УДК 517.926

Онуфрієнко В.М.[1], Онуфрієнко О.В.[2]
[1] д-р фіз.-мат. наук, проф. НУ «Запорізька політехніка»
[2] канд. юрид. наук, доц., докторант ДРІДУ

ФЕНОМЕН БУФЕРНОСТІ У ДИФЕРІНТЕГРАЛЬНИХ МОДЕЛЯХ ОПИСУ ПРИРОДНИЧИХ І СОЦІАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ

Феномен буферності теоретично може виникати у випадках існування будь якого фіксованого числа однотипних атракторів (тобто станів рівноваги, циклів, торів тощо) у фазовому просторі деякої динамічної системи за деяких значень параметрів. Така постановка задачі призводить до появи деякого біфуркаційного процесу з необмеженим збільшенням числа співіснуючих атракторів. Такі процеси спостерігаються як у системах з розподіленими параметрами, так і в системах зі скінченною кількістю степенів свободи, коли виникають дисипативні структури (стійкі утворення з самопідтримкою та характерними просторово-часовими формами).

Далі розглядаються математичні аспекти виникнення і опису феномену буферності коливальних процесів у природничих і соціальних моделях. Вимірюванням протяжності фрактальної частини контуру, що проектується на відрізок осі, визначається зв’язок між кількістю елементів покриття та їх розміром і що описується функціональним рівнянням у α – характеристиках Коші, а довжина ланки ламаної лінії визначається за допомогою засобів інтегро-диференціального дробового числення [1].

Динаміку розподілених коливальних фрактальних об‘єктів механіки моделюємо системами диферінтегральних рівнянь дробовими частинними похідними α – порядку, що описують геометричну і часову структуру реального процесу. Кожний окремий процес описуємо розв‘язком такої системи рівнянь з виділенням окремого розв‘язку за заданими межевими та початковими умовами.

1. Феномен буферності спостерігається і у слабо нелінійних механічних системах з розподіленими параметрами. Вплив просторової фрактальності на розв‘язок задачі розглядаємо на прикладі математичної моделі лінійних плоских коливань струни, що взаємодіє з автоколивальним контуром типу Ван дер Поля у вигляді фрактально конфігурованої збуджуваної струни і резонатором з закріпленим на середині струни грузилом [2].

Для зміщень u_1 і u_2 ділянок струни зліва і справа від її середини складаємо граничну задачу взаємодії з резонатором

$$\rho\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}+h\frac{\partial u_k}{\partial t}=T\frac{\partial^{1+\alpha}u_k}{\partial x^{1+\alpha}},\ k=1,2, \qquad (1)$$

$$u_1|_{x=0}=u_2|_{x=l}=0;\quad u_1|_{x=l/2}=u_2|_{x=l/2}=v(t);$$

$$M\frac{d^2v}{\partial t^2}+h_r\frac{\partial v}{\partial t}=T\left(\frac{\partial^{\alpha}u_2}{\partial x^{\alpha}}-\frac{\partial^{\alpha}u_1}{\partial x^{\alpha}}\right)|_{x=l/2}; \qquad (2)$$

$$u_1(t,x)=u_2(t,l-x)=u(t,x),\quad 0\le x\le l/2.$$

Значено: l – довжина, ρ – густина, T – натяг, h – щільність сил тертя, M – маса грузила, k – пружність пружини, v – зміщення грузила від положення рівноваги, нелінійний елемент тертя змінюється за законом $h_r(v)=\lambda(v^2-1),\ \lambda>0.$

Розглядувана механічна система (1)–(2) допускає існування будь якого заданого наперед скінченного числа стійких циклів, а на явище буферності у такій системі сильно впливає скейлінг, що проявляється зміною параметрів системи у порівнянні з нефрактальним випадком.

2. Автоколивання у фізичному об‘єкті (генераторі з дводротовою довгою лінією) з рівномірно розподіленими опором R , ємністю C та індуктивністю L розглядались ще О.А.Віттом у 30-тих роках минулого століття [3]. Так звану систему Вітта – крайову задачу, що є математичною моделлю розглядуваного автогенератора, для дослідження буферності у випадку фрактальності по координаті x лінії довжиною l, розглядаємо у вигляді (u та i – нормовані складові напруги й сили струму в лінії)

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{\partial^{1+\alpha}i}{\partial x^{1+\alpha}},\quad \frac{\partial i}{\partial t}=-\frac{\partial^{1+\alpha}u}{\partial x^{1+\alpha}}-ri,$$

$$i|_{x=0}=rk_1(u-u^3/3)|_{x=0},\quad k_2\frac{\partial^{1+\alpha}i}{\partial x^{1+\alpha}}|_{x=1}+i|_{x=1}=0. \qquad (3)$$

Фізичні характеристики автогенератора: $r=lR\sqrt{C/L},\quad k_2=C_0/(Cl),\quad k_1$ – коефіцієнт підсилення, α – скейлінговий показник фрактальності лінії.

У математичному плані утворилась лінійна система рівнянь (3) з нелінійністю в одній з граничних умов у лінії з просторовим скейлінгом.

Дослідженням впливу скейлінгу на явище буферності виявлено, що варіюванням зменшення параметра r можна гарантувати існування в системі

Вітта будь якого скінченного числа стійких циклів, а точки біфуркаційного переходу від нестійкого до стійкого циклу залежать від величини α .

3. Для побудови математичної моделі просторово-часової кондивергенції двокомпонентної служби використовуємо тезу про те, що державна служба (ДС) функціонує як різновид публічної служби (ПС) і є часткою (стороною) діяльності держави по організації та правовому регулюванні особового складу державних органів і інших державних установ та безпосередня діяльність особового складу – державних службовців по практичному та безпосередньому здійсненню завдань і функцій держави. Одним з питань, що виникають у задачі з таким структурним зв‘язком між підмножинами ДС і ПС\ДС, є пошук розподілу владних повноважень з введенням у розгляд відповідних функцій [4].

Для математичного моделювання кондивергентних процесів (у тому числі синергетичних) у просторово-часовому вимірі конструюємо систему диференціальних рівнянь в частинних диферінтегралах

$$\begin{cases} D_t^{\alpha}X = k_X\left(1-\dfrac{D_t^{1-\alpha}X}{b_X}\right)D_t^{1-\alpha}X + a_X D_t^{1-\alpha}X\cdot D_t^{1-\beta}Y - m_X \ , \\ D_t^{\beta}Y = k_Y\left(1-\dfrac{D_t^{1-\beta}Y}{b_Y}\right)D_t^{1-\beta}Y + a_Y D_t^{1-\alpha}X\cdot D_t^{1-\beta}Y - m_Y \ , \end{cases} \tag{4}$$

де $k_X, k_Y, b_X, b_Y, m_X, m_Y, a_X, a_Y$ – сталі коефіцієнти, що визначаються за наявності статистичних даних про спостережуваний процес, або назначаються теоретично у випадку прогнозування перебігу значень функцій $X(t)$ та $Y(t)$ розподілу владних повноважень для підсистем ДС і ПС\ДС відповідно. Помічаємо, що наявність в (4) скейлінгових залежностей у досліджуваних $\alpha-$ і $\beta-$ характеристиках функцій владних повноважень приводить до інших результатів, що відомі з аналізу розв‘язків у класичній постановці задачі (для $\alpha = \beta = 1$).

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Onufriyenko V. M. Physical and Geometric Interpretation of Electromagnetic Field's α-Characteristics / V. M. Onufriyenko // Telecommunications and Radio Engineering. – Published by Begell House, Inc. New York. – 1999. – Vol. 53. – № 4-5. – P. 136–139.

2. Колесов А. Ю. Феномен буферности в нелинейной физике / А. Ю. Колесов, Е. Ф. Мищенко, Н. Х. Розов // Тр. МИАН. – 2005. – Т. 250. – С. 112–182.

3. Витт А.А. Распределенные автоколебательные системы / А. А. Витт // ЖТФ. – 1934. –Т. 4. – С. 144–157.

4. Онуфрієнко О. Підходи до класифікації моделей організації державної служби: порівняльний аналіз / О. Онуфрієнко // Державне управління та місцеве самоврядування. – 2016. – Вип. 2(29). – С. 155–160.