

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

Гончар Н.В.
ТЕКСТИ (конспект) лекцій з дисципліни

«Математичне моделювання процесів
технічних систем»

для студентів спеціальності 131 «Прикладна механіка»
освітньої програми «Технології машинобудування»
усіх форм навчання

Тексти (конспект) лекцій з дисципліни «Математичне моделювання процесів технічних систем» для студентів спеціальності 131 «Прикладна механіка» освітньої програми «Технології машинобудування» усіх форм навчання / Укл. Н.В. Гончар – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2019. – 30 с.

Укладач: Н.В. Гончар, доцент, канд.техн.наук

Рецензент: В.О. Логомінов, доцент, канд.техн.наук

Відповідальний
за випуск: С.І. Дядя, доцент, канд.техн.наук

Затверджено
на засіданні кафедри ТМБ
протокол № 1
від 22.08.2019 р.

Рекомендовано до видання НМК
машинобудівного факультету
протокол № 1
від 03.09.2019 р.

ЗМІСТ

Тема 1. Використання методів кінцевих елементів для розрахунку на міцність. Критерії надійності	4
Вступ. Кінцево-елементний аналіз. Комп'ютерний пакет ANSYS	4
Модулі ANSYS/Multiphysics	6
Критерії міцностної надійності	12
Тема 2. Коливання. Гармонійні коливання. Модальний аналіз; визначення власних коливань конструкцій	15
Періодичне навантаження та його основні характеристики..	15
Основні поняття при змінному навантаженні	19
Моделі матеріалів.....	22
Тема 3,4. Використання методу кінцевих елементів для розрахунку теплових деформацій при складних схемах теплових навантажень. Прикладення теплових навантажень при проведенні міцностного та вібраційного аналізу	26
Огляд величин та параметрів теплового аналізу.....	26
Література.....	29

ЗАГАЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ, ВІБРАЦІЇ

ТЕМА 1. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ НА МІЦНІСТЬ. КРИТЕРІЙ НАДІЙНОСТІ

Вступ. Кінцево-елементний аналіз. Комп'ютерний пакет ANSYS

Finite Element Analysis (кінцево-елементний аналіз) КЕА – спосіб моделювати навантаження конструкції і аналізувати відклик конструкції на це навантаження.

Конструкція моделюється за допомогою дискретних блоків, які називаються *елементами* (elements).

- Кожний елемент містить в собі точні рівняння, що описують його відклик на певне навантаження.
- Сума відкликів всіх елементів моделі дає сумарний відклик всієї конструкції
- Елементи мають кінцеве число невідомих, тому і називаються *кінцевими елементами* (*finite elements*).

Історична довідка

Метод кінцевих елементів був розроблений вченими та інженерами в період 1950-1960х років.

Більш ранній основоположній теорії вже понад 100 років. Вона використовувалась для «ручного» розрахунку підвісних мостів та парових котлів.

Кінцево-елементна модель (КЕМ), яка має кінцеве число невідомих, може тільки апроксимувати відклик фізичної системи, що має нескінчене число невідомих.

Так що виникає питання: Наскільки є точною апроксимація?

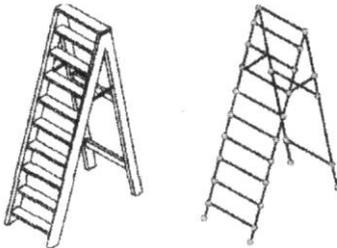
- На жаль, немає простої відповіді на це питання. Це залежить від того, що ви моделюєте і яким інструментом. Однак, в даному курсі ви отримаєте деякі рекомендації щодо цього.

Навіщо потрібен КЕА:

- для скорочення кількості тестових прототипів;
- комп'ютерне моделювання дозволяє швидко і ефективно досліджувати різні варіанти конструкції;
- для моделювання конструкцій, які важко досліджувати за

допомогою натурних прототипів (рис. 1.1);

- хірургічні імплантати, наприклад штучне коліно.



Фізична система

КЕМ

Рисунок 1.1 –
Фізична система і
КЕМ

Практичний результат:

- зниження вартості;
- скорочення часу, строків випуску на ринок;
- створення більш надійних і якісних конструкцій.

ANSYS – повноцінний кінцево-елементний пакет, що вже широко використовується інженерами у таких галузях інженерної діяльності:

- міцність (Structural);
- тепло (Thermal);
- гідрогазодинаміка (CFD – Computational Fluid Dynamics);
- електрика / електростатика (Electrical/Electrostatics);
- електромагнетизм (Electromagnetics).

Неповний список галузей промисловості, в яких використовується ANSYS:

- | | |
|----------------|----------------------------------|
| - аерокосмічна | - електроніка |
| - автомобільна | - важке машинобудування |
| - біомедицина | - мікроелектромеханічні пристрої |
| - будівництво | - спортивні товари |

ANSYS/Multiphysics – головний пакет ANSYS, що включає в себе різні інженерні дисципліни (рис. 1.2).

Три головних пакети, які виділяються з ANSYS/Multiphysics:

- ANSYS/Mechanical – міцність та теплофізика;

- ANSYS/Emag – електромагнетизм;
- ANSYS/FLOTRAN – гідрогазодинаміка.

Інші лінії продуктів пакету:

- ANSYS/LS-DYNA – високонелінійні проблеми міцності;
- DesignSpace – спрощений розрахунковий пакет для використання в середовищі CAD-систем;
- ANSYS/ProFEA – аналіз ANSYS та оптимізація в Pro/ENGINEER, тощо.

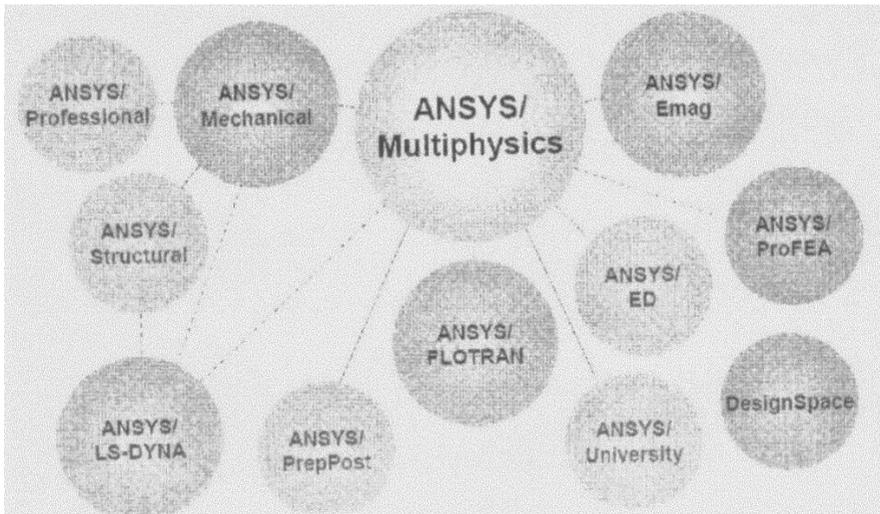


Рисунок 1.2 – Структура ANSYS

Модулі ANSYS/Multiphysics.

І Структурний аналіз (міцностний)

Міцностний аналіз використовується для визначення переміщень, деформацій, напружень та реакцій.

Розрізняють:

а) статичний аналіз

Використовується для умов статичного навантаження.

Також можуть бути змодельовані: нелінійна поведінка, така як великі переміщення, великі деформації, контакт, пластичність, гіперпружність, повзучість,.

б) динамічний аналіз

Включає інерційні та демпферні ефекти.

1) модальний аналіз (Modal analysis) – розрахунок власних частот і форм коливань.

2) армонічний аналіз (Harmonic analysis) – визначення відклику конструкції на синусоїдальний вплив визначеної амплітуди і частоти.

3) верехідний динамічний аналіз (Transient Dynamic analysis) – визначення відклику конструкції на змінні в часі навантаження, включаючи і нелінійну поведінку.

Інші можливості міцностного модулю:

- спектральний аналіз (Spectrum analysis);
- випадкові вібрації (Random vibrations);
- втрата стійкості (Eigenvalue buckling);
- підконструкції (Substructuring) – підмоделі.

Моделювання явної динаміки за допомогою ANSYS/LS-DYNA:

- призначена для дуже великих деформацій, коли інерційні навантаження домінують;
- використовується для моделювання зіткнень, руйнувань.

II Тепловий аналіз

Тепловий аналіз використовується для визначення розподілу температур в об'єктах; також теплові градієнти, теплові потоки, кількість втраченого і виділеного тепла.

Можна моделювати всі три основні режими теплопередачі: кондукція, конвекція, випромінювання.

Розрізняють:

а) стаціонарний (Steady-State) – аналог статички в міцностному пакеті.

Залежні від часу ефекти ігноруються;

б) нестационарний (Transient) – аналог динаміки в міцностному пакеті.

Визначення температур та інших параметрів в залежності від часу, також можна моделювати зміну фази (плавлення або застигання).

III Електромагнетизм

Електромагнітний аналіз використовується для розрахунку магнітних полів в електромагнітних пристроях.

Розрізняють:

а) статичний та низькочастотний електромагнетизм:

- для моделювання пристроїв, які працюють з постійним струмом, низькочастотним змінним струмом, або низькочастотними перехідними сигналами.

Приклади: соленоїдальні пристрої, трансформатори;

- величини, які можна визначати: густина магнітного потоку, напруженість поля, магнітні сили і моменти, імпеданс (повний опір), індуктивність, вихрові струми, втрата потужності розсіювання магнітного потоку;

б) високочастотний електромагнетизм

Моделювання пристроїв для поширення електромагнітних хвиль.

Приклади: мікрохвильові радіочастотні пасивні компоненти, хвилеводи, коаксіальні з'єднання.

Величини, що визначають: S-параметри, Q-фактор, втрати на відбиття, діелектричні та кондуктивні втрати, електричні і магнітні поля.

в) електростатика

Розрахунок електричних полів від збудження напругою або струмом.

Приклад: високовольтні приладоборів, мікроелектромеханічні системи (MEMS), лінії електропередачі. Typical quantities of interest are electric field strength and capacitance.

г) струмопровідність

Розрахунок струму в провіднику від прикладеної напруги.

е) підключення електроланцюгів

Підключення електричних ланцюгів до електромагнітних приборів.

Типи електромагнітного аналізу:

1) статичний аналіз (Static analysis) – розрахунок магнітних полів, викликаних постійним струмом (DC) чи постійними магнітами;

2) гармонічний аналіз (Harmonic analysis) – розрахунок магнітних полів, викликаних перемінним струмом (AC);

3) перехідний аналіз (Transient analysis) – використовують для моделювання змінних в часі магнітних полів.

IV Гідрогазодинамічний аналіз

а) розрахункова динаміка рідин (CFD)

Визначення розподілу потоків та температур в рідинах.

ANSYS/FLOTRAN – може моделювати ламінарні та турбулентні потоки, стискаємі та нестискаємі рідини, багатокомпонентні суміші.

Області використання: аерокосмос, електронні прибори, автомобілебудування.

Величини, які варті уваги: швидкість, тиск, температура та коефіцієнт конвекції.

б) акустика:

- моделювання взаємодії текучих середовищ та оточуючих твердотільних оболонок;

- приклад: акустичні системи, інтер'єр автомобіля, гідролокатори;

- величини, які варті уваги: розподіл тисків, переміщення, власні частоти.

в) аналіз наливних систем:

- моделювання рідкостей в посудинах, розрахунок гідростатичного тиску від сплесків рідини;

- приклад: нафтові танкери, цистерни.

г) тепло- та масоперенос (масопереміщення)

Одномірний елемент використовується для розрахунків тепловиділення при транспортуванні маси між двома точками, наприклад в трубах.

V Міждисциплінарний аналіз

Зв'язаний міждисциплінарний (комплексний або змішаний) аналіз (Coupled-Field Analysis) має на увазі взаємодію двох або більше дисциплін. Той факт, що одна дисципліна залежить від іншої, робить неможливим їх окреме моделювання та вимагає програм, які дозволяють виконати їх спільний комбінований аналіз.

Приклади:

- термоміцностний аналіз;

- п'єзоелектрика (електрика та міцність);
- акустика (рідина та міцність);
- термоелектричний аналіз;
- індукційний нагрів (магнетизм та тепло);
- електростатичний – міцностний аналіз.

Побудова моделі та прийняття допущень

Модель – сукупність представлень, залежностей, умов, обмежень, що описують процес їх дії.

Модель – відображення об'єктивної реальності.

Може мати різну структуру, природу, мову та форму представлення. Частіш за все використовують математичні моделі, що відображають реальний процес чи явище.



Рисунок 1.3 – Схема процесу інженерного аналізу

Критерії міцностної надійності

Надійність – властивість виробу виконувати задані функції, зберігаючи свої експлуатаційні показники в означених межах протягом необхідного відрізка часу чи напрацювання (час роботи виробу під

навантаженням або число циклів навантаження). Визначають при напруженні від початку експлуатації чи її відновлення після ремонту до критичного стану (рис. 1.4).

Ресурс виробу – допустимий термін служби виробу при відсутності відмови.

Розрізняють ресурс:

- гарантований;
- міжремонтний;
- призначений.

Вимірюється в годинах (μс, с, хв, день або рік) та в циклах.

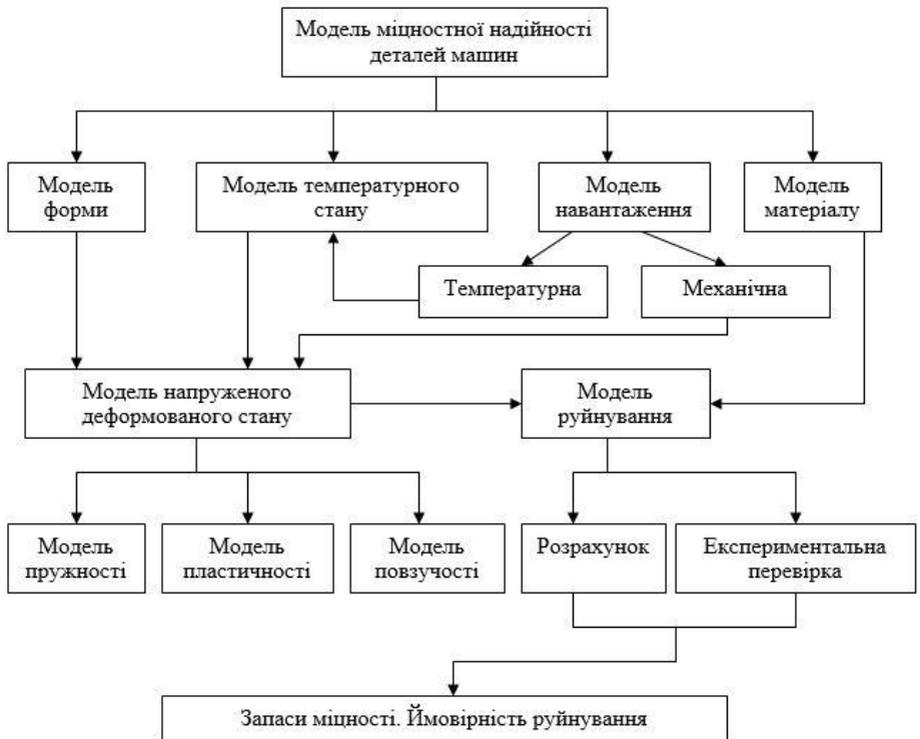


Рисунок 4 – Структура моделі міцності надійності виробів

Відмова – порушення працездатності виробу (двигуна, вузла, деталі).

Міцностна відмова – порушення працездатності деталі,

викликане її руйнуванням чи недопустимою деформацією.

Міцнісна надійність – ймовірність роботи виробу за час ресурсу без міцностних відмов.

Критерії міцностної надійності

1) Основною кількісною характеристикою надійності є ймовірність безвідмовності виробу – F.

Ймовірність події: $P = \frac{m}{n}$, де m – кількість випробувань, при якому подія спостерігалась, n – загальна кількість випробувань, P – ймовірність відмови.

При одному із ста випробувань – відказ $P = 0,01$, тобто за час експлуатації може відмовити в середньому один виріб із ста.

Ймовірність безвідмовної роботи $F = 1 - P = 1 - 0,01 = 0,99$ (або 99%).

2) Коефіцієнти запасу міцності за розрахунковими параметрами:

$$n = \frac{q_{кр}}{q_{\max}}$$

де $q_{кр}$ - критичне значення параметра навантаження, яке порушує працездатність виробу;

q_{\max} - найбільше значення параметра навантаження в робочих умовах.

Наприклад, розрізняють:

а) Коефіцієнт запасу міцності за навантаженням:

$$n = \frac{[\sigma]}{\sigma_{\max}}$$

де $[\sigma]$ - допустиме напруження ($\sigma_{\epsilon}, \sigma_T, \sigma_{0,02}, \tau$), як властивість матеріалу;

б) Коефіцієнт запасу міцності за деформаціями:

$$n_{\Delta x} = \frac{[\Delta x \{ \Delta y, \Delta z, \epsilon, \Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta \gamma, \}]}{\Delta x_{\max}}$$

в) за температурою $T(K, C^0, F)$, тощо.

Умови міцностної надійності записуються в вигляді $n \geq [n]$, де $[n]$ - допустиме значення запасу міцності. Як правило $[n]=1,3\dots 2$ – при постійних в часі навантаженнях; $[n]=3\dots 5$ – при змінних навантаженнях.

Моделі форми деталі

Існують:

- прості моделі (спрощенні, схематизовані) – стержень, пластина, оболонка;
- моделі з декомпозицією – отримані розбиттям вихідних моделей складної форми на прості моделі (рис. 1.5);

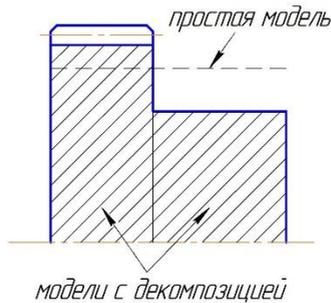


Рисунок 1.5 – Приклад простої моделі та моделі з декомпозицією

- натуральні моделі. Моделі, які повторюють особливості конструкції або моделі натуральної деталі. Застосовують в випадку, якщо для їх опису немає можливості застосування інших моделей чи є можливість використання метода сучасного математичного апарату – метод кінцевих елементів, метод кінцевих різниць, метод граничних елементів. Слід відрізнити від натурних деталей або зразків;

- концентратори напружень – проста модель форми плюс математичні залежності, які визначають величину концентрації напружень.

Коефіцієнт концентрації напружень:

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max} \text{ (з концентратром)}}{\sigma_{\text{исх}} \text{ (безконцентратра)}}$$

Він показує, в скільки разів напруження в моделі з концентратором більше, ніж в моделі без концентратора в тому ж перерізі.

Моделі навантаження

Вплив зусиль на елемент конструкції класифікують таким чином.

1. *За характером розташування сил та навантажень:*

а) зосереджені сили – сили, які діють на невеликих поверхнях деталі (рис. 1.6);

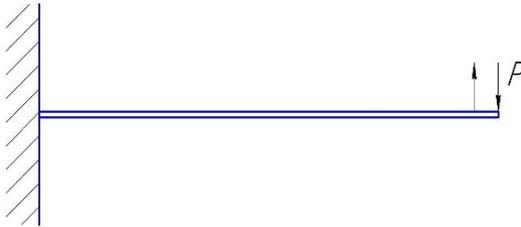


Рисунок 1.6 – Зосереджена сила

б) розподілена сила – сила, яку прикладено до значних ділянок поверхні (рис. 1.7);

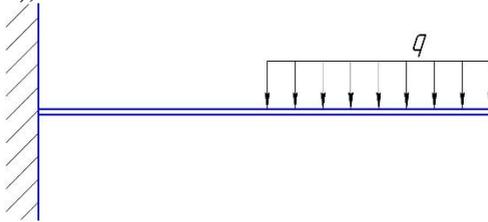


Рисунок 1.7 – Розподілена сила

в) об'ємні чи масові сили – сили, які прикладені до кожної частки матеріалу (наприклад, під дією сили ваги, відцентрових сил тощо);

г) поля – температурне поле, електромагнітне поле, корозійний вплив.

2. *За видом деформацій:*

а) розтягуючі, стискаючі (розтягання, стискання);

б) згинальні (згини);

- в) скручувальні (кручення);
- г) зсувальні (зсув).
- 3. *За причиною отримання:*
 - а) від дії газів;
 - б) від інерційних сил;
 - в) від теплового впливу.

**ТЕМА 2. КОЛИВАННЯ. МОДАЛЬНИЙ АНАЛІЗ; ВИЗНАЧЕННЯ
ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ КОНСТРУКЦІЙ. ПОРІВНЯННЯ
СПРОЩЕНИХ ТА ПОВНОРОЗМІРНИХ МОДЕЛЕЙ ДЕТАЛЕЙ**
**Періодичне навантаження та його основні
характеристики**

Цикл напруження – сукупність послідовних значень за один період їх вимірювань при регулярному навантаженні.

Регулярне напруження – напруження, яке характеризується періодичним законом зміни навантажень з одним максимумом та одним мінімумом протягом одного періоду при постійності параметрів циклу напруження протягом всього часу випробувань при експлуатації.

Характерні величини (рис. 2.1):

T, c – період циклу;

$\sigma_{\max} (\tau_{\max})$, МПа – максимальне напруження циклу;

$\sigma_{\min} (\tau_{\min})$, МПа – мінімальне напруження циклу;

$\sigma_m (\tau_m)$, Мпа – середнє напруження циклу – постійна складова циклу:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad \tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2};$$

$\sigma_a (\tau_a)$, МПа – амплітуда напруження циклу:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}; \quad \tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2};$$

$2\sigma_m (2\tau_m)$, МПа – розмах напруження циклу.

Гармонічні коливання характеризуються:

- величиною власних частот;
- гармоніками або модами;
- видами циклу та ін.

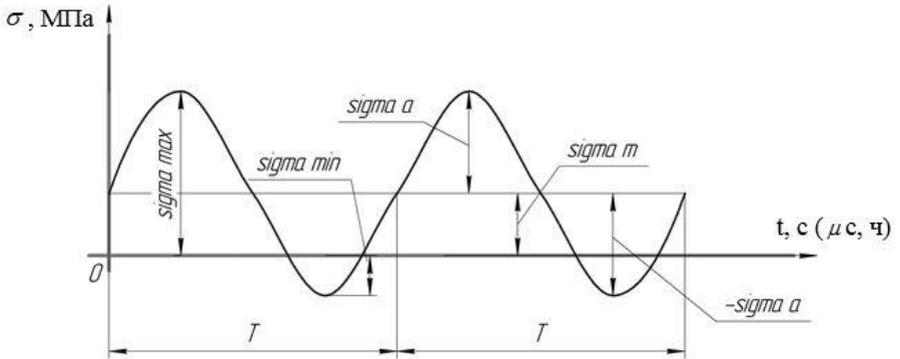


Рисунок 2.1 – Схема циклічних напружень

Мета модального аналізу – визначити власні частоти конструкції та види коливань.

$$1\text{Гц} = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}.$$

Види циклів:

1. Симетричний цикл напруження – цикл, у якому максимальні та мінімальні напруження рівні за абсолютним значенням, але з протилежним знаком (рис. 2.2): $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$; $\tau_{\max} = -\tau_{\min}$;

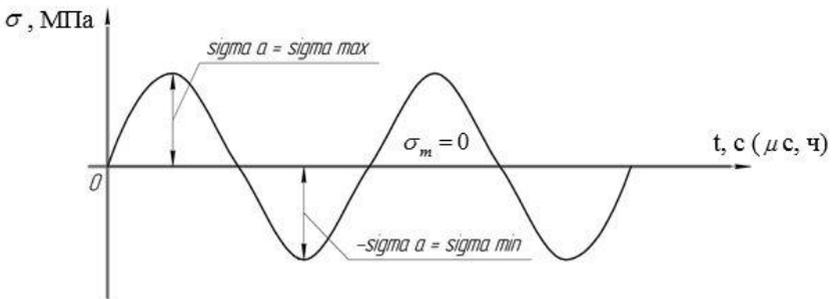


Рисунок 2.2 – Симетричний цикл напруження

2. Асиметричний цикл – цикл напруження, у якому σ_{\max} та σ_{\min} мають різні абсолютні значення (рис. 2.3, 2.4).

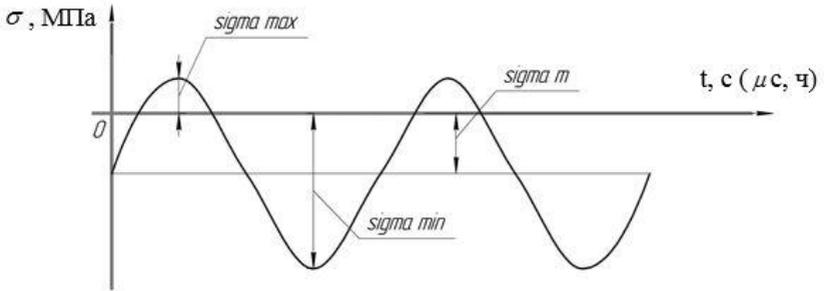


Рисунок 2.3 – Асиметричний цикл напружень з середньою лінією нижче осі абсцис

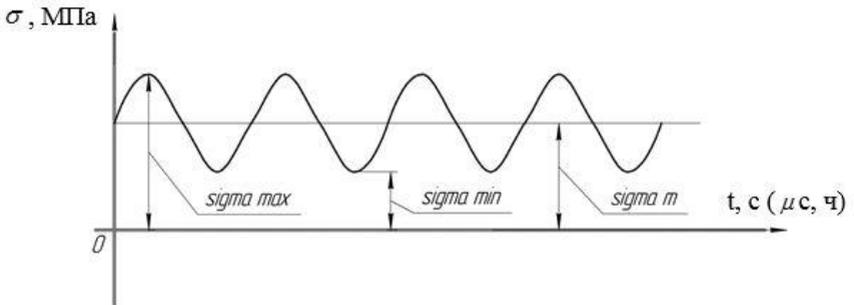


Рисунок 2.4 – Асиметричний цикл напружень з середньою лінією вище осі абсцис

Характеризується коефіцієнтом асиметрії циклу напружень R_σ (R_τ) - відношення σ_{\min} до σ_{\max} :

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} ; R_\tau = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} .$$

3. Знакозмінний цикл напружень – цикл, який змінюється за величиною та за знаком (рис. 2.5,в,г,д);

4. Знакопостійний цикл напруження – цикл, який змінюється

тільки за абсолютним значенням (рис. 2.5,а,б,е,ж);

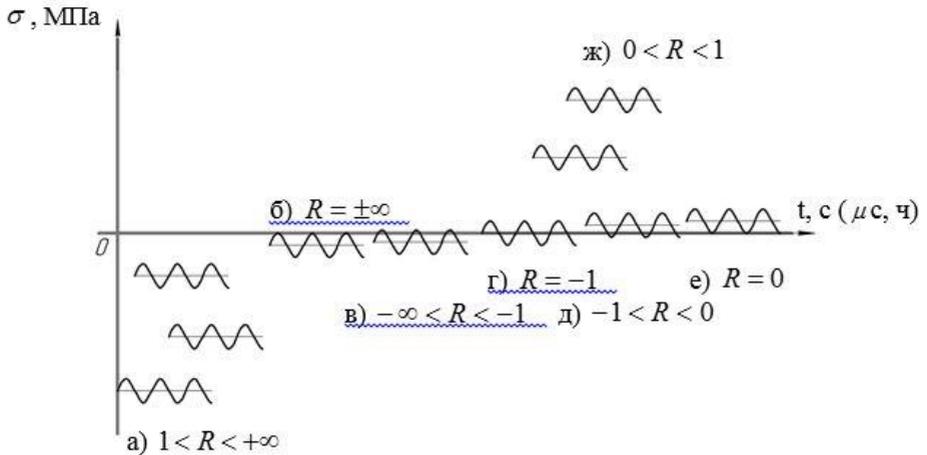


Рисунок 2.5 – Значення коефіцієнта асиметрії в різних випадках

5. Віднульовий цикл напруження – знакопостійний цикл, який змінюється від 0 до максимуму (при $\sigma_{\min} = 0$, $\tau_{\min} = 0$, рис. 2.5,е) або від 0 до мінімуму (при $\sigma_{\max} = 0$, $\tau_{\max} = 0$, рис. 2.5, б).

Для визначення величини амплітуди елементів конструкції, які коливаються та визначення напружень в небезпечному перерізі (особливо в момент резонансу) в ANSYS можна змоделювати та провести гармонійний аналіз.

Резонанс – явище різкого збільшення амплітуди конструкції, яка коливається, при збігу власної частоти коливання конструкцій та частоти експлуатаційних (робочих, вимушених, прикладених) коливань (рис. 2.6).

Отримані максимальні значення амплітуд та напружень (при резонансі) порівнюють з допустимими значеннями.

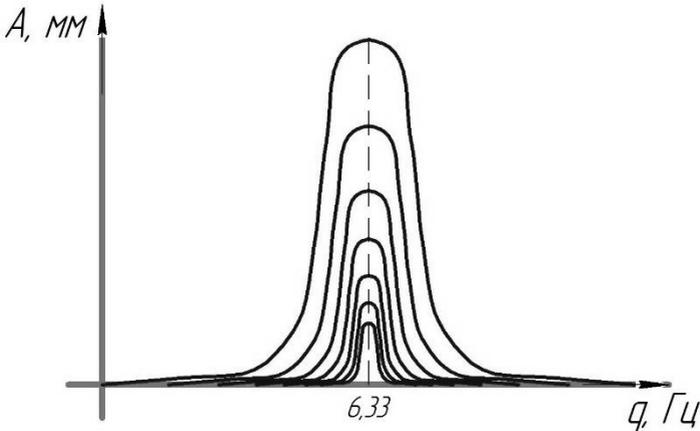


Рисунок 2.6 – Момент резонансу

Основні поняття при змінному навантаженні

Втома – процес постійного накопичення пошкоджень матеріалу під дією змінних напружень, що призводять до зміни його властивостей, появи та розвитку тріщин і до руйнування.

Опір втоми – властивості матеріалу протидіяти втомленості.

Втомні пошкодження – незворотні зміни фізико-механічних властивостей матеріалу об'єкту під дією змінних напружень.

Тріщина – порушення суцільності матеріалу об'єкту у вигляді щілиноподібного розриву.

Втомна тріщина – часткове розділення матеріалу під дією змінних напружень.

Швидкість росту втомної тріщини – відношення приросту довжини втомної тріщини до інтервалу часу:

$$V_p = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

Час може вимірюватись поточним числом циклів навантаження:

$$V_{p \text{ цикл}} = \frac{\Delta l_{np}}{\Delta N_{цикл}},$$

де $\Delta N_{цикл}$ – кількість циклів.

Руйнування – розділення матеріалу на частини з повною втратою його міцності або працездатності.

Втомне руйнування – руйнування матеріалу навантаженого об'єкта внаслідок поширення втомної тріщини.

Малоциклова втома (МЦВ) – втома матеріалу, при якій втомне пошкодження або руйнування відбувається при пружно-пластичній деформації (до $10^4 \dots 10^5$ циклів).

Багатоциклова втома (БЦВ) – втома матеріалу, при якій втомне пошкодження або руйнування відбувається в основному при пружному деформуванні ($> 10^5$ циклів).

Основні характеристики опору втомі

Розрізняють циклічну довговічність (N , цикл), яка визначається при періодичному навантаженні, та зносостійку довговічність ($N_{уст}$, цикл) при випадковому та блочному навантаженні.

Циклічна довговічність N , [цикл] – число циклів, витриманих навантаженим об'єктом до утворення втомної тріщини визначеної довжини або до втомного руйнування.

Основні характеристики опору втомленості отримують побудовою кривої втомленості. Це залежність між максимальними навантаженнями (або амплітудами циклу) і циклічною довговічністю. Будується по середньому значенню, частіше всього в партії ≥ 10 зразків.

Крива втоми (рис. 2.7-2.9) будується на основі даних експериментальних досліджень в координатах: максимальне напруження в циклі – кількість циклів до руйнування. На машині відпрацьовують цикли із заданим $r = const$. Перший зразок – при великому значенні σ_{max} , якому відповідають невеликі числа циклів N . Поступово знижуючи σ_{max} , можна прийти до такого значення σ_{max} , при якому зразок не руйнується навіть після дуже великого числа циклів. Одержана крива втоми асимптотично наближається до прямої, паралельної осі абсцис. Криву втоми будують і для дотичних напружень.

Базове число циклів N_b [цикл] – максимальне число циклів навантажень, обмежуючих продовження випробувань зразків без

руйнування.

Абсциса точки перелому – число циклів, відповідне границі витривалості σ_{-1} , МПа (τ_{-1} , МПа) – максимальна амплітуда напружень, при якій же не відбувалось втомне руйнування до бази випробувань.

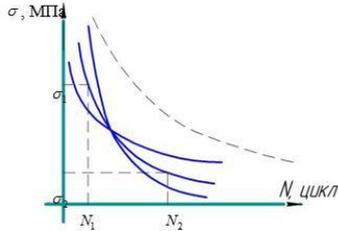


Рисунок 2.7 – Крива Веллера

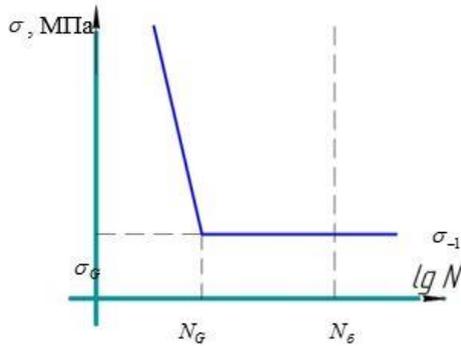


Рисунок 2.8 – Напівлогарифмічні координати

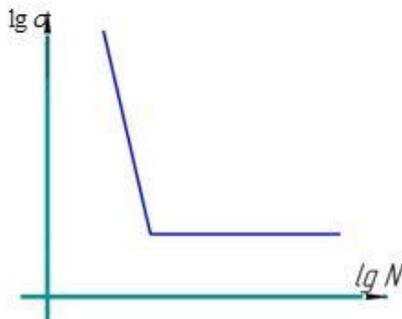


Рисунок 2.9 – Подвійні логарифмічні координати

Моделі матеріалів

Поведення матеріала	Тип деформації	Скорість деформації	Класифікація матеріала	Закон поведіння матеріала	Метод команди ТВ	Залежність від температури
Лінійне	Упруга	Не впливає	Лінійно-упругий	Гук (ізотропний)	Команда MP	Єсть
				Гук (анізотропний)	ANEL	Єсть
				Гук (ортотропний)	Команда MP	Єсть
Нелінійне	Упруга	Не впливає	Гіперупругий	Муни-Рівліна	MOONEY	Єсть
				Арруда-Бойса	BOYCE	Нет
				Блатц-Ко	(установка опцій)	Єсть
			Мультилінійно-упругий	Мультилінійний упругий	MELAS	Єсть
	Впливає	Вязкоупругий	Вязкоупругий	EVIS	Єсть (1)	
	Неупруга	Не впливає	Ізотропно-упрочнюючийся	Білінійний ізотропний	BISO	Єсть
				Мультилін. ізотропний	MISO	Єсть
				Нелінійний ізотропний	NLISO	Єсть
				Анізотропний	ANISO	Нет
			Кінемат. упрочнюючийся	Білінійний кінематический	BKIN	Єсть
				Мультилін. кінематический	MKIN/KINH	Єсть
Кабоше				CHABOCHE	Єсть	
Комбінація кінематич. і ізотропного упрочнення			Кабоше і білінійний ізотропний	CHABOCHE и BISO	Єсть	
			Кабоше і мультилінійний ізотропний	CHABOCHE и MISO	Єсть	
			Кабоше і нелінійний ізотропний	CHABOCHE и NLISO	Єсть	
Пластический	Друкера-Прагера	DP	Нет			
Впливає	Вязкопластичний	Ползучість	CREEP	Єсть (2)		
		Ананд	ANAND			
1) Вплив температури учитывається в моделі матеріала.			Комбінація ползучести і ізотроп. упрочнення	Ползучість і білінійний ізотропний	CREEP и BISO	Єсть
2) Температура учитывається двумя способами: (а) уравнением ползучести; (б) уравнением ползучести и заданием таблицы.				Ползучість і мультилінійний, ізотропний	CREEP и MISO	Єсть
				Ползучість і нелінійний ізотропний	CREEP и NLISO	Єсть

Рисунок 2.10 – Класифікація моделей матеріалів

За класифікацією (рис. 2.10) розглянемо різновиди моделей поведінки різних видів матеріалів.

1. Лінійна пружність. Підпорядковується співвідношенню закону Гука і не зберігає деформацію після зняття навантаження (рис. 2.11):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, [\text{МПа} = \text{МПа} \cdot \text{доля}(\%)],$$

де σ – напруження, МПа;

E – модуль пружності (Юнга), МПа;

ε – деформація, %.

Розрізняють три види поведінки лінійно-пружного матеріалу:

- ізотропне;
- анізотропне;
- ортотропне.

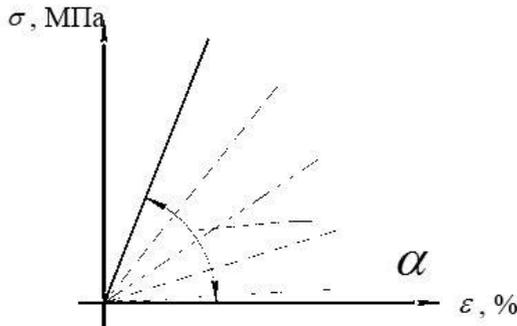


Рисунок 2.11 – Лінійна пружність

Ізотропний матеріал виявляє одні і ті ж механічні властивості у всіх напрямках, наприклад, модуль пружності E для напрямів X, Y, Z однаковий.

При *анізотропній* поведінці механічні властивості відрізняються для різних напрямків (деревина, композит зі скловолокном тощо).

Ортотропна поведінка – властивість матеріалу володіти симетрією відносно 3-х ортогональних площин (армований волокном епоксипласт).

2. Гіперпружність. Гіперпружні матеріали (еластомери) можуть зазнавати великі деформації до 100...200% і більше і повертатися в початковий стан або дуже близький до нього (гума).

3. Мультилінійна пружність. Являє собою розширення закону Гука і передбачає дискретно-лінійне абсолютно пружну поведінку матеріалу (рис. 2.12). В силу дискретності модель нелінійна.

Широким різновидом, який зустрічається в техніці, досить часто є білінійна поведінка матеріалу (рис. 2.13).

Префікс «бі» означає – «два». Бізонія, наприклад, це – дві зони.

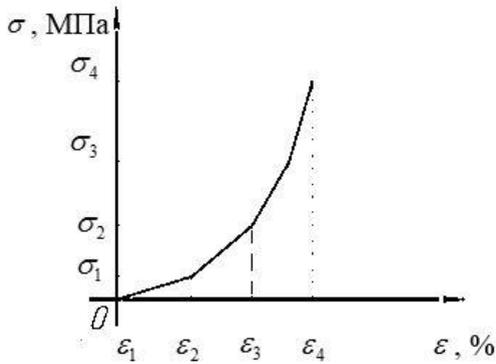


Рисунок 2.12 – Мультилінійна пружність

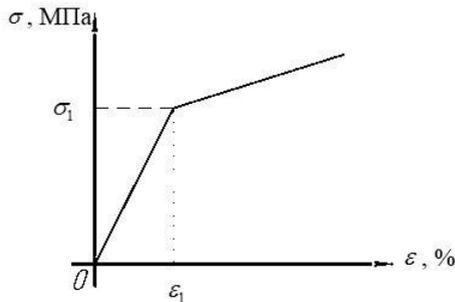


Рисунок 2.13 – Білінійна поведінка матеріалу

4. **В'язкопружність.** В'язкопружний матеріал є чутливим до швидкості деформації і має відгук, який хоч в малій мірі, залежить від часу (рис. 2.14).

5. **Нелінійні непружні нечутливі** до швидкості деформації матеріали.

Основна частина таких матеріалів проявляє властивості пластичності, які не залежать від всебічного гідростатичного тиску. Пластичні деформації, які не зникають після зняття навантаження і є залишковими. Характерно, що після появи пластичних деформацій, досить невеликого збільшення напружень для істотного зростання деформацій. Це явище називається плинністю, а відповідні напруження

– межею плинності або текучості (σ_T , МПа).

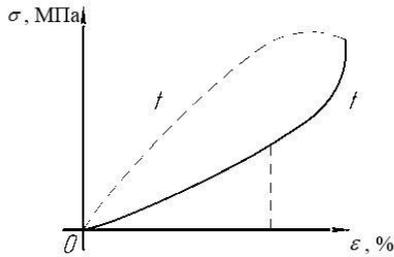


Рисунок 2.14 – Петля Гістерезису

6. В'язкопластичність. Є одним з видів нелінійного непружного чутливого до швидкості деформації поведінки матеріалів.

Для розгляду різновидів поведінки вищеназваних видів матеріалів, проведемо порівняння зі стандартними механічними елементами, такими, як пружини, повзуни і демпфери (рис. 2.15).

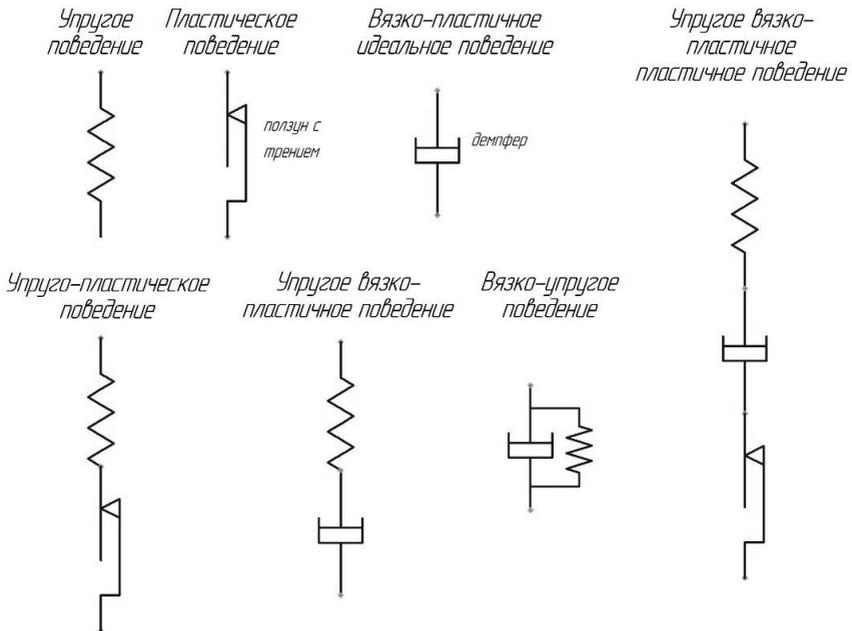


Рисунок 2.15 – Різновид поведінки матеріалів в порівнянні зі стандартними механічними елементами

ТЕМА 3,4. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ТЕПЛОВИХ ДЕФОРМАЦІЙ ПРИ СКЛАДНИХ СХЕМАХ ТЕПЛОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ. ПРИКЛАДЕННЯ ТЕПЛОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ ПРИ ПРОВЕДЕННІ МІЩНОСТНОГО ТА ВІБРАЦІЙНОГО АНАЛІЗУ.

Огляд величин та параметрів теплового аналізу

1. *Temperature* (Temp.), [°C] [K] – температура.
2. *Conductivity* (KXX), $\left[\frac{Вт}{м \cdot ^\circ C} \right]$ - коефіцієнт теплопровідності.

Теплопровідність – процес поширення теплоти від більш нагрітих елементів до менш нагрітих, що приводить до вирівнювання температур.

3. *Specific Heat* (C), $\left[\frac{Дж}{кг \cdot ^\circ C} \right]$ - питома теплоємність. Це кількість

тепла, яке необхідно для зміни температури тіла масою 1 кг на 1° .

4. *Heat Flow* [Вт] - тепловий потік. – вектор, спрямований у протилежний бік градієнту температури і дорівнює за абсолютним значенням кількості тепла, що проходить через ізотермічну поверхню в одиницю часу.

5. *Heat Flux* [Вт/м²], - тепловий потік, знижений до одиниці ізотермічної поверхні.

6. *Heat Generation Per Volume* [Вт/м³], - питома тепловиділення на одиницю об'єму.

7. *Convection Coefficient* [Вт/м²·°C], - коефіцієнт теплообміну:

- *Bulk temp* (Tb), [°C] або [K];

- *Film coefficient* (h), [Дж/м²·°C] - коефіцієнт тепловіддачі –

кількість теплоти, що може віддати тіло при певних умовах.

8. *Adiabatic surface* - «ідеально ізольовані» поверхні, на яких не відбувається теплообмін.

9. *Radiation* - поверхні з радіаційним (променистим) теплообміном.

10. *Density* (Dens), [кг/м³] - густина.

Розрізняють три види теплообміну:

- 1) кондуктивний;
- 2) конвективний (вільний і вимушений);
- 3) радіаційний.

Кондукція – теплообмін тіл різних температур.

Конвекція – перенесення тепла всередині середовища переміщенням речовини. Розрізняють вільну (природну) конвекцію – переміщення речовини незначні внаслідок різниці температур в окремих місцях середовища і викликаного відмінністю густини. При вимушеній конвекції – в результаті зовнішнього збудника.

Для кінцево-елементного представлення системи, що складається з КЕ, розрахунок яких ведеться у вузлах, складено рівняння процесу теплопередачі:

$$[C]\{T'\} + [K]\{T\} = \{Q\},$$

де $[C]$ - матриця питомих теплоємностей;

$\{T'\}$ - похідна температури за часом у вузлі;

$[K]$ - матриця ефективної теплопровідності;

$\{T\}$ - вектор вузлових температур;

$\{Q\}$ - вектор ефективного теплового потоку у вузлі.

Розрізняють лінійний аналіз (коли термофізичні властивості матеріалу тіла не змінюються в залежності від температури) та нелінійний (коли зі зміною температури тіла змінюються його властивості: теплопровідність, густина, тепловіддача тощо)

Розрізняють стаціонарний аналіз і нестаціонарний аналіз. У стаціонарному аналізі не розглядаються ефекти, залежні від часу – аналог статичного процесу. В нестаціонарному аналізі, температури розглядаються як функції часу, а також враховується акумулювання тепла в системі (аналог динамічних процесів).

Етапи виконання термоміцностного аналізу:

- 1) проведення теплового аналізу;
- 2) перехід з термічного на міцностний аналіз (зміна елементів термічних на міцностні);
- 3) міцностний аналіз з урахуванням отриманих теплових даних.

Необхідно запам'ятати.

1. Довільно, сама собою теплота не передається від тіл з вищою

температурою до тіл з нижчою, тобто передача теплоти здійснюється до досягнення рівності температур.

2. Перетворення теплоти в корисну роботу у теплових машинах відбувається лише при переході теплоти від нагрітого тіла до холодного.

3. Неможлива робота вічного двигуна другого роду, в якому вся підведена теплота перетворювалася б у зовнішню корисну роботу; частина теплоти обов'язково передається нижньому джерелу теплоти.

4. Неможливий цикл, для якого теплота самостійно переходила б від холодних до нагрітих тіл (термо-трансформатори). Для здійснення цього циклу необхідно затратити або підвести енергію ззовні.

Отже, в результаті здійснення прямого циклу отримується зовнішня корисна робота. Прямий перебіг циклу зображується за годинниковою стрілкою. Цикл, для здійснення якого необхідно затратити роботу ззовні – називається оберненим, зображується і протікає проти годинникової стрілки. За прямим циклом працюють усі теплові машини, за оберненим – термо-трансформатори (холодильні машини, теплові насоси) і компресори.

ЛІТЕРАТУРА

1. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов: Справочник. Под общ. ред. В.И. Мяченкова / М.: Машиностроение, 1989. – 520 с.
2. Галлагер Р. Метод конечных элементов: Основы / Перевод с англ. – М.: Мир, 1984. – 215 с.
3. Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство / М.: Машиностроение, 2003.– 272с.
4. Морозов Е.М., Никишков Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения / М.: Наука, 1980. – 256 с.
5. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов/М.: Мир, 1979.– 392с.
6. Басов К.А. ANSYS в примерах и задачах / М.:Компьютер Пресс, 2002.– 224с.
7. Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф. ANSYS для инженеров: Справ. пособие / М.: Машиностроение-1, 2004. – 512 с.
8. Конюхов А.В. Основы анализа конструкций в системе ANSYS / Казань: КГУ, 2001. – 101 с.
9. Югов В.П. Решение задач теплообмена в ANSYS / М.: Техноинжинеринг, 2001. – 110 с.
10. Басов К. А. ANSYS для конструкторов. – М.: ДМК Пресс, 2009. – С. 248.
11. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопrotивление материалов / М.: Наука, 1986. – 560 с.
12. Маслов Л.Б. Численные методы для решения задач теории упругости: Методическое пособие / Иваново: ИГЭУ, 1999. – 28с.
13. Самарский А.А. Введение в численные методы / М.: Наука, 1987. – 459 с.
14. Скубачевский Г.С. Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей / М.: Машиностроение, 1981. –550 с.
15. Механическое поведение металлов при различных видах нагружения. Справочник / В.Т.Трощенко, А.А.Лебедев, В.А.Стрижало и др. / К.:Логос, 2000.– 571 с.
16. Трощенко В.Т. и др. Сопrotивление материалов деформированию и разрушению. Справочное пособие в 2-х т. / К.: Наукова думка, 1993. –Т.1. – 285 с.

17. Гребенников А.Г., Светличный С.П., Король В.Н., Анпилов В.Н. Анализ НДС авиационных конструкций с помощью системы ANSYS, КНК, 2002. – 433 с.

18. Методичні рекомендації до самостійної роботи з вивчення дисципліни «Математичне моделювання процесів технічних систем» для студентів спеціальності 131 «Прикладна механіка» освітньої програми «Технології машинобудування» галузі знань «Механічна інженерія» всіх форм навчання / Укл. Н.В. Гончар, Д.М. Степанов – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2019. – 16 с.

19. Офіційний сайт ANSYS. Електронний ресурс: www.ansys.com.

20. Руководство по основным методам проведения анализа в программе ANSYS. Справочное руководство. Електронний ресурс: www.femdoc.by.ru, 2004. – 512 с.