у якому один із вузлів є початковим і кінцевим вузлом шляху.

Деревом графа називають підграф, що з'єднує всі вузли кола і не має жодного замкнутого контуру.

Вітки, що доповнюють дерево графа до повного графа, називають *зв'язками* або *хордами*. На рисунку 3.1.а представлена електрична схема, а на рисунку 3.1.б – граф цієї схеми. Вітки дерева зображені жирними лініями, вітки зв'язку (хорди) - тонкими.

Незалежним (головним) називають контур, що складається з віток дерева і *тільки однієї* вітки зв'язку (хорди). Незалежні контури не містять джерел струму. Незалежних контурів стільки, скільки хорд має граф схеми.

Найпростішим контуром називають контур, внутрішня область якого не перетинається жодною віткою графа.

Перетином графа (схеми) називають безліч віток, видалення яких поділяє граф на два ізольовані підграфи, один із яких в окремому випадку може бути ізольованим вузлом. Перетин можна зобразити у вигляді сліду деякої замкнутої поверхні, що розсікає відповідні вітки. Головними називають перетини, кожний з яких розсікає кілька віток зв'язку і тільки одну вітку обраного дерева.

3.1.2 Основні структурні елементи електричного кола:

- вітки, що відповідають двополюсникам, з яких складене коло;
- вузли, які відповідають точкам сполучення віток;
- контури, як замкнені окреслення, що проходять через вузли та вітки.

Наприклад, електричне коло, що зображено на рисунку 3.1.*a* має орієнтований граф (рис.3.1.*б*).

Засіб з'єднання віток електричного кола зобразимо за допомогою графа, вершини якого відповідають вузлам схеми кола, ребра – його віткам. Ребрам графа електричного кола задамо певний напрямок, який відповідає умовно-додатним напрямкам струмів віток кола. На графі, що зображено на рис.3.1.*б*, не накреслене ребро, що відповідає джерелу струму J_5 , оскільки його внутрішній адмітанс (комплексна провідність) дорівнює нулеві.

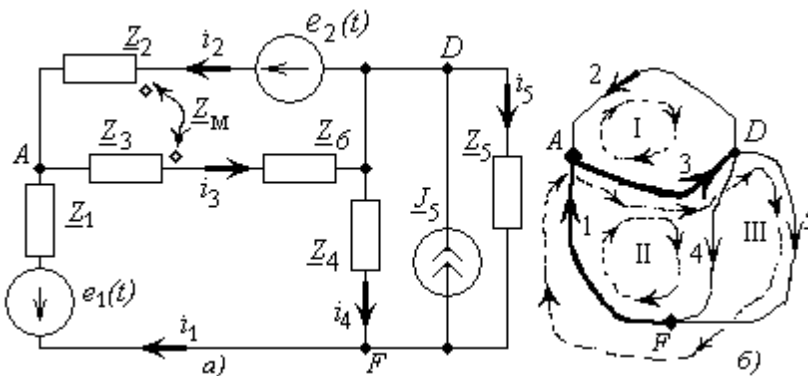


Рисунок 3.1 - Схема електричного кола (*a*) та його граф (*б*).

Для аналітичного запису структури електричного кола використовують матриці контурів [Г] та матриці сполучень [П].

3.1.3 Перша матриця інциденцій [По].

Її рядки підпорядковані вершинам, стовпці - дугам (ребрам) графа. На перетині r -го рядка та s -го стовпця цієї матриці ставлять:

- +1, якщо з вершиною k збігається початок s -ї дуги (ребра);
- 1, коли з вершиною k збігається кінець s -ї дуги;
- 0, якщо з вершиною k дуга (ребро) s не збігається.

Для наданого графа (рис. 3.1.б), перша матриця інциденцій:

$$[\Pi_0] = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Як впливає з правил побудови першої матриці інциденцій $[\Pi_0]$, сума елементів по стовпцях дорівнює нулеві. Це означає, що один рядок матриці $[\Pi_0]$ лінійно залежний. Тому на практиці, як правило, користуються *скороченою* першою матрицею інциденцій, в якій не враховується одна з вершин графа. Таку вершину зазвичай називають *базовою*. Отже, скорочена перша матриця інциденцій графа, який показано на рисунку 3.1.б, при базовій вершині D має вигляд:

$$[\Pi] = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Цю матрицю за усталеною традицією у теорії кіл називають матрицею сполучень або *матрицею вершин*.

3.1.4 Матриця контурів $[\Gamma]$ (або друга матриця інциденцій).

Її рядки підпорядковуються незалежним контурам (циклам), а стовпці – ребрам (віткам) графа. На перетині r -го рядка та s -го стовпця цієї матриці ставлять $+1$, якщо обхід контуру збігається з напрямом ребра графа, якщо ні – пишемо (-1) . Якщо вітка s не належить до контуру I , пишемо 0 . Напрямок обходу контуру обираємо довільно.

Для графа, що зображено на рис.3.1.б, матриця контурів :

$$[\Gamma] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.1.5 Структурні елементи електричного кола.

Усі фізичні величини, елементи та рівняння електричного кола подаватимемо у символічній формі.

Параметри електричного кола – імпеданси (комплексні опори) та адмітанси (комплексні провідності), а також їх складові – резистанси (активні опори), реактанси (реактивні опори), кондуктанси (активні провідності), та сусцептанси (реактивні провідності) записуватимемо у

вигляді відповідних матриць. Розглянемо основні з них. Символом ρ позначатимемо кількість віток, символом q – кількість вузлів.

Матриця імпедансів $[\underline{Z}]$ – $\rho \times \rho$ -вимірна матриця, по діагоналі якої записують власні імпеданси віток, а на перетині r -го рядка та s -го стовпця записують *взаємний імпеданс* між r -ю та s -ю вітками (із врахуванням узгодженості щодо умовно-додатних напрямів струмів віток). Для схеми кола рисунка 3.1.а матриця імпедансів віток:

$$[\underline{Z}] = \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_2 & \underline{Z}_M & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_M & (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_5 \end{bmatrix},$$

де $\underline{Z}_M = -\underline{Z}_{23}$ – взаємний опір між другою та третьою вітками, який виникає через магнітний зв'язок між ними. Він має знак «мінус» тому, що з'єднання опорів – зустрічне.

3.1.6 Матриця адмітансів віток $[\underline{Y}]$ – $\rho \times \rho$ - вимірна матриця, яка дорівнює оберненій матриці імпедансів віток, а саме:

$$[\underline{Y}] = [\underline{Z}]^{-1}, \quad (3.1)$$

Матриці, що наведені, можна виразити через складові:

$$[\underline{Z}] = [R + jX]; \quad [\underline{Y}] = [G - jB]. \quad (3.2)$$

3.1.7 Для запису вимушувальних сил і координат режиму застосовуватимемо багатовимірні вектори. У рівняннях їх зображатимемо як вектори-стовпці, або як транспоновані вектори. Зауважимо, що для цієї ж мети використовують матриці-стовпці. Покажемо запис основних багатовимірних векторів-стовпців.

Багатовимірний вектор джерел ЕРС віток – ρ -вимірний вектор, складові якого є джерелами ЕРС віток кола. Якщо додатний напрям ЕРС у вітці збігається з умовно-додатним напрямом її струму (тобто з напрямом відповідного ребра графа), то вона записується зі знаком “плюс”, у протилежному випадку – зі знаком “мінус”.

Для схеми (Рис. 3.1.а) транспонований вектор ЕРС віток:

$$[\underline{E}] = (-\underline{E}_1, \underline{E}_2, 0, 0, 0)^T.$$

Багатовимірний вектор джерел струмів ($ДС$) – $(q-1)$ - вимірний вектор, складові якого є джерелами струмів вузлів кола. Якщо $ДС$ спрямоване від вузла, то при цій координаті вектора ставитимемо знак "плюс", у протилежному випадку – знак "мінус". Для схеми кола рисунка 3.1.*a* вектор-стовпець джерел струмів:

$$[\underline{\mathbf{J}}] = (0, -\underline{J}_5)^T .$$

Багатовимірний вектор напруг віток, координатами якого виступають напруги віток, для схеми кола рисунка 3.1.*a* має вигляд:

$$[\underline{\mathbf{U}}] = (U_1, U_2, U_3, U_4, U_5)^T .$$

Оскільки напруги віток спрямовані за струмами, то компоненти вектора додатні.

Багатовимірний вектор струмів віток – аналогічний векторові напруг віток. Для схеми кола рис. 3.1.*a* вектор-стовпець струмів віток:

$$[\underline{\mathbf{I}}] = (I_1, I_2, I_3, I_4, I_5)^T .$$

3.2 Основні рівняння електричного кола

3.2.1 Рівняння віток кола

Наприклад, для другої вітки кола (рисунок 3.1) це рівняння має вигляд:

$$\underline{Z}_2 \cdot I_2 + (-\underline{Z}_{23}) \cdot I_3 - \underline{U}_2 = \underline{E}_2 .$$

У загальному випадку рівняння віток кола є системою координатних рівнянь:

$$\begin{cases} \underline{Z}_{11}I_1 + \underline{Z}_{12}I_2 + \dots + \underline{Z}_{1p}I_p = \underline{E}_1 + \underline{U}_1 \\ \underline{Z}_{21}I_1 + \underline{Z}_{22}I_2 + \dots + \underline{Z}_{2p}I_p = \underline{E}_2 + \underline{U}_2 \\ \dots \\ \underline{Z}_{p1}I_1 + \underline{Z}_{p2}I_2 + \dots + \underline{Z}_{pp}I_p = \underline{E}_p + \underline{U}_p \end{cases} .$$

У векторно-матричній формі рівняння віток можна записати:

$$[\underline{\mathbf{Z}}] \cdot [\underline{\mathbf{I}}] = [\underline{\mathbf{E}}] + [\underline{\mathbf{U}}] . \quad (3.3)$$

Якщо замість матриці імпедансів віток $[\underline{\mathbf{Z}}]$ підставити в (3.3) її матрицю адмітансів зі співвідношення (3.1), то одержимо іншу форму векторно-матричного рівняння віток:

$$[\underline{\mathbf{I}}] = [\underline{\mathbf{Y}}] \cdot ([\underline{\mathbf{E}}] + [\underline{\mathbf{U}}]) . \quad (3.4)$$

Множення матриці сполучень на вектор-стовпець струмів віток є алгебраїчне додавання струмів у незалежних вузлах кола, тобто відповідає векторному вузловому рівнянню:

$$[\Pi] \cdot [\underline{I}] = [\underline{0}] \quad (3.5)$$

Якщо присутні джерела струмів у вузлах кола, тоді векторне вузлове рівняння набирає вигляду:

$$[\Pi] \cdot [\underline{I}] + [\underline{J}] = [\underline{0}] \quad (3.6)$$

що є його загальним виразом.

Добуток матриці $[\Gamma]$ на вектор-стовпець напруг віток дає алгебраїчне додавання напруг по контурах, тобто відповідає векторному контурному рівнянню:

$$[\Gamma] \cdot [\underline{U}] = [\underline{0}] \quad (3.7)$$

3.3 Аналіз електричного кола на базі його основних рівнянь у координатах струмів віток

Перемножимо рівняння (3.3) на матрицю контурів $[\Gamma]$ (зліва). Отримаємо:

$$[\Gamma] \cdot [\underline{Z}] \cdot [\underline{I}] = [\Gamma] \cdot [\underline{E}] + [\Gamma] \cdot [\underline{U}] \quad .$$

Враховуючи рівняння (3.7), маємо:

$$[\Gamma] \cdot [\underline{Z}] \cdot [\underline{I}] = [\Gamma] \cdot [\underline{E}] \quad (3.8)$$

Отже, маємо векторно-матричні вузлові та контурні рівняння у координатах струмів віток:

$$[\Pi] \cdot [\underline{I}] = -[\underline{J}];$$

$$[\Gamma] \cdot [\underline{Z}] \cdot [\underline{I}] = [\Gamma] \cdot [\underline{E}],$$

які містять p координатних рівнянь із p невідомими координатами вектора струмів у вітках електричного кола $[\underline{I}]$.

Наведені матричні рівняння об'єднуємо в одне блочне рівняння шляхом вертикального склеювання (конкатенації) строк - підматриць:

$$\left\| \begin{array}{c} [\Pi] \\ [\Gamma] \cdot [\underline{Z}] \end{array} \right\| \cdot [\underline{I}] = \left\| \begin{array}{c} -[\underline{J}] \\ [\Gamma] \cdot [\underline{E}] \end{array} \right\| \quad (3.9)$$

Вузлові та контурні рівняння у координатах струмів віток є найпоширенішою формою таких рівнянь у теорії кіл і сигналів – це топологічна форма запису рівнянь за законами Кірхгофа.

Вектор струмів віток $[\underline{I}]$ знайдемо з виразу:

$$[\underline{I}] = \left\| \begin{array}{c} [\underline{\Pi}] \\ [\underline{\Gamma}] \cdot [\underline{Z}] \end{array} \right\|^{-1} \cdot \left\| \begin{array}{c} -[\underline{J}] \\ [\underline{\Gamma}] \cdot [\underline{E}] \end{array} \right\| \quad (3.10)$$

3.4 Перевірка вірності розв'язку

3.4.1 Один із засобів перевірки результатів розв'язку базується на векторно-матричних вузлових рівняннях (3.6)

$$[\underline{\Pi}] \cdot [\underline{I}] + [\underline{J}] = [\underline{0}]$$

та контурних рівняннях (3.8):

$$[\underline{\Gamma}] \cdot [\underline{Z}] \cdot [\underline{I}] - [\underline{\Gamma}] \cdot [\underline{E}] = [\underline{0}].$$

3.4.2 Другий засіб базується на перевірці балансу активних і реактивних потужностей кола із урахуванням взаєміндукції між вітками кола.

Наприклад, для кола, що зображено на рис. 3.1 напругу на кожній вітці можна знайти за формулою:

$$[\underline{U}] := [\underline{Z}] \cdot [\underline{I}] - [\underline{E}].$$

Напруга на джерелі струму в цій схемі – це напруга на п'ятій вітці:

$$U_J := U_5.$$

Потужність, яку виробляють всі джерела енергії цього кола:

$$\underline{S}_{дж} := \underline{E}_1 \cdot (-\bar{I}_1) + \underline{E}_2 \cdot \bar{I}_2 + \underline{U}_J \cdot \bar{I}_5,$$

де \bar{I}_k – спряжені комплекси відповідних струмів.

Потужність, яка споживається пасивними двополюсниками схеми із урахуванням взаєміндукції між вітками кола:

$$\underline{S}_{cn} := \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k \left(|I_k|^2 \right) + \underline{Z}_M \left(I_2 \cdot \bar{I}_3 \right) + \underline{Z}_M \left(I_3 \cdot \bar{I}_2 \right).$$

Звичайно, що потужності повинні співпадати, відносна похибка не може перевищувати 1%.

4 МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

Перехідним процесом називають процес переходу електричного кола від одного енергетичного стану до іншого при стрибкоподібних змінах (при *комутації*) будь-яких параметрів кола. Фактично – це задача про розв’язок інтегро-диференціальних рівнянь з метою знаходження струму, як функції часу. Розв’язок таких рівнянь проводять різними методами, серед яких найбільш поширеними є класичний, операторний, інтеграл Дюамеля, чисельний, частотний.

4.1 Класичний метод

Цей метод базується на безпосередньому інтегруванні системи диференціальних рівнянь. Рекомендований порядок розрахунку:

4.1.1 Знаходимо кількість віток і вузлів у схемі та довільно обираємо додатні напрями струмів у вітках.

4.1.2 Розрахунок схеми до комутації:

- зображуємо схему, що була до комутації і проставляємо напрями струмів у вітках цієї схеми $i(0_-)$;
- за допомогою законів Ома і Кірхгофа знаходимо *незалежні* початкові умови: $i_L(0_-)$ та $u_C(0_-)$;

4.1.3 Розрахунок схеми після комутації:

- зображуємо схему, яка виникає в наслідок комутації;
- складаємо систему незалежних диференціальних рівнянь за законами Кірхгофа, що описують перехідний процес (основна система);
- розв’язуємо основну систему в декілька етапів:

а) розраховуємо усталений режим – знаходимо *частинний розв’язок* основної системи рівнянь для визначення примушених складових струму (i_{np}) або напруги (u_{np});

б) розраховуємо вільний режим (i_e, u_e) – знаходимо *загальний розв’язок* системи *однорідних* диференціальних рівнянь таким чином:

- складаємо характеристичне рівняння та знаходимо його корені;
- визначаємо *залежні* початкові умови;
- знаходимо постійні інтегрування;
- записуємо вільну складову в зручній формі.

4.1.4 Повний (перехідний) струм або напругу одержуємо як алгебраїчну суму примушеної та вільної складових цього процесу:

$$i(t) = i_{np}(t) + i_e(t); \quad u(t) = u_{np}(t) + u_e(t) .$$

4.2 Операторний метод

Ідея цього методу полягає в тому, щоб замість розв'язку диференціальних рівнянь в області дійсних змінних перейти до області функцій комплексного змінного $p = \delta + j\omega$, де операції диференціювання та інтегрування замінені відповідно на множення та поділення на оператор p .

Таким чином замість інтегрально-диференційних рівнянь отримаємо алгебраїчні рівняння, результатом розв'язку яких буде *операторне зображення* шуканої функції. Перехід від зображення до оригіналу (часової функції) проводять за допомогою таблиць Лапласа, формули розкладання або чисельного розрахунку на ЕОМ.

Рекомендована послідовність розрахунку операторним методом:

4.2.1 Задаємо додатні напрямки струмів.

4.2.2 Розраховуємо схему до комутації з метою знаходження незалежних початкових умов: $i_L(0_-)$ та $u_C(0_-)$.

4.2.3 Складаємо операторну схему заміщення. Для цього у схемі після комутації формально замінюємо реальні елементи на їх операторні зображення. Проставляємо напрямки операторних струмів на ній;

4.2.4 Для операторної схеми заміщення складаємо систему операторних рівнянь згідно з методами розрахунку електричних кіл.

4.2.5 Розв'язуємо одержані рівняння – знаходимо *операторні зображення* невідомих величин (струмів чи напруг):

$$I(p) = F_1(p) / F_2(p); \quad U(p) = F_3(p) / F_4(p),$$

де $F_1(p)$; $F_3(p)$; $F_2(p)$; $F_4(p)$ – правильні поліноми по ступенях p , відповідно чисельника та знаменника в операторному зображенні;

4.2.6 Перехід від зображення до оригіналу здійснюємо, застосовуючи обернене перетворювання Лапласа. Для цього використовуємо або таблиці зображень та оригіналів по Лапласу, або формулу *розкладання*;

4.2.7 Збудуємо графіки сталої та вільної складових перехідного процесу, а також графік повного (перехідного) процесу, дотримуючись масштабу.

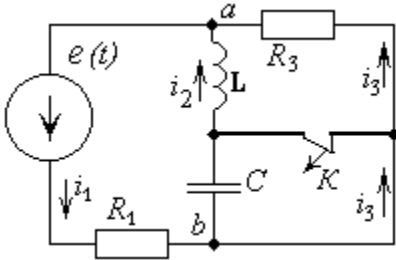
5 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

5.1 Приклад розв'язку класичним методом

5.1.1 Завдання до задачі рис. 5.1

Для електричного кола, що зображено на рис. 5.1 знайти закон зміни у часі струму через індуктивність $i_2(t)$.

Комутація ключа K здійснюється у момент часу $t = 0$



Дано: $e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi)$ В;
 $E_m = 50$ В; $\omega = 10^3$ с⁻¹; $\psi = 0^\circ$;
 $L = 20$ мГн = 0.02 Гн;
 $C = 20$ мкФ = $2 \cdot 10^{-5}$ Ф.
 $R_1 = 10$ Ом;
 $R_3 = 40$ Ом.

Рисунок 5.1 – Схема електричного кола

5.1.2 Розрахунок схеми рис. 5.1 до комутації

Зображуємо схему до комутації (якщо в цьому є потреба) та знайдемо *незалежні початкові умови*. Оскільки до комутації ключ K був замкнений – напруга на ємності буде відсутня: $U_C(0_-) = 0$. Усі інші розрахунки треба провести у комплексній формі запису:

- опір реактивних елементів

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j \cdot \omega C} = -j \cdot X_C = -j50 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_L = j \cdot \omega L = j20 \text{ Ом}.$$

- комплексна амплітуда джерела живлення $\underline{E}_m = 50 \cdot e^{j0^\circ}$;

Еквівалентний опір усього кола до комутації:

$$\underline{Z}_{ekv_} = R_1 + \frac{R_3 \cdot j\omega L}{R_3 + j\omega L} = 10 + \frac{40 \cdot 20 \cdot e^{j90^\circ}}{44.7 \cdot e^{j27^\circ}} = 18 + j16 = 24.1 \cdot e^{j42^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплексна амплітуда струму через джерело живлення:

$$\underline{I}_{1m} = \frac{\underline{E}_m}{\underline{Z}_{ekv_}} = 2.076 \cdot e^{-j42^\circ} \text{ А}.$$

Комплексна амплітуда струму через індуктивність:

$$I_{2m} = I_{1m} \frac{R_3}{R_3 + j\omega L} = 2.076e^{-j42^\circ} \cdot \frac{40}{44.7 \cdot e^{j27^\circ}} = 1.857e^{-j68^\circ} \text{ А.}$$

Миттєве значення струму через індуктивність до комутації:

$$i_L(\omega t_-) = 1.857 \cdot \sin(\omega \cdot t - 68^\circ) \text{ А.}$$

Незалежні початкові умови (при $t = 0$):

$$i_L(0_-) = 1.857 \cdot \sin(0 - 68^\circ) = -1.724 \text{ А.} \quad U_C(0_-) = 0.$$

5.1.3 Розрахунок схеми рис. 5.1 після комутації

Після комутації ключ розмикається. В результаті такої дії у другу вітку підключається ємність послідовно із індуктивністю – починається перехідний процес. Для розрахунку реакції кола на таку зовнішню дію проведемо розрахунки у такій послідовності:

5.1.3.1 Складемо систему інтегрально-диференціальних рівнянь за законами Кірхгофа для схеми після комутації (основна система):

$$\left. \begin{aligned} i_1 - i_2 - i_3 &= 0 \\ R_1 i_1 + \frac{1}{C} \int i_2 dt + L \frac{di_2}{dt} &= E_m \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ R_1 i_1 + R_3 i_3 &= E_m \sin(\omega \cdot t + \psi) \end{aligned} \right\} \cdot \quad (5.1)$$

5.1.3.2 Розраховуємо *усталений* (примушений) режим струму (i_{np}) або напруги (u_{np}) – знаходимо частинний розв'язок системи рівнянь (5.1).

З огляду на те, що примушена складова – це ті струми і напруги, які будуть в електричному колі *після* закінчення перехідного процесу застосуємо комплексний метод.

Опір другої вітки після комутації в усталеному режимі

$$\underline{Z}_{2np} = j\omega L - j \frac{1}{\omega C} = -j30 = 30 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ Ом.}$$

Еквівалентний опір усього кола в усталеному режимі

$$\underline{Z}_{np} = R_1 + \frac{R_3 \cdot \underline{Z}_{2np}}{R_3 + \underline{Z}_{2np}} = 10 + \frac{40 \cdot 30 \cdot e^{-j90^\circ}}{50 \cdot e^{-j37^\circ}} = 31.1 \cdot e^{-j38^\circ} \text{ Ом.}$$

Струм через джерело е.р.с. в усталеному режимі за законом Ома:

$$\underline{I}_{1m \text{ пр}} = \frac{\underline{E}_m}{\underline{Z}_{np}} = 1.61 \cdot e^{j38^\circ} \text{ А.}$$

Комплекс струму другої вітки в усталеному режимі:

$$\underline{I}_{2m \text{ пр}} = \underline{I}_{1m \text{ пр}} \frac{R_3}{R_3 + \underline{Z}_{2np}} = 1.61 \cdot e^{j38^\circ} \cdot \frac{40}{50 \cdot e^{-j37^\circ}} = 1.288 \cdot e^{j75^\circ} \text{ А.}$$

Комплексна напруга на ємності в усталеному режимі:

$$\underline{U}_{C \text{ м пр}} = \underline{I}_{2m \text{ пр}} \underline{Z}_C = 1.288 \cdot e^{j75^\circ} \cdot 50 e^{-j90^\circ} = 64.4 \cdot e^{-j15^\circ} \text{ В.}$$

Отже, примушені (усталені) складові:

$$i_{1np}(t) = 1.61 \cdot \sin(\omega t + 38^\circ); \quad i_{2np}(t) = 1.288 \cdot \sin(\omega t + 75^\circ);$$

$$u_{Cnp}(t) = 64.4 \cdot \sin(\omega t - 15^\circ) \text{ В.}$$

5.1.3.3 Розраховуємо *вільний* режим – знаходимо загальний розв'язок системи однорідних рівнянь (5.2), яку отримуємо із системи (5.1), якщо її праву частину прийняти за 0:

$$\left. \begin{aligned} i_{1B} - i_{2B} - i_{3B} &= 0 \\ R_1 i_{1B} + \frac{1}{C} \int i_{2B} dt + L \frac{di_{2B}}{dt} &= 0 \\ R_1 i_{1B} + R_3 i_{3B} &= 0 \end{aligned} \right\} . \quad (5.2)$$

Складаємо характеристичне рівняння та знаходимо його корені.

Для цього можна використати сучасні комп'ютерні програми на кшталт прикладного пакету *MathCAD*, щоб швидко розв'язати цю задачу. Далі наведено фрагмент такої програми.

$p := -1$ - початкове значення невідомої величини.

Given

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_1 & \left(pL + \frac{1}{pC} \right) & 0 \\ R_1 & 0 & R_3 \end{vmatrix} = 0$$

$S := \text{Find}(p) \text{ float}, 4 \rightarrow (-200 + 1568 \cdot i \quad -200 - 1568 \cdot i)$

$$S_{0,0} = -200 + 1568j \quad S_{0,1} = -200 - 1568j$$

$$p_1 := S_{0,0} \quad p_2 := S_{0,1} \quad p_1 = -200 + 1568j \quad p_2 = -200 - 1568j$$

$$\delta := -200 \quad - \text{ступінь згасання};$$

$$\nu := 1568 \quad - \text{частота вільних коливань}.$$

Отже, отримали два комплексно-спряжені корені, що вказує на наявність затухаючого коливального процесу в електричному колі.

Тому вільну складову обираємо у вигляді:

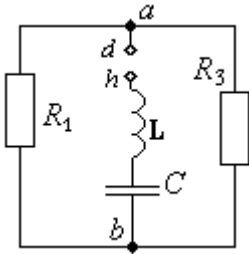
$$i_e(t) = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\nu t + \alpha),$$

де A та α – постійні інтегрування, які ще треба буде знайти.

Знайти *корені характеристичного рівняння* можна і за допомогою схеми, яка виникає після комутації. Наприклад, для наданої схеми (Рис. 5.1) вилучаємо джерело живлення, але залишимо замість нього його внутрішній опір, який, до речі, дорівнює нулеві. Таким чином отримаємо нову схему без джерел енергії.

Далі робимо розрив у одній з віток, наприклад де є L (Рис. 5.2), та складемо формулу комплексного опору відносно цього розриву:

$$Z(j\omega) = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}$$



Зробимо формальну заміну $j\omega \equiv p$.

$$Z(p) = pL + \frac{1}{pC} + R_{ек} = \frac{p^2 LC + pCR_{ек} + 1}{pC},$$

$$\text{де } R_{ек} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 8 \text{ Ом.}$$

Рисунок 5.2 – Схема для знаходження коренів характеристичного рівняння

Прирівнюємо праву частину виразу нулеві – отримаємо одне рівняння з невідомим p :

$$p^2 LC + pCR_{ек} + 1 = 0, \text{ або } p^2 + p \frac{R_{ек}}{C} + \frac{1}{LC} = 0.$$

Отже з виразу $p^2 + 400 \cdot p + 2.5 \cdot 10^5 = 0$ можемо знайти корені, щоб пересвідчитись, що $p_{1,2} = -200 \pm j 1568 \text{ (с}^{-1}\text{)}$.

Залежні початкові умови – це величини струмів та напруг, а також їх похідних у *першу мить* після комутації ($t = 0_+$).

Знаходимо їх із системи (5.1), складеної для моменту комутації, коли час $t = 0_+$:

$$\left. \begin{aligned} i_1(0_+) - i_2(0_+) - i_3(0_+) &= 0 \\ R_1 i_1(0_+) + U_C(0_+) + L \frac{di_2}{dt}(0_+) &= E_m \sin(\omega \cdot 0 + \psi) = 0 \\ R_1 i_1(0_+) + R_3 i_3(0_+) &= E_m \sin(\omega \cdot 0 + \psi) = 0 \end{aligned} \right\}; \quad (5.3)$$

Розв'язуємо цю систему разом із *законами комутації*:

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = -1.724; \quad U_C(0_+) = U_C(0_-) = 0.$$

Із $3^{-\tau_0}$ та $1^{-\tau_0}$ рівнянь цієї системи отримаємо співвідношення:

$$i_1(0_+) = \frac{i_2(0_+)}{1 + \frac{R_1}{R_3}} = -1.379 \text{ A}.$$

$$\text{Тому струм } 3^{-\tau_0} \text{ вітки: } i_3(0_+) = -\frac{R_1}{R_3} i_1(0_+) = 0.345 \text{ A}.$$

Перша похідна струму через індуктивність буде:

$$\frac{di_2}{dt}(0_+) = i_2'(0_+) = \frac{e(0_+) - U_C(0_+) - R_1 i_1(0_+)}{L} = 689.65 \text{ A/c}.$$

Візьмемо похідні від $1^{-\tau_0}$ та $3^{-\tau_0}$ рівнянь системи (5.1). Подивимось на них у момент комутації. Отримаємо систему (5.4) для знаходження *залежних початкових умов* – похідних струмів та напруги на ємності в момент часу $t = 0_+$:

$$\left. \begin{aligned} i_1'(0_+) - i_3'(0_+) &= i_2'(0_+) = 689.65 \\ R_1 i_1'(0_+) + R_3 i_3'(0_+) &= \omega \cdot E_m \cos(\omega \cdot 0 + \psi) = \omega E_m = 5 \cdot 10^4 \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

Отже, із останнього рівняння :

$$R_1 i_1'(0_+) + R_3 [i_1'(0_+) - 689.65] = \omega \cdot E_m = 5 \cdot 10^4$$

$$\text{отримаємо } i_1'(0_+) = \frac{5 \cdot 10^4 + 689.65 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 1551.7 \text{ A/c};$$

$$i_3'(0_+) = i_1'(0_+) - i_2'(0_+) = 862 \text{ A/c}.$$

Похідна напруги на ємності у момент комутації:

$$U'_C(0_+) = \frac{dU_C}{dt}(0_+) = \frac{i_2(0_+)}{C} = -86207 \text{ В/с}.$$

Знаходимо *постійні інтегрування*.

Для цього складаємо систему рівнянь для початкових умов

$$\begin{cases} i_2(0_+) = i_{2np}(0_+) + i_{2B}(0_+) \\ \frac{di_2}{dt}(0_+) = \frac{di_{2np}}{dt}(0_+) + \frac{di_{2B}}{dt}(0_+) \end{cases} \quad (5.5)$$

Знайдемо всі інші складові цієї системи:

$$i_{2np}(0) = 1.288 \cdot \sin(75^\circ) = 1.245 \quad ;$$

$$i_{2B}(0) = A_2 \cdot e^{-\delta \cdot 0} \cdot \sin(\nu \cdot 0 + \alpha_2) = A_2 \cdot \sin(\alpha_2)$$

$$\frac{di_{2np}}{dt}(0) = \omega \cdot 1.288 \cdot \cos(75^\circ) = 1288 \cdot 0.2578 = 332 \quad (\text{А/с})$$

$$\frac{di_{2B}}{dt}(0) = -\delta \cdot A_2 \cdot \sin(\alpha_2) + \nu \cdot A_2 \cos(\alpha_2)$$

Підставляємо знайдені співвідношення – отримаємо:

$$\begin{cases} A_2 \cdot \sin(\alpha_2) = i_2(0_+) - i_{2np}(0_+) = -2.969 \\ -\delta A_2 \sin(\alpha_2) + \nu A_2 \cos(\alpha_2) = \frac{di_2}{dt}(0) - \frac{di_{2np}}{dt}(0) = 357.7 \end{cases}$$

Розв'язуємо цю систему за допомогою пакету *MathCAD* – отримаємо постійні інтегрування: $\alpha_2 = -93^\circ$; $A_2 = 2.973$.

5.1.3.4 Остаточна відповідь:

$$i_2(t) = 1.288 \cdot \sin(1000t + 75^\circ) + 2.973 \cdot e^{-200t} \cdot \sin(1568t - 93^\circ) \quad \text{А.}$$

Напруга на ємності, знайдена таким же чином буде:

$$u_C(t) = 64.4 \cdot \sin(1000t - 15^\circ) + 94 \cdot e^{-200t} \cdot \sin(1568t + 170^\circ) \quad \text{В.}$$

5.1.4 Побудова графічних залежностей засобами *MathCAD*

У робочому полі запишемо:

- постійну згасання: $\tau := 1/\delta$;
- час спостереження за перехідним процесом: $4 \cdot \tau = 0.02$ (с);
- крок побудови графіка перехідного процесу

$$t := 0, \tau/100 .. 4 \cdot \tau .$$

Відкриваємо графічне поле шляхом натискання одночасно на клавіатурі Shift +@ , або, наприклад, відповідної іконки із меню Tool

Bars (Вид – Панель Инструментов – Графики):



По осях координат у відведених для цього місця вносимо:

- аргумент (час t) та функцію (струм $i_2(t)$);
- початок часу спостереження (0, зліва) та кінець часу спостереження ($4 \cdot \tau$, справа) на вісі часу;
- очікувані мінімальне та максимальне значення перехідної функції по вісі струму (якщо є така потреба).

Виходимо у робоче поле (клік «мишею» у будь-яке його місце) – отримаємо потрібний графік перехідної функції.

Далі можна зміною відповідних параметрів отримати найбільш прийнятну картину перехідного процесу, відобразити (або прибрати) сітку, змінити колір та товщину графічних ліній, знайти екстремуми функції (клік правою кнопкою миші на графічному полі відкриє додаткове меню - *Трассировка*), тощо.

Наведемо приклад побудови графіку струму засобами *MathCAD* – фрагмент програми розв'язку задачі 1 на перехідні процеси:

$$i_{2np}(t) := 1.288 \cdot \sin(1000 \cdot t + 75 \cdot \text{deg})$$

$$i_{2d}(t) := 2.973 \cdot e^{-200 \cdot t} \cdot \sin(1568 \cdot t - 93 \cdot \text{deg})$$

$$i_2(t) := 1.288 \cdot \sin(1000 \cdot t + 75 \cdot \text{deg}) + 2.973 \cdot e^{-200 \cdot t} \cdot \sin(1568 \cdot t - 93 \cdot \text{deg})$$

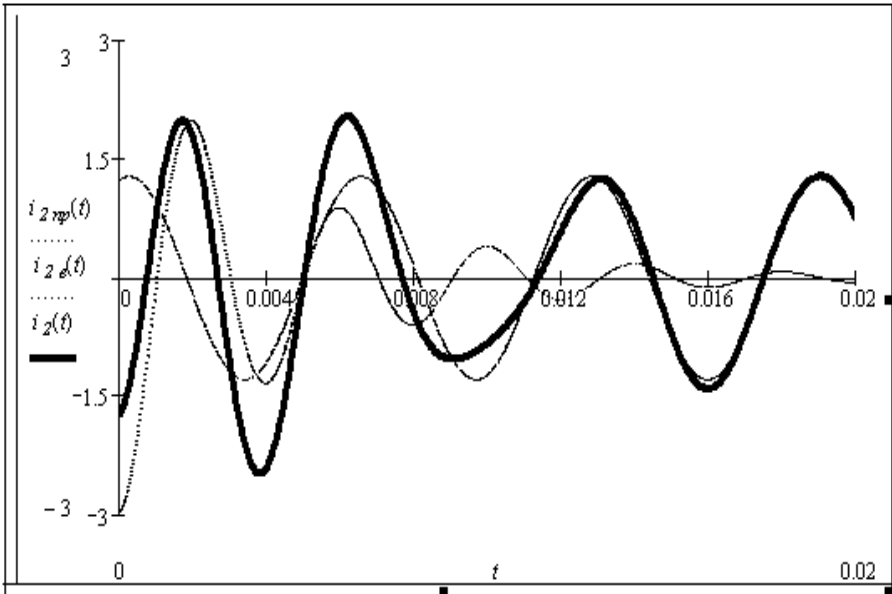


Рисунок 5.3 – Графік залежності струму через індуктивність у часі після комутації

5.2 Приклад розв'язку операторним методом

5.2.1 Розрахунок схеми рис. 5.1 до комутації

Робимо його так, як і в класичному методі (див. п. 5.1.1).
Отримаємо незалежні початкові умови: $i_L(0^-) = -1.724 \text{ A}$; $U_C(0^-) = 0$.

5.2.2 Розрахунок примушеної складової

Його теж проводимо, як і в класичному методі – комплексним методом. Отже, примушені (усталені) складові (див. п. 5.1.2):

$$i_{2np}(t) = 1.288 \cdot \sin(\omega t + 75^\circ) ; \quad u_{Cnp}(t) = 64.4 \cdot \sin(\omega t - 15^\circ) \text{ В}$$

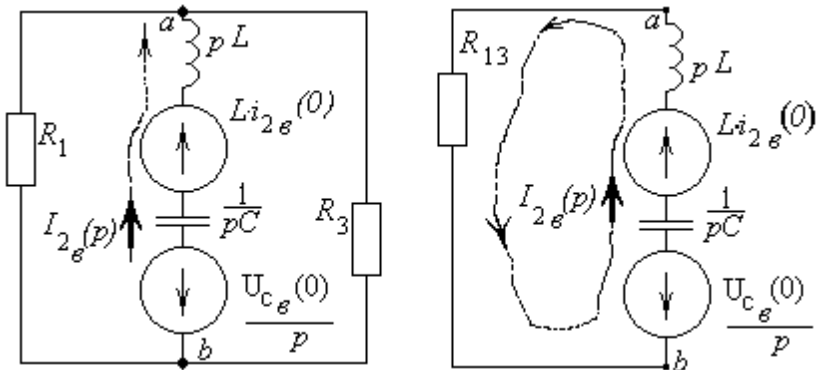
Початкове значення примушених величин (у момент комутації):

$$i_{2np}(0) = 1.288 \cdot \sin(75^\circ) = 1.245 \text{ A};$$

$$u_{Cnp}(0) = 64.4 \cdot \sin(-15^\circ) = -16.6 \text{ В}$$

5.2.3 Розв'язок вільного режиму операторним методом

Складаємо операторну схему заміщення вільного режиму.



а) Повна схема

б) Спрощена схема

Рисунок 5.4 – Операторні схеми заміщення вільного режиму

Знаходимо параметри операторної схеми:

- індуктивність L замінюємо на операторний опір pL та додаткове джерело енергії $\cdot L \cdot i_{2b}(0) = L \cdot [i_2(0) - i_{2np}(0)] = -0.0594$;

- ємність замінюємо на операторний опір $1/(pC)$ та додаткове джерело енергії $\frac{U_{C\epsilon}(0)}{p} = \frac{U_C(0) - U_{Cnp}(0)}{p} = \frac{16.6}{p}$

- паралельне сполучення активних опорів R_1 та R_3 замінюємо на еквівалентне $R_{13} = 8$.

Отримаємо спрощену схему заміщення (Рис. 5.4,б), для розв'язку якої застосуємо другий закон Кірхгофа.

5.2.4 Рівняння для вільного режиму в операторній формі запису

$$\left(R_{13} + \frac{1}{pC} + pL \right) I_{2\epsilon}(p) = L \cdot i_{L\epsilon}(0) - \frac{U_{C\epsilon}(0)}{p}$$

Звідси, зображення вільного струму другої вітки:

$$I_{2\epsilon}(p) = \frac{p \cdot L \cdot i_{L\epsilon}(0) - U_{C\epsilon}(0)}{p \cdot \left(R_{13} + \frac{1}{pC} + pL \right)} = \frac{-2.969 \cdot p - 829.9}{p^2 + \frac{R_{13}}{L} p + \frac{1}{LC}} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

Знаменник цього операторного зображення :

$$F_2(p) = p^2 + \frac{R_{13}}{L} p + \frac{1}{LC} = p^2 + 400 \cdot p + 2.5 \cdot 10^6$$

Остаточно отримали:

$$I_{2\epsilon}(p) = \frac{-2.969 \cdot p - 829.9}{p^2 + 400p + 2.5 \cdot 10^6} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

5.2.5 Перехід від зображення до оригіналу можна зробити кількома способами, застосувавши для цього: формулу розкладання, таблиці Лапласа або чисельний метод розрахунку на ЕОМ.

- Застосовуємо *формулу розкладання*, згідно якої

$$i(t) = \sum_k \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}$$

Знаходимо корені характеристичного рівняння із знаменника операторного зображення : $F_2(p) = 0$.

$$p^2 + 400 \cdot p + 2.5 \cdot 10^6 = 0.$$

Отримаємо результат такий самий, як і в класичному методі:

$$p_{1,2} = -200 \pm j 1568 \quad (c^{-1}).$$

Знайдемо першу похідну від знаменника: $F_2'(p) = 2 \cdot p + 400$.

Отже, згідно із формулою розкладання, оригінал функції часу:

$$i(t) = \sum_k \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t} = \frac{-2.969 \cdot (-200 + j1568) - 829.9}{2(-200 + j \cdot 1568) + 400} \cdot e^{(-200 + j1568)t} + \\ + \frac{-2.969 \cdot (-200 - j \cdot 1568) - 829.9}{2(-200 - j \cdot 1568) + 400} \cdot e^{(-200 - j1568)t}.$$

Оскільки згідно із формулою Ейлера: $\frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2 \cdot j} = \sin(x)$,

можемо зробити деякі перетворення:

$$i_{2s}(t) = \frac{-236.1 - 2.969 \cdot (j \cdot 1568)}{2j \cdot 1568} \cdot e^{(-200)t} \cdot e^{(j1568)t} + \\ + \frac{-236.1 + (j \cdot 4655)}{-2j \cdot 1568} \cdot e^{(-200)t} \cdot e^{-(j1568)t} = \\ = \frac{4661 \cdot e^{-j93^\circ}}{1568} \cdot e^{-200t} \frac{e^{(j1568)t}}{2j} + \frac{4661 \cdot e^{+j93^\circ}}{1568} \cdot e^{-200t} \frac{e^{-(j1568)t}}{-2j} = \\ = 2.973 \cdot e^{-200t} \left(\frac{e^{j(1568t-93^\circ)} - e^{-j(1568t-93^\circ)}}{2j} \right).$$

Отже, вільна складова перехідного процесу має такий вигляд:

$$i_{2s}(t) = 2.973 \cdot e^{-200t} \cdot \sin(1568 \cdot t - 93^\circ) \quad A.$$

Повне значення перехідного струму - це сума двох складових:

$$i_2(t) = 1.288 \cdot \sin(1000 \cdot t + 75^\circ) + 2.973 \cdot e^{-200t} \cdot \sin(1568 \cdot t - 93^\circ) \quad A.$$

Цей результат, як бачимо, співпав із розв'язком класичним методом.

• Для переходу від зображення до оригіналу застосуємо обернене перетворення Лапласа середовища *MathCAD*, яке має назву *invlaplace* і розташоване на «Панелі Інструментов» у розділі «Символи».

Далі наведено фрагмент програми, який пояснює застосування цієї операції разом із оператором *float*, що забезпечує бажану точність розрахунків.

$$I2(p) := \frac{-2.969 \cdot p - 829.9}{p^2 + 400 \cdot p + 2.500 \cdot 10^6}$$

$$I2(p) \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, p} \\ \text{float, 4} \end{array} \right. \rightarrow -2.969 \cdot \exp(-200 \cdot t) \cdot \cos(1568 \cdot t) - .1505 \cdot \exp(-200 \cdot t) \cdot \sin(1568 \cdot t)$$

Суму двох гармонічних коливань зручніше за все отримати, застосувавши символічний метод їхнього представлення:

$$\sin(\omega t) \doteq e^{j0^\circ} \quad ; \quad \cos(\omega t) \doteq e^{j90^\circ}$$

$$\text{Модуль : } |-j \cdot 2.969 - (.1505)| = 2.9728$$

$$\text{кут зсуву: } \arg[-j \cdot 2.969 - (.1505)] = -92.9019 \text{ deg}$$

Отже, вільна складова перехідного процесу, знайдена у такий спосіб теж має такий вигляд:

$$i_{2e}(t) = 2.973 \cdot e^{-200t} \cdot \sin(1568 \cdot t - 93^\circ) \quad A$$

6 РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

- 6.1 Попов В.П. Основы теории цепей. / Попов В.П. – М., Высшая школа, 1985. – 496 с. Ил.
- 6.2 Качан Ю.Г. Лінійна електротехніка: Навчальний посібник, / Качан Ю.Г. – Запоріжжя, 1995. – 206 с.
- 6.3 Стандарт підприємства СТП 15-96. Пояснювальна записка до курсових і дипломних проектів. Вимоги і правила оформлення. – Запоріжжя: ЗДТУ, 1996. – 36 с.
- 6.4 Л.А.Бессонов Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л.А. Бессонов. — М.: Высш. шк., 1984. — 639 с.
- 6.5 Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники: Учебное пособие для вузов/ Под ред. проф. П.А.Ионкина.– М.: Энергоиздат, 1982.– 768 с., ил.
- 6.6 Кирьянов Д.В. Самоучитель по MathCad 2001 / Кирьянов Д.В. – СПб.: БХВ – Петербург, 2002. – 544 с.

Додаток А

Схеми електричних кіл до топологічних методів

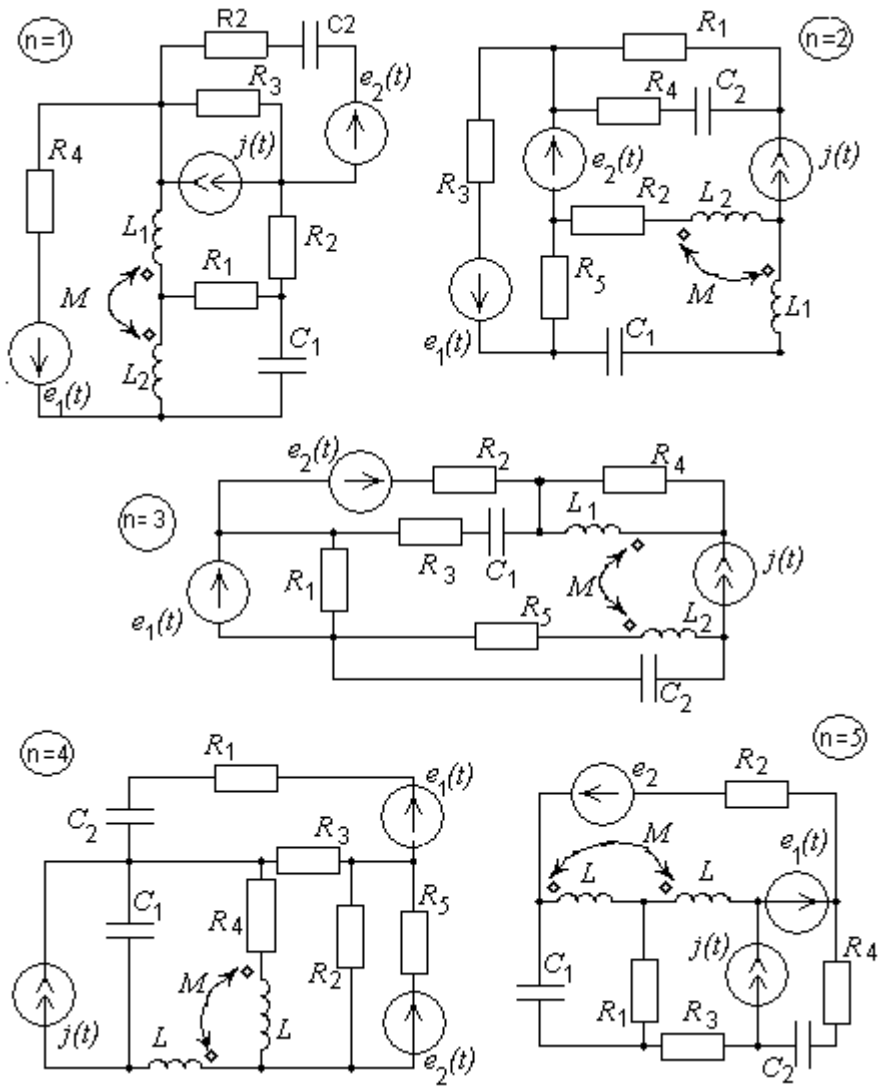


Рисунок А.1 – Схеми до варіантів 1...5

Додаток А (Продовження)

Схеми електричних кіл до топологічних методів

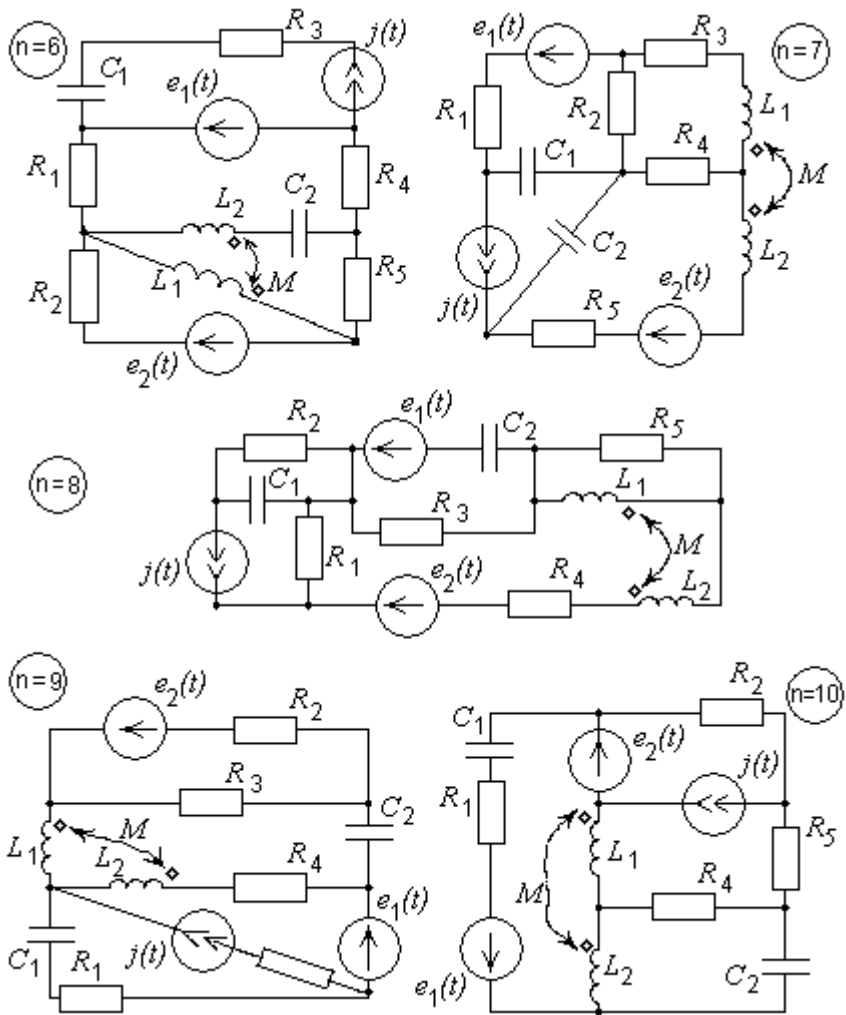


Рисунок А.2 – Схеми до варіантів 6...10

Додаток А (Продовження)

Схеми електричних кіл до топологічних методів

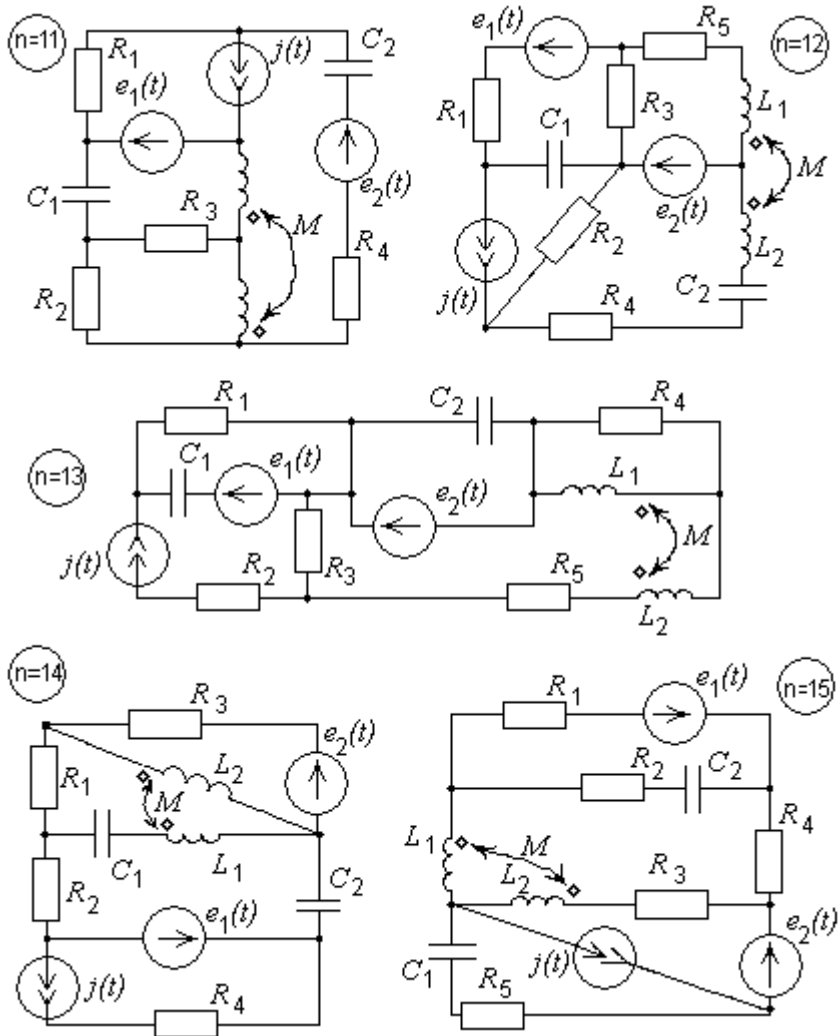


Рисунок А.3 – Схеми до варіантів 11...15

Додаток А (Продовження)

Схеми електричних кіл до топологічних методів

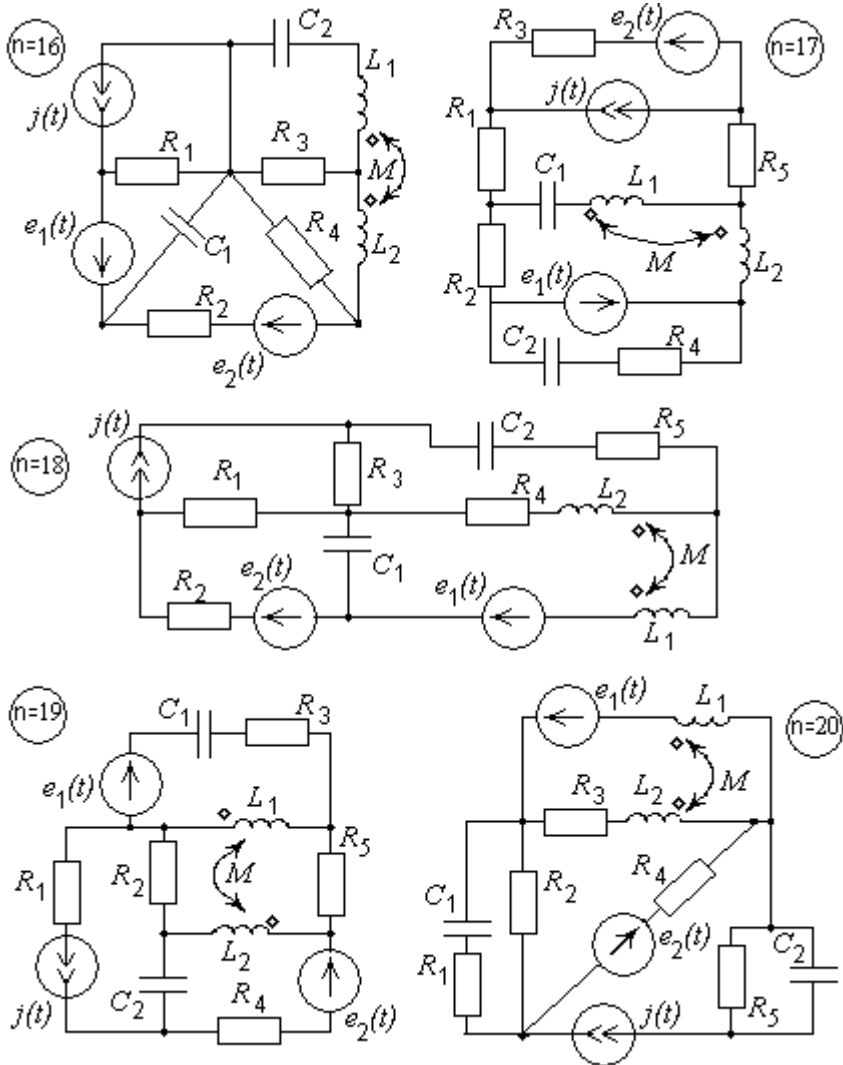


Рисунок А.4 – Схеми до варіантів 16...20

Додаток А (Продовження)

Схеми електричних кіл до топологічних методів

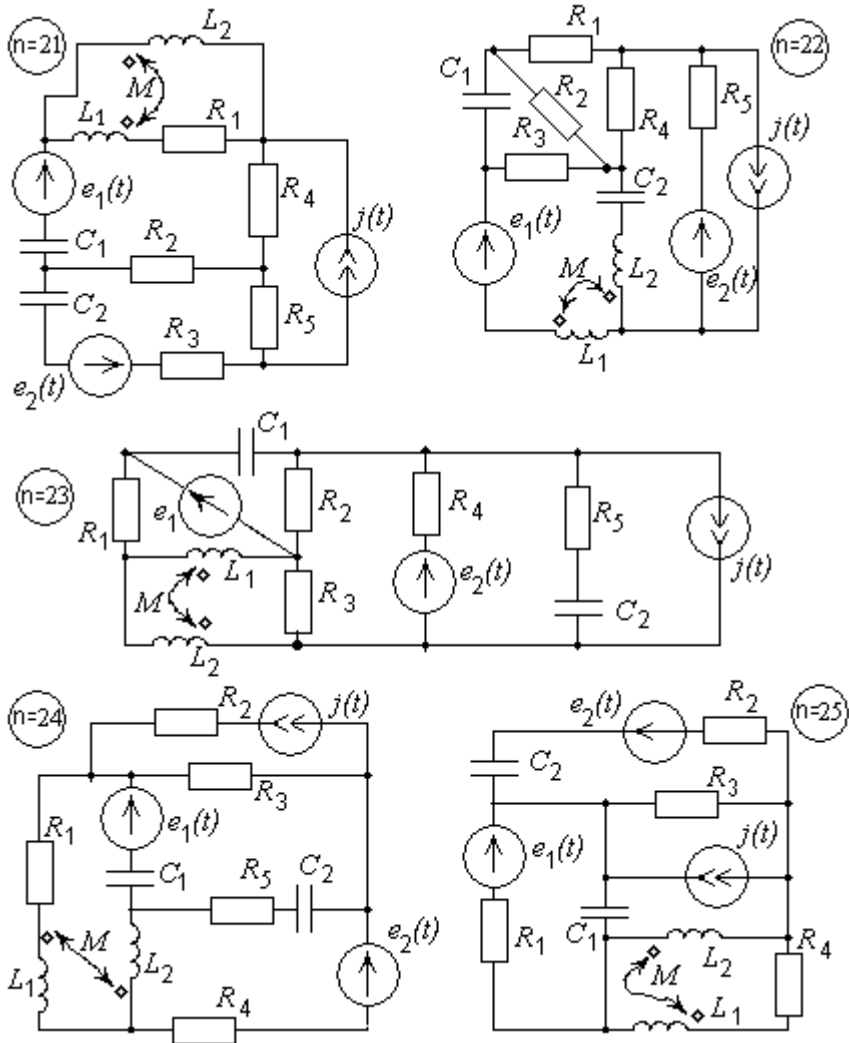


Рисунок А.5 – Схеми до варіантів 21...25

Додаток А (Продовження)

Схеми електричних кіл до топологічних методів

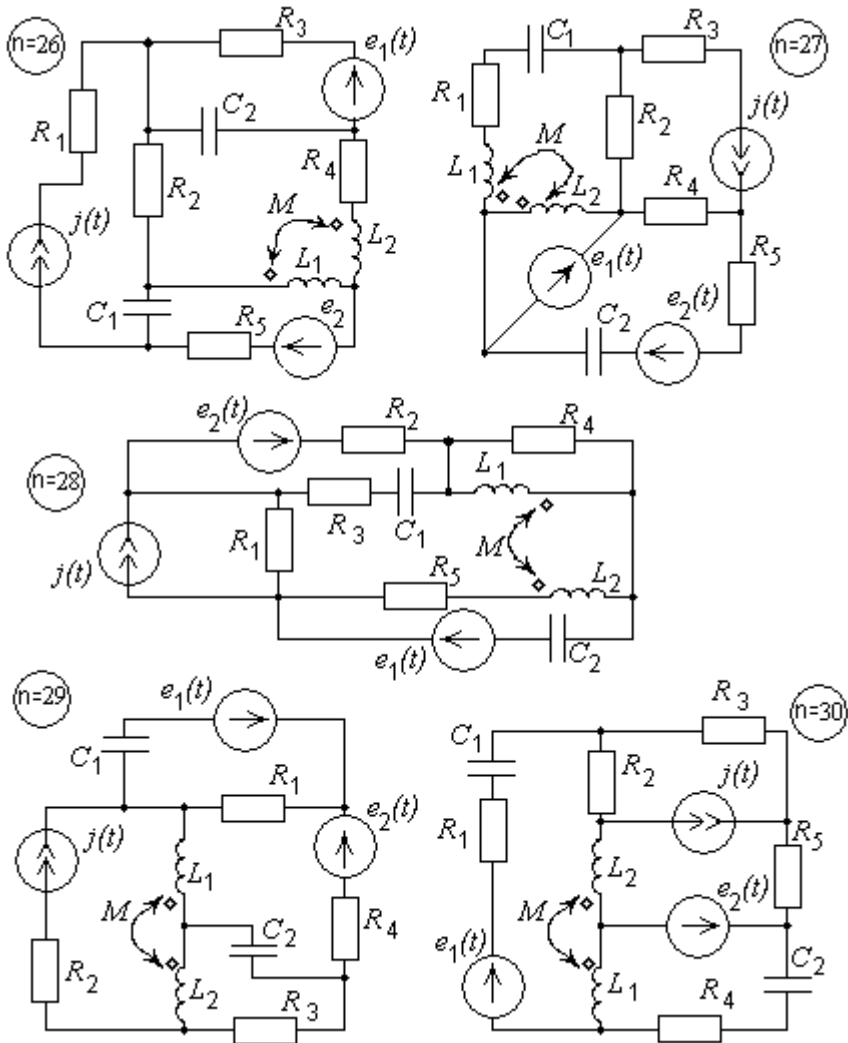


Рисунок А.6 – Схеми до варіантів 26...30

Додаток Б

Схеми до розрахунку перехідних процесів

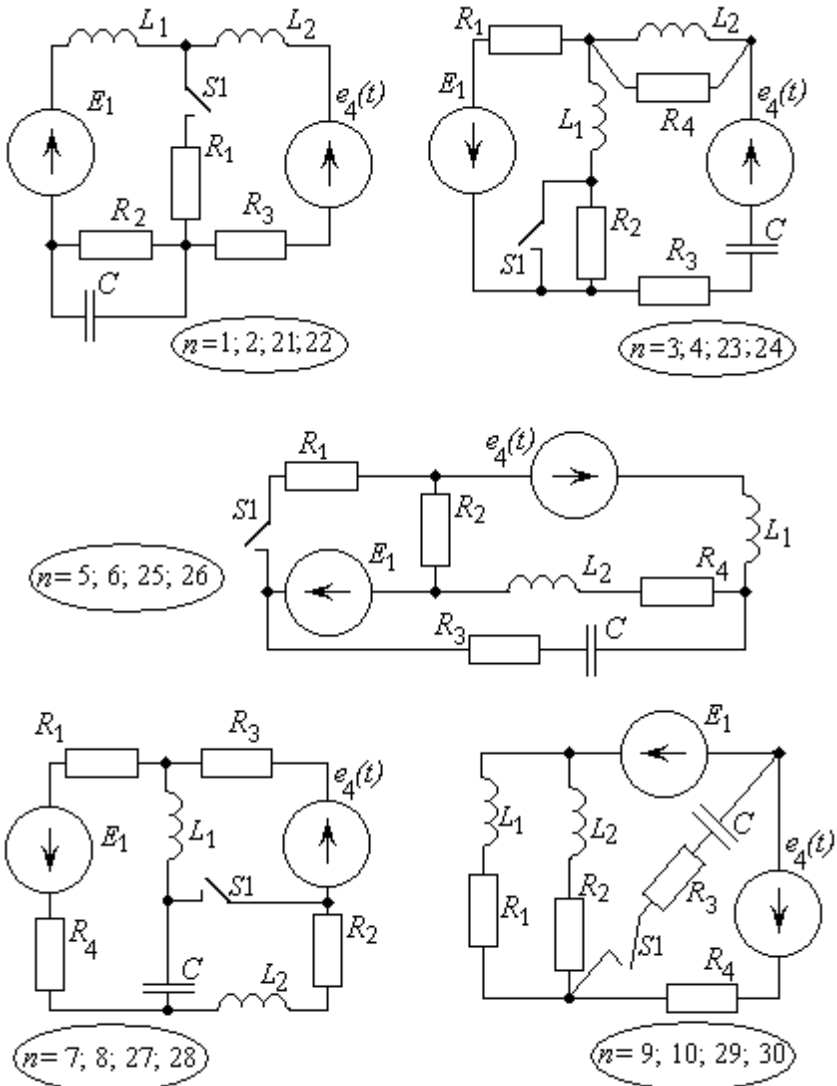


Рисунок Б.1 – Схеми до варіантів 1...10 та 21...30

Додаток Б (Продовження)

Схеми до розрахунку перехідних процесів

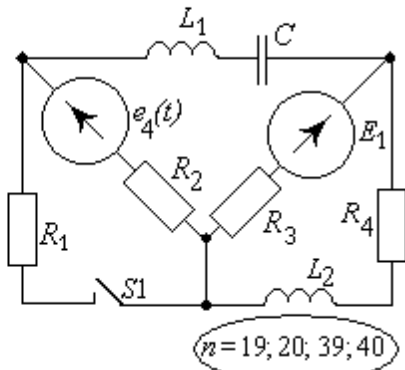
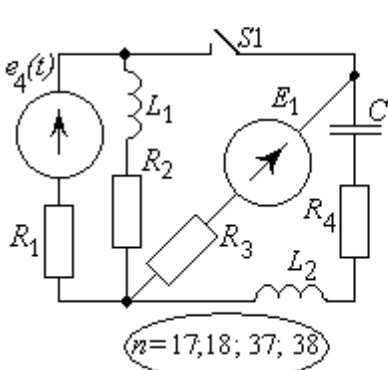
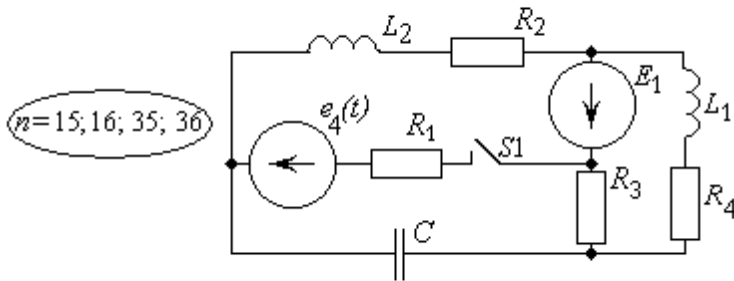
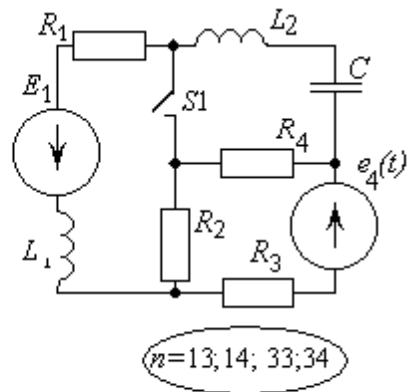
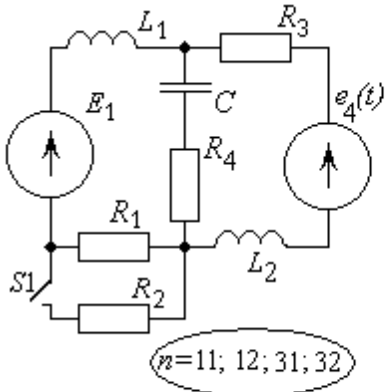


Рисунок Б.2 – Схеми до варіантів 11...20 та 31...40

Додаток В

Графік виконання курсової роботи

Для дотримання термінів учбового плану і своєчасного виконання курсової роботи необхідно:

- отримати технічне завдання – 2-й тиждень;
- збудувати граф схеми – 3-й тиждень;
- збудувати топологічні матриці та провести розрахунки на ЕОМ – 4-й тиждень;
- перевірити розв'язок та побудувати векторні діаграми – 5-й тиждень;
- розрахувати перехідний процес класичним методом – 8-й тиждень;
- розрахувати перехідний процес операторним методом – 10-й тиждень;
- перевірка розв'язку та побудова графічних залежностей – 11-й тиждень.

Захист курсової роботи проходить на відкритих засіданнях комісії, яка складаються з 2 або 3 викладачів, затверджених завідувачем кафедри – 11-й, 12-й тижні.