

УДК 621.391

Н.П. Чернобородова, М.П. Чернобородов

Запорізький національний технічний університет, Запоріжжя

## СИНТЕЗ ВАГОВИХ ФУНКЦІЙ З МАЛИМ РІВНЕМ МІЖФІЛЬТРОВОГО ПРОСОЧУВАННЯ ДЛЯ ДИСКРЕТНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Вперше запропоновано лінійний метод розрахунку вагових коефіцієнтів дискретного перетворення Фур'є (ДПФ). Одержані функції вікна для довільної кількості крапок ДПФ мають малу ступінь міжфільтрового просочування: нулі АЧХ збігаються з центральними частотами фільтрів ДПФ, а рівень бічних пелюсток становить  $-42...-43$  дБ. Обґрунтовано, чому за обчислення ДПФ у радіолокаційних застосуваннях вибір саме таких вікон є кращим, ніж використання відомих вагових функцій з набагато нижчим рівнем бічних пелюсток. Надані рекомендації щодо заміни застосованих у первинній обробці РЛС 35Дб вікон з низьким ступенем міжфільтрового просочування на оптимальніші, що дозволить зменшити рівень бічних пелюсток фільтрів ДПФ на 3,5 дБ.

**Ключові слова:** перетворення Фур'є, вагова функція, розрахунок коефіцієнтів, рівень бічних пелюсток.

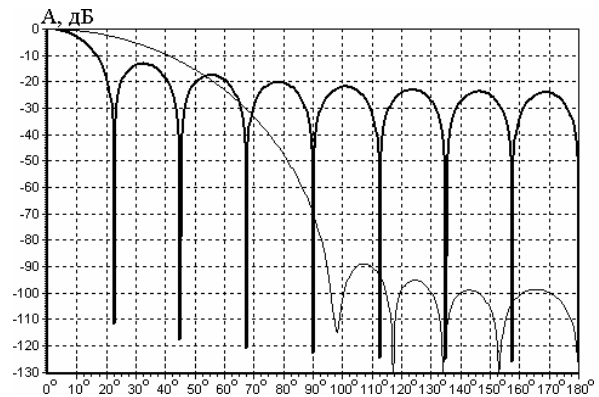
### Вступ

**Постановка проблеми.** Широке застосування вагових функцій за обчислення дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) пов'язане з задачами виявлення й оцінки параметрів гармонійних коливань. Застосування цих функцій, з одного боку, дозволяє зменшити рівень бічних пелюсток фільтрів ДПФ, а з іншого боку, є причиною погіршення решти показників (розширення головної пелюстки, втрати у когерентному накопиченні тощо). Наявність великої кількості віконних функцій, що мають різну ступінь впливу на амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) фільтрів ДПФ, пояснюється тим, що не існує універсальної функції, яка б повністю задовольняла усім вимогам задач обробки сигналів. Тому за розв'язання певної задачі або вибирають вже існуючу вагову функцію, або вдаються до розрахунку нової, яка б якнайбільше задовольняла висунутим вимогам. Питанню синтезу віконних функцій ДПФ присвячено багато робіт – з останніх можна назвати [1, 2]. Найчастіше застосовуються методи нелінійної оптимізації ряду найважливіших (для задачі, що розв'язується) параметрів вагових функцій за встановлених обмежень на величини решти параметрів вікна.

**Метою статті** є спрощення методу розрахунку вагових коефіцієнтів функцій вікна шляхом переходу до більш простих лінійних операцій.

**Аналіз останніх досліджень й публікацій.** Однією з важливих тактико-технічних характеристик радіолокаційних станцій (РЛС) є рівень пригнічення пасивної завади. Наприклад, у гірській місцевості, рівень відношення (пасивна завада)/шум може становити більше 60 дБ. За таких умов рівень міжфільтрового просочування функції вікна стає одним з найвпливовіших чинників подальшої процедури виявлення корисних сигналів. Оскільки зменшення рівня бічних пелюсток вагової функції досягається за рахунок розширення головної пелюстки, то відомі [1 – 3] функції з рівнем пригнічення бічних пелюсток - 70 дБ й

нижче мають перший нуль АЧХ, розташований за центральною частотою другого чи навіть третього фільтрів ДПФ. Таким чином, якщо для прямокутного вікна основним джерелом міжфільтрового просочування є рівень бічних пелюсток, то для згаданих вікон ширина центральної пелюстки стає основним джерелом просочування. Через це залишки пасивної завади з нульовим доплерівським зсувом частот присутні у решті фільтрів, окрім нульового. На мал. 1 наведено АЧХ фільтрів 16-крапкового ДПФ без вікна й з застосуванням вагової функції Блекмана-Херіса з заявленим рівнем бічних пелюсток - 92 дБ [3].



Мал. 1. АЧХ фільтрів ДПФ для  $N=16$ :  
— з прямокутним ваговим вікном;  
— з ваговим вікном Блекмана-Херіса

Можна побачити, що на центральній частоті другого фільтра, що відповідає значенню  $2\pi \cdot n/N = 360^\circ \cdot 2/16 = 45^\circ$ , функція Блекмана-Херіса забезпечуватиме пригнічення цієї пасивної завади лише на 12 дБ, а на частоті третього фільтра (або  $67,5^\circ$ ) – на 30 дБ. Для  $N=8$  рівні пригнічення на центральній частоті другого й третього фільтрів становлять 10 дБ й 26 дБ відповідно. Таким чином, пасивна завада середньої потужності матиме настільки вагомих внесок в амплітуди, які накопичуватимуться у фільтрах номер  $N-2$ ,  $N-1$ , 0, 1 й 2, що унеможливить виявлення цілі у цих фільтрах.

Оскільки у сучасних РЛС випромінюється невелика кількість імпульсів в одній частотній пачці ( $N=8\dots 16$ ), то такі властивості вагових функцій, що забезпечують дуже низькі рівні бічних пелюсток АЧХ (а, отже, дуже широку центральну пелюстку) робить їх непридатними для застосування у системах первинної обробки радіолокаційної інформації в умовах впливу пасивних завад.

В [4] окреслено 3 крайніх випадки застосування оптимальних вагових функцій:

а) з середнім рівнем бічних пелюсток, що повільно змінюється, за наявності близько та далеко розташованої завади порівняного до корисного сигналу рівня;

б) з рівнем бічних пелюсток, що швидко збігає, за наявності потужної віддаленої завади;

в) з малими ближчими (до головної) пелюстками, рівень яких швидко збільшується по мірі віддалення (від головної пелюстки) за наявності дуже близької завади.

Зважаючи на задачі просторової радіолокації, компромісним розв'язком є використання вікна з вузькою головною пелюсткою й низьким рівнем бічних пелюсток, що повільно змінюється. Тому вагові функції з малим рівнем міжфільтрового просочування застосовуються за розв'язання як задач виявлення цілей, так й розпізнавання метеоявищ [5].

### Постановка задачі

Виходячи з викладеного, розрахунок вагових коефіцієнтів проводитимемо з метою мінімізації рівня міжфільтрового просочування. Виконання такої умови можна забезпечити шляхом розташування нулів АЧХ фільтрів ДПФ на центральних частотах головних пелюсток решти фільтрів. Наприклад, для нульового фільтра  $N$ -крапкового ДПФ це частоти, що відповідають значенням  $2\cdot\pi\cdot n/N$ , де  $n=1\dots N-1$  – номер фільтра.

Серед відомих вікон таке розташування нулів АЧХ має лише прямокутне вікно, але воно має дуже великий рівень бічних пелюсток - 13 дБ. Оскільки зниження цього рівня досягається за рахунок розширення головної пелюстки фільтра, то виключимо перший фільтр з переліку обмежень, тобто крапку  $2\cdot\pi/N$ . Натомість, висунемо вимогу мінімізації значення АЧХ у цьому місці, але зауважимо:  $A_{\min}\neq 0$ .

### Підсумки досліджень

Оскільки симетричність АЧХ фільтрів забезпечується симетричністю значень коефіцієнтів вагової функції  $a_0, a_1, \dots, a_{N-1}$  (відносно центрального номера послідовності), то для розрахунку цих значень складемо систему лінійних рівнянь (1).

Оскільки величина  $A_{\min}$  невідома, то розв'язком цієї системи є коефіцієнти  $a_0, a_1, \dots, a_{N-1}$ , значення яких відрізняються від шуканих вагових коефіцієнтів на сталу величину, яка тим більша, чим більше застосоване в (1)  $A_{\min}$  відрізняється від його оптимального значення.

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{N-1} a_i \cdot \cos\left(\frac{2\cdot\pi}{N} \cdot i\right) = A_{\min}; \\ \sum_{i=0}^{N-1} a_i \cdot \cos\left(\frac{2\cdot\pi}{N} \cdot i \cdot 2\right) = 0; \\ \sum_{i=0}^{N-1} a_i \cdot \cos\left(\frac{2\cdot\pi}{N} \cdot i \cdot 3\right) = 0; \\ \dots \\ \sum_{i=0}^{N-1} a_i \cdot \cos\left(\frac{2\cdot\pi}{N} \cdot i \cdot \left(\frac{N}{2} + k\right)\right) = 0; \\ a_0 - a_{N-1} = 0; \\ a_1 - a_{N-2} = 0; \\ \dots \\ a_{N/2-1} - a_{N/2+k} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $k=0$  для парних  $N$  й  $k=1$  для непарних  $N$ .

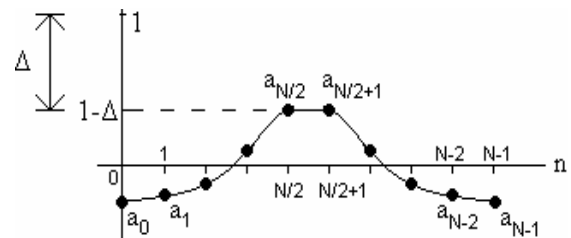
З метою спрощення методу розрахунку перейдемо від нелінійної процедури мінімізації, що передбачалася для обчислення вагових коефіцієнтів (за розв'язування системи (1)), до більш простих лінійних операцій. Завдяки періодичності гармонійних функцій, розв'язком системи (1) є коефіцієнти  $a_0, a_1, \dots, a_{N-1}$ , значення яких (відповідно до фізичного змісту шуканих величин) підлягають виправленню на величину

$$\Delta \approx 1 - a_{N/2}, \quad (2)$$

що еквівалентно введенню підставки для вагової функції (мал. 2):

$$a'_n = a_n + \Delta, \quad (3)$$

де  $a'_n$  – перераховані коефіцієнти вікна,  $n = 0, \dots, N-1$ .



Мал. 2. Загальний вигляд вагової функції вікна для випадку парного  $N$

Нетотожність виразу (2) обумовлює необхідність уточнення значень коефіцієнтів вагової функції  $a'_n$  з метою мінімізації рівня бічних пелюсток АЧХ:

$$a''_n = a'_n + \Delta'. \quad (4)$$

Задача підбирання  $\Delta'$  відповідно до (4) є задачею пошуку мінімуму одномодової функції й досягається шляхом лінійної оптимізації. Чим більше  $\Delta$ , тим більше застосоване в (1)  $A_{\min}$  відрізнялося від оптимального, тим більшим буде  $\Delta'$ . Наприклад, якщо задатися значенням  $A_{\min} = N/4$ , то  $\Delta' = 10^{-5}\dots 10^{-2}$ , а кількість ітерацій процесу (4) не перевищуватиме 30 за покрокового нарощування значень  $a''_n$  на  $10^{-3}$ .

Оскільки уточнені відповідно до (4) значення коефіцієнтів вагової функції  $a''_n \neq 0$ , то для одержання

максимуму когерентного накопичення сигналів у фільтрах ДПФ необхідно провести операцію масштабування:

$$a''_n = m \cdot a'_n \quad (5)$$

де  $m = 1/a''_{N/2}$  – масштабний коефіцієнт,  $n = 0, \dots, N-1$ .

Розраховані таким чином коефіцієнти вагового вікна не підлягають подальшій оптимізації: нулі АЧХ кожного фільтра повністю збігаються з центральними частотами решти фільтрів ДПФ, а рівень бічних пелюсток становить  $-42 \dots -43$  дБ.

Для  $N=8$  після виконання процедур (1) – (5) одержано рівень бічних пелюсток  $-43$  дБ, а шукані значення коефіцієнтів вагової функції (мал. 2) становлять:

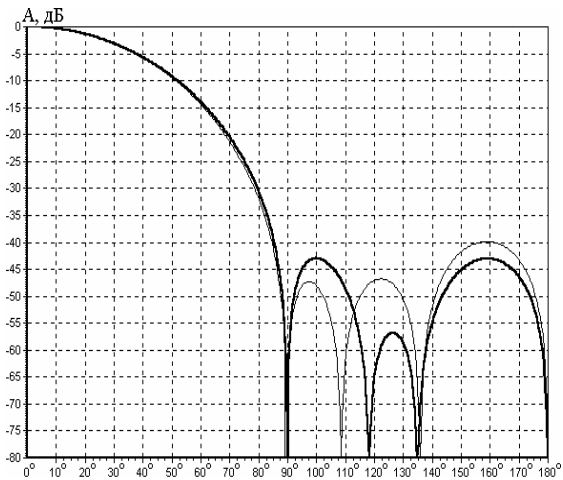
$$\begin{aligned} a_0=a_7=0,11032028; a_1=a_6=0,37090144; \\ a_2=a_5=0,73941884; a_3=a_4=1. \end{aligned} \quad (6)$$

За допомоги запропонованого методу розрахунку було порівняно одержані вагові функції та вікна з малим рівнем міжфільтрового просочування, що застосовуються у РЛС 35Д6. Наведені на мал. 3 АЧХ фільтрів ДПФ свідчать про неоптимальність застосованої вагової функції у 35Д6 й дозволяє запропонувати заміну використаних вікон з метою поліпшення якості первинної обробки станції: розрахована вагова функція (6) забезпечує на 3,5 дБ менший рівень бічних пелюсток й більші ширини зон відсутності міжфільтрового просочування (на центральних частотах II й III фільтрів –  $90^\circ$  й  $135^\circ$ , відповідно) через те, що вагова функція (6) має точне розташування нулів АЧХ  $2 \cdot \pi \cdot n/N$  на відміну від вікна РЛС 35Д6.

## Висновки

Вперше запропоновано лінійний метод розрахунку вагових коефіцієнтів ДПФ, що робить процес обчислення вікна нескладним й нетривалим у часі. Функції вікна для довільної кількості крапок ДПФ, які можна одержати відповідно до запропонованого алгоритму, не підлягають подальшій оптимізації й мають малу ступінь міжфільтрового просочування: нулі АЧХ збігаються з центральними частотами фільтрів ДПФ, а рівень бічних пелюсток становить  $-42 \dots -43$  дБ. Обґрунтовано чому за обчислення ДПФ у радіолокаційних застосуваннях вибір саме таких вікон є оптимальнішим, ніж використання відомих вагових функцій з набагато нижчим рівнем бічних пелюсток. Використання розрахованих за описаним алгоритмом коефіцієнтів дозволить підвищити

тактико-технічні характеристики РЛС – зокрема, рівень пригнічення пасивної завади. Надані рекомендації щодо заміни застосовуваних у первинній обробці РЛС 35Д6 вікон з низьким ступенем міжфільтрового просочування на оптимальніші, що дозволить зменшити рівень бічних пелюсток на 3,5 дБ.



Мал. 3. АЧХ фільтрів ДПФ для  $N=8$   
— з ваговим вікном РЛС 35Д6;  
— з розрахованим ваговим вікном (6)

## Список літератури

1. Годлевский В.С. Численный синтез оконных функций для дискретного преобразования Фурье / В.С. Годлевский, А.М. Денисенко // *Электронное моделирование*. – 2006. – Т. 28, № 4. – С. 75-87.
2. Дворкович А.В. Синтез эффективных оконных функций для оценки параметров сигналов с помощью ДПФ / А.В. Дворкович // *Радиотехника*. – 2005. – № 5. – С. 25-34.
3. Хэррис Ф.Дж. Использование окон при гармоническом анализе дискретного преобразования Фурье / Ф.Дж. Хэррис // *ТИИЭР*. – 1978. – Т. 66, № 1. – С. 60-96.
4. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. / С.Л. Марплмл. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
5. Чернобородова Н.П. Усовершенствование метеоканала аэродромного радиолокационного комплекса "Днепр-А" / Д.М. Пиза, Н.П. Чернобородова, М.П. Чернобородов // *Радиоэлектроника. Информатика. Управление*. – 2007. – № 2. – С. 16-20.

Надійшла до редколегії 12.11.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.В. Козелков, ЦНДІ навігації і управління, Київ

## СИНТЕЗ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ С МАЛЫМ УРОВНЕМ МЕЖФИЛЬТРОВОГО ПРОСАЧИВАНИЯ ДЛЯ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Н.П. Чернобородова, М.П. Чернобородов

Впервые предложен линейный метод расчёта весовых коэффициентов дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Получаемые функции окна для произвольного количества точек ДПФ имеют малую степень межфильтрового просачивания: нули АЧХ совпадают с центральными частотами фильтров ДПФ, а уровень боковых лепестков составляет  $-42 \dots -43$  дБ. Обосновано, почему при вычислении ДПФ в радиолокационных применениях выбор именно таких окон наиболее оптимален, чем использование известных функций с гораздо более низким уровнем боковых лепестков. Выданы рекомендации по замене применяемых в первичной обработке РЛС 35Д6 окон с низкой степенью межфильтрового просачивания на более оптимальные, что позволит уменьшить уровень боковых лепестков фильтров ДПФ на 3,5 дБ.

**Ключевые слова:** преобразование Фурье, весовая функция, расчёт коэффициентов, уровень боковых лепестков.

## THE WINDOWS WITH LOW POWER OF BETWEEN-FILTER LEAKAGE SYNTHESIS FOR DISCRETE FOURIER TRANSFORM

N.P. Chornoborodova, M.P. Chornoborodov

*It is firstly offered linear method of weighting coefficients calculation for discrete Fourier transform (DFT). Obtained window functions for arbitrary amount of DFT points have a less power of between-filter leakage: gain-frequency characteristic's zeros coincide with DFT filters central frequencies, and degree of side lobe amounts to -42...-43 dB. It is proved why for DFT computation in radar applications the choice of these windows is more optimal then use of well-known functions with much lower degree of side lobe. There are given recommendations concerning changing the windows with low power of between-filter leakage, applied in radar 35D6 preprocessing, for more optimal. This will allow to decrease the DFT filters degree of side lobe for 3.5 dB.*

**Keywords:** *Fourier transform, weighting function, coefficients calculation, degree of side lobe.*