

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМУ З ФІЗИКИ
РОЗДІЛ „КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ”

Для студентів інженерно-технічних спеціальностей
денної форми навчання

Запоріжжя
2019

Методичні вказівки до лабораторного практикуму з фізики розділ „Коливання та хвилі”. Для студентів інженерно-технічних спеціальностей денної форми навчання. / Укладачі: В.К.Манько, М.І.Правда, Сейдаметов С.В. - Запоріжжя: ЗНТУ, 2019. - 103 с.

Укладачі:

доценти кафедри фізики: В.К.Манько (№ 41.1, 41.2, 42, 43.1, 43.2, 43.5, 43.6, 43.7, 44, 46, 47.

М.І. Правда (№ 43.4, 43.5)

Ст. викл

С.В.Сейдаметов (№ 43.3)

Рецензент:

доц. Луцін С.П.

Відповідальний за випуск

В.К. Манько, канд. фіз.-мат. наук,
доцент.

Затверджено

на засіданні кафедри фізики.

Протокол № 6 від 18 квітня 2019 р.

Рекомендовано до видання

НМК КНТ- факультету.

Протокол № 8 від 23.04 2019 р.

ЗМІСТ

Вступ	4
1. Лабораторна робота № 41.1 Пружинний маятник	5
2. Лабораторна робота № 41.2 Визначення модуля зсуву та модуля Юнга за допомогою пружинного маятника.....	10
3. Лабораторна робота № 42. Математичний маятник	16
4. Лабораторна робота № 43.1. Фізичний маятник.....	21
5. Лабораторна робота № 43.2. Визначення приведеної довжини фізичного маятника.....	27
6. Лабораторна робота № 43.3 Оборотний маятник.....	32
7. Лабораторна робота № 43.4. Коливання стержня.....	37
8. Лабораторна робота № 43.5. Коливання обруча.....	41
9. Лабораторна робота № 43.6. Нахилений маятник.....	48
10. Лабораторна робота № 43.7. Крутильний маятник.....	63
11. Лабораторна робота № 44. Затухаючі механічні коливання.....	72
12. Лабораторна робота № 45. Затухаючі електромагнітні коливання.....	77
13. Лабораторна робота № 46. Резонанс у коливальному контурі	85
14. Лабораторна робота № 47 Закони змінного струму.....	91

ВСТУП

Основна спрямованість методичних вказівок з предмету фізика - дати можливість студентам за допомогою досліду вивчити важливі фізичні явища. Опис лабораторних робіт не претендує на те, щоб створити у студентів повне уявлення про явища, які вивчаються. Таке уявлення може виникнути лише внаслідок опрацювання лекцій та підручників.

Велика увага в методичних вказівках з фізики для студентів технічних спеціальностей приділяється обробленню результатів вимірювання. Для успішного виконання робіт необхідна попередня самостійна підготовка, в першу чергу теоретична.

Кожна лабораторна робота розрахована на дві академічні години занять у лабораторії. Перед заняттям студент повинен підготувати протокол лабораторної роботи, вивчивши відповідний теоретичний матеріал.

Під час заняття студенти проводять необхідні виміри, виконують розрахунки, доводять звіт до висновку. Результати вимірювання обговорюються з викладачем і затверджуються.

Повністю оформлений звіт по лабораторній роботі потрібно подати викладачу до кінця заняття. Він повинен містити: титульний лист, номер лабораторної роботи та її назву, перелік приладів і приладдя, мету роботи, схему установки, розрахункові формули, таблицю результатів вимірів і розрахунки, висновки за результатами роботи. Графіки повинні бути виконані на міліметровому папері.

Якщо студент не встигає захистити лабораторну роботу до кінця заняття, дозволяється оформити звіт (графіки) з використанням комп'ютерних програм (Excel, Origin) до наступного заняття.

Лабораторна робота вважається виконаною після успішно проведеного захисту шляхом співбесіди студента з викладачем (захист звіту + оцінка за теоретичний матеріал).

Захист звіту: мета роботи + експериментальна методика + висновки.

Теоретичний матеріал: знання фізичних явищ, які вивчалися у даній лабораторній роботі (закони, формули).

1 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 41.1 ПРУЖИННИЙ МАЯТНИК

Мета роботи: вивчення законів коливання пружинного маятника.

Завдання: а) дослідити залежність періоду коливань від маси тягарця;

б) визначити прискорення вільного падіння;

в) експериментально перевірити теоретичну формулу періоду коливання пружинного маятника.

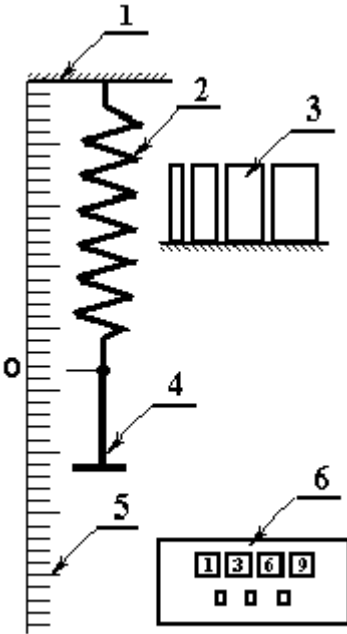


Рисунок 1.1

Прилади і обладнання: пружина, комплект тягарців, секундомір, лінійка.

Експериментальна установка (рис.1.1) складається із кронштейна 1, на якому закріплена пружина 2 з державкою 4 та тягарців 3. Деформація пружини вимірюється лінійкою 5, а час коливань маятника – секундоміром 6.

Теоретична частина

Пружинний маятник (рис.1.2) – це тіло підвішене на пружині. При виведенні його із положення рівноваги x_0 на відстань x виникає сила пружності F , яка за законом Гука дорівнює $F = -kx$, де k – жорсткість пружини. Ця сила на-

дає тілу прискорення $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F}{m}$,

або

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{kx}{m}. \quad (1.1)$$

Рівняння (1.1) запишемо так

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{kx}{m} = 0. \quad (1.2)$$

Позначивши $\frac{k}{m} = \omega_0^2$, одержуємо

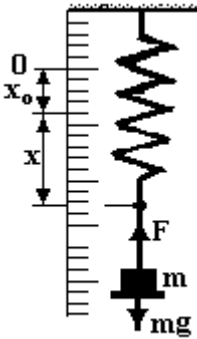


Рисунок 1.2

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0. \quad (1.3)$$

Рівняння (1.3) називається диференціальним рівнянням незатухаючих вільних гармонічних коливань. Розв'язком цього рівняння є гармонічна функція

$$x(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi), \text{ або } x(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (1.4)$$

яка задає координату x тягарця в будь-який момент часу t .

Розглянемо характеристики гармонічних коливань.

Амплітуда A_0 – найбільше відхилення фізичної величини від положення рівноваги.

Циклічна частота коливань

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.5)$$

це кількість коливань за 2π секунд.

Період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (1.6)$$

це час одного повного коливання, або час, за який фаза коливання змінюється на 2π .

Частота коливань

$$\nu = \frac{1}{T} \quad (1.7)$$

це кількість коливань за 1 секунду.

Із (1.5) і (1.6) отримуємо період коливань пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (1.8)$$

Коли на пружині висить тягарець, який не здійснює коливань, він розтягне пружину на величину x_0 . За законом Гука $F = mg = kx_0$, можна знайти жорсткість пружини

$$k = \frac{mg}{x_0}. \quad (1.9)$$

Тоді формула (1.8) для періоду коливань набуває виду

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{x_0}{g}} \quad , \quad (1.10)$$

або

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} x_0 \quad . \quad (1.11)$$

Таким чином, експериментально вимірюючи період коливань T від координати x_0 рівноважного стану тягарця маятника при різних масах, можна по куту нахилу графіка $T^2 = f(x_0)$ (див. формулу 1.11) знайти прискорення вільного падіння. Так виконується перше та друге завдання лабораторної роботи.

Третє завдання роботи виконується з використанням методу лінеаризації графіка на основі формули (1.8). Якщо піднести ліву і праву частини (1.8) до квадрату, одержимо

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m \quad , \quad (1.12)$$

тобто залежність $T^2 = f(m)$ повинна бути лінійною.

Практична частина

1. Підвісити саму державку тягарців і, комбінуючи набором тягарців, змінювати загальну масу m пружинного маятника від найменшої (одна державка) до найбільшої (підвішені усі тягарці). Маса державки 11 г, маси тягарців вказані на них.
2. З вибраною масою m виміряти координату x_0 нижньої частини державки в положенні рівноваги, а потім, надавши невеликої амплітуди ($2 \div 3$ см), виміряти секундоміром час (t) 20-ти коливань. Результати вимірів m , x_0 і t занести в таблицю 1.1. Кількість комбінацій мас повинна бути не меншою $9 \div 10$.

Таблиця 1.1

№	m кг	x_0 см	t с	T с	T^2 с ²
1					
2					
-					
-					

3. Побудувати графіки: 1) $T^2 = f(x_0)$; 2) $T^2 = f(m)$; 3) $x_0 = f(m)$.

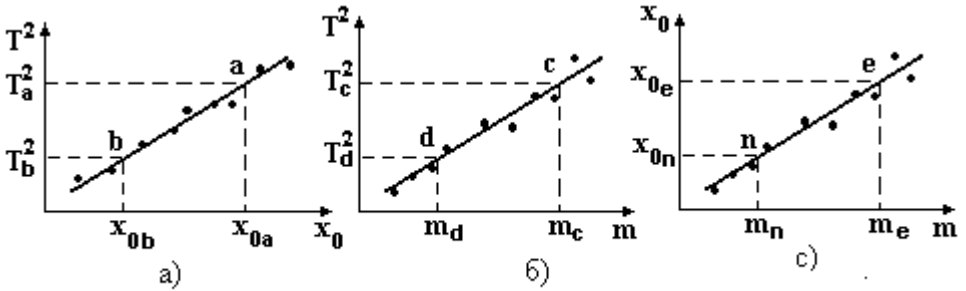


Рисунок 1.3

На прямолінійних частинах графіків (рис.1.3) вибрати по дві точки а- b, с- d і е- n визначити їх координати по масштабованим осям, **але не із таблиці**, і за формулами (1.12), (1.13) та (1.14) розрахувати:

а) прискорення вільного падіння
$$g = \frac{4\pi^2(x_{0a} - x_{0b})}{T_a^2 - T_b^2}$$

(1.12)

б) коефіцієнт жорсткості k пружини по періоду коливань

$$k_T = \frac{4\pi^2(m_c - m_d)}{T_c^2 - T_d^2} \quad (1.13)$$

с) коефіцієнт жорсткості пружини за законом Гука

$$k = g \frac{m_e - m_n}{x_{0e} - x_{0n}} \quad (1.14)$$

4. Зробити висновок, порівнявши значення g з табличним значенням $9,8 \text{ м/с}^2$, а k , одержане за формулами (1.13) та (1.14). У висновку також відмітити чи лінійні графіки одержано у дослідах і якщо так, то про що це свідчить?

Контрольні запитання

1. Що таке коливання?
2. Які коливання називаються гармонічними?
3. Дати визначення параметрів гармонічних коливань.
4. Одержати диференціальне рівняння незатухаючого гармонічного коливання для пружинного маятника.
5. Розв'язати диференціальне рівняння незатухаючих коливань.
6. Записати вирази для зміщення, швидкості і прискорення при незатухаючих гармонічних коливаннях та намалювати їх графіки.
7. Одержати формулу періоду незатухаючих коливань пружинного маятника.

Література

1. Чолпан П.П. Фізика.- К.: Вища школа, 2003.- С.77-80.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. - т.1, М.: Наука, 1982.- С.195-196.
3. Трофимова Т.И. Курс физики.- М: Высшая школа, 1990.- С.222-223.

Інструкцію склав доцент кафедри фізики ЗНТУ Манько В.К.

2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 41.2 ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЗСУВУ ТА МОДУЛЯ ЮНГА ЗА ДОПОМОГОЮ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: вивчення законів коливання пружинного маятника.

Завдання: а) визначити коефіцієнт жорсткості пружини;

б) розрахувати модуль зсуву та модуль Юнга матеріалу пружини.

Прилади і обладнання: пружина, комплект тягарців, секундомір, лінійка.

Експериментальна установка (рис.2.1) складається із кронштейна 1, на якому закріплена пружина 2 з державкою 6 та тягарців 3. Деформація пружини вимірюється лінійкою 5, а час коливань маятника – секундоміром 4.

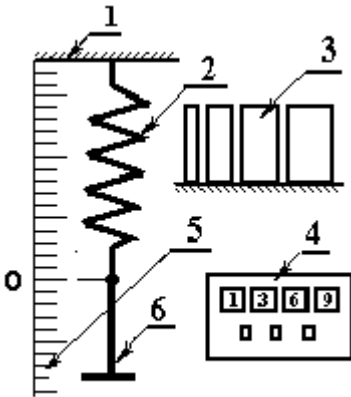


Рисунок 2.1

Теоретична частина

Метод вимірювання модуля зсуву оснований на знаходженні коефіцієнта жорсткості k пружини на основі законів коливання тіла, підвішеного на циліндричній пружині (пружинного маятника) та законі Гука.. Знаходиться модуль зсуву матеріалу, з якого виготовлена циліндрична пружина. Ясно, що коефіцієнт жорсткості залежить від матеріалу пружини та її геометричних розмірів (рис.2.2): діаметра дроту d , діаметра витка D та кількості витків N . Знайдемо цей зв'язок. Розглянемо деформацію циліндричної пружини з N витками, діаметр дроту якої d набагато менший за діаметр витка D .

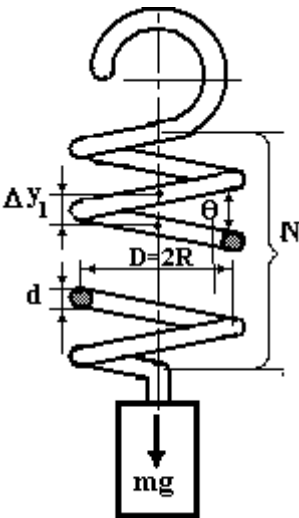


Рисунок 2.2

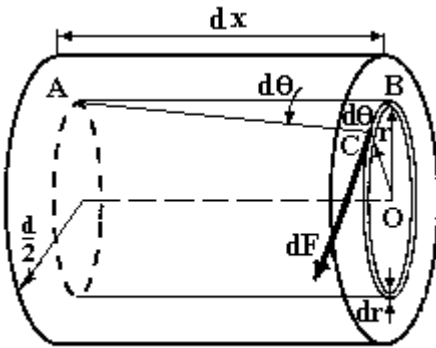


Рисунок 2.3

Отже кут закручування

$$\theta = \frac{\Delta y_1}{R}. \quad (2.1)$$

Знайдемо момент закручування M . Для цього візьмемо нескінченно малий відрізок дроту пружини довжиною dx (рис.2.3). Виділимо у ньому тонку трубку довжиною dx , радіусом r і товщиною dr . Під дією дотичної зовнішньої сили dF , момент якої $dM = r \cdot dF$, відбувається закручування на кут $d\theta$, тобто твірна AB займає положення AC . Будемо розглядати цю деформацію як деформацію зсуву. За законом Гука абсолютний зсув Δa прямо пропорційний сколюючій силі dF , відстані dx між площинами і обернено пропорційний площі зсуву dS .

$$\Delta a = \frac{1}{G} \cdot \frac{dF \cdot dx}{dS}, \quad (2.2)$$

де G – модуль зсуву. У нашому випадку площа зсуву $dS = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$, абсолютний зсув Δa дорівнює довжині дуги $\cup BC = r \cdot d\theta$. Вираз (2.2) набуває виду

$$r \cdot d\theta = \frac{1}{G} \cdot \frac{dF \cdot dx}{dS} = \frac{1}{G} \cdot \frac{dF \cdot dx}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr}, \quad (2.3)$$

Звідси заходимо силу dF та її крутильний момент dM як добуток сили dF на плече r

$$dM = r \cdot dF = \frac{2\pi \cdot r^3 \cdot G \cdot dr \cdot d\theta}{dx}. \quad (2.4)$$

При розтягуванні пружини нескінченно малий відрізок дроту dx зазнає деформації закручування на кут $d\theta$, а на довжину одного витка $L = 2\pi \cdot R$ на кут θ . При невеликій деформації, як видно з рис 2.2,

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{\theta}{2} = \frac{\Delta y_1}{2 \cdot R},$$

де Δy_1 – видовження пружини, яке припадає на один виток.

Тут $\frac{d\theta}{dx}$ – кут закручування, який припадає на один виток. Враховуючи (2.1), маємо

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\theta}{2\pi \cdot R} = \frac{\Delta y_1}{2\pi \cdot R^2} \quad (2.5)$$

Вираз (2.4) набуває виду

$$dM = \frac{r^3 \cdot G \cdot \Delta y_1}{R^2} dr \quad (2.6)$$

Інтегрування по всьому перерізу дроту від 0 до $d/2$ дає

$$M = \frac{G \cdot \Delta y_1}{R^2} \int_0^{\frac{d}{2}} r^3 \cdot dr = \frac{G \cdot \Delta y_1 \cdot d^4}{64 \cdot R^2} \quad (2.7)$$

Момент розтягуючої сили mg (див. рис. 2.2) дорівнює

$$M = mg \cdot \frac{D}{2} \quad (2.8)$$

Загальне видовження $y = N \cdot \Delta y_1 \Rightarrow \Delta y_1 = \frac{y}{N}$ (2.9)

Із (2.7) – (2.9) одержуємо вираз для модуля зсуву, який узгоджується з виразом, приведеним в [4].

$$G = \frac{64 \cdot R^3 \cdot N}{d^4} \cdot \frac{mg}{y} = \frac{8 \cdot D^3 \cdot N}{d^4} \cdot k, \quad (2.10)$$

де $k = \frac{mg}{y}$ – жорсткість пружини, яку можна експериментально

визначити по залежності стаціонарного видовження пружини від маси тягарця, або по залежності періоду коливань від маси, які, як відомо, визначається співвідношеннями відповідно $mg = ky$ і $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.

Модуль Юнга знаходиться із відомого з теорії пружності співвідношення

$$G = \frac{E}{2(\mu + 1)} \quad \Rightarrow \quad E = 2G(\mu + 1), \quad (2.11)$$

де μ - коефіцієнт Пуассона, величина таблична і для різних сталей вона становить 0,29 – 0,31.

Практична частина

1. Виміряти координату y_0 нижньої частини державки тягарців. Це значення відповідає масі $m = 0$.

2. Змінюючи масу тягарців дослідити залежність від маси координати рівноважного стану маятника (y) та періоду малих повздовжніх коливань. Для цього при кожній масі тягарця вивести маятник із положення рівноваги, стиснувши пружину на 2-3 см, виміряти час t 20 повних коливань. Період – це час

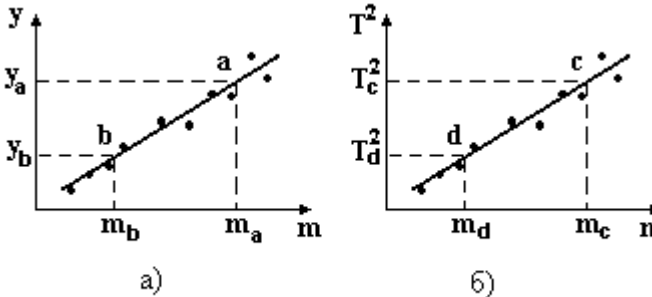
одного повного коливання. Отже $T = \frac{t}{N}$. Результати занести в таблицю 2.1.

Кількість експериментальних точок повинна становити 9 - 10, що досягається різною комбінацією тягарців від найменшої маси до найбільшої, коли завантажені всі тягарці.

Таблиця 2.1

№	m кг	y см	t с	T с	T ² с ²
1					
2					
-					
-					

3. Подувати графі-



бу-
ки:

Рисунок 2.4

$y = f(m)$ та 2) $T^2 = f(m)$. Вони повинні бути лінійними, якщо справедливий закон Гука та період коливань визначається виразом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{k}m \sim m.$$

На прямолінійних частинах графіків (рис.2.4) вибрати по дві точки a - b і c - d визначити їх координати по масштабованим осям, **але не із таблиці**, і за формулами (2.12) та (2.13) розрахувати:

коефіцієнт жорсткості пружини за законом Гука

$$k = g \frac{m_a - m_b}{y_a - y_b} \quad (2.12)$$

та за квадратом періоду коливань

$$k_T = \frac{4\pi^2(m_c - m_d)}{T_c^2 - T_d^2} . \quad (2.13)$$

Ясно, що ці значення повинні з точністю до похибки співпадати.

4. Знайти середнє значення жорсткості і за формулою (2.10) розрахувати модуль зсуву.

Параметри пружини:

$$D = 10,4 \text{ мм}, d = 0,51 \text{ мм}$$

Кількість витків N порахувати самостійно, знявши пружину.

5. За формулою (2.11) розрахувати модуль Юнга, прийнявши значення $\mu = 0,29$.

6. Порівняти одержане значення E з табличним, яке становить

$$E_{\text{табл}} = (200 \pm 5) * 10^9 \text{ Па} .$$

7. Зробити висновок.

Контрольні запитання

1. Що таке коливання?
2. Які коливання називаються гармонічними?
3. Дати визначення параметрів гармонічних коливань.
4. Одержати диференціальне рівняння незатухаючого гармонічного коливання для пружинного маятника.
5. Розв'язати диференціальне рівняння незатухаючих коливань.
6. Записати вирази для зміщення, швидкості і прискорення при незатухаючих гармонічних коливаннях та намалювати їх графіки.
7. Одержати формулу періоду незатухаючих коливань пружинного маятника.
8. Сформулювати закон Гука.

Література

1. Чолпан П.П. Фізика.- К.: Вища школа, 2003.- С.77-80.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. - т.1, М.: Наука,1982.- С.195-196.
3. Трофимова Т.И. Курс физики.- М: Высшая школа, 1990.- С.222-223.
4. Рудой, К.А.Определение модуля Юнга и модуля сдвига : методические указания по выполнению лабораторной работы [Текст] / К.А. Рудой. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2008. – 15 с.: ил.
5. Золоторевский В. С., Механические свойства металлов, 2 изд. [Текст] / В.С.Золоторевский.– М., 1983. с.

Інструкцію склав доцент кафедри фізики ЗНТУ Манько В.К.

3 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 42 МАТЕМАТИЧНИЙ МАЯТНИК

Мета роботи: вивчення законів коливання математичного маятника.

Завдання: а) перевірити залежність періоду вільних коливань математичного маятника від довжини нитки;

б) перевірити залежність періоду вільних коливань математичного маятника від амплітуди;

в) визначити прискорення вільного падіння.

Прилади і обладнання: математичний маятник, секундомір, лінійка.

Експериментальна установка

(рис.3.1) складається з кронштейна 1, через який перекинута нитка 3, на одному кінці якої прив'язана масивна куля 4, а другий кінець закріплений на котушці 5. Гумова бусинка 2 може по ній переміщуватись по нитці і слугує для вимірювання зміни довжини нитки, коли куля 3 опуститься нижче лінійки 7. Довжина L нитки змінюється шляхом намотування її на котушку 5, яка фіксується стопорним гвинтом 6. Зміна довжини нитки вимірюється лінійкою 7.

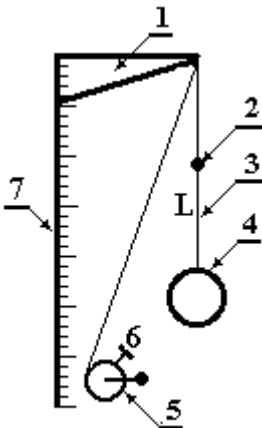


Рисунок 3.1

Зміна довжини нитки вимірюється лінійкою 7.

Теоретична частина

Математичний маятник – це тіло масою m , яке можна вважати матеріальною точкою, підвішене на невагомій нерозтяжній нитці. Знайдемо період коливань такого маятника. Якщо нитку відхилити від вертикального положення на кут α , виникає зворотний момент сили тяжіння mg , плече якої дорівнює $L \cdot \sin \alpha$ (рис.3.2). Під дією цього моменту тіло m обертається навколо точки підвісу O . Основне рівняння динаміки обертального руху має вид

$$I \cdot \varepsilon = -mgL \cdot \sin \alpha \quad (3.1)$$

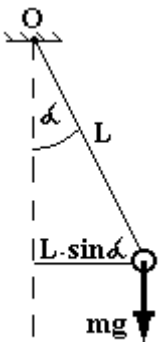


Рисунок 3.2

Тут: $I = m \cdot L^2$ - момент інерції матеріальної точки, $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ кутове прискорення. Знак мінус враховує, що момент сили mg зменшує кут α . Підстановка цих виразів у (3.1) дає диференціальне рівняння незатухаючих коливань математичного маятника

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \alpha = 0. \quad (3.2)$$

При малих кутах α (менших 5°) можна вважати, що $\sin \alpha = \alpha$.

Одержуємо
$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{L} \alpha = 0. \quad (3.3)$$

Це рівняння співпадає із загальним рівнянням незатухаючих гармонічних коливань

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \alpha = 0, \quad (3.4)$$

коли $\omega_0^2 = \frac{g}{L}$.

Розв'язком рівняння (3.4) є гармонічна функція

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad \text{або} \quad \alpha(t) = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (3.5)$$

яка задає кут відхилення α маятника в будь-який момент часу t .

Розглянемо характеристики гармонічних коливань.

Амплітуда α_0 – найбільше відхилення точки від положення рівноваги.

Циклічна частота коливань
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad - \quad (3.6)$$

це кількість коливань за 2π секунд.

Період коливань
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad - \quad (3.7)$$

це час одного повного коливання, або час, за який фаза коливання змінюється на 2π .

Частота коливань
$$\nu = \frac{1}{T} \quad - \quad (3.8)$$

це кількість коливань за 1 секунду.

Із (3,6) і (3,7) отримуємо період коливань математичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (3.9)$$

Звертає на себе увагу, що в цей вираз не входить амплітуда. Отже період від неї не залежить. Цю властивість слід перевірити в роботі експериментально. Але слід зауважити, що незалежність періоду від амплітуди виконується для малих амплітуд, коли $\sin \alpha = \alpha$ і коливання носять гармонічний характер.

Довжина математичного маятника L – відстань від точки підвісу до центра маси підвішеного тіла. Її не завжди можливо точно виміряти, наприклад, коли невідоме положення центру маси підвішеного тіла, або ще гірше, до точки підвісу немає доступу (вона знаходиться дуже високо). Зате зміну довжини нитки ΔL можна завжди виміряти досить точно. Тому прийmemo, що $L = L_0 + \Delta L$, одержуємо з (3.9)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L_0 + \Delta L}{g}}. \quad (3.10)$$

Піднесемо це рівняння до квадрату

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L_0 + \frac{4\pi^2}{g} \Delta L. \quad (3.11)$$

Видно, що залежність квадрату періоду T^2 від зміни довжини нитки ΔL за теорією повинна бути лінійною, а її нахил визначається прискоренням вільного падіння g .

Практична частина

1. Утримуючи катушку 5 від обертання, відпустити стопорний гвинт 6 і встановити довжину нитки приблизно 50 см.
2. Привести маятник у коливальний рух, відхиливши його на кут не більший, ніж 5° . При довжині нитки 50 см це відповідає зміщенню тягарця приблизно на 4 см.
3. В одному з крайніх положень маятника, який коливається, увімкнути секундомір і виміряти час 20-ти коливань. Результат записати в таблицю 3.1. Це відповідатиме значенню $\Delta L = 0$.

Таблиця 3.1

t, сек.	T = t/20, сек.	T ² , сек ²	ΔL, см

- Замітити положення бусинки 2 по лінійці 7. Утримуючи катушку 5 від обертання, знову відпустити стопорний гвинт 6 і подовжити нитку на $\Delta L = 20$ см. **Подовження нитки вимірювати по переміщенню разом з нею бусинки, а не підвішеної кулі.** Закрутити стопорний гвинт.
- Повторювати п. 2 - 4 до максимально можливої довжини нитки (до підлоги). Це буде 7-8 експериментальних точок. Коли бусинка опуститься нижче лінійки, перемістити її вгору, щоб вона весь час залишалася проти лінійки.
- Розрахувати період $T = t/20$ та його квадрат. Результат занести в таблицю 3.1.
- При найбільшій довжині нитки провести два експерименти: 1) з мінімальною амплітудою, відхиливши вантаж приблизно на 1 см; 2) з завідомо більшою амплітудою з відхилення приблизно 10 см. Порівняти періоди коливань, та зробити висновок.

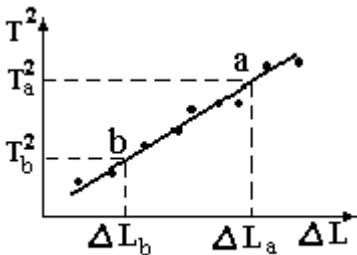


Рисунок 3.3

- Побудувати графік залежності квадрата періоду T^2 від подовження нитки ΔL (рис.3.3). Лінійний вид цього графіка свідчить про справедливність залежності (3.11), а отже і формули (3.10).
- На прямолінійній частині графіка вибрати дві точки а і б. **З осей координат, а не із таблиці 3.1, визначити їх координати**

$T_a^2, \Delta L_a, T_b^2, \Delta L_b$. Розрахувати прискорення вільного падіння за формулою:

$$g = 4\pi^2 \frac{\Delta L_a - \Delta L_b}{T_a^2 - T_b^2}. \quad (3.12)$$

- Порівняти одержане значення з табличним $9,8 \text{ м/с}^2$. Зробити висновок.

Контрольні запитання

1. Що таке коливання?
2. Які коливання називаються гармонічними?
3. Дати визначення параметрів гармонічних коливань.
4. Що таке математичний маятник?
5. Складіть та запишіть диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань математичного маятника.
6. Розв'язати диференціальне рівняння незатухаючих коливань.
7. Записати вирази для зміщення, швидкості і прискорення при незатухаючих гармонічних коливаннях та намалювати їх графіки.
8. Запишіть рівняння коливань, яке є рішенням диференціального рівняння математичного маятника. Накресліть графік цього рівняння.
9. Одержати формулу періоду незатухаючих коливань пружинного маятника.
10. Дати визначення величинам, які входять у рівняння коливань математичного маятника.
11. Записати формули для періоду та циклічної частоти коливань математичного маятника.
12. Чи залежить період гармонічних коливань від амплітуди?

Література

1. Чолпан П.П. Фізика.- К.: Вища школа, 2003.- С.77-80.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. - т. 1, М.: Наука, 1982.- С.195-196.
3. Трофимова Т.И. Курс физики.- М: Высшая школа, 1990.- С.222-223.

Інструкцію склав доцент каф. фізики ЗНТУ Манько В.К.

4 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 43.1 ФІЗИЧНИЙ МАЯТНИК

Мета роботи: вивчення законів коливання фізичного маятника.

Завдання: а) перевірити залежність періоду вільних коливань фізичного маятника від його моменту інерції;

б) визначити величину прискорення вільного падіння.

Прилади і обладнання: фізичний маятник, секундомір, лінійка.

Експериментальна установка (рис.4.1) складається із основи 1,

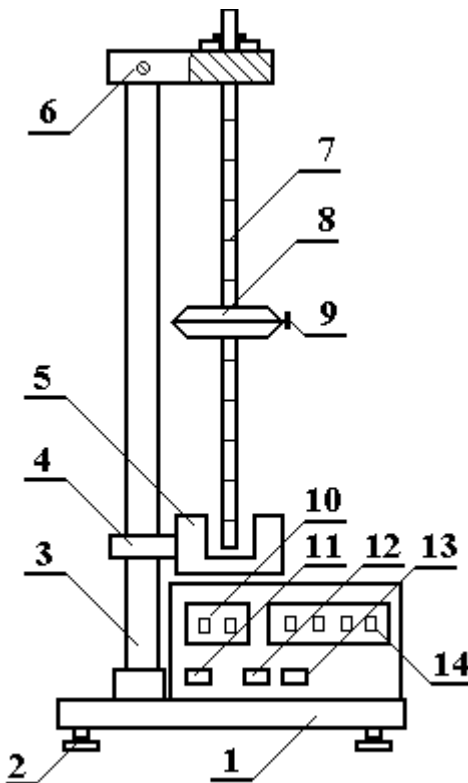


Рисунок 4.1

вирівнювання якої здійснюється ніжками 2. В основі закріплена стійка 3, на якій фіксується нижній кронштейн 4 з фотоелектричним датчиком 5. На верхньому кронштейні 6 підвішений фізичний маятник. Він складається зі стержня 7, вантажу 8 з фіксатором 9. На стержні 7 через 10мм зроблені кільцеві нарізки для точного визначення довжини маятника та чіткої фіксації вантажу 8. На передній панелі приладу знаходяться: індикатор кількості коливань—10, індикатор часу—14, вимикачі “СЕТЬ”—11, “СБРОС”—12 і “СТОП”—13.

Під час коливань маятника світловий потік від лампочки фотоелектричного датчика 5 перекривається кінцем стержня 7, що вмикає електронну схему підрахунку кількості коливань та секундомір.

Після натискування вимикача “СТОП” секундомір зупиняється після закінчення поточного повного коливання.

Теоретична частина

Фізичний маятник – це тіло, яке може обертатись відносно довільної горизонтальної осі, що не проходить через центр маси. Під дією моменту сили тяжіння mg , плече якої дорівнює $L \cdot \sin \alpha$, тіло обертається навколо точки підвісу O (рис.4.2). L – відстань від точки O обертання (точки підвісу) до точки C - центра маси тіла. Основне рівняння динаміки обертального руху має вид

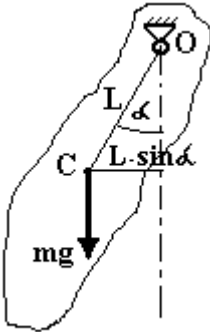


Рисунок 4.2

$$I \cdot \varepsilon = -mgL \cdot \sin \alpha, \quad (4.1)$$

I - момент інерції тіла, $\varepsilon = \frac{d^2 \alpha}{dt^2}$ - кутове прискорення.

Знак мінус враховує, що момент сили mg зменшує кут α . Таким чином, одержуємо диференціальне рівняння коливань фізичного маятника

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mgL}{I} \sin \alpha = 0. \quad (4.2)$$

При малих кутах α (менших 5°) можна вважати, що $\sin \alpha = \alpha$.

$$\text{Одержуємо} \quad \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mgL}{I} \alpha = 0 \quad (4.3)$$

Це рівняння збігається з загальним рівнянням незатухаючих гармонічних коливань

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \alpha = 0, \quad (4.4)$$

при $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$.

Розв'язком рівняння (4.4) є гармонічна функція

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad \text{або} \quad \alpha(t) = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (4.5)$$

яка задає кут відхилення α маятника в будь-який момент часу t .

Розглянемо характеристики гармонічних коливань.

Амплітуда α_0 – найбільше відхилення точки від положення рівноваги.

$$\text{Циклічна частота коливань} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{I}} \quad (4.6)$$

це кількість коливань за 2π секунд.

Період коливань $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ – (4.7)

це час одного повного коливання, або час, за який фаза коливання змінюється на 2π .

Частота коливань $\nu = \frac{1}{T}$ – (4.8)

це кількість коливань за 1 секунду.

Із (4,6) і (4,7) отримуємо період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}}. \quad (4.9)$$

Для виконання першого пункту завдання необхідно змінювати момент інерції маятника. Це здійснюється шляхом переміщення вантажу 8 вздовж стержня 7 (рис.4.1). Але при цьому змінюється і положення центра маси, тобто відстань L , що також необхідно врахувати.

Момент інерції маятника відносно точки коливання O дорівнює сумі моменту інерції вантажу (матеріальної точки) $I_{\text{вант}} = MZ^2$ і стержня.

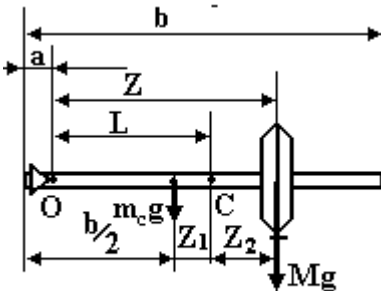


Рисунок 4.3

Враховуючи теорему Штейнера, з рис.4.3 маємо

$$I_{\text{стержня}} = \frac{1}{12} m_c b^2 + m_c \left(\frac{b}{2} - a \right)^2. \quad \text{Таким чином момент інерції маятни-}$$

ка, як функція відстані Z від точки підвісу до центра вантажу

$$I = MZ^2 + \frac{1}{12} m_c b^2 + m_c \left(\frac{b}{2} - a \right)^2 \quad (4.10)$$

Знайдемо положення точки C центра мас маятника, тобто відстань L як функцію Z . За правилом моментів відносно точки C (рис.4.3) маємо

$$m_c g Z_1 = M g Z_2 \quad (4.11)$$

Із рис.4.3 видно, що $L = Z - Z_2$, і $Z_1 + b/2 = L + a$.
Із рівнянь (4.11) – (4.12) знаходимо

$$L = \frac{Z + \frac{m_c}{M} \left(\frac{b}{2} - a \right)}{1 + \frac{m_c}{M}} \quad (4.13)$$

Підстановка (4.10) і (4.13) в (4.9), враховуючи, що $m = m_c + M$, після піднесення (4.9) до квадрату дає

$$Y = g \cdot X - Y_0, \quad (4.14)$$

де $Y = Z^2$, $Y_0 = \frac{1}{12} b^2 \frac{m_c}{M} + \frac{m_c}{M} \left(\frac{b}{2} - a \right)^2$,

а $X = \frac{T^2 \left[Z + \frac{m_c}{M} \left(\frac{b}{2} - a \right) \right]}{4\pi^2}$. (4.15)

Таким чином, залежність $Y = f(X)$ за теорією повинна бути лінійною. Експериментально досліджується залежність між періодом коливань T фізичного маятника та відстанню Z вантажу до точки підвісу. Будується графік у координатах $Y = f(X)$. Якщо графік прямолінійний, то це підтверджує справедливність теоретичних формул (4.9) і (4.10), а по нахилу графіка можна розрахувати прискорення вільного падіння g . Співпадання його з табличним значенням $9,8 \text{ м/с}^2$ кількісно підтверджує справедливність теоретичних співвідношень.

Практична частина

1. Увімкнути прилад у мережу 220 В і натиснути кнопку „СЕТЬ”.
2. Зняти маятник з кронштейна 6, відпустити фіксатор 9 і встановити центр вантажу 8 на відстані 10 см від точки підвісу. Відстань вимірювати кількістю видимих кільцевих нарізок на стержні від

опорної призми (точки підвісу) до вантажу плюс 1 см, що враховує товщину вантажу (2 см). Добиватись чіткої фіксації вантажу в нарізках.

3. Підвісити маятник на кронштейн 6. При цьому слідкувати за надійністю його кріплення.
4. Відрегулювати положення кронштейна 4 так, щоб нижній кінець стержня маятника 7 не зачіпався за фотоелектричний датчик 5, але перекривав його промінь.
5. Привести маятник у коливання, відхиливши стержень на кут не більший, ніж 5° .
6. Після того, як маятник здійснить $1 \div 2$ коливання, натиснути кнопку “СБРОС”. Почнеться відлік часу та кількості коливань, що буде видно на відповідних індикаторах.
7. Коли на індикаторі кількості коливань з’явиться цифра 9, натиснути вимикач “СТОП”. Після закінчення останнього 10-го коливання зупиниться секундомір.
8. Визначити період коливань, поділивши час на кількість коливань, тобто на 10. Відстань Z та період T записати в таблицю 4.1.

Таблиця 4.1

Z , см	$Y = Z^2$, см ²	T , сек.	X , см·с ²
-			
-			

9. Повторювати пп. 2 ÷ 8, кожного разу переміщувати вантаж вниз на 2 см до найнижчого можливого положення.
10. За формулою (4.15) розрахувати X і записати в таблицю 4.1.

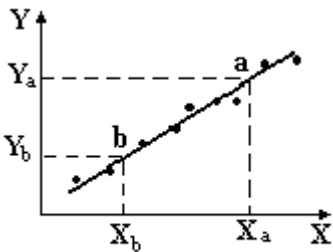


Рисунок 4.4

11. Параметри маятника: відношення мас $m_c/M = 0,3$; довжина верхнього кінця стержня до точки підвісу $a = 5$ см; загальна довжина стержня $b = 59$ см. Розрахунки зручніше виконувати на ЕОМ.
12. Побудувати графік залежності $Y=f(X)$.
13. На прямолінійній його частині виб-

рати дві точки a і b , (рис.4.4) визначити їх координати по осям, **але не із таблиці**, і знайти прискорення вільного падіння за формулою

$$g = \frac{Y_a - Y_b}{X_a - X_b}, \text{ см/с}^2. \quad (4.16)$$

14. Порівняти одержане значення з довідковим 980 см/с^2 . Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Що таке коливання?
2. Які коливання називаються гармонічними?
3. Дати визначення параметрів гармонічних коливань.
4. Що таке фізичний маятник?
5. Складіть та запишіть диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань фізичного маятника.
6. Розв'язати диференціальне рівняння незатухаючих коливань.
7. Записати вирази для зміщення, швидкості і прискорення при незатухаючих гармонічних коливаннях та намалювати їх графіки.
8. Запишіть рівняння коливань, яке є рішенням диференціального рівняння фізичного маятника. Накресліть графік цього рівняння.
9. Одержати формулу періоду незатухаючих фізичного пружинного маятника.
10. Як називають величини, що входять в рівняння коливань фізичного маятника. Які розмірності цих величин?
11. Запишіть формули для періоду та циклічної частоти коливань фізичного маятника.

Література

1. Чолпан П.П. Фізика.- К.: Вища школа, 2003.- С.77-80.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. - т.1, М.: Наука,1982.- С.196-199.
3. Трофимова Т.И. Курс физики.- М: Высшая школа, 1990.- С.222-223.

Інструкцію склав доцент каф. фізики ЗНТУ Манько В.К.

5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 43.2 ВИЗНАЧЕННЯ ПРИВЕДЕНОЇ ДОВЖИНИ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: вивчення законів коливання фізичного та математичного маятників.

Завдання: експериментально та теоретично знайти приведену довжину фізичного маятника.

Прилади і обладнання: фізичний маятник, математичний маятник, лінійка, секундомір.

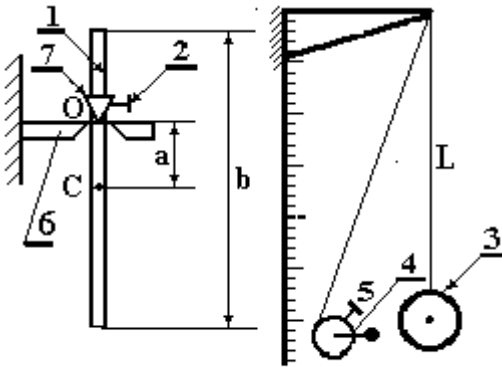


Рисунок 5.1

Експериментальна установка (рис.5.1) складається з фізичного 1 та математичного 3 маятників. Фізичний маятник опирається призмою 7 на кронштейн 6. Опорна призма 7 може переміщуватись вздовж стержня і фіксуватись гвинтом 2. Довжину математичного маятника можна плавно змінювати, намотуючи нитку на котушку 4 з гвинтовим фіксатором 5.

Теоретична частина

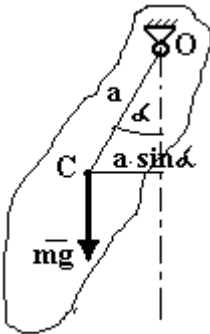


Рисунок 5.2

Фізичний маятник – це тіло, яке може обертатись відносно довільної горизонтальної осі, що **не проходить** через центр маси. Під дією моменту сили тяжіння mg , плече якої дорівнює $a \cdot \sin \alpha$, (рис.5.2) тіло обертається навколо точки підвісу O. a – відстань від точки O обертання (точки підвісу) до точки C - центра маси тіла. Записуємо основне рівняння динаміки обертального руху

$$I \cdot \varepsilon = -mga \cdot \sin \alpha. \quad (5.1)$$

Тут: I - момент інерції тіла, $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ - кутове прискорення. Знак мінус враховує, що момент сили \mathbf{mg} зменшує кут α . Таким чином, одержуємо диференціальне рівняння коливань фізичного маятника

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mga}{I} \sin\alpha = 0. \quad (5.2)$$

При малих кутах α (менших 5°) можна вважати, що $\sin\alpha = \alpha$. Одержуємо

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mga}{I} \alpha = 0 \quad (5.3)$$

Це рівняння збігається з загальним рівнянням незатухаючих гармонічних коливань

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \alpha = 0, \quad (5.4)$$

в якому $\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{I}}$.

Розв'язком рівняння (5.4) є гармонічна функція

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega_0 t + \varphi), \text{ або } \alpha(t) = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (5.5)$$

яка задає кут відхилення α маятника в будь-який момент часу t .

Розглянемо характеристики гармонічних коливань.

Амплітуда α_0 – найбільше відхилення точки від положення рівноваги.

Циклічна частота коливань $\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{I}} \quad (5.6)$

це кількість коливань за 2π секунд.

Період коливань $T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (5.7)$

це час одного повного коливання, або час, за який фаза коливання змінюється на 2π .

Частота коливань $\nu = \frac{1}{T} \quad (5.8)$

це кількість коливань за 1 секунду.

Із (5.6) і (5.7) отримуємо період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}. \quad (5.9)$$

Таким чином, період коливань фізичного маятника залежить від положення точки підвісу O і форми тіла, тобто його моменту інерції відносно цієї точки.

Для математичного маятника, який уявляє собою матеріальну точку, підвішену на невагомій нерозтяжній нитці довжиною L , момент інерції $I = mL^2$, $a = L$. Отже період коливань математичного маятника залежить тільки від довжини нитки

$$T_M = 2\pi \sqrt{L/g}. \quad (5.10)$$

Приведеною довжиною $L_{пр}$ фізичного маятника називається така довжина математичного маятника, період коливань якого дорівнює періоду коливань фізичного маятника. Із (9.5) і (9.6) при $T = T_M$ маємо

$$L_{пр} = \frac{I}{ma}. \quad (5.11)$$

Момент інерції стержня (рис.5.1) з урахуванням теореми

Штейнера дорівнює
$$I = \frac{1}{12} mb^2 + ma^2. \quad (5.12)$$

Таким чином, із (5.11) і (5.12) одержуємо теоретичне значення приве-

деної довжини
$$L_{теор} = \frac{b^2}{12a} + a. \quad (5.13)$$

Теоретичне значення періоду коливань фізичного маятника знаходимо із (5.9) і (5.12)

$$T_{теор} = 2\pi \sqrt{\frac{b^2}{12ag} + \frac{a}{g}}. \quad (5.14)$$

Практична частина

1. Зняти з кронштейна фізичний маятник.
2. Лінійкою виміряти загальну довжину b стержня.
3. Установити опорну призму на відстані $a = 20 + N$ см від його середини і зафіксувати її гвинтом 2. N – номер навчальної бригади.

4. Підвісити фізичний маятник за опорну призму, помістивши її в заглибини кронштейна.
5. Рукою або книжкою одночасно відхилити математичний і фізичний маятники на кут приблизно 5° і відпустити.
6. Візуально слідкувати за синхронністю коливань обох маятників. У разі, якщо період математичного маятника більший (менший), ніж фізичного, зменшити (збільшити) довжину нитки математичного маятника.
7. Повторювати пункти 5, 6 до співпадання періодів коливань маятників, тобто синхронного коливання протягом не менше 20 коливань..
8. Виміряти час t 20-ти коливань маятників і знайти період

$$T_{\text{експ}} = \frac{t}{20}.$$
9. Лінійкою виміряти довжину математичного маятника від точки підвісу до центра маси кулі. Це і буде експериментальне значення приведеної довжини фізичного маятника $L_{\text{експ}}$.
10. Розрахувати теоретичні значення приведеної довжини за формулою (5.13) та періоду за формулою (5.14), дотримуючись розмірностей величин.
11. Порівняти експериментальні і теоретичні значення приведеної довжини та періоду, записавши їх в таблицю 5.1.

Таблиця 5.1.

$L_{\text{теор}}, \text{ см}$	$L_{\text{експ}}, \text{ см}$	$T_{\text{теор}}, \text{ с}$	$T_{\text{експ}}, \text{ с}$

12. Розрахувати похибку $L_{\text{теор}}$.

Контрольні запитання

1. Що таке фізичний маятник?
2. Що таке математичний маятник?
3. Одержати диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань фізичного маятника.
4. Одержати період коливань фізичного маятника.

5. Одержати період коливань математичного маятника.
6. Дати означення приведеної довжини фізичного маятника.
7. Одержати вираз для приведеної довжини фізичного маятника.

Література

1. Чолпан П.П. Фізика.- К.: Вища школа, 2003.- С.77-80.
2. Лапотинський І.Е., Зачек І.Р. Фізика для інженерів.- Львів: Афіша, 2003.-С. ?
3. Савельев И.В. Курс общей физики. - т.1, М.: Наука,1982.- С.196-199.
4. Трофимова Т.И. Курс физики.- М: Высшая школа, 1990.- С.222-223.

Інструкцію склав доцент каф. фізики НУ «ЗП» Манько В.К.

6 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 43.3 ОБОРОТНИЙ МАЯТНИК

Мета роботи: вивчити методику визначення прискорення вільного падіння за допомогою оборотного маятника .

Завдання: виміряти прискорення вільного падіння.

Прилади й знаряддя: оборотний маятник, секундомір.

Експериментальна установка зображена на рисунку 6.1. На вертикальній стійці 1, яка встановлена на основі 2 з розташованим на ній електронним секундоміром 3, закріплені два кронштейни: нижній рухомий 4 з фотоелектричним датчиком 5 та верхній нерухомий 6. На верхній нерухомий кронштейн 6 підвішується оборотний маятник, який уявляє собою

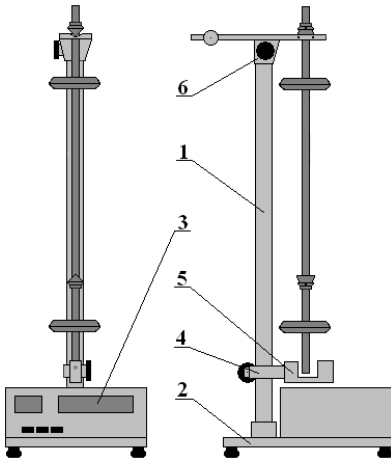


Рисунок 6.1

стальний стержень, на якому закріплені опорні призми А і В та рухомі вантажі С і D.

Теоретична частина

Фізичний маятник – це тіло, яке може обертатись відносно довільної горизонтальної осі, яка не проходить через центр маси.

Оборотний маятник – це фізичний маятник, який має дві точки коливання, при послідовному підвішуванні за які періоди коливань маятника буде однаковими..

У нашому випадку це дві точки, що відповідають положенням призм А і В. При закріпленні оборотного маятника на призмах А і В шляхом переміщення вантажів С і D вздовж його осі можна, змінюючи момент інерції маятника, домогтися рівності періодів його коливань:

$$T_A = T_B = T = 2\pi \sqrt{\frac{I_A}{mga}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_B}{mgb}}, \quad (6.1)$$

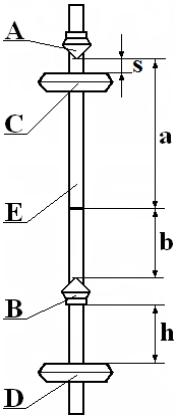


Рисунок 6.2

де I_A і I_B – моменти інерції маятника відносно осей, які проходять через точки А і В; a і b – відстань від центра мас до відповідної осі коливань (рис.6.2).

Теоремою Штейнера стверджує, що момент інерції I тіла відносно будь-якої осі обертання дорівнює моменту інерції I_0 цього тіла відносно осі, що проходить через центр маси тіла і паралельна заданій плюс добуток маси тіла на квадрат відстані між осями. Маємо

$$I_A = I_0 + ma^2; \quad I_B = I_0 + mb^2, \quad (6.2)$$

де I_0 – момент інерції маятника відносно осі, яка проходить через його центр тяжіння і яка паралельна осі коливань.

Підставляючи (6.2) в (6.1), отримаємо формулу для розрахунку прискорення вільного падіння g :

$$g = \frac{4\pi^2(a+b)}{T^2} \quad (6.3)$$

Таким чином, для визначення прискорення вільного падіння за допомогою оборотного маятника, необхідно виміряти дві величини: відстань між опорними призмами ($a+b$) та період коливань $T=T_A=T_B$ фізичного маятника.

Практична частина

1. Увімкнути шнур живлення приладу в мережу і натиснути вимикач "Сеть".
2. Перевірити роботу індикаторів та лампочок фотоелектричного датчика: індикатори електронного секундоміра та лічильника кількості коливань (періодів) повинні висвічувати "0" в усіх розрядах, а лампочка фотоелектричного датчика – світитися.
3. Закріпити вантаж C на відстані $s = (5+n)$ см від призми A , а вантаж D – на відстані $h=1$ см від призми B , де n – номер навчальної бри-

гади.

4. По шкалі, нанесеній на стержні, знайти відстань L між призми.
5. Підвісити маятник на призмі A на верхньому нерухомому кронштейні.
6. Нижній кронштейн установки перемістити таким чином, щоб стержень маятника перетинав оптичну вісь фотоелектричного датчика.
7. Відхиливши маятник від положення рівноваги на кут $5 \div 10^\circ$, дати йому можливість здійснювати вільні коливання.
8. Натиснути вимикач "Сброс".
9. Виміряти час $N=10$ повних коливань маятника, для чого після підрахунку 9 повних коливань натиснути на секундомірі вимикач "Стоп".
10. Розрахувати період T коливань маятника за формулою:

$$T = \frac{t}{N}, \quad (6.4)$$

де t – загальний час N коливань.

11. Розрахувати період коливань T_A при різних положеннях h вантажу D на стержні маятника у відповідності з пп. 7-10. Положення вантажу D на стержні маятника змінювати через кожну поділку основної шкали, тобто через 1 см. При цьому положення вантажу C залишається незмінним. Результати вимірювань занести до таблиці 6.1.

Таблиця 6.1

№	h , см	T_A , с	T_B , с
1	1		
2	2		
3	3		
...	...		
n			

12. Підвісити маятник на призму B .
13. Підняти нижній кронштейн з фотоелектричним датчиком у відповідності з п. 6.
14. Визначити період T_B коливань маятника для різних положень вантажу D на стержні E у тих самих межах та з тим самим числом вимірювань. Результати вимірювань занести до таблиці 6.1.

15. За даними таблиці 6.1 побудувати **на міліметровому папері** графіки залежностей періодів T_A і T_B коливань від положення h вантажу D на стержні маятника: $T_A=f(h)$ і $T_B=f(h)$. Точка перетину кривих визначить координату рухомого вантажу D на стержні маятника, при якому значення періодів будуть однаковими $T_A=T_B=T$.
16. Для цього положення вантажу D у відповідності з пп. 7-10 знайти періоди коливань маятника відносно призми A і B . Вимірювання періодів коливань відносно кожної призми проводити по 3 рази. Результати вимірювань занести до таблиці 6.2

Таблиця 6.2

№	T_{Ai}, c	$\Delta T_{Ai}, c$	$[\Delta T_{Ai}]^2, c^2$	T_{Bi}, c	$\Delta T_{Bi}, c$	$[\Delta T_{Bi}]^2, c^2$
1						
2						
3						
	$\bar{T}_A = , c$	—	$\frac{\Sigma[\Delta T_{Ai}]^2}{c^2} = ,$	$\bar{T}_B = , c$	—	$\frac{\Sigma[\Delta T_{Bi}]^2}{c^2} = ,$

17. Знайти шуканий період коливань маятника \bar{T} за формулою:

$$\bar{T} = \frac{\bar{T}_A + \bar{T}_B}{2} \quad (6.5)$$

18. За формулою (6.3) розрахувати прискорення вільного падіння \bar{g} . Результат представити у вигляді:

$$g_{\text{експ}} = \bar{g} \pm \Delta g$$

де Δg – абсолютна похибка визначення g , яку знаходять за формулою

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{\bar{g}} = \sqrt{\left(\frac{2\Delta\pi}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{\bar{T}}\right)^2} \cdot 100\%, \quad (6.6)$$

де: $\Delta\pi$ – розраховують як похибку табличної величини;

ΔL – розраховують як похибку прямого одиничного вимірювання.

Абсолютну похибку вимірювання \bar{T} знаходять за формулою:

$$\Delta T = \frac{1}{2} \sqrt{\Delta T_A^2 + \Delta T_B^2}, \quad (6.7)$$

де ΔT_A , ΔT_B визначають як похибки прямих багаторазових вимірювань.

19. Порівняти отримане експериментальне значення $g_{\text{експ}} = \bar{g} \pm \Delta g$ з довідковим $g_{\text{дов}} = 9,81 \text{ м/с}^2$.

20. Зробити висновок.

Контрольні запитання

1. Що таке прискорення вільного падіння? Який напрямок прискорення вільного падіння та від чого воно залежить?
2. Дати визначення фізичного маятника.
3. Вивести формулу для періоду коливань фізичного маятника.
4. Дати визначення приведеної довжини фізичного маятника?
5. Сформулювати теорему Штейнера.

Література

1. Чолпан, П.П. Фізика: Підручник [Текст] / П.П. Чолпан. – Київ: Вища школа, 2003. – 567 с.: іл.
2. Зачек, І.Р. Курс фізики: Навчальний підручник [Текст] / І.Р. Зачек, І.М. Кравчук, Б.М. Романишин, В.М. Габа, Ф.М. Гончар. – Львів: Видавництво “Бескид Біт”, 2002 р. – 376 с.
3. Бушок, Г.Ф. Курс фізики. Т. 1, 2, 3 [Текст] / Г.Ф. Бушок, Є.Ф. Венгер. – Київ: Вища школа, 2002.
4. Савельєв, І.В. Курс общей физики. Т. 1, 2, 3 [Текст] / І.В. Савельєв. – М.: Наука, 1986.
5. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Т. 1-5 [Текст] / Д.В. Сивухин. – М.: Высшая школа, 1985.
6. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст] / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1985. – 300 с.

Інструкцію склав ст. викл. каф. фізики ЗНТУ Сейдаметов С.В.

7 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 43.4 КОЛИВАННЯ СТЕРЖНЯ

Мета роботи: дослідити залежність періоду коливань стержня від відстані між віссю обертання та центром мас.

Прилади: стержень, лінійка, секундомір.

Завдання роботи: побудувати теоретичний та експериментальний графіки залежності періоду коливань стержня T від параметра a : $T = f(a)$; знайти мінімум функції $T = f(a)$ експериментальним та теоретичним шляхом.

Теоретична частина

Коливаннями називають процеси, що повторюються з часом. Таку повторюваність мають, наприклад, рухи математичного та фізичного маятників, рухи струн музичних інструментів, зміни заряду та напруги на пластинах конденсатора і т. і.

Розглянемо коливання стержня, положення осі якого можна змінювати вздовж стержня. Такий стержень являє собою фізичний маятник. Фізичним маятником називають тверде тіло довільної форми, що має можливість обертатись навколо горизонтальної осі під впливом сили тяжіння. Період коливань фізичного маятника визначається за формулою:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}} \quad , \quad (7.1)$$

де I – момент інерції стержня, m – його маса, a – відстань від осі обертання до центра мас, g – прискорення вільного руху.

Момент інерції I у даному випадку визначається по теоремі Штейнера:

$$I = I_0 + ma^2 \quad , \quad (7.2)$$

де I_0 – момент інерції стержня відносно осі, що проходить перпендикулярно до стержня через його центр:

$$I_0 = \frac{m\ell^2}{12} \quad (7.3).$$

Після підстановки (7.2) і (7.3) в формулу (7.1) одержуємо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell^2}{12ga} + \frac{a}{g}} \quad (7.4).$$

Проведемо дослідження формули (7.4). Величина a може змінюватись в інтервалі: $[0, 1/2]$.

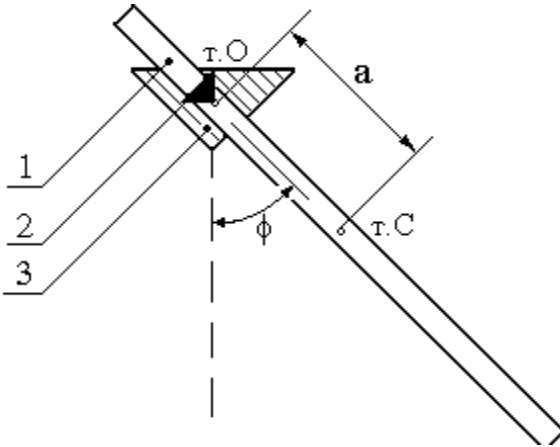
1. При $a \rightarrow 0$, період $T \rightarrow \infty$, тобто при закріпленні стержня в центрі мас він взагалі не буде коливатись, оскільки в цьому випадку сумарний момент сил тяжіння, що діють на стержень у будь-якому його положенні, дорівнюватиме нулю.

2. При $a = \frac{\ell}{2}$ для T одержуємо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2\ell}{3g}} \quad (7.5)$$

3. Дослідження формули (5.4) на наявність екстремуму показує, що функція має мінімум, координата якого знаходиться з умови:

$\frac{dT}{da} = 0$. Після диференціювання (7.4) знаходимо, що функція



має мінімум при:

$$a = \frac{\ell}{2\sqrt{3}}, \quad (7.6)$$

або приблизно при $a \approx 0.29\ell$.

Для експериментального дослідження залежності періоду коливань стержня від положення осі обертання застосовується пристрій, зображений на рисунку 7.1. Якщо стержень 1 встановити опорною призмою 2 на кронштейн 3, вивести з положення рівноваги на деякий кут ϕ і відпустити, то він буде здійснювати коливання відносно положення рівноваги.

Практична частина

1. Виміряти довжину стержня 1.
2. Встановити опорну призму 2 на першому значенні a з таблиці.
3. Встановити стержень на кронштейн 3.
4. Вивести маятник з положення рівноваги на кут $\phi \approx 10 \div 15^\circ$ і відпустити; виміряти час 10 повних коливань. Період коливань T – час одного повного коливання занести в таблицю 7.1.
4. Повторити виміри з іншими значеннях a , які вказані в таблиці 7.1.

Таблиця 7.1

n	a, м	T, с		ℓ , м
		експеримент	теорія	
1	0,01			
2	0,02			
3	0,03			
4	0,04			
5	0,05			
6	0,1			
7	0,2			
8	0,3			
9	0,4			
10	0,45			

5. За формулою (7.4) розрахувати теоретичні значення періоду T . Порівняти експериментальні та теоретичні значення періоду.
6. На одному полі побудувати теоретичний та експериментальний графіки $T = f(a)$ за зразком, який представлено на рис.7.2.



Рисунок 12.2. Рисунок 2 Теоретичний та експериментальний графіки $T = f\left(\frac{a}{l}\right)$

коливань і його рішення.

2. Що таке фізичний маятник? Вивести формулу періоду коливань фізичного маятника.
3. Сформулювати теорему Штейнера.
4. Вивести формулу періоду коливань стержня.
5. Побудувати графік залежності періоду коливань стержня від відстані між віссю обертання та центром мас.

Література

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. – т. 1. – М.: Наука, 1980.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. – т. 1. – М.: Наука, 1982.

Лабораторну роботу розробив доцент кафедри фізики Правда М.І.

7. Знайти першу похідну функції (7.4) по параметру a . З

умови $\frac{dT}{da} = 0$ знайти

теоретичне значення координати мінімуму функції; порівняти теоретичне значення з експериментальним, знайденим по графіку. Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Що таке гармонічні коливання? Записати диференціальне рівняння гармонічних

8 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 43.5 КОЛИВАННЯ ОБРУЧА

Мета роботи: вивчення законів коливання фізичного маятника.

Перевірити формулу періоду коливань фізичного маятника.

Завдання: 1) експериментально дослідити залежність періоду коливань обруча від положення точки підвісу.

2) розрахувати теоретичне значення періоду та порівняти його з експериментальним значенням.

Прилади і обладнання: обруч (фізичний маятник), секундомір, лінійка.

Опис установки

Конструкція експериментальної установки зображена на рис.8.1.

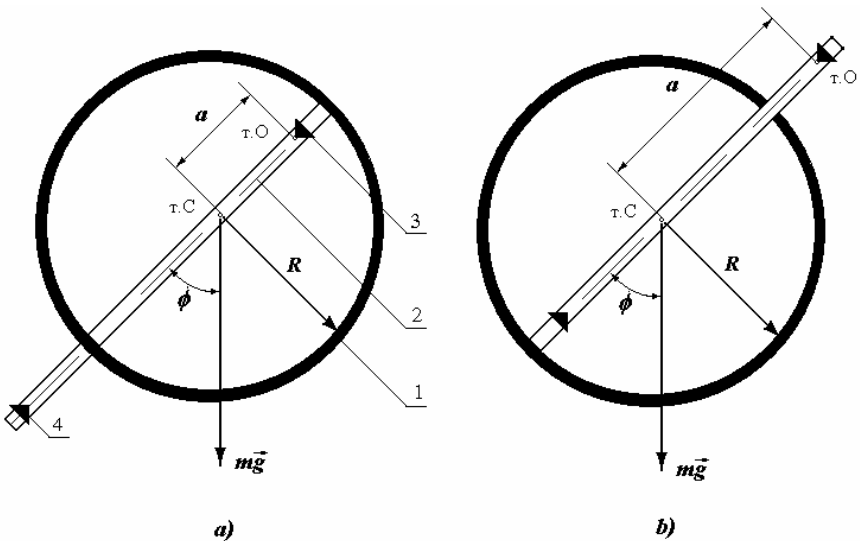


Рисунок 8.1. Обруч у двох варіантах підвісу

До обруча 1 приєднано допоміжний легкий стрижень 2, масою якого можна знехтувати у порівнянні із масою самого обруча. Уздовж стрижня 2 вільно пересуваються дві опорні призми 3 та 4, які можна закріплювати на будь-якій відстані a від центру мас обруча: як на відс-

тані a меншій за радіус обруча - $a < R$ (рис.8.1 а) - призма 3, так і на відстані a більшій за радіус обруча - $a > R$ (рис.8.1 б) - призма 4.

Теоретична частина

Фізичний маятник – це тіло, яке може обертатись відносно довільної горизонтальної осі, що **не проходить** через центр маси. Під дією моменту сили тяжіння \mathbf{mg} , плече якої дорівнює $L \cdot \sin\varphi$, (рис.8.2) тіло обертається навколо точки підвісу O . L – відстань від точки O обертання (точки підвісу) до точки C - центра маси тіла. Основне рівняння динаміки обертального руху має вид

$$I \cdot \varepsilon = -mgL \cdot \sin\varphi, \quad (8.1)$$

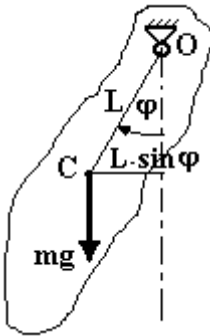


Рисунок 8.2.

I - момент інерції тіла, $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ - кутове прискорення. Знак мінус враховує, що момент сили \mathbf{mg} зменшує кут φ . Таким чином, одержуємо диференціальне рівняння незатухаючих коливань фізичного маятника

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgL}{I} \sin\varphi = 0. \quad (8.2)$$

При малих кутах φ (менших 5°) можна вважати, що $\sin\varphi = \varphi$. Одержуємо

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgL}{I} \varphi = 0 \quad (8.3)$$

Порівнюючи це рівняння із загальним рівнянням незатухаючих гармонічних коливань

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (8.4)$$

одержуємо циклічну частоту $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{I}} = \frac{2\pi}{T}$ та період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}} \quad (8.5)$$

де I – момент інерції обруча; m – його маса; a – відстань від осі обертання до центру мас (відстань від $m_1 O$ до $m_2 C$ на рис. 8.3); g – прискорення вільного падіння. Момент інерції I визначається за теоремою Штейнера:

$$I = I_0 + ma^2, \quad (8.6)$$

де I_0 – момент інерції обруча відносно осі, що проходить перпендикулярно до площини обруча через його центр:

$$I_0 = mR^2, \quad (8.7)$$

де R – радіус обруча.

Після підстановки (8.6) і (8.7) в формулу (8.5) одержуємо:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{R^2}{a} + a}. \quad (8.8)$$

Як видно із формули (8.8), залежність періоду коливань T від параметру a має нелінійний характер. Аналіз функції (8.8) показує, що при певному значенні параметра a ця функція має мінімум, координату якого можна знайти з умови: $\frac{dT}{da} = 0$. Аналіз показує, що мінімуму

функція (8.8) досягає при $a = R$. Тобто, за формулою (8.8), при $a < R$ період коливань T повинен монотонно зменшуватись, а при $a > R$ період коливань T повинен монотонно збільшуватись.

Якщо точка підвісу знаходиться на обручі, тобто $a = R$ вираз (8.8) дає

$$T = 2\pi\sqrt{2R/g} = 2\pi\sqrt{D/g}. \quad (8.9)$$

Практична частина

Завдання 1.

1. Пересуваючи опорну призму 3 уздовж допоміжного стержня 2 зафіксувати відстань між віссю обертання - $m_1 O$ та центром мас - $m_2 C$ - $a = 0.05$ м. Встановити обруч на опорну призму 3 та, відхиливши його на невеликий ($5 - 10^\circ$) кут від положення рівноваги виміряти час 10 повних коливань. Період коливань – $T_{експер}$ з точністю до сотих секунди занести в таблицю.

2. Повторити виміри періоду коливань обруча для решти значень a , які вказано в таблиці 1. Коли відстань a стане більшою за радіус R встановлювати обруч на опорну призму 4 та продовжувати виміри періоду для всіх зазначених в таблиці значень параметру a .

3. За формулою (4) розрахувати період коливань обруча $T_{теор}$ при тих самих значеннях параметра a . Дані занести в таблицю 1.

Таблиця 8.1

№	$a, м$	$T_{експер}, с$	$T_{теор}, с$	$R, м$
1	0.05			0.3
2	0.10			
3	0.15			
4	0.20			
5	0.25			
6	0.27			
7	0.35			
8	0.40			
9	0.45			
10	0.47			

4. Користуючись даними таблиці 1, побудувати теоретичний та експериментальний графіки залежностей періоду коливань обруча від параметру a за зразком, який представлено на рис.8.3. При цьому на графік спочатку нанести теоретичні точки і з'єднати їх плавною кривою.

5. Знайти похідну від функції (4) по параметру a та з умови $\frac{dT}{da} = 0$ визначити, при якому значенні параметра a ця функція сягає мінімуму. Порівняти експериментальні данні з теоретичними.

6. Зробити висновки.

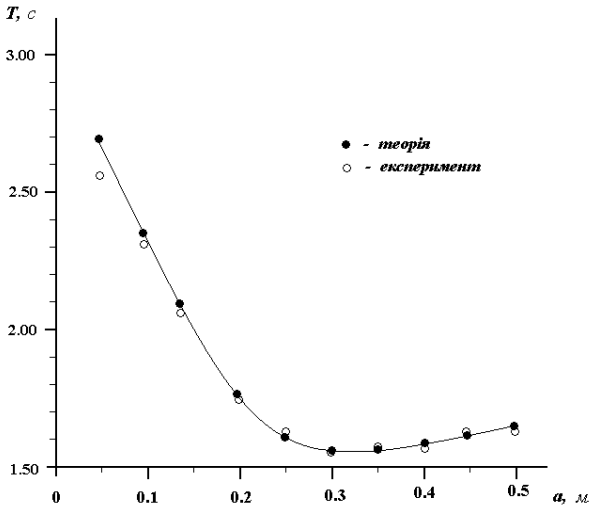


Рисунок 8.3. Теоретичний та експериментальний графіки залежності періоду коливань обруча від параметру a .

Завдання 2.

1. Підвісити обруч, як показано на рис. 8.4.

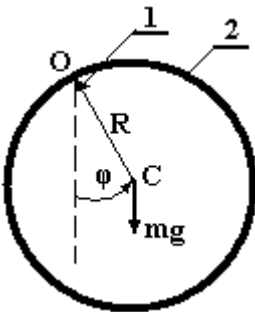


Рисунок 8.4

2. Привести обруч у коливання відносно горизонтальної осі, яка перпендикулярна до площини обруча, відхиливши його на кут не більший, ніж 5° .
3. В момент, коли обруч знаходиться в одному із крайніх положень, увімкнути секундомір і виміряти час t двадцяти повних ($N=20$) коливань.
4. Повторити експеримент згідно з пп. 1 ÷ 2 ще 4 рази (всього 5). Результати занести в таблицю 8.1.

Таблиця 8.1

№	$t_i, \text{с}$	$\Delta t_i = t_i - \bar{t}, \text{с}$	$\Delta t_i^2, \text{с}^2$	D, см	$T_{\text{експ}}, \text{с}$	$T_{\text{теор}}, \text{с}$
1						
...						
5						
	$\bar{t} =$		$\sum (\Delta t_i^2) =$			

- Розрахувати середнє значення часу \bar{t} та похибку його вимірювання як прямого 5-ти кратного вимірювання.
- За формулою $T_{\text{експ}} = \frac{\bar{t}}{N}$ знайти експериментальне значення періоду та його похибку.
- Зняти обруч із кронштейна і виміряти лінійкою його середній діаметр D.
- За формулою (8.7) розрахувати теоретичне значення періоду $T_{\text{теор}}$.
- Співставити одержані значення періодів та зробити висновок.

Контрольні запитання

- Що таке фізичний маятник?
- Записати диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань фізичного маятника.
- Записати рівняння коливань, яке є рішенням диференціального рівняння фізичного маятника. Намалювати графік цього рівняння.
- Як називають величини, що входять в рівняння коливань фізичного маятника? Які розмірності цих величин?
- Що таке період коливань?
- Що таке повне коливання?
- Записати формули для періоду та циклічної частоти коливань фізичного маятника.
- Сформулювати теорему Штейнера.
- Одержати період коливань обруча відносно осі, яка перпендикулярна до його площини проходить через нього.

Література

1. Чолпан П.П. Фізика.- К.: Вища школа, 2003.- С.77-80.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. - т.1, М.: Наука,1982.- С.196-199.
3. Трофимова Т.И. Курс физики.- М: Высшая школа, 1990.- С.222-223.
4. Сивухин Д. В. Общий курс физики. – т. 1. – М.: Наука, 1980.

Інструкцію склали:
завдання 1 доцент каф. фізики ЗНТУ Правда М.І.
завдання 2 доцент каф. фізики ЗНТУ Манько В.К.

9 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 43.6 НАХИЛЕНИЙ МАЯТНИК

Мета роботи: Вивчити закономірності коливань нахиленого маятника при дії на нього постійної за величиною сили тертя кочення.

- Завдання:**
1. Експериментально визначити коефіцієнт тертя кочення за допомогою коливального руху нахиленого маятника.
 2. Дослідити залежність періоду коливань від кута нахилу площини коливань. Знайти прискорення вільного падіння.
 3. Дослідити залежність амплітуди коливань від номера коливання n та від часу t .

Прилади і знаряддя: Лабораторна установка «Нахилений маятник», штангенциркуль, лінійка.

Теоретична частина

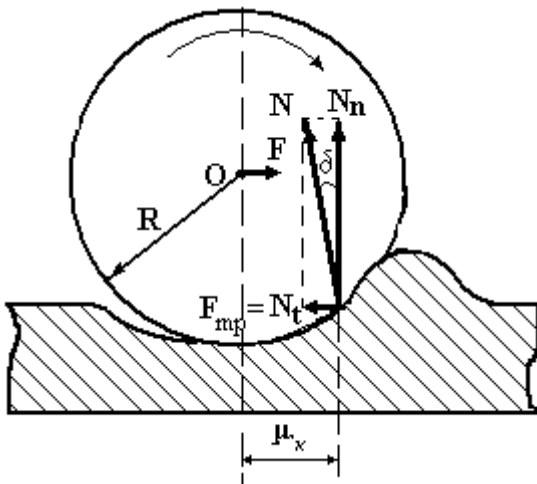


Рисунок 9.1

При контакті поверхонь твердих тіл виникають сили тертя. Розрізняють сили тертя спокою, ковзання і кочення. Основним фактором, який приводить до виникнення сили тертя кочення є деформація поверхонь контактуючих тіл. Попереду колеса утворюється деформаційний горб як на поверхні тіла, так і на циліндричній поверхні колеса (рис.9.1). Позаду колеса контакт між по-

верхніми відтворюється не миттєво за рахунок **явища пружної післядії**. Останнє полягає у тому, що для відтворення форми тіла навіть при пружній деформації необхідний певний час. Внаслідок цього деформаційна картина перестає бути симетричною відносно вертикаль-

ного діаметра, і сила реакції N виявляється нахиленою відносно вертикаля на невеликий кут δ і не проходить через центр колеса, а йде попереду нього. Виникає момент M цієї сили, який і перешкоджає коченню. Точка прикладання сили реакції зміщується на відстань μ_k , яка набагато менша за радіус колеса R . Виникає момент сили реакції $M = N_n \cdot \mu_k$. Відрізок μ_k називається плечем сили тертя кочення, або коефіцієнтом тертя кочення. Він має розмірність довжини на відміну від коефіцієнтів тертя ковзання чи спокою, які безрозмірні. Щоб колесо рухалось рівномірно, до його осі необхідно прикласти деяку силу F таку, щоб її момент компенсував гальмуючий момент, тобто $F \cdot R = N_n \cdot \mu_k$. Так як кут δ малий і $\mu_k \ll R$, можна вважати що $N_n = N$, а плече сили $F = F_{mp} = N_t$ дорівнює R . Для сили тертя кочення одержуємо

$$F_{mp} = \mu_k \frac{N}{R}. \quad (9.1)$$

Опис установки. Нахилений маятник (рис.9.2) уявляє собою металеву кульку 5, підвішену на нитці 8 довжиною ℓ , яка здійснює коливальний рух, прокочуючись по похилій площині 4. На вертикальній стійці 15 основи 16 розміщений черв'ячний редуктор 7, який приводиться в обертання гвинтом 12. При цьому стержень 11 нахилиється від вертикалі. Кут нахилу в градусах відраховується проти мітки 14 по шкалі 13. У верхньому кронштейні 10 змонтований механізм підвішування маятника, який дає можливість гвинтом 9 регулювати довжину нитки 8. В нижній частині до корпусу редуктора 7 прикріплена шкала 6 для вимірювання кутової амплітуди коливань маятника від положення рівноваги до 11° . До шкали прикріплюються змінні зразки (пластини) 4, по поверхні яких прокочується кулька маятника. На нижньому кронштейні встановлений фотоелектричний датчик 2, який запускається при перетині його світлового променя штифтом 3. При цьому вмикається секундомір і підрахунок кількості повних коливань, значення яких виводиться за цифрове табло приладу.

Теорія визначення коефіцієнта тертя кочення

При вивченні затухаючих коливань традиційно вважають силу

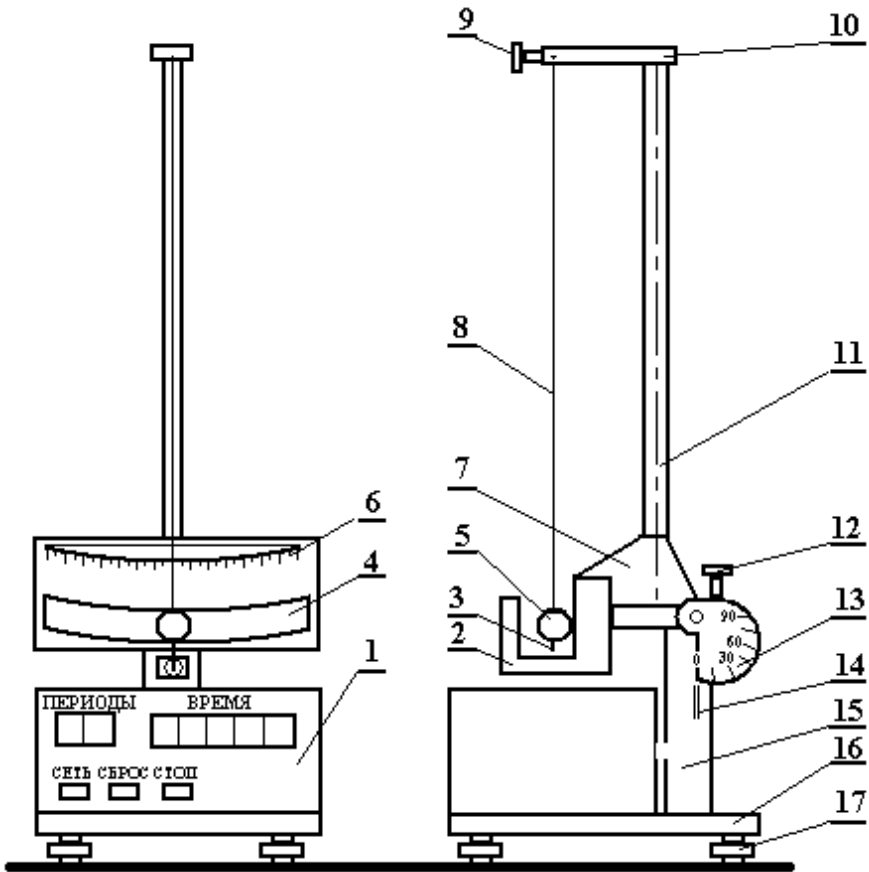
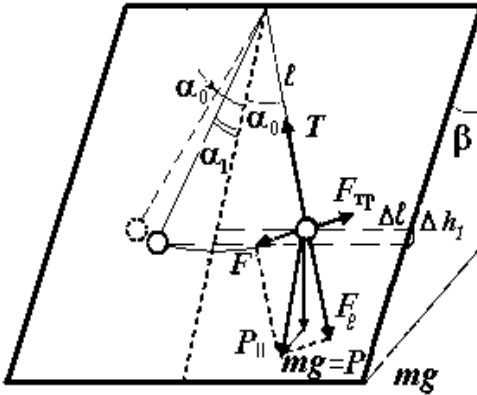


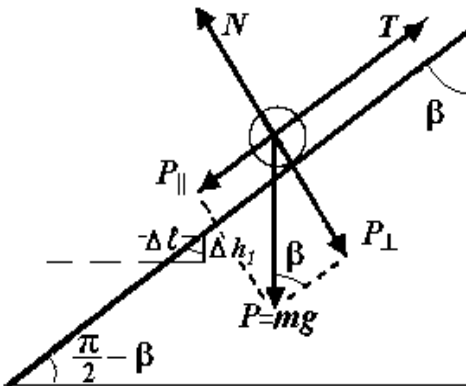
Рисунок 9.2.

пору пропорційною швидкості. Така сила опору приводить до збільшення періоду коливань і зменшення амплітуди за експоненціальним законом. В даній же роботі вивчаються особливості затухаючих коливань при дії постійної сили опору (сили тертя кочення).

Розглянемо коливальний рух кульки, підвішеної на нитці і яка котиться по пластині, поверхня якої утворює кут β з вертикаллю (рис.9.3). На кульку діють такі сили: сила тяжіння $P = mg$, сила реакції N і сила тертя F_{mp} . Силу тяжіння розкладемо на дві складові:



а)



б)

Рисунок 9.3.

$P_{\perp} = mg \sin \beta$ направлена перпендикулярно до похилої площини і паралельну їй $P_{\parallel} = mg \cos \beta$. Оскільки кулька не відривається від площини і не провалюється в неї, рівнодіюча сил в напрямку перпендикулярному до площини за першим законом Ньютона, дорівнює нулю. Тобто сила реакції $N = P_{\perp} = mg \sin \beta$, і сила тертя ковзання

$$F_{\text{тр}} = \mu_{\text{к}} \frac{mg \cdot \sin \beta}{R} \quad (9.2)$$

не залежить від кута відхилення α , а залишається сталою при заданому куті нахилу β .

Силу P_{\parallel} розкладемо на дві складові: направлену вздовж нитки

$$F_{\ell} = P_{\parallel} \cos \alpha = mg \cos \beta \cos \alpha$$

і скокуючу силу

$$F = P_{\parallel} \sin \alpha = mg \cos \beta \sin \alpha, \quad (9.4)$$

яка повертає кульку в положення рівноваги.

При виведенні маятника із положення рівноваги він буде коливатись, долаючи за інерцією так звану область застою. Це невелика ділянка похилої площини поблизу положення рівноваги, де скокуюча сила менша за силу тертя. Потрапивши в цю область, якщо кінетичної енергії недостатньо для її подолання, коливання припиняються. Із-за

наявності тертя коливання будуть поступово затухати. Кут відхилення буде зменшуватись від α_0 до α_n здійснивши n повних коливань.

Формулу для розрахунку коефіцієнта тертя одержимо із закону збереження механічної енергії. Будемо розглядати крайні положення маятника, коли кінетична енергія дорівнює нулю. Зміна потенціальної енергії кульки в крайньому положенні дорівнює роботі сили тертя.

$$\Delta W = A_{\text{тр}}. \quad (9.5)$$

Зміна потенціальної енергії зумовлена зменшенням висоти підняття кульки по похилій площині при зменшенні кута відхилення. З рис.9.3 видно, що при відхиленні кульки на кут α вона піднімається відносно положення рівноваги, де потенціальна енергія приймається за нуль, по похилій площині на $\Delta \ell = \ell(1 - \cos \alpha)$, а по вертикалі на $\Delta h_\alpha = \Delta \ell \cdot \cos \beta = \ell(1 - \cos \alpha) \cos \beta$. За n коливань зміна висоти по вертикалі складе

$$\begin{aligned} \Delta h &= \Delta h_0 - \Delta h_n = \ell(1 - \cos \alpha_0) \cos \beta - \ell(1 - \cos \alpha_n) \cos \beta = \\ &= \ell(\cos \alpha_n - \cos \alpha_0) \cos \beta \end{aligned}, \quad (9.6)$$

а зміна потенціальної енергії

$$\Delta W = mg \ell (\cos \alpha_n - \cos \alpha_0) \cos \beta \quad (9.7)$$

Сила реакції \mathbf{N} не залежить від кута α , а визначається тільки кутом β

нахилу похилої площини $N = mg \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = mg \cdot \sin \beta$, тому з

врахуванням (9.1) робота постійної сили тертя дорівнює

$$A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \cdot S = \mu_\kappa \frac{N}{R} S = \mu_\kappa \frac{mg \cdot \sin \beta}{R} S. \quad (9.8)$$

Тут: S – шлях, який проходить кулька за n повних коливань. Знайдемо його як суму довжин дуг, які послідовно проходить кулька за кожний півперіод коливань.

Кути вимірюються в радіанах. α_0 - кут від початкового крайнього правого положення до положення рівноваги; α_1 - максимальний кут відхилення від положення рівноваги до крайнього лівого; $\alpha_0 + \alpha_1$ - це кут за перший півперіод. Далі кулька рухається в зворотному напрямку, знову проходить кут α_1 і відхиляється вправо за дру-

гий півперіод на кут α_2 . Загальний кут за другий півперіод буде $\alpha_1 + \alpha_2$, і так далі. Стає зрозумілою сума кутів (9.9).

$$\begin{aligned} S &= \ell(\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_{i-1} + \alpha_{i-1} + \alpha_i) = \\ &= \ell(\alpha_0 + 2\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3 + \dots + 2\alpha_{i-1} + \alpha_i) = \quad . \quad (9.9) \\ &= 2\ell(\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_{i-1} + \alpha_i) - \ell(\alpha_0 + \alpha_i). \end{aligned}$$

Знайдемо зменшення кута відхилення за один k -тий півперіод, тобто $\Delta\alpha = \alpha_k - \alpha_{k+1}$. Для цього запишемо закон збереження механічної енергії за один півперіод, скориставшись формулою (9.6) для зміни висоти

$$mg \cdot \ell (\cos \alpha_{k+1} - \cos \alpha_k) \cos \beta = F_{\text{тр}} \ell (\alpha_k + \alpha_{k+1}) \quad (9.10)$$

Різницю косинусів перетворимо в добуток

$$mg \cdot \ell \cdot 2 \sin \frac{\alpha_k + \alpha_{k+1}}{2} \sin \frac{\alpha_k - \alpha_{k+1}}{2} \cos \beta = F_{\text{тр}} \ell (\alpha_k + \alpha_{k+1}) \quad (9.11)$$

Будемо задавати невеликі кути відхилення, щоб можна було вважати справедливим рівняння $\sin \alpha = \alpha_{(\text{рад})}$. Розрахунок показує, що навіть при $\alpha = 10^\circ$ розбіжність складає близько 0,5%. Вираз (9.11) спрощується

$$mg \cdot \ell \cdot 2 \cdot \frac{\alpha_k + \alpha_{k+1}}{2} \cdot \frac{\alpha_k - \alpha_{k+1}}{2} \cos \beta = F_{\text{мп}} \ell (\alpha_k + \alpha_{k+1}).$$

$$\text{Звідси} \quad \Delta\alpha = \alpha_k - \alpha_{k+1} = \frac{2F_{\text{мп}}}{mg \cos \beta} = \text{const} \quad (9.12)$$

Одержали, що за кожний півперіод кут відхилення маятника

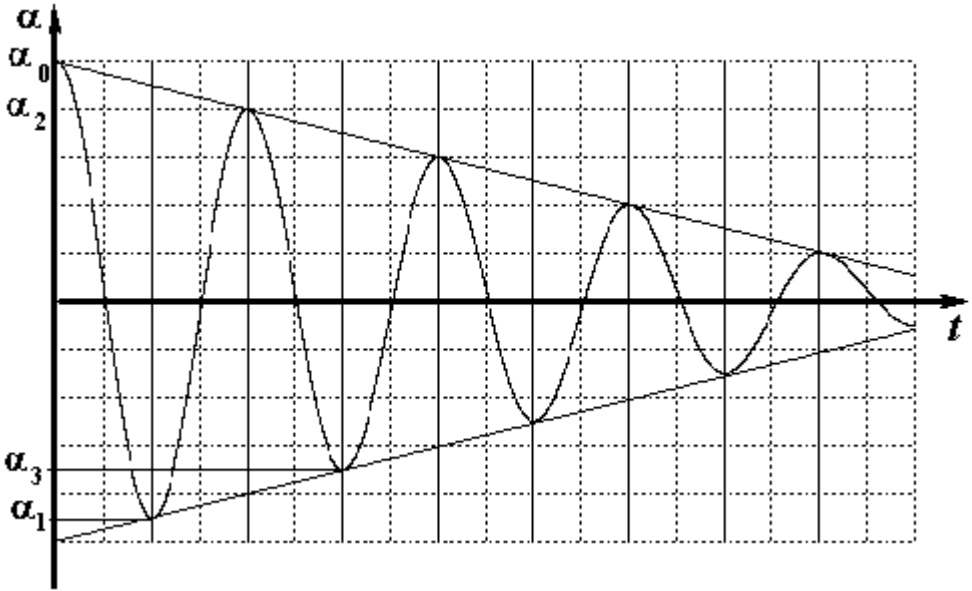


Рисунок 9.4

зменшується на однакову величину, тобто амплітуда зменшується за лінійним законом (рис.9.4).

$$\Delta\alpha = \frac{2F_{\text{тр}}}{mg \cdot \cos\beta} \cdot n \quad (9.13)$$

Отже у виразі (9.9) у перших круглих дужках стоїть сума арифметичної прогресії, кількість членів якої $(i+1)$. За формулою суми арифметичної прогресії вираз (9.8) спрощується. З врахуванням, що $i = 2n$, маємо

$$S = 2\ell \frac{\alpha_0 + \alpha_i}{2} (i+1) - \ell(\alpha_0 + \alpha_i) = \ell(\alpha_0 + \alpha_i) \cdot i = 2\ell(\alpha_0 + \alpha_n) \cdot n. \quad (9.14)$$

Із (9.5), (9.7), (9.8) і (9.14) одержуємо

$$mg\ell(\cos\alpha_n - \cos\alpha_0) \cos\beta = \mu_k \frac{mg \cdot \sin\beta}{R} 2\ell(\alpha_0 + \alpha_n) \cdot n.$$

Після спрощення різниці косинусів та скорочень маємо

$$2 \sin \frac{\alpha_o - \alpha_n}{2} \sin \frac{\alpha_o + \alpha_n}{2} \cos \beta = \frac{2\mu_\kappa \sin \beta (\alpha_o + \alpha_n)n}{R}.$$

Замінюємо синуси на кути і скорочуємо

$$\alpha_o - \alpha_n = \Delta\alpha_n = 2 \sin \frac{\alpha_o - \alpha_n}{2} \sin \frac{\alpha_o + \alpha_n}{2} \cos \beta = \frac{4\mu_\kappa n}{R} \operatorname{tg} \beta \quad (9.15)$$

В (9.15) кути α_o і α_n вимірюються в радіанах. Якщо перейти до градусної міри, одержуємо

$$\Delta\alpha_n = \frac{720\mu_\kappa n}{\pi \cdot R} \operatorname{tg} \beta, \quad (9.16)$$

що між зменшенням кута відхилення $\Delta\alpha_n$ маятника та $\operatorname{tg} \beta$ залежність лінійна, причому кут нахилу цього графіка залежить від коефіцієнта тертя кочення μ_κ . Отже його можна розрахувати по нахилу графіка $\Delta\alpha_n = f(\operatorname{tg} \beta)$.

Знайдемо період та рівняння затухаючих коливань при дії постійної сили опору. Для цього необхідно записати диференціальне рівняння і розв'язати його. Кулька маятника обертається навколо миттєвої осі обертання, яка проходить через точку дотику O з поверхнею. Запишемо основне рівняння динаміки обертального руху кульки

$$I \cdot \varepsilon = -(F \mp F_{mp}) \cdot R. \quad (9.17)$$

Тут: $I = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2$ – момент інерції кулі; $\varepsilon = \frac{a}{R}$ – кутове прискорення кочення кулі; F – скочуюча сила (див.(9.4)); F_{mp} – сила тертя кочення (див.(9.2)). Знак (-) береться коли скочуюча сила протилежна силі тертя, тобто при рухові кульки до положення рівноваги, а знак (+) – при рухові кульки від положення рівноваги. Маємо сталу за модулем але змінну за напрямком силу тертя. Після підстановки і спрощення маємо

$$ma = -\frac{5}{7}(mg \cos \beta \sin \alpha \mp F_{mp}). \quad (9.18)$$

Прискорення $a = \frac{d^2x}{dt^2}$, $\sin \alpha = \frac{x}{\ell}$. Рівняння (9.18) набуває виду

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{5mg \cos \beta}{7\ell} x \mp \frac{5}{7} F_{mp} = 0, \text{ або, позначивши}$$

$$\frac{5mg \cos \beta}{7\ell} = k, \quad (9.19)$$

маємо

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + k \left(x \mp \frac{5}{7} \cdot \frac{F_{mp}}{k} \right) = 0. \quad (9.20)$$

Якщо позначити

$$X = x \mp \frac{5}{7} \cdot \frac{F_{mp}}{k}, \quad (9.21)$$

одержимо диференціальне рівняння незатухаючих гармонічних коливань, наприклад, пружинного маятника $m \frac{d^2 X}{dt^2} + kX = 0$, або

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{k}{m} X = 0, \text{ або } \frac{d^2 X}{dt^2} + \omega_o^2 X = 0, \text{ розв'язком якого є вираз}$$

$$X(t) = X_o \cos(\omega_o t). \quad (9.22)$$

Тут циклічна частота з врахуванням (18)

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5g \cos \beta}{7\ell}}, \quad (9.23)$$

а період

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi \sqrt{\frac{7\ell}{5g \cos \beta}}. \quad (9.24)$$

Вираз співпадає з періодом, одержаним в [7] і [8].

Враховуючи початкові умови; про $t = 0$ $x(0) = x_o = \alpha_o \ell$ (праве крайнє положення маятника), розв'язок рівняння (9.20) набуває виду

$$x(t) = \pm \frac{5}{7} \cdot \frac{F_{mp}}{k} + \left(x_o \mp \frac{5}{7} \cdot \frac{F_{mp}}{k} \right) \cos(\omega_o \cdot t). \quad (9.25)$$

Із (9.25) враховуючи (9.19) одержуємо зміну лінійної амплітуди за півперіод коливань $\Delta x = \frac{10F_{mp}}{7k} = \frac{10F_{mp} 7\ell}{7 \cdot 5mg \cos \beta} = \frac{2F_{mp} \ell}{mg \cos \beta}$. При цьому

зміна кутової амплітуди $\Delta\alpha = \frac{\Delta x}{\ell}$ співпадає з раніше одержаним значенням (9.12).

Отже, постійна по модулю сила тертя не змінює період коливання (9.24), але приводить до зменшення амплітуди за лінійним законом (9.13).

Практична частина

Завдання 1 та 2

1. Гвинтом 12 (рис.9.1) виставити по шкалі 13 кут $\beta = 0^\circ$.
2. За допомогою регулюючих ніжок 17 виставити вертикальне положення нитки маятника. Вона повинна висіти проти мітки 0° по шкалі 6, а кулька 5 ледве дотикатись до пластини 4.
3. Увімкнути в мережу 220 В шнур живлення і натиснути на лицевій панелі кнопку «СЕТЬ». При цьому повинні загорітися цифрові індикатори.
4. Встановити гвинтом 12 кут нахилу маятника $\beta = 35^\circ$.
5. Відкотити вправо кульку маятника на початковий кут $\alpha_0 = 11^\circ$ від положення рівноваги. (Відхилювати завжди на однаковий кут). Натиснути кнопку «СБРОС», а потім без поштовху відпустити кульку. Уважно слідкувати за рухом маятника і коли він виконає п'ять повних коливань, замітити по нитці кутову амплітуду α_5 і одночасно натиснути кнопку «СТОП». У цей момент необхідно бути уважним, так як кут приходиться визначати на ходу без зупинки маятника. На передній панелі повинно висвітлитись кількість періодів $n = 5$ і час t п'яти коливань. Записати в таблицю 1 усі ці значення
 $\beta, \alpha_5, t,$

Обробка результатів вимірювань

Завдання 1

1. Заповнити всі стовпчики таблиці 1. Теоретичні значення періоду розраховувати за формулою (9.24). Побудувати графік залежності

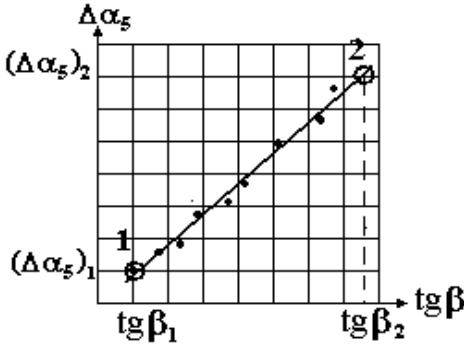


Рисунок 9.5

$\Delta\alpha_5 = f(\operatorname{tg}\beta)$ (рис.9.5). На прямо-
лінійній ділянці графіка вибрати дві точки 1 і 2. Зручно, коли вони
лежать на перетині лінії графіка та масштабної сітки. Спроектувати їх
на осі $\Delta\alpha_5$ та $\operatorname{tg}\beta$. Отримати по два значення координат $(\Delta\alpha_5)_1$ та
 $(\Delta\alpha_5)_2$ і відповідно $\operatorname{tg}\beta_1$ та $\operatorname{tg}\beta_2$. Із формули (9.16) при
 $n = 5$ одержати вираз для розрахунку коефіцієнта тертя кочення

$$\mu_{\kappa} = \frac{\pi R}{3600} \cdot \frac{(\Delta\alpha_5)_2 - (\Delta\alpha_5)_1}{(\operatorname{tg}\beta_2 - \operatorname{tg}\beta_1)}. \quad (9.26)$$

2. Порівняти одержане значення з табличним для пари сталь по сталі
 $\mu_{\text{табл}} = (0,5 - 1) \cdot 10^{-5} \text{ м.}$

Завдання 2

3. Після піднесення (9.24) до квадрату одержуємо, що

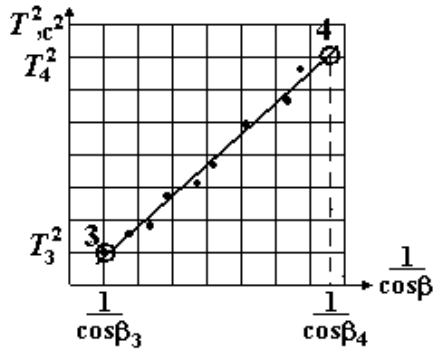


Рисунок 9.6

$$T^2 = \frac{28\pi^2 \ell}{5g} \cdot \frac{1}{\cos \beta}, \quad (9.27)$$

тобто залежність $T^2 = f\left(\frac{1}{\cos \beta}\right)$ повинна бути лінійною. По да-

ним таблиці 1 побудувати графік залежності $T^2 = f\left(\frac{1}{\cos \beta}\right)$

(рис.9.6). Якщо графік буде лінійним, це свідчатиме про справедливість формули (9.24).

4. На прямолінійній дільниці цього графіка вибрати дві точки 3 і 4 (рис.9.6). Зручно, коли вони лежать на перетині лінії графіка та масштабної сітки. Спроектувати їх на осі T^2 та $\frac{1}{\cos \beta}$. Одержати по

два значення (T_3^2 ; T_4^2) і відповідно $\left(\frac{1}{\cos \beta_3}; \frac{1}{\cos \beta_4}\right)$. Із формули

(9.27) одержати вираз для знаходження прискорення вільного падіння g і розрахувати його

$$g = \frac{28\pi^2 \ell \cdot \left(\frac{1}{\cos \beta_4} - \frac{1}{\cos \beta_3}\right)}{5 \cdot (T_4^2 - T_3^2)}. \quad (9.28)$$

5. Порівняти теоретичні значення періодів $T_{\text{ТЕОР}}$ з експериментальними T , а одержане значення прискорення вільного падіння – з табличним $9,8 \frac{M}{c^2}$. Зробити висновок.

Завдання 3

6. Розрахувати та занести в таблицю 2 середні значення амплітуди α_n і часу $t_{n \text{ сеп}}$ для кожного значення n .
7. По даним таблиці 2 побудувати три графіки: $\alpha_{n \text{ сеп}} = f(n)$;
 $\alpha_{n \text{ сеп}} = f(t_{n \text{ сеп}})$; $t_{n \text{ сеп}} = f(n)$.

8. За теорією згідно формулам (9.13) та (9.14) вони повинні бути лінійними. Лінійність останнього графіка підтверджує вираз (9.24) постійність періоду коливальних.
9. Зробити висновок.

Контрольні запитання

1. Що уявляє собою нахил вальний маятник?
2. Яка причина виникнення сили тертя кочення?
3. Записати вираз для сили тертя кочення.
4. В яких одиницях вимірюється я коефіцієнт тертя кочення?
5. Сформулювати закон збереження механічної енергії.
6. Чому зменшення повної енергії маятника можна прирівняти зменшенню його потенціальної енергії в крайніх положеннях?
7. Чому дорівнює робота сили тертя кочення?
8. За яким законом зменшується амплітуда коливальних нахилувального маятника?
9. Від чого залежить період коливальних нахилувального маятника?
10. Як і чому змінюється період коливальних нахилувального маятника при збільшенні кута нахилу його від вертикалі?
11. Як впливає наявність постійною за величиною сили тертя кочення на період і амплітуду?
12. Який результат експерименту підтверджує формули (15) та (23)?
13. Виведіть диференціальне рівняння (19) руху нахилувального маятника.
14. Чому не рекомендується в даній роботі проводити експерименти при кутах нахилу площини кочення β менших, ніж 35° ?

Література

1. Каримова, Л.Г. Определение коэффициентов трения скольжения и качения методом наклонного маятника [текст] / Л.Г.Каримова, А.Г. Сафиуллина: Учебно-методическое пособие/ Уфимский государственный нефтяной технический университет, кафедра физики.– Уфа, 2005.–13с.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики. Т.1 [Текст]/ И.В. Савельев. - М.: Наука,1982.- 432с.
3. Стрелков, С.П. Механика. [текст] / С.П.Стрелков.–М.: Наука, 1965. –560с.
4. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст]/ Т.И. Трофимова. - М: Высшая школа, 1990.-462с.
5. Яворский, Б.М. Курс Физики[Текст]/Б.М. Яворский, А.А. Детлаф, С.М.Милковская. – М.: Высшая школа, 1964.–376с.
6. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Т.1 [Текст] / Д.В.Сивухин.– М: Наука, 1974.–519 с.
7. Гусев, А.Ф. Лабораторный практикум. Прикладная теория колебаний[Текст]/А.Ф.Гусев, В.В.Измайлов, М.В.Новоселова.–Тверь: ТвГТУ, 2013.–60с.
8. Клавсюк, А.Л. Лабораторный практикум по механике. Часть 1 [Текст] /А.Л.Клавсюк, Е.А.Никанорова, А.М.Салецкий, Л.И.Слепков.– М.:ОПП Физ. Фак-та МГУ,2014.–215 с.

Лабораторну роботу розробив доцент
кафедри фізики Манько В.К.

10 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 43.7 КРУТИЛЬНИЙ МАЯТНИК

Мета роботи: Засвоїти метод вимірювання моменту інерції тіл за допомогою крутильного маятника. Перевірити теорему Штейнера.

- Завдання:** а) дослідити залежність періоду вільних коливань крутильного маятника від його моменту інерції;
 б) теоретично одержати та експериментально перевірити формулу для моменту інерції паралелепіпеда відносно різних осей обертання;
 в) експериментально перевірити теорему Штейнера.

Прилади і обладнання: крутильний маятник FPM-0,5, набір циліндрів з однаковою масою, але з різними діаметрами і висотою, паралелепіпед, куб.

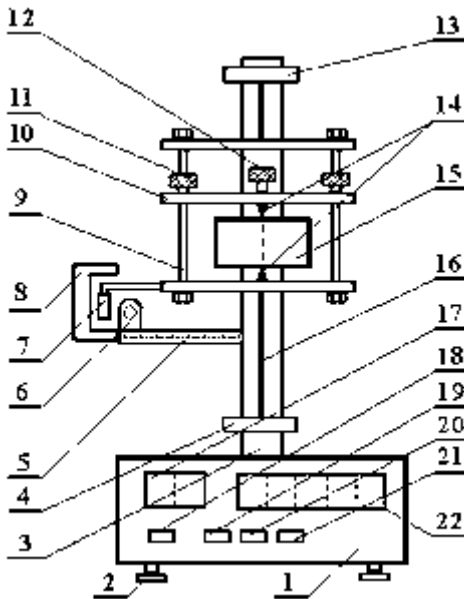


Рисунок 10.1

Експериментальна установка (рис.10.1) складається із основи 1, вирівнювання якої здійснюється ніжками 2. В основі закріплена стійка 3, на якій фіксується нижній кронштейн 4 і верхній 13. На цих кронштейнах на сталевому дроті 16 підвішена рамка 9, яка має рухоми планку 10 з двома фіксуючими цанговими гайками 11. У рамці на двох центруючих штифтах 14 кріпиться досліджуване тіло 15 і затискується гвинтом 12. До рамки прикріплений прапорець 7, який, перетинаючи світловий промінь фотоелектричного датчика 8, вмикає електронну систему

підрахунку кількості коливань (індикатор 17) та секундомір (індикатор 22). За допомогою цього прапорця рамка фіксується у початково-

му положенні електромагнітом 6 при певному куті повороту, який вимірюється по шкалі 5. На передній панелі приладу знаходяться: вимикачі 18 – “СЕТЬ”, 19 – “СБРОС”, 20 “ПУСК” 21 – “СТОП”.

Теоретична частина

Крутильний маятник – це тіло, яке може обертатись відносно довільної осі під дією пружної сили, що виникає при деформації кручення дроту, на якому закріплене тіло. Під дією зворотного моменту тіло здійснює крутильні коливання. Знайдемо період цих коливань. Для цього запишемо основне рівняння динаміки обертового руху

$$M = J \cdot \varepsilon, \quad (10.1)$$

де J - момент інерції тіла, $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ – кутове прискорення.

При невеликому куті закручування момент сили пропорційний куту закручування, тобто

$$M = -k \cdot \alpha, \quad (10.2)$$

де k – коефіцієнт крутильної жорсткості. Знак мінус враховує, що момент сили зменшує кут повороту α . Одержуємо диференціальне рівняння коливань крутильного маятника

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{k}{J}\alpha = 0. \quad (10.3)$$

Порівнюючи його із загальним рівнянням незатухаючих гармонічних

$$\text{коливань} \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2\alpha = 0, \quad (10.4)$$

одержуємо циклічну частоту $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{J}} = \frac{2\pi}{T}$ та період коливань крутильного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{J/k}. \quad (10.5)$$

На цій формулі базується метод вимірювання моменту інерції тіл за періодом крутильних коливань. Враховуючи властивість адитивності моменту інерції, який полягає в тому, що момент інерції тіла

(системи тіл) відносно деякої осі дорівнює сумі моментів інерції частин тіла (тіл системи) відносно тієї ж осі, маємо

$$J = J_p + J_x. \quad (10.6)$$

J_p – момент інерції рамки, J_x – момент інерції закріпленого в рамці тіла. Із (10.5) та (10.6) маємо

$$J_x = \frac{k}{4 \cdot \pi^2} T_{x+p}^2 - J_p. \quad (10.7)$$

За відсутності закріпленого тіла $J_x = 0$. Момент інерції пустої рамки

$$J_p = \frac{k}{4 \cdot \pi^2} T_p^2. \quad (10.8)$$

Із (10.7) та (10.8) одержуємо робочу формулу для вимірювання моменту інерції тіла за допомогою крутильного маятника

$$J_x = \frac{k}{4 \cdot \pi^2} (T_{x+p}^2 - T_p^2). \quad (10.9)$$

Експериментально вимірюють періоди коливань пустої рамки із закріпленням в ній досліджуванним тілом. Але необхідно знати коефіцієнт пружності k . Його можна знайти, якщо в рамку закріпити еталонне тіло, момент інерції якого відомий. Але точніше визначати коефіцієнт пружності не по одному еталонному тілу, а по декільком. В даній роботі такими еталонними тілами є декілька циліндрів різного радіуса, але однакової маси. Як відомо, момент інерції суцільного циліндра $J_{ц}$ масою m , радіусом R (діаметром D) відносно осі, яка проходить через центри основ, а саме так будемо кріпити їх в рамці, дорівнює

$$J_{ц} = \frac{1}{2} m \cdot R^2 = \frac{1}{8} m \cdot D^2. \quad (10.10)$$

Вираз (10.9) для циліндра з врахуванням (10.10) запишеться так

$$J_{ц} = \frac{k}{4 \cdot \pi^2} (T_{ц}^2 - T_p^2) = \frac{1}{8} m \cdot D^2. \quad (10.11)$$

Звідки, квадрат періоду коливання циліндра

$$T_{ц}^2 = \frac{\pi^2 m}{2k} \cdot D^2 + T_p^2. \quad (10.12)$$

Одержаний вираз показує, що для циліндрів однакової маси квадрат періоду крутильних коливань пропорційний квадрату діаметра, тобто

графік залежності $T_{Ц}^2 = f(D^2)$ лінійний. По тангенсу кута α нахилу цього графіка до осі D^2 можна знайти k

$$k = \frac{\pi^2 m}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}, \quad (10.13)$$

а по відрітку, який він відсікає на осі $T_{Ц}^2$, можна визначити T_P^2 .

Остаточо, підставивши (10.13) в (10.8) та (10.9), одержуємо відповідно моменти інерції рамки та тіла, закріпленого в ній

$$J_P = \frac{m}{8 \cdot \operatorname{tg} \alpha} T_P^2, \quad (10.14)$$

$$J_X = \frac{m}{8 \cdot \operatorname{tg} \alpha} (T_{X+P}^2 - T_P^2). \quad (10.15)$$

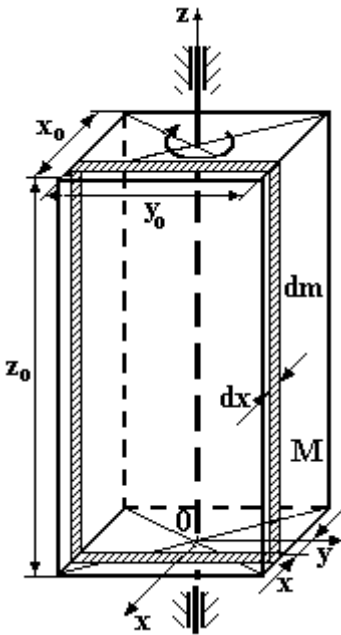


Рис.10.2.

Знайдемо теоретичний вираз для моменту інерції прямокутного паралелепіпеда з розмірами x_0 , y_0 , z_0 відносно, наприклад, осі oz (рис.10.2). Для цього скористаємося формулою моменту інерції тонкого стержня (пластинки) відносно осі, яка проходить через центр маси стержня перпендикулярно до нього

$$J_0 = \frac{1}{12} m l^2. \quad (10.16)$$

Вирізаємо нескінченно малий елемент у вигляді пластинки товщиною dx паралельної осі обертання на відстані x від неї. Маса цього елемента

$$dm = \frac{M}{x_0} \cdot dx, \quad (10.17)$$

Момент інерції цієї пластинки знайдемо за теоремою Штейнера, за

якою момент інерції J_m тіла масою m відносно будь-якої осі дорівнює його моменту інерції J_0 відносно осі яка проходить через центр маси тіла і паралельна заданій, плюс добуток маси тіла m на квадрат відстані між осями (у нашому випадку це координата x). Тому запишемо:

$$dJ_z = dJ_0 + dm \cdot x^2 = \frac{1}{12} \cdot dm \cdot y_0^2 + dm \cdot x^2. \quad (10.18)$$

Сумарний момент інерції паралелепіпеда знаходимо інтегруванням. Враховуючи (10.16) і (10.17), одержуємо

$$J_z = 2 \int_0^{\frac{x_0}{2}} dJ = 2 \int_0^{\frac{x_0}{2}} \frac{1}{12} \cdot dm y_0^2 + 2 \int_0^{\frac{x_0}{2}} dm x^2 = \frac{1}{6} y_0^2 \frac{M^2}{x_0} \int_0^{\frac{x_0}{2}} dx + \frac{2M^2}{x_0} \int_0^{\frac{x_0}{2}} x^2 \cdot dx = \frac{1}{12} M(x_0^2 + y_0^2); \quad (10.19)$$

$$J_y = 2 \int_0^{\frac{x_0}{2}} dJ = 2 \int_0^{\frac{x_0}{2}} \frac{1}{12} \cdot dm y_0^2 + 2 \int_0^{\frac{x_0}{2}} dm x^2 = \frac{1}{6} y_0^2 \frac{M^2}{x_0} \int_0^{\frac{x_0}{2}} dx + \frac{2M^2}{x_0} \int_0^{\frac{x_0}{2}} x^2 \cdot dx = \frac{1}{12} M(x_0^2 + z_0^2); \quad (10.20)$$

$$J_x = 2 \int_0^{\frac{x_0}{2}} dJ = 2 \int_0^{\frac{x_0}{2}} \frac{1}{12} \cdot dm y_0^2 + 2 \int_0^{\frac{x_0}{2}} dm x^2 = \frac{1}{6} y_0^2 \frac{M^2}{x_0} \int_0^{\frac{x_0}{2}} dx + \frac{2M^2}{x_0} \int_0^{\frac{x_0}{2}} x^2 \cdot dx = \frac{1}{12} M(y_0^2 + z_0^2). \quad (10.21)$$

Звернемо увагу, що в круглих дужках відсутній квадрат сторони паралелепіпеда, яка паралельна осі обертання. Одержані вирази співпадають з виразами, приведеними в [5].

Знайдемо теоретичні та експериментальні відношення моментів інерції паралелепіпеда відносно різних осей обертання. Із виразів (10.19) – (10.21) маємо

$$(J_x : J_y : J_z)_{\text{теор}} = (y_0^2 + z_0^2) : (x_0^2 + z_0^2) : (x_0^2 + y_0^2) \quad (10.22)$$

Із виразів (10.9) або (10.15) одержуємо

$$(J_x : J_y : J_z)_{\text{експ}} = \left(\Gamma_x^2 - \Gamma_p^2 \right) : \left(\Gamma_y^2 - \Gamma_p^2 \right) : \left(\Gamma_z^2 - \Gamma_p^2 \right) \quad (10.23)$$

Щоб можна було порівняти між собою два останні вирази, про нормуємо кожний із них шляхом ділення числових значень в правих частинах на найменше із трьох чисел. Тобто одне із них відношень буде дорівнювати буре 1.

Практична частина

1. Увімкнути прилад в мережу 220 В і натиснути кнопку „СЕТЬ”.
2. Натиснути кнопку “СБРОС”. Обережно повернути пусту рамку до її фіксації електромагнітом 6.
3. Натиснути кнопку „ПУСК”. Електромагніт відпустить рамку, і вона почне здійснювати крутильні коливання. Електронний блок буде відраховувати кількість та час повних коливань..
4. Коли на індикаторі кількості коливань з’явиться цифра 9, натиснути кнопку “СТОП”. Після закінчення 10-го коливання секундомір зупиниться.
5. Записати в таблицю 1 період коливань, поділивши час на кількість коливань, тобто на 10.
6. Відтиснути кнопку “ПУСК”. Виконати вимірювання періоду коливань T_p згідно з пунктами 2 ÷ 5 всього три рази. Результати занести в таблицю 1. Розрахувати середнє значення періоду.
7. Вибрати один із циліндрів наданого комплекту і обережно, щоб не перервати дріт, закріпити вантаж у рамці. Для цього відпустити цангові гайки 11, перемістити планку 10 вверху, чи вниз, щоб центруючі штифти 14 потрапили в отвори на вантажі. Закрутити цангові гайки і затиснути вантаж гвинтом 12.
8. Аналогічно пунктам 2 ÷ 5 виміряти період коливань по три рази для всіх циліндрів. Результати вимірів занести в таблицю 1.
9. Закріпити в рамці паралелепіпед так, щоб вісь обертання проходила через середини протилежних граней. При цьому звернути увагу, яка із сторін паралелепіпеда паралельна осі.

Параметри паралелепіпеда

маса $M=1,845$ кг, розміри $x_0 = 4$ см, $y_0= 6$ см, $z_0 = 10$ см

10. Виміряти по одному разу періоди коливань для кожного із трьох можливих орієнтацій паралелепіпеда. Результати занести у відповідну клітинку таблиці 2.
11. Закріпити в рамці куб так, щоб вісь обертання проходила через середини протилежних граней.

Параметри куба

маса $M=0,96$ кг, довжина ребра $a = 5$ см.

12. Виміряти один раз період коливань. Результат занести у відповідну клітинку таблиці 2.

13. Розрахувати квадрати діаметрів та середні значення періодів. Записати в таблиці та 2.

Таблиця 1.

			№	$T = \frac{t}{n}, c$	$(\bar{T})^2, c^2$	$J_{\text{експ}}, \text{кг} \cdot \text{см}^2$	$J_{\text{теор}}, \text{кг} \cdot \text{см}^2$
ПУСТА РАМКА			1		–		–
			2		–		–
			3		–		–
			\bar{T}_p, c				–
ЦИЛІНДРИ МАСОЮ $m = 0,98 \text{ кг}$	D, см	$D^2, \text{см}^2$	–	–	–	–	–
	9	81	1		–	–	–
			2		–	–	–
			3		–	–	–
			\bar{T}_p, c				–
	6,35	40,32	1		–	–	–
			2		–	–	–
			3		–	–	–
			\bar{T}_p, c				–
	5,2	27,04	1		–	–	–
			2		–	–	–
			3		–	–	–
			\bar{T}_p, c				–
	4,5	20,25	1		–	–	–
			2		–	–	–
			3		–	–	–
			\bar{T}_p, c				–
	4	16	1		–	–	–
			2		–	–	–
			3		–	–	–
			\bar{T}_p, c				–

Таблиця 2.

Тіло	Орієнтація	Теор. ф-ла.	$T = \frac{t}{n}, \text{с}$	$\left(\frac{T}{c}\right)^2$	$J_{\text{експ}, 2}, \text{кг} \cdot \text{см}^2$	$J_{\text{теор}, 2}, \text{кг} \cdot \text{см}^2$
Паралелепіпед	Вісь парал. x_0	$J_x = \frac{1}{12} M(y_0^2 + z_0^2)$				
	Вісь парал. y_0	$J_x = \frac{1}{12} M(x_0^2 + z_0^2)$				
	Вісь парал. z_0	$J_x = \frac{1}{12} M(x_0^2 + y_0^2)$				
Куб		$J = \frac{1}{6} Ma^2$				

14. Побудувати графік залежності $T^2 = f(D^2)$ (рис.10.3). Продовжити

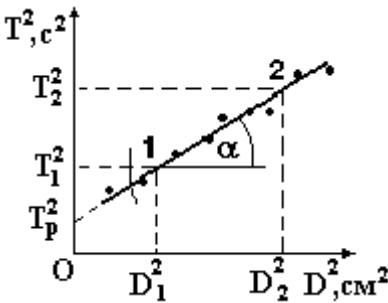


Рисунок 10.3

графік до перетину з віссю ординат і по відріжку, який відсікається на ній, визначити квадрат періоду коливань вільної рамки T_p^2 . Співставити це значення з квадратом середнього безпосередньо виміряного періоду коливань вільної рамки (див. таблицю 1).

15. На прямолінійній частині графіка (рис.10.3) вибрати дві точки 1 і 2 подальше одна від другої. Визначити їх координати по осям, але не із таблиці. Знайти тангенс кута α нахилу графіка за формулою

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{T_2^2 - T_1^2}{D_2^2 - D_1^2}, \quad (10.24)$$

16. За формулою (10.14) розрахувати момент інерції рамки. Зверніть увагу, що в формулах (14) і (15) m завжди дорівнює масі одного циліндра 0,98 кг!

17. За формулою (10.15) знайти експериментальні значення моментів інерції $J_{\text{експ}}$ усіх тіл (циліндрів, паралелепіпеда, куба). Результати записати в таблиці 1 та 2..
18. За формулами (10.10), (10.19)–(10.21) розрахувати відповідні теоретичні значення моментів інерції $J_{\text{теор}}$ і записати в таблиці 1 та 2..
19. За виразами (10.22) і (10.23) розрахувати відношення теоретичних та експериментальних моментів інерції паралелепіпеда.
20. Співставити експериментальні та теоретичні значення моментів інерції. Якщо вони майже однакові, то це свідчить про правильність теоретичних формул (10.19)–(10.21), а отже і теореми Штейнера, яка використовувалась при виводі цих формул. Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Що таке крутильний маятник?
2. Складіть та запишіть диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань крутильного маятника.
3. Запишіть рівняння коливань, яке є рішенням диференціального рівняння гармонічних коливань. Накресліть графік цього рівняння.
4. Як називають величини, що входять в рівняння коливань крутильного маятника. Які розмірності цих величин?
5. Запишіть формули для періоду та циклічної частоти коливань крутильного маятника.

Література

1. Чолпан, П.П. Фізика [Текст]/ П.П.Чолпан.– К.: Вища школа, 2003.- 512 с.
2. Лапотинський, І.Е. Фізика для інженерів[Текст]/ І.Е.Лапотинський, Зачек І.Р.- Львів: Афіша, 2003.-386с.
3. Савельєв, І.В. Курс общей физики. Т.1 [Текст]/ І.В. Савельєв. - М.: Наука,1982.- 432с.
4. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст]/Трофимова Т.И. - М: Высшая школа, 1990.-462с.
5. Клавсюк, А.Л. Лабораторний практикум по механіці. Часть 1 [Текст] /А.Л.Клавсюк, Е.А.Никанорова, А.М.Салецький, Л.И.Слепков.– М:ОПП Физ.Фак-та МГУ, 2014.– 215 с.

Лабораторну роботу розробив доцент
кафедри фізики Манько В.К.

11 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 44 ЗАТУХАЮЧІ МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

Мета роботи: вивчення характеристик затухоючих коливань.

Завдання: а) дослідити залежність коефіцієнта затухоання пружинного маятника від маси тягарця.

б) методом лінеаризації графіка, показати, що коефіцієнт затухоання обернено пропорційний масі тіла.

Прилади і обладнання: пружина, секундомір, лінійка, набір тягарців, диск.

Експериментальна установка (рис.11.1) складається з кронштейна 1,

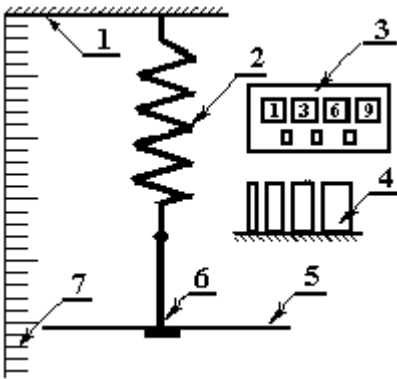


Рисунок 11.1

на якому закріплена пружина 2 з державкою 6 для тягарців 4. Деформація пружини вимірюється лінійкою 7, а час коливань маятника – секундоміром 3. На державку 6 підвішується диск 5, який за рахунок опору повітря забезпечує затухоання коливань.

Теоретична частина

Затухоючими називаються такі коливання, амплітуда яких зменшується з часом. Енергія коли-

вальної системи при цьому зменшується. Такі коливання виникають за наявності сили опору, яка, як правило, пропорційна швидкості

$F_{\text{оп}} = -r \cdot v = -r \frac{dx}{dt}$. (r – коефіцієнт опору). Сила пружності за зако-

ном Гука пропорційна зміщенню $F_{\text{пр}} = -k \cdot x$. Другий закон Ньютона набуває виду

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{пр}} + F_{\text{оп}}, \quad \text{або} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \frac{r}{2m} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

Позначивши $\frac{r}{2m} = \beta$, $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ одержуємо диференціальне рівняння затухаючих механічних коливань

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (11.1)$$

де: x - зміщення, $\beta = \frac{r}{2m}$ - коефіцієнт затухання, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - циклічна частота незатухаючих вільних коливань, k - жорсткість пружини, m - маса тягарця, r - коефіцієнт опору.

Розв'язок рівняння (11.1) дає закон зміни зміщення від часу:

$$x = A_0 e^{-\beta \cdot t} \cos(\omega \cdot t + \alpha). \quad (11.2)$$

Амплітуда затухаючих коливань зменшується з часом за експоненціальним законом :

$$A(t) = A_0 e^{-\beta \cdot t}. \quad (11.3)$$

Затухаючі коливання характеризуються: коефіцієнтом затухання β , логарифмічним декрементом затухання λ , часом релаксації τ , добротністю Q .

Логарифмічним декрементом затухання називається натуральний логарифм відношення амплітуд коливань взятих через період:

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln \frac{A_0 e^{-\beta \cdot t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta \cdot T. \quad (11.4)$$

Час, за який амплітуда коливань зменшується в e раз, називається **часом релаксації** τ :

$$\frac{A(t)}{A(t+\tau)} = e = \frac{A_0 e^{-\beta \cdot t}}{A_0 e^{-\beta(t+\tau)}} = e^{\beta \cdot \tau}. \quad (11.5)$$

Із (11.5) одержуємо, що $\beta \cdot \tau = 1$, або $\beta = 1/\tau$, тобто коефіцієнт затухання обернений часу, за який амплітуда коливань зменшується в e раз. Виразивши в (11.4) β через τ , отримуємо:

$$\lambda = \beta \cdot T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{\frac{\tau}{T}} = \frac{1}{N_e}. \quad (11.6)$$

Таким чином, логарифмічний декремент затухання обернений числу коливань N_e , за яке амплітуда зменшується в e раз.

Відношення $\pi/\lambda = Q$ називається **добротністю**. Вона пропорційна відношенню енергії системи до втрати енергії за період.

Якщо система виконала довільну кількість коливань N , то середнє значення логарифмічного декремента затухання можна знайти за формулою:

$$\lambda = \frac{1}{N} (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_N) = \frac{1}{N} \left(\ln \frac{A_0}{A_1} + \ln \frac{A_1}{A_2} + \dots + \ln \frac{A_{N-1}}{A_N} \right) = \frac{1}{N} \cdot \ln \frac{A_0}{A_N} \quad (11.7)$$

Практична частина

1. Підвісити на пружину диск. Маса диска вказана на ньому. Записати координату рівноваги x_p та загальну масу (маса державки 11 г плюс масу диска, яка вибита на ньому) в таблицю 11.1.

Таблиця 11.1

$m,$ кг	$\frac{1}{m}$ кг^{-1}	x_p см	A_0 см	$x_0 =$ $x_p - A_0$ см	A_N см	$x_N =$ $x_p - A_N$ см	t с	N	$T = \frac{t}{N}$ с	$\lambda = \frac{1}{N} \cdot$ $\ln \frac{A_0}{A_N}$	$\beta = \frac{\lambda}{T}$ с^{-1}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

2. Спланувати дослід так: а) задатись початковою амплітудою A_0 , наприклад 10 см. Тоді початкова координата x_0 , до якої необхідно стиснути пружину, буде $x_0 = x_p - A_0$; б) задатись кінцевою амплітудою A_N приблизно в 3 - 4 рази меншою за початкову, наприклад 3 см; с) розрахувати координату x_N верхнього положення маятника після здійснення N повних коливань. Таким чином колонки 3 - 7 заповнюються до проведення досліді.

3. Вивести тягар із положення рівноваги, стиснувши пружину до координати x_0 . Відпустити тягар і одночасно ввімкнути секундомір. Підрахувати кількість N коливань та виміряти час, коли маятник буде відхилятися вгору до координати x_N . Результати записати в таблицю 11.1 колонки 8 та 9. Перший дослід виконано.
4. Повторити дослід 7-8 разів згідно пунктам 2-3, комбінуючи набором тягарців до найбільшого значення маси, коли підвішені всі тягарці. **При плануванні наступних дослідів значення початкової та кінцевої амплітуд не змінювати.** Значення мас підбирати так, щоб вона приблизно рівномірно розподілялась по всьому діапазону маси.
5. Для кожного дослідів розрахувати обернену масу $1/m$, період T , логарифмічний декремент затухання λ та коефіцієнт затухання β . Формули наведені в таблиці 11.1.
6. Побудувати графік залежності $\beta = f(1/m)$. За теорією $\beta = \frac{\gamma}{2m}$ ця залежність лінійна.
7. Зробити висновок, як залежить коефіцієнт затухання пружинного маятника від маси тягарця і чи узгоджується ця залежність з теоретичною формою?

Контрольні запитання

1. Які коливання називають затухаючими?
2. Одержати диференціальне рівняння затухаючих коливань і вказати фізичний зміст величин, які входять в нього.
3. По якому закону змінюється зміщення затухаючих коливань з часом? Напишіть рівняння затухаючих коливань та намалюйте його графік.
4. Як залежить амплітуда затухаючих коливань від часу?
5. Дати визначення і записати вираз для логарифмічного декременту затухання.
6. Що називається часом релаксації?
7. Який фізичний зміст логарифмічного декременту та і коефіцієнта затухання?
8. Дати визначення добротності. Який її фізичний зміст?

9. Записати зв'язок між коефіцієнтом згасання і логарифмічним декрементом згасання.
10. Як залежить коефіцієнт згасання коливань пружинного маятника від маси?

Література

7. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики: ч. 1.- К: Вища школа. 2003, С. 185-188.
2. Савельєв И.В. Курс общей физики. - т.1, М.: Наука, 1982.- С.204-209.
3. Трофимова Т.И. Курс физики.- М: Высшая школа, 1990.- С.229-234.

Інструкцію склав доцент каф. фізики ЗНТУ Манько В.К.

12 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 45 ЗАТУХАЮЧІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ

Мета роботи: 1. Дослідити затухаючі електромагнітні коливання у коливальному контурі.

2. Визначити характеристики затухаючих коливань: коефіцієнт затухання; логарифмічний Декремент затухання; час релаксації; добротність.

Теоретична частина

Електричне коло, яке складається з конденсатора C та котушки

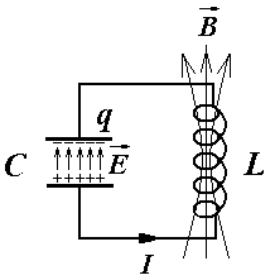


Рисунок 12.1. Коливальний контур

індуктивності L , називається *коливальним контуром* (рис.12.1). Надаємо конденсатору певний заряд q та замикаємо його на котушку індуктивності.

Конденсатор, замкнений на котушку індуктивності почне розряджатись, в колі потече електричний струм I . Енергія електричного поля конденсатора:

$$E_e = \frac{q^2}{2C}$$

переходитиме в енергію магнітного поля котушки:

$$E_m = \frac{LI^2}{2}$$

Після повної розрядки конденсатора енергія його електричного поля перейде в енергію магнітного поля котушки. Після чого конденсатор почне перезаряджатись, енергія магнітного поля котушки переходитиме в енергію електричного поля конденсатора і т. д. Таким чином в коливальному контурі виникнуть взаємні перетворення електричної та магнітної енергій. Говорять, що в контурі відбуваються електромагнітні коливання, які тривали б нескінченно довго при відсутності втрат енергії.

Але будь-яке реальне електричне коло має активний опір R , на якому відбувається розсіювання енергії. Крім того частина енергії витрачається на випромінювання. В результаті енергія коливального контуру з часом буде зменшуватись і коливання будуть затухати.

Диференціальне рівняння затухаючих коливань можна одержати на підставі *другого правила Кірхгофа*, згідно якого *сума падінь напруги*

на всіх елементах контуру дорівнює сумі е. р. с. , що містяться в цьому контурі:

$$\sum_i I_i \cdot R_i = \sum_k E_k . \quad (12.1)$$

В даному випадку маємо:

$$I \cdot R + U = E_s , \quad (12.2)$$

де $I \cdot R$ - падіння напруги на активному опорі контуру; U - напруга на конденсаторі коливального контуру; E_s - Е.Р.С. самоіндукції. З рівняння (2) одержуємо:

$$\frac{dq}{dt} R + \frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt} \quad (12.3)$$

або

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0 \quad (12.4)$$

У формулі (4) позначимо через:

$$2\beta = \frac{R}{L} \quad (12.5)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad (12.6)$$

Величина β називається коефіцієнтом затування, а ω_0 – циклічною частотою власних коливань. Враховуючи що циклічна частота пов'язана з періодом коливань співвідношенням:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} , \quad (12.7)$$

із формули (12.6) для періоду власних коливань у коливальному контурі одержуємо:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (12.8)$$

З використанням формул (5) та (6) рівняння (4) перетворюється до виду:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \cdot q = 0 \quad (12.9)$$

Рівняння (12.9) називається диференціальним рівнянням згасаючих коливань. Його розв'язок має вид:

$$q = q_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi) , \quad (12.10)$$

де ω - циклічна частота затухаючих коливань, яка пов'язана із циклічною частотою власних коливань ω_0 співвідношенням: $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$. Таким чином заряд, а також напруга на обкладинках конденсатора контуру, зменшується з часом за експонентою $e^{-\beta t}$ тим швидше, чим більший коефіцієнт затухання β . Для амплітудних значень заряду на обкладинках конденсатору (для тих моментів часу коли $\cos(\omega t + \varphi) = 1$) із формули (12.10) маємо:

$$q = q_0 \cdot e^{-\beta t} \quad (12.11)$$

Час τ , на протязі якого заряд на обкладинках конденсатора зменшується в e разів, називається часом релаксації. Час релаксації та коефіцієнт затухання є взаємо оберненими величинами:

$$\tau = 1 / \beta \quad (12.12)$$

Відношення амплітуд через період, $q(t) / q(t + T)$ називається *декрементом* затухання, а величина:

$$\lambda = \ln \frac{q(t)}{q(t + T)} = \beta \cdot T \quad (12.13)$$

називається *логарифмічним декрементом* затухання.

За час релаксації у контурі встигає відбутись певна кількість коливань N_e , яка дорівнює:

$$N_e = \tau / T = 1 / \lambda , \quad (12.14)$$

а величина:

$$Q = \pi \cdot N_e = \pi / \lambda \quad (12.15)$$

називається *добротність*. Добротність контуру тим більша, чим більша кількість коливань встигає відбутись у контурі за час релаксації.

Практична частина

Для дослідження затухаючих електромагнітних коливань складемо електричне коло, схема якого показана на рис.12.2.

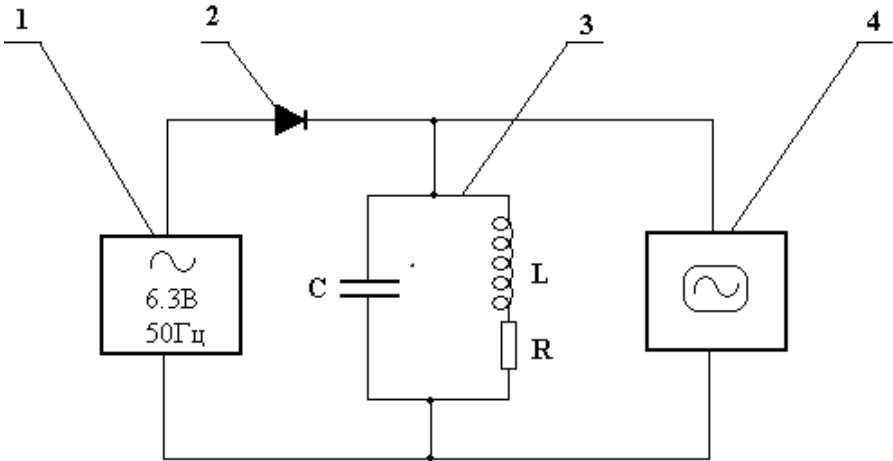


Рисунок 12.2. Схема експериментальної установки

Синусоїдальний сигнал, що надходить від джерела 1 - рис.12.3 а), після проходження через діод 2 перетворюється до виду – рис12.3 б).

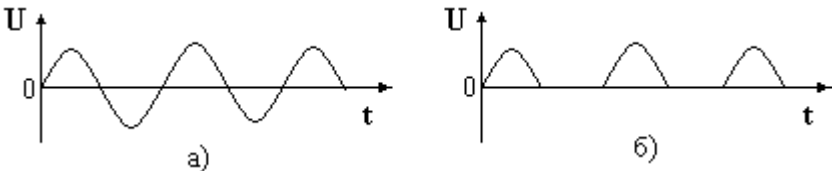


Рисунок 12.3. Сигнал від джерела до (рис3. а) та після (рисю3.б) проходження через діод

Таким чином, з частотою 50 Гц конденсатор коливального контуру 3 періодично одержує певний заряд q_0 . Після одержання конденсатором цього заряду, в контурі починаються затухаючі коливання, спостерігати які можна на екрані осцилографа 4.

Хід роботи

1. Скласти та увімкнути в мережу схему, яка показана на рис.12.2.
2. За допомогою потенціометрів “УРОВЕНЬ” та “СТАБІЛЬНОСТЬ”, які знаходяться на передній панелі осцилографа,

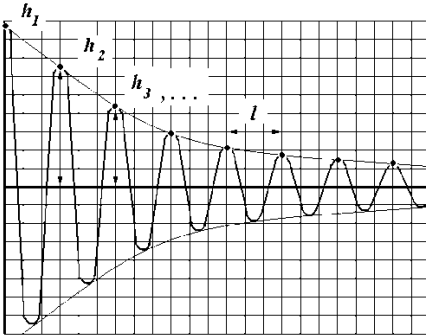


Рисунок 12.4. Затухаючі електромагнітні коливання на екрані осцилографа

двома сусідніми максимумами). За формулою:

$$T = k \cdot l \quad (12.16)$$

розрахувати два періоди коливань T_1 та T_2 без осердя та з осердям відповідно, де k – коефіцієнт розгортки, який зчитується з відповідного перемикача осцилографа. Коефіцієнт розгортки це є ціна однієї (**великої**) горизонтальної поділки шкали.

4. Висоти h_1, h_2, h_3, \dots на рис.12.4 пропорційні амплітудним значенням напруги та заряду на обкладинках конденсатору. За допомогою вертикальної шкали на екрані осцилографа виміряти величини h_1, h_2, h_3, \dots (у поділках шкали) та розрахувати відповідні моменти часу t_1, t_2, t_3, \dots за формулою:

$$t_i = n \cdot T, \quad (12.17)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$. Данні занести в таблицю 12.1.

одержати на екрані стійке зображення затухаючих коливань, яке показано на рис.12.4. Помістити в котушку індуктивності коливального контуру осердя, спостерігаючи за змінами характеру затухання коливань на екрані.

3. Виміряти осцилографом період коливань. Для цього по шкалі горизонтальної розвертки екрану осцилографа виміряти (у поділках шкали) відстань l між двома сусідніми точками, що коливаються в одній фазі (наприклад між

5. Помістити в котушку коливального контуру осердя і повторити вимірювання та розрахунки згідно пунктів 2 - 4.

6. На одній системі координат побудувати графіки залежності:



$\ln h = f(t)$ за зразком, який представлено на рис.12.5, тобто провести через експериментальні точки прямі лінії (до перетину із координатними осями), які б проходили через максимальну густину експериментальних точок, тобто якнайближче до кожної експериментальної точки.

Рисунок 12.5. Графіки залежності $\ln h = f(t)$

Лінійний характер графіків залежності $\ln h = f(t)$ свідчить про те, що напруга та заряд на обкладинках конденсатору коливального контуру зменшуються із часом саме за експонентою.

Таблиця 12.1

Без осердя									
n	t_i, c	h_i	$\ln h_i$	T_1, c	β_1, c^{-1}	τ_1, c	λ_1	N_{e1}	Q_1
1									
2									
...									
10									
З осердям									
n	t_i, c	h_i	$\ln h_i$	T_2, c	β_2, c^{-1}	τ_2, c	λ_2	N_{e2}	Q_2
1									
2									
...									
10									

7. На графіках (але не з таблиці!) можна вибрати будь-які дві точки по яким знайти коефіцієнти затухання β як $tg\alpha$ за формулою:

$$\beta = tg\alpha = \frac{\ln h_1 - \ln h_2}{t_2 - t_1} \quad (12.18)$$

Для розрахунку β зручно вибрати точки перетину прямих із координатними осями:

$$\beta_1 = tg\alpha_1 = \frac{\ln h_I}{t_I}; \quad \beta_2 = tg\alpha_2 = \frac{\ln h_{II}}{t_{II}} \quad , \quad (12.19)$$

Рис. (12.5).

8. За формулами (12.12) - (12.15) розрахувати величини τ, λ, N_e, Q . Результати розрахунків занести в таблицю 12.1.

9. Порівняти данні двох таблиць та відповідні графіки. Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Які коливання називають затухаючими?
2. Записати диференціальне рівняння затухаючих коливань і вказати фізичний зміст величин, які входять в нього.
3. Напишіть рівняння затухаючих коливань та намалюйте його графік.
4. Як залежить амплітуда затухаючих коливань від часу?
5. Дати визначення і записати вираз для логарифмічного декременту затухання.
6. Що називається часом релаксації?
7. Який фізичний зміст логарифмічного декременту та коефіцієнта затухання?
8. Дати визначення добротності. Який її фізичний зміст?
9. Записати зв'язок між коефіцієнтом затухання і логарифмічним декрементом затухання.

Література

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. – т. 2. – М.: Наука, 1980, С.544-556.

2. Савельев И. В. Курс общей физики.– т. 2. – М.: Наука, 1982, С.251-258.

Лабораторну роботу розробив доц. каф.
фізики ЗНТУ

доц. Савченко М.М.

Відредагував доц. каф. фізики ЗНТУ Правда М. І.

13 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 46 РЕЗОНАНС У КОЛИВАЛЬНОМУ КОНТУРІ

Мета роботи: вивчення вимушених коливань та явища резонансу в коливальному контурі

Завдання: одержати залежність напруги u_c на конденсаторі від частоти ω прикладеної напруги і побудувати графік $u_c = f(\omega)$. Визначити резонансну частоту ω_0 та перевірити формулу резонансної кривої.

Прилади і обладнання: коливальний контур, генератор синусоїдальних коливань ГНЧШ (вихід – 5 Ом), частотомір, мілівольтметр.

Схема установки показана на рис.13.1. Від генератора на коливальний контур подається змінна напруга

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\Omega \cdot t), \quad (13.1)$$

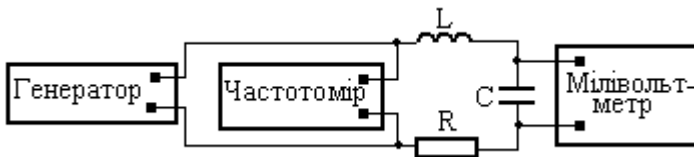


Рисунок 13.2

де ε_0 – амплітуда зовнішньої е.р.с., Ω - циклічна частота генератора, яка вимірюється частотоміром.

Теоретична частина

При протіканні змінного струму від стороннього джерела (у нашому випадку від генератора) через послідовно з'єднані індуктивність – L , ємність – C та опір – R_2 у контурі виникають вимушені коливання. Це коливання в системі під дією періодичного зовнішнього фактора, в нашому випадку змінної напруги генератора.

Одержимо диференціальне рівняння цих коливань. За другим законом Кірхгофа сума падінь напруги на елементах контуру дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с. у цьому ж контурі. У нашому випадку

$$U_C + U_R = \varepsilon_L + \varepsilon(t) \quad (13.2)$$

Напруга на конденсаторі $U_C = \frac{q}{C}$, на опорі за законом Ома

$U_R = R \cdot I = R \frac{dq}{dt}$, е.р.с. самоіндукції на котушці за законом Фарадея

$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2}$, де q – заряд на пластинах конденсатора, I – струм у контурі. Після підстановки цих напруг у (13.2) та ділення на L

$$\text{маємо} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + 2\frac{R}{2L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos(\Omega \cdot t) \quad (13.3)$$

Позначивши $\beta = \frac{R}{2 \cdot L}$ – коефіцієнт затухання; $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ – власна циклічна частота незатухаючих коливань у контурі при умові $R = 0$, одержуємо диференціальне рівняння вимушених коливань

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{u_0}{L} \cos(\Omega \cdot t) \quad (13.4)$$

Розв'язок рівняння (13.4) має вид

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega \cdot t + \varphi) + \frac{\varepsilon_0}{L\rho} \cos(\Omega \cdot t - \alpha), \quad (13.5)$$

де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклічна частота вільних затухаючих коливань,

$$\rho = \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}, \quad \alpha = \arctg \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \quad (13.6)$$

Через деякий час перший доданок у рівнянні (13.5) за рахунок експоненти з від'ємним показником степені стане нескінченно малим. У контурі наступить сталий режим вимушених коливань з частотою Ω прикладеної напруги. Напруга на конденсаторі

$$U_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{\varepsilon_0}{LC\rho} \cos(\Omega \cdot t - \alpha) = U_{0C}(\Omega) \cdot \cos(\Omega t - \alpha). \quad (13.7)$$

Амплітуда цих коливань залежить від частоти Ω прикладеної напруги

$$U_{oc}(\Omega) = \frac{\varepsilon_0}{LCp} = \frac{\varepsilon_0}{LC\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}. \quad (13.8)$$

Ця функція має екстремум (максимум) при частоті

$$\Omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad (13.9)$$

яка називається резонансною.

Для знаходження цієї частоти знайдемо екстремум підкореневого виразу $Y = (\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2$. Беремо першу похідну за частотою і прирівнюємо її нулю.

$\frac{dY}{dt} = 2(\omega_0^2 - \Omega_p^2) \cdot (-2\Omega_p) + 8\beta^2\Omega_p = 0$. Після скорочення на $4\Omega_p$ одержуємо вираз (13.9).

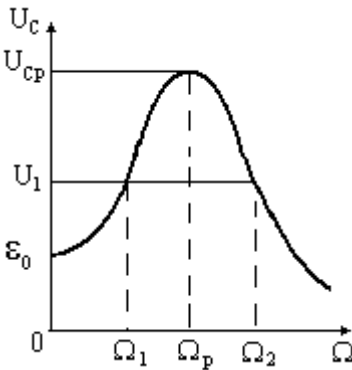


Рисунок 13.3

Отже, **явище резонансу** полягає в досягненні максимальної амплітуди вимушених коливань при зміні частоти зовнішньої дії. Резонансна частота напруг, як видно із (13.9), не співпадає з власною частотою коливань ω_0 .

Залежність напруги вимушених коливань у сталому режимі від частоти Ω зовнішньої е.р.с. називається **резонансною кривою** (рис.13.2). Резонансна частота коливального контуру є одним із важливих його параметрів. Тому її необхідно вимірювати досить точно. Пряма настройка на максимум зміною частоти не вирішує проблему, тому що в максимумі напруга майже не змінюється при зміні частоти (ділянка резонансної кривої майже паралельна осі частот). Із рисунка 13.2 видно, що напруга, яка більша за амплітуду ε_0 прикладеного сигналу але менша за напругу в момент резонансу, виникає при двох значеннях частоти Ω_1 і Ω_2 .

Ці точки знаходяться на крутих ділянках резонансної кривої і тому чутливість зміни напруги при зміні частоти досить висока. Із (13.8) маємо

$$\frac{\varepsilon_0}{LC\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega_1^2)^2 + 4\beta^2\Omega_1^2}} = \frac{\varepsilon_0}{LC\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega_2^2)^2 + 4\beta^2\Omega_2^2}}$$

Після спрощень одержуємо співвідношення $2\Omega_p^2 = \Omega_1^2 + \Omega_2^2$, яке дає можливість досить точно розрахувати резонансну частоту по значенням Ω_1 і Ω_2 для будь-якої напруги $U_p > U > \varepsilon_0$

$$\Omega_p = \sqrt{\frac{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}{2}}. \quad (13.10)$$

Практична частина

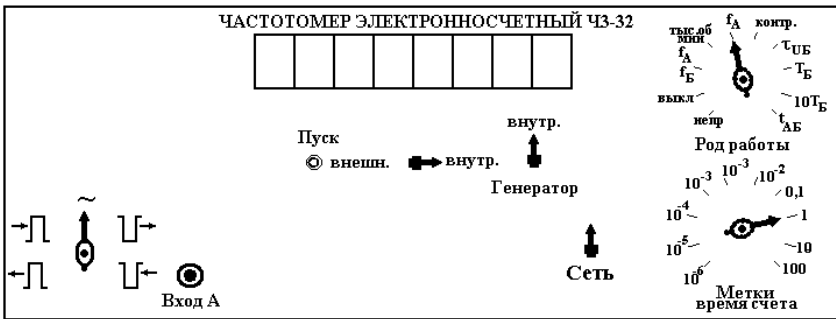


Рисунок 13.3

1. Зібрати схему згідно з рисунком 13.1. Робочий вхід частотоміра – вхід А (див. рис.13.3). Вихідний опір генератора 5 Ом.
2. На передній панелі частотоміра встановити всі перемикачі в положення, які показані на рисунку 13.3.
3. На мілівольтметрі поворотом перемикачів встановити межу вимірювання 7,5 В.
4. Увімкнути живлення генератора та частотоміра.
5. На генераторі натиснути множник частоти $\times 100$ і встановити напругу приблизно 10 В.
6. Змінюючи частоту генератора, знайти прямим методом експериментальне значення резонансної частоти $\Omega_{p, \text{експ}}$ та напруги при резонансі. Якщо стрілка мілівольтметра зашкалює, зменшити напругу генератора. Записати ці значення в таблицю 13.1.

Таблиця 13.1

Ω, кГц														
U_C, мВ														

- Зняти резонансну криву, тобто залежність напруги на конденсаторі U_C від частоти, в діапазоні від 6 кГц до 17 кГц. При цьому плавно збільшуючи частоту, слідкувати за показанням мілівольтметра. Коли напруга зміниться приблизно на 1 В (20 поділок), записати в таблицю значення частоти і напруги. Не слід добиватися точного значення напруги, тому що регулятор частоти генератора грубий і досягти цього неможливо.
- По результатам експерименту побудувати на міліметровому папері резонансну криву.
- Вибрати 5 значень напруги на конденсаторі і для кожної із них по резонансній кривій знайти частоти Ω_1 і Ω_2 (див. рис.13.2). Результати записати в таблицю 13.2.

Таблиця 13.2.

Ω_1, кГц					
Ω_2, кГц					
Ω_p, кГц					

- За формулою (13.10) розрахувати п'ять значень резонансної частоти Ω_p і занести в таблицю 13.2. Знайти середнє значення резонансної частоти.
- Зробити аналіз одержаних результатів, співставивши розрахункову ($\Omega_{p, \text{розра}}$) та безпосередньо виміряну ($\Omega_{p, \text{експ}}$) резонансні частоти. Якщо вони приблизно однакові, то це свідчить про справедливність співвідношення (13.10), а отже і виразу (13.8) резонансної кривої.

Контрольні запитання

- Які коливання називаються вимушеними?
- Сформулювати другий закон Кіргхофа для електричних кіл.
- Що таке сталий режим вимушених коливань?
- Одержати диференціальне рівняння вимушених коливань у контурі.

5. Як залежить напруга на конденсаторі від часу при сталому режимі вимушених коливань?
6. Що таке резонансна крива? Записати її аналітичний вид.
7. Одержати вираз для резонансної частоти напруг.
8. Одержати співвідношення (13.10).

Література

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. – т. 2. – М.: Наука, 1980, С.544-556.
2. Савельев И. В. Курс общей физики.– т. 2. – М.: Наука, 1982, С.251-258.
3. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф.Курс фізики: В 3-х ч.- К: Вища школа. 2003, т. 2, С.219-229.

Лабораторну роботу розробив доцент кафедри фізики Манько В.К.

14 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 47.1, 2 ЗАКОНИ ЗМІННОГО СТРУМУ

Мета роботи: вивчити закони змінного струму.

Завдання: експериментально перевірити справедливість законів Кірхгофа для змінного струму та правила додавання активного та реактивних опорів при паралельному і послідовному з'єднанні R , L , C .

Прилади і обладнання: джерело живлення змінного струму ВС-24М; вольтметр та міліамперметр змінного струму; змонтовані на панелі конденсатор C , котушка індуктивності (дросель) L та резистор R з перемикачами (тумблерами); провідники.

Експериментальна установка. Зовнішній вид лабораторної роботи зображений на рис.1, а принципова схема на рис.2.

Номінали елементів схеми: $R=285$ Ом, $C=10$ мкФ, $L=1,2$ Гн, опір мідного дроту котушки $R_L=31$ Ом.



Рисунок 14.1. Загальний вид лабораторної установки:
1 – міліампер метр, 2 – джерело живлення змінного струму,
3 – лабораторний стенд, 4 – вольтметр.

За допомогою провідників та тумблерів можна збирати схеми різного ввімкнення споживачів. Вимірювати напругу просто, так як вольтметр вмикається паралельно до ділянок схеми. Тому не виникає потреба демонтувати провідники. Інша справа виникає при вимірюванні струму. Міліамперметр, як відомо, вмикається послідовно у вітку, що потребує демонтажу провідників. Тому для зручності вимірювання струму змонтовані тумблери у різних вітках.

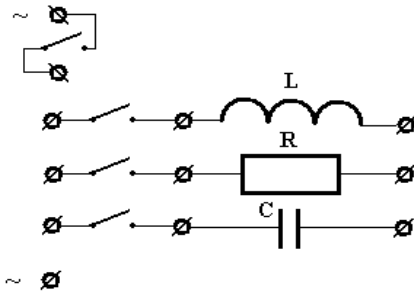


Рисунок 14.2

Для вимірювання струму міліамперметр з'єднують з клемми тумблера. При розмиканні тумблера струм протікає не через нього, а через послідовно включений міліамперметр і вимірюється. Потім цей тумблер знову замикають, а міліамперметр перемикають до іншої вітки.

Теоретична частина.

Різні методи розрахунку електричних кіл, наприклад, метод контурних струмів, метод вузлових потенціалів та інші, базуються на трьох основних законах:

- 1) Закон Ома для ділянки кола – струм I дорівнює відношенню напруги U на її кінцях до опору R

$$I = \frac{U}{R} \quad (14.1)$$

і для замкнутого кола – струм I дорівнює відношенню електрорушійної сили ε джерела, увімкненого в це коло, до суми зовнішнього опору R та внутрішнього r опору джерела

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad (14.2)$$

- 2) Перший закон Кірхгофа – алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю

$$\sum I_i = 0. \quad (14.3)$$

- 3) Другий закон Кірхгофа – алгебраїчна сума падінь напруг вздовж будь-якого контуру дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил джерел, увімкнених у цей же контур

$$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i . \quad (14.4)$$

Для змінного струму ці закони також мають місце, але алгебраїчні суми замінюються геометричними, тобто за правилами додавання векторів.

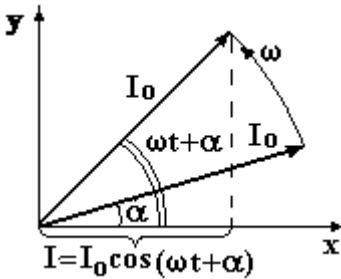


Рисунок 14.3

В теорії коливань гармонічне коливання (змінні струм і напруга) графічно зображаються у вигляді векторів, довжина яких у відповідному масштабі дорівнює амплітуді, а орієнтація задається початковою фазою. Вважається, що цей вектор обертається проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю, яка дорівнює циклічній частоті коливань. Миттєве значення зміщення дорівнює проекції цього вектора в даний

момент часу на вісь координат, наприклад ox , і уявляє собою рівняння гармонічного коливання (див. рис.14.3). З теорії коливань відомо, що фази напруги і струму співпадають на активному опорі (рис.14.4, а),

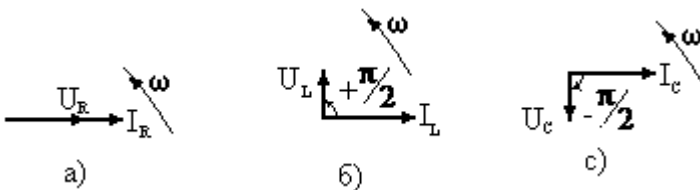


Рисунок 44.4

на котушці індуктивності фаза напруги від фази струму більша на $\frac{\pi}{2}$, а на конденсаторі менша на $\frac{\pi}{2}$. Або кажуть напруга на котушці випереджає струм на $\frac{\pi}{2}$ (вектор напруги обертається попереду вектора струму (рис 14.4,б), а на конденсаторі відстає на $\frac{\pi}{2}$ (вектор напруги обертається за вектором струму (рис.14.4, с). Слід зауважити, що такі

фазові співвідношення мають місце для ідеальної котушки, тобто коли активний опір дроту R_L набагато менший за її індуктивний опір $X_L = \omega L$. Для цього котушка повинна містити велику кількість витків і намотана товстим дротом. Реально це не завжди можливо. Тому необхідно враховувати наявність опору дроту, тобто еквівалентна схема котушки уявляє собою послідовно з'єднані опір R_L і ідеальну індуктивність X_L (рис.14.5, а).

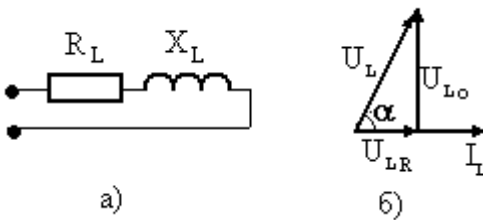


Рисунок 14.5

зображена на рис.14.5, б), де I_L – струм через котушку, U_{LR} – падіння напруги на активному опорі дроту котушки, U_{L0} – падіння напруги на ідеальній котушці (при $R_L = 0$), U_L – сумарне падіння напруги на реальній котушці, який і вимірюється експериментально..

но..

Реактивні опори знаходяться за формулами

котушки
$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L, \quad (14.5)$$

конденсатора
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}. \quad (14.6)$$

Порядок побудови векторних діаграм

Векторна діаграма – це графічне зображення змінних за гармонічним законом напруг і струмів у вигляді векторів, що обертаються проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю ω , яка дорівнює циклічній частоті коливань. Довжина векторів дорівнює амплітудам у відповідному масштабі, а початкове положення задається початковою фазою, відрахованою від осі абсцис. Додатна початкова фаза відраховується проти годинникової стрілки, а від'ємна – за годинниковою стрілкою. Векторні діаграми наглядно показують фазові співвідношення між струмами і напругами в колі змінного струму.

Спочатку на комплексній площині будується вектор загальної величини для всіх або більшої частини елементів схеми: струм для послідовно з'єднаних елементів, напругу для паралельно з'єднаних. До

цього вектора добудовуються інші, враховуючи, що напруга на опорі R співпадає по фазі зі струмом, напруга U_L на котушці випереджає струм на 90° (відраховується від струму проти годинникової стрілки), а на конденсаторі відстає від струму на 90° (відраховується від струму за годинниковою стрілкою). Якщо діаграма побудована правильно, то у відповідності із законами Кірхгофа сума напруг на послідовно з'єднаних елементах повинна дорівнювати зовнішній е.р.с., а сума струмів у паралельних вітках дає струм до розгалуження. Ці суми знаходяться з використанням теореми Піфагора.

Практична частина

Завдання 1. Перевірка першого закону Кірхгофа

Розрахувати за формулами (14.5) і (14.6) реактивні опори при промисловій частоті $f = 50$ Гц. Параметри схеми дані в опису установки на початку інструкції.

Дослід 1.1

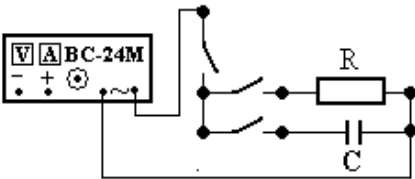


Рисунок 14.6

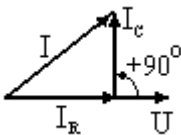
порядку 30-40 В.

1. Зібрати схему паралельно з'єднаних конденсатора C і активного опору R (рис.14.6).
2. Встановити межу вимірювання вольтметра 75 В, а межу вимірювання струму 100 мА.
3. Регулятором джерела струму BC-24М подати змінну напругу

4. Виміряти і записати в таблицю 14.1 напругу U та значення загального струму $I_{\text{експ}}$, а також через кожний споживач I_R і I_C , по чергово замінюючи замкнений тумблер міліамперметром.

Таблиця 14.1

U , В	$I_{\text{експ}}$, мА	I_R , мА	I_C , мА



Векторна діаграма для паралельного з'єднання R і C зображена на рис.14.7. Видно, що загальний струм знаходиться за теоремою Піфагора

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} \quad (14.7)$$

Рисунок 14.7

- Розрахувати за формулою (14.7) загальний струм і порівняти його з експериментально вимірним значенням $I_{\text{експ}}$.
- Якщо вираз (14.7) поділити на напругу і врахувати закон Ома (14.1), одержуємо закон додавання опорів паралельно з'єднаних R і C для змінного струму

$$\frac{I}{U} = \sqrt{\left(\frac{I_R}{U}\right)^2 + \left(\frac{I_C}{U}\right)^2}, \text{ тобто } \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}}, \text{ або}$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{R \cdot X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}. \quad (14.8)$$

- Розрахувати загальний опір двома способами: за законом Ома $Z = \frac{U}{I_{\text{експ}}}$ та за формулою (14.8). Порівняти одержані значення.
- Зробити висновок що до справедливості співвідношень (14.7) та (14.8).

Дослід 1.2

- Зібрати схему паралельно з'єднаних котушки L і активного опору R (рис.14.8).

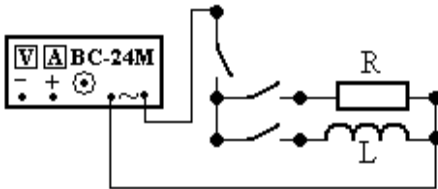


Рисунок 14.8

- Встановити межу вимірювання напруги 75 В, а межу вимірювання струму 100 мА.
- Регулятором джерела струму BC-24M подати змінні напругу порядку 30-40 В.
- Виміряти та записати в таблицю 14.2 напругу U , а також значення загального струму до розгалуження $I_{\text{експ}}$, та через кожний споживач I_R і I_L , почергово замінюючи замкнений тумблер міліамперметром.

Таблиця 14.2.

$U, \text{В}$	$I_{\text{експ}}, \text{mA}$	I_R, mA	I_L, mA

5. Векторна діаграма для паралельного з'єднання опору R та реальної котушки L з врахуванням рис.(14.5, б), має вигляд (рис.14.9). Загальний струм до розгалуження знаходимо за теоремою косинусів

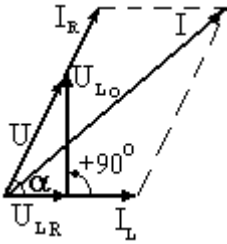


Рисунок 14.9

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2 + 2I_R I_L \cos \alpha}. \quad (14.9)$$

Враховуючи, що

$$\cos \alpha = \frac{U_{LR}}{U} = \frac{I_L R_L}{U}, \quad (14.10)$$

(14.9) набуває виду

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2 + 2I_R \frac{I_L R_L}{U}}. \quad (14.11)$$

6. Розрахувати значення струму I за (14.11) для $R_L = 31$ Ом і порівняти його з експериментальним значенням $I_{\text{експ}}$. Зробити висновок.
7. За законом Ома розрахувати загальний опір реальної котушки

$$Z_L = \frac{U}{I_L}. \quad (14.12)$$

8. Розрахувати загальний опір Z паралельного з'єднання двома способами:

за законом Ома
$$Z = \frac{U}{I} \quad (14.13)$$

та за правилом додавання опорів при паралельному з'єднанні

$$Z = \frac{R \cdot Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}. \quad (14.14)$$

Результати повинні бути близькими, що свідчить про справедливість закону Ома (14.1) та правила (14.14).

9. Розрахувати індуктивну складову опору котушки X_{L0} та її індуктивність

$$X_{L0} = \frac{U_{L0}}{I_L} = \frac{\sqrt{U^2 - U_{LR}^2}}{I_L} = \frac{\sqrt{U^2 - (I_L R_L)^2}}{I_L} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L. \quad (14.15)$$

$$L = \frac{X_{Lo}}{2 \cdot \pi \cdot f} \tag{14.16}$$

10. Порівняти одержане значення з паспортним $L_{пасп} = 1,2 Гн$. Зробити висновок.

Дослід 1.3

1. Зібрати схему паралельно з'єднаних активного опору R , котушки L і конденсатора C (рис.14.10).

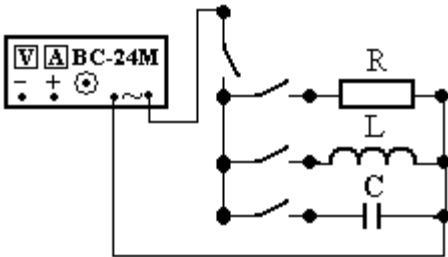


Рисунок 14.10

2. Встановити межю вимірювання напруги 75 В, а межю вимірювання струму 100 мА.
3. Регулятором джерела струму BC-24M подати змінну напругу порядку 30-40 В.

4. Виміряти та записати в таблицю 14.3 напругу U , а також значення загального струму до розгалуження $I_{експ}$, та через кожний споживач I_R, I_L і I_C .

Таблиця 14.3.

$U, В$	$I_{експ}, мА$	$I_R, мА$	$I_L, мА$	$I_C, мА$

5. Векторна діаграма для паралельного з'єднання R , реальної котушки L та конденсатора C з врахуванням рис.14.5, б), має вигляд (рис.14.11).

6. Суму струмів I_L, I_R, I_C знайдемо через їхні сумарні проєкції на осі координат

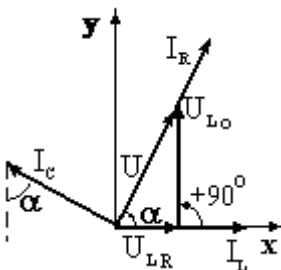


Рисунок 14.11

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} \tag{14.17}$$

Тут:

$$I_x = I_L + I_R \cos \alpha - I_C \sin \alpha \tag{14.18}$$

$$I_y = I_R \sin \alpha + I_C \cos \alpha \tag{14.19}$$

Значення $\cos \alpha$ розрахувати за формулою (14.10) по даним завдання 2, а

$\sin \alpha$ – за основною тригонометричною тотожністю.

7. Розраховані за (14.17) – (14.19) значення струму порівняти з експериментально вимірним $I_{\text{експ}}$. Зробити висновок.

Завдання 2. Перевірка другого закону Кірхгофа

Розрахувати за формулами (14.5) і (14.6) реактивні опори при промисловій частоті $f = 50$ Гц. Параметри схеми дані в опису установки на початку інструкції.

Дослід 2.1

1. Зібрати схему послідовно з'єднаних конденсатора C і активного опору R (рис.14.12).

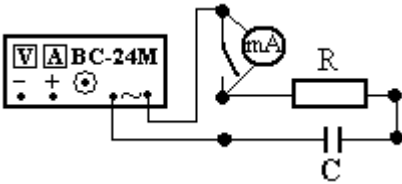


Рисунок 14.12

2. Встановити межу вимірювання струму 100 мА, а межу вимірювання напруги 75 В.
3. Регулятором джерела струму ВС-24М подати змінну напругу порядку 30-40 В.
4. Розімкнувши тумблер, який закорочує міліамперметр, виміряти та записати в таблицю 14.4 значення струму I .
5. Вмикаючи вольтметр паралельно, виміряти загальну напругу $U_{\text{експ}}$ та на опорі U_R і конденсаторі U_C . Занести результати в таблицю 14.4.

Таблиця 14.4.

I, mA	$U_{\text{експ}}, \text{V}$	U_R, V	U_C, V

6. Векторна діаграма для послідовного з'єднання R і C має вигляд (рис.14.13). З рисунка видно, що співвідношення між напругами відповідає теоремі Піфагора

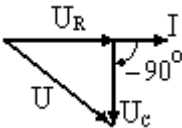


Рисунок 14.13

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} . \quad (14.20)$$

Розрахувати за цією формулою загальну напругу і порівняти її з безпосередньо вимірним експериментальним значенням $U_{\text{експ}}$.

7. Якщо вираз (14.20) поділити на струм і врахувати закон Ома (14.1), одержуємо закон додавання опорів послідовного з'єднання R і C для змінного струму

$$\frac{U}{I} = \sqrt{\left(\frac{U_R}{I}\right)^2 + \left(\frac{U_C}{I}\right)^2}, \text{ тобто } Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}. \quad (14.21)$$

Розрахувати загальний опір двома способами: за законом Ома

$$Z = \frac{U_{\text{експ}}}{I} \text{ та за формулою (14.21). Порівняти одержані значення.}$$

8. Зробити висновок що до справедливості співвідношень (14.20) та (14.21).

Дослід 2.2.

1. Зібрати схему послідовно з'єднаних котушки L і активного опору R (рис.14.14).

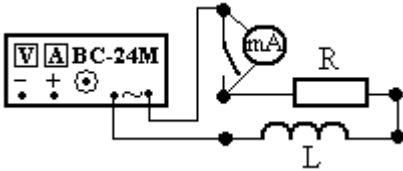


Рисунок 14.14

2. Встановити межу вимірювання струму 100 мА, а межу вимірювання напруги 75 В.
3. Регулятором джерела струму BC-24M подати змінну напругу порядку 30-40 В.
4. Розімкнувши тумблер, який закорочує міліамперметр, виміряти та записати в таблицю 14.5 значення струму I.

5. Вмикаючи вольтметр паралельно, виміряти загальну напругу $U_{\text{експ}}$ та на опорі U_R і котушці U_L . Занести результати в таблицю 14.5.

Таблиця 14.5

I, mA	$U_{\text{експ}}$, В	U_R , В	U_L , В

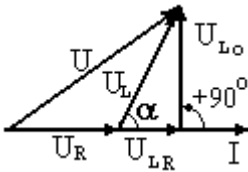


Рисунок 14.15

6. Векторна діаграма для послідовного з'єднання R і реальної котушки L, взявши до уваги рис. 14.5,б), має вигляд (рис. 14.15). З рис.14.15 видно, що загальна напруга знаходиться за теоремою косинусів

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2 + 2U_R U_L \cos \alpha}. \quad (14.22)$$

Враховуючи, що $\cos \alpha = \frac{U_{LR}}{U_L}$ та $U_{LR} = I \cdot R_L$ вираз (14.22) набуває виду

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2 + 2U_R \cdot I \cdot R_L} \quad (14.23)$$

7. Розрахувати за формулою (14.23) загальну напругу і порівняти її з експериментальним значенням $U_{\text{експ}}$.

8. Розрахувати загальний опір двома способами: за законом Ома

$$Z = \frac{U_{\text{експ}}}{I}$$
 та за формулою

$$Z = \sqrt{(R + R_L)^2 + X_L^2} \quad (14.24)$$

9. Порівняти одержані значення. Зробити висновок.

Дослід 2.3

1. Зібрати схему послідовно з'єднаних активного опору R , конденсатора C і котушки L (рис.14.16).

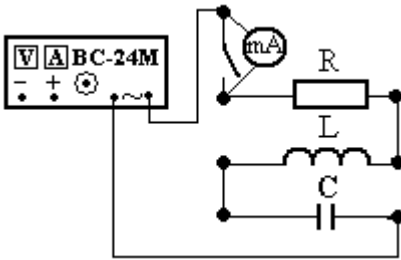


Рисунок 14.16

2. Встановити межу вимірювання струму 100 мА, а межу вимірювання напруги 75 В

3. Регулятором джерела струму BC-24M подати змінну напругу порядку 30-40 В.

4. Розімкнувши тумблер, який закорочує міліамперметр, виміряти та записати в таблицю 14.6 значення струму I .

5. Вмикаючи вольтметр паралельно, виміряти загальну напругу $U_{\text{експ}}$, та напруги на опорі U_R , конденсаторі U_C і котушці U_L . Занести результати в таблицю 14.6.

Таблиця 14.6.

I , mA	$U_{\text{експ}}$, В	U_R , В	U_C , В	U_L , В

6. Векторна діаграма для послідовного з'єднання R, C і реальної котушки L, взявши до уваги рис. 14.5,б), має вигляд (рис.14.17). З рисунка видно, що за теоремою Піфагора співвідношення між напругами таке

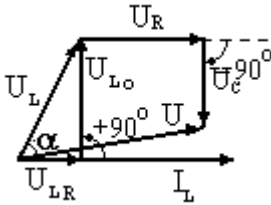


Рисунок 14.17

$$U = \sqrt{(U_R + U_{LR})^2 + (U_{Lo} - U_C)^2}, \quad (14.25)$$

$$\text{де } U_{LR} = I \cdot R_L, \quad (14.26)$$

$$U_{Lo} = \sqrt{U_L^2 - U_C^2} \quad (14.27)$$

7. Розрахувати за формулами (14.25) – (14.27) значення загальної напруги U і порівняти з експериментально вимірним $U_{\text{експ}}$.
8. Розрахувати загальний опір двома способами: за законом Ома

$$Z = \frac{U_{\text{експ}}}{I} \text{ та за формулою}$$

$$Z = \sqrt{(R + R_L)^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (14.28)$$

9. Порівняти одержані значення. Зробити висновок.

Контрольні запитання.

1. Сформулювати перший закон Кірхгофа.
2. Сформулювати другий закон Кірхгофа.
3. Який принцип векторного графічного зображення гармонічних коливань?
4. Які співвідношення фаз між струмом та напругою для активного опору, електроємності та індуктивності? Намалювати векторні діаграми.
5. Намалювати та пояснити векторну діаграму реальної котушки індуктивності.
6. Намалювати векторну діаграму паралельного з'єднання опору та конденсатора.
7. Записати правило знаходження загального опору при паралельному з'єднанні елементів.
8. Записати вираз для індуктивного та ємнісного реактивних опорів.
9. Намалювати векторну діаграму паралельного з'єднання опору та реальної котушки індуктивності. Пояснити її.

10. Намалювати векторну діаграму паралельного з'єднання опору, конденсатора і реальної котушки. Пояснити її.

Література.

1. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст] / Т.И.Трофимова. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики. Т.1 [Текст] / И.В.Савельев. – М.: Наука, 1977, – 416 с.
3. Савельев, И.В. Курс общей физики. Т.2 [Текст] / И.В.Савельев. – М.: Наука, 1978, – 480 с.
4. Воловик, П.М. Фізика для університетів [Текст] / П.М.Воловик. – К.: Ірпінь: Перун, 2005. – 864 с.
5. Общая электротехника[Текст] / под ред. Пантюшкина В.С. – М.: Высшая школа, 1970. – 568 с.
6. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники [Текст] /Л.А.Бессонов. – М.: Высшая школа, 1964. – 750 с.

Лабораторну роботу розробив доцент кафедри фізики Манько В.К.