

ДИНАМІКА ТОНКОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ У ПРУЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ ІЗ ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Пожуєв В.І. д.ф.-м.н., Фасоляк А.В. асп.

Запорізький національний технічний університет

На сьогодні досить добре досліджені динамічні задачі для циліндричних оболонок у необмеженому пружному інерційному середовищі (при глибині залягання оболонки понад 5 діаметрів). Для оболонок неглибокого залягання потрібно враховувати вплив вільної поверхні пружного інерційного середовища. Подібним задачам для рухомих навантажень присвячена робота [1].

В даній роботі розглядається динамічна задача для оболонки у пружному середовищі із вільною поверхнею, причому припускається, що вісь оболонки паралельна площині, якою моделюється вільна поверхня. Оскільки розглядається випадок невеликої глибини залягання оболонки, тому важливим питанням є дослідження впливу глибини залягання на напружено-деформований стан системи оболонка-середовище.

У роботі будемо припускати, що динамічне навантаження, яке залежить від часу як одинична функція Хевісайда, діє на ділянці внутрішньої поверхні оболонки, та направлене по нормалі до неї. Також будемо припускати, що навантаження діє рівномірно по всій довжині оболонки, тобто не залежить від осової координати. Тому дана задача зводиться до плоскої задачі теорії пружності. Віднесемо оболонку та середовище до нерухомої декартової системи координат $\{x, y\}$, центр якої співпадає з центром оболонки, а вісь Oy перпендикулярна площині, що обмежує середовище.

Задача була розв'язана чисельно за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ). Спочатку переходимо до безрозмірних величин, тобто всі лінійні величини відносимо до зовнішнього радіуса оболонки, напруження – до модуля зсуву середовища. Потім проводиться дискретизація тіла шляхом розбиття на трикутники, причому при наближенні до оболонки сітка є більш густою. З метою зменшення кількості розрахунків припускаємо, що навантаження діє симетрично відносно осі Oy , тому по цій осі можна зробити розріз області, в якій розташовано тіло, та розглядати лише одну частину отриманої області. Розріз враховується умовою $U_x|_{x=0} = 0$. Потім на основі отриманої дискретизації будемо безрозмірні матриці жорсткості та мас.

Диференціальне матричне рівняння, яке моделює динамічну задачу, розв'язується θ -методом Вілсона [2], який зводить початкову задачу до ітераційної послідовності квазістатичних задач. Система рівнянь, які виникають у статичній та квазістатичних задачах, розв'язується чисельно методом спряжених елементів [3].

Встановлено збіжність переміщень та напружень оболонки на границі контакту з середовищем до відповідного статичного розв'язку. Одержано аналогічну збіжність результатів на вільній поверхні середовища. З'ясовано, що при збільшенні глибини залягання оболонки з одного до п'яти радіусів переміщення вільної поверхні зменшуються приблизно у чотири рази.

Отримано розв'язок нестационарної задачі для циліндричної оболонки у пружному інерційному середовищі з вільною поверхнею. Для аналізу динамічного напружено-деформованого стану цієї системи застосовано метод скінченних елементів. Проаналізовано залежність величини переміщень вільної поверхні від глибини залягання оболонки.

1. Алексеева Л. А. Математическое моделирование динамики тоннелей и трубопроводов мелкого заложения / Алексеева Л. А. Украинец В. Н. – Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4–5. – С. 1954–1956.
2. Бате К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / Бате К., Вилсон Е. – М. : Стройиздат, 1982 – 448 с.
3. Баладин М. Ю. Методы решения СЛАУ большой размерности / Баладин М. Ю. Шурина Э. П. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2000. – 70 с.