

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

ПРОГРАМА, МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ТА КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

до самостійної роботи
з дисципліни “Планування експерименту у дослідженні ЕМС”
для магістрів спеціальностей
8.05070201 “Електричні машини та апарати” та
8.05070207 “Електромеханічне обладнання енергоємних виробництв”,
усіх форми навчання

2014

Програма, методичні вказівки та контрольні завдання до самостійної роботи з дисципліни “Планування експерименту у дослідженні ЕМС” для магістрів спеціальностей 8.05070201 “Електричні машини та апарати” та 8.05070207 “Електромеханічне обладнання енергоємних виробництв” усіх форм навчання / Укл.: М. І. Коцур. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2014. 22 с.

Укладач: М. І. Коцур, доцент, канд. техн. наук

Рецензент: О. В. Близняков, доцент, канд. техн. наук

Відповідальний
за випуск: Ю. І. Безверхня, ст. лаборант

Затверджено
на засіданні кафедри
“Електричні та електронні апарати”

Протокол № 2
від “23” вересня 2014

ЗМІСТ

1. Мета та завдання дисципліни	4
2. Робоча програма й методичні вказівки щодо вивчення дисципліни	5
2.1 Первинна обробка даних пасивного експерименту.....	5
2.2. Кореляційно-регресійний аналіз результатів експерименту.....	6
2.3 Основи теорії планування повно факторного експерименту.....	6
2.4 Ортогональні центральні композиційні плани й обробка їх результатів.....	7
2.5 Основи теорії планування дрібного факторного експерименту.....	8
2.6 Проведення експерименту та обробка його результату....	9
2.7. Проведення активного експерименту в електромеханічних системах з метою оптимізації технологічних процесів.....	10
2.8 Перелік лабораторних робіт.....	10
3. Методичні вказівки щодо виконання контрольної роботи	12
3.1. Планування експерименту.....	12
3.2 Перевірка взаємо відтворення дослідів.....	14
3.3. Перевірка значущості коефіцієнтів математичної моделі.....	15
3.4 Перевірка адекватності математичного описання.....	16
Рекомендована література	17
Додаток А	18
Додаток Б	19
Додаток В	20
Додаток Г	21

1. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Метою викладання дисципліни “Планування експерименту у дослідженні електромеханічних систем” є придбання студентами теоретичних знань та практичних навичок по оптимальному проведенню досліджень електромеханічних систем та об’єктів , виявленню властивостей досліджених об’єктів та їх оптимізації.

Внаслідок вивчення дисципліни студенти повинні вміти:

- складати плани експериментальних досліджень і проводити експерименти по дослідженню електричних машин, багатофакторних електромеханічних та технологічних систем та об’єктів;
- будувати і досліджувати математичні моделі багатофакторних систем , проводити їх статистичну оцінку;
- володіти методами оптимізації багатофакторних систем;
- проводити обробку експериментальних даних.

Основні знання які забезпечують успішне досягнення цих цілей здобуваються студентами при вивченні забезпечуючих дисциплін: вищої математики, обчислювальної техніки, програмування, електричних апаратів.

На установчу сесію виносяться п’ять тем, які у концентрованому вигляді відповідають на усі питання, пов’язані з вивченням дисципліни:

- первинна обробка даних пасивного експерименту;
- кореляційно-регресійний аналіз результатів експерименту;
- основи теорії активного планування експериментів;
- проведення експерименту та обробка його результату;
- проведення активного експерименту в електромеханічних системах з метою оптимізації технологічних процесів;

2. РОБОЧА ПРОГРАММА Й МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ЩОДО ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

2.1 Первинна обробка даних пасивного експерименту.

Під час проведення установчої сесії вивчення теми займає 1 годину і 35 годин необхідно для самостійного вивчення теми.

Зміст робочої програми теми.

Пасивний та активний експеримент. Сфери їх використання в науково-технічній діяльності. Вимоги до факторів та функцій. Імовірно-статистичні методи. Поняття генеральної сукупності та вибірки. Основні види розподілу випадкових величин. Нормальний закон розподілу Лапласа-Гауса. Первинна статистична обробка експериментальних даних.

Запитання для самоперевірки.

1. Дати визначення пасивному та активному експерименту.
2. З якою метою виконується статистична обробка результатів експерименту?
3. Записати формулу функції щільності нормального розподілу випадкових величин.
4. Чим відрізняється функція щільності нормально-логіфімічного розподілу від функції нормального закону ?
5. Правила побудови гістограми, багатокутників та кумулятивних кривих розподілу випадкових величин.
6. Числові характеристики розподілу.
7. Висунення статистичних гіпотез та способи їх перевірки за допомогою критеріїв значущості.
8. Дати вербальне формулювання прямих та альтернативних статистичних гіпотез:

$$H_0: m_x = m_0$$

$$H_1: m_x \neq m_0$$
9. Який статистичний критерій використовується для перевірки вище записаної статистичної гіпотези?

2.2. Кореляційно-регресійний аналіз результатів експерименту.

Під час проведення установчої сесії самостійне вивчення теми займає 36 годин.

Зміст робочої програми теми.

Види зв'язку між двома випадковими величинами. Коефіцієнт лінійної кореляції між двома дослідними величинами. Перевірка значущості парних коефіцієнтів кореляції: критерій Стюдента. Метод найменших квадратів. Системи нормальних рівнянь для виводу одно факторних математичних моделей. Перевірка адекватності лінійної моделі.

Множинна лінійна кореляція. Множинний коефіцієнт кореляції і його визначення за допомогою ПК. Перевірка значущості множинного коефіцієнта кореляції. Нелінійна множинна кореляція. Кореляційне співвідношення. Стандартні програми кореляційно-регресійного аналізу.

Запитання для самоперевірки.

1. Що таке метод найменших квадратів ?
2. Функціональні та стохастичні залежності.
3. Як визначається коефіцієнт лінійної кореляції ?
4. Як визначаються закономірності кореляційних зв'язків?
5. Використання критерію Стюдента.
6. Записати системи нормальних рівнянь для виводу апроксимуючих залежностей прямої лінії параболі другого порядку.
7. Як визначається коефіцієнт множинної кореляції ?
8. Лінійні та нелінійні парні залежності в трансформаторах.

2.3 Основи теорії планування повно факторного експерименту.

Під час проведення установчої сесії вивчення теми займає 10 годин і 98 годин необхідно для самостійного вивчення теми.

Зміст робочої програми теми.

Визначення та поняття про активний експеримент. Область визначення експерименту, вимоги до факторів та функції відгуку. Принцип побудови моделі об'єкту дослідження. Побудова емпіричних моделей по даним активного експерименту. Визначення кодованих коефіцієнтів регресії ПФЕ. Перевірка адекватності рівняння регресії ПФЕ.

Запитання для самоперевірки.

1. Чим відрізняються багатфакторні плановані експерименти від традиційних одно факторних?
2. Що таке планування експерименту?
3. Які об'єкти доцільно досліджувати на основі планованих багатфакторних експериментів?
4. Назвіть вимоги, які ставляться до факторів, функцій відгуку та математичних моделей згідно з теорією планування експерименту?
5. Що являє собою план багатфакторного експерименту і які його основні особливості?
6. Яким чином складається план багатфакторного експерименту
7. Яким умовам має відповідати план експерименту?
8. Яким умовам мають відповідати фактори?
9. Яким умовам має відповідати математична модель?

2.4 Ортогональні центральні композиційні плани й обробка їх результатів.

Під час проведення установчої сесії самостійне вивчення теми займає 36 годин.

Зміст робочої програми теми.

Правила побудови ОЦК-планів. Визначення кодованих коефіцієнтів регресії ОЦКП. Визначення величин «зіркового плеча» α и S ОЦКП. Визначення кодованих коефіцієнтів регресії ОЦКП. Визначення значимості кодованих коефіцієнтів регресії ОЦКП. Перевірка

адекватності рівняння регресії ОЦКП. Визначення екстремуму функції відгуку для ОЦКП.

Запитання для самоперевірки.

1. У яких випадках рівняння регресії, які враховують ефекти взаємодії, не можуть із прийнятною точністю описати реальну поверхню функції відгуку?

2. У яких випадках доцільно використовувати рівняння регресії або поліном другого порядку?

3. Що таке планування експерименту другого порядку? Наведіть приклади для $m = 2; 3$.

4. На основі якого плану можуть бути визначені коефіцієнти полінома другого порядку?

5. З яких причин коефіцієнти полінома другого порядку не можуть бути визначені на основі ПФЕ або ДФЕ?

6. Які вимоги ставляться й повинні виконуватися при побудові ортогональних планів?

7. Що може являти собою ядро плану в ОЦКП?

8. Для чого вводяться «зіркове плече» a і квадратична поправка j . Як визначають їхні числові значення і яка їхня роль при побудові планів ОЦКП для різної кількості факторів?

9. Як обчислити кількість дослідів у плані ОЦКП другого порядку при різній кількості факторів?

2.5 Основи теорії планування дрібного факторного експерименту.

Під час проведення установчої сесії самостійне вивчення теми займає 36 годин.

Зміст робочої програми теми.

Методи побудови дрібних реплік. Генеруюче співвідношення та визначальний контраст дрібних реплік. Насичення плану ДФЕ першого порядку. Напрями застосування планів ДФЕ. Шляхи підвищення точності поліномів регресії планів ДФЕ. Побудова моделі планів ДФЕ

при більшій кількості факторів. Правила обчислення та користування таблицями критеріїв Фішера, Стьюдента, Кохрена, Бартлета. Оцінка відтворення дослідів, статистичний аналіз коефіцієнтів моделі, оцінка адекватності математичного описання.

Запитання для самоперевірки.

1. Як складаються матриці ДФЕ?
2. Що таке генеруючі співвідношення і для чого вони використовуються?
3. Для чого проводиться рандомізація дослідів?
4. Що таке дробова репліка?

2.6 Проведення експерименту та обробка його результату

Під час проведення установчої сесії вивчення теми займає 36 годин самостійного вивчення теми.

Зміст робочої програми теми.

Обробка результатів при рівному дублюванні факторів. Обробка результатів експерименту при не рівному дублюванні факторів. Обробка результатів експерименту при відсутності дублюванні факторів. Згладжування даних експерименту. Апроксимаційні методи обробки результатів експерименту. Використання екстраполяційних функцій прогнозування результатів експерименту.

Запитання для самоперевірки.

1. Що таке рівне дублювання факторів?
2. Що таке не рівне дублювання факторів?
3. Наведіть апроксимаційні методи обробки результатів експерименту.
4. Сутність екстраполяції.
5. Сутність інтерполяції.

2.7. Проведення активного експерименту в електромеханічних системах з метою оптимізації технологічних процесів.

Під час проведення установчої сесії вивчення теми займає 18 годин для самостійного вивчення теми.

Зміст робочої програми теми.

Планування експерименту з метою оптимізації досліджуваного об'єкту. Планування екстремальних експериментів. Метод Гауса-Зейделя. Градієнтні методи. Крокова стратегія експерименту. Круте сходження по поверхні відгуку. Плани Бокса- Уїлсона. Симплексний метод. Описання області оптимуму. Планування екстремальних наукових експериментів при обмеженнях. Планування промислових експериментів. Методи еволюційного планування (ЕВОП).

Запитання для самоперевірки.

1. Переваги планування експерименту.
2. Для чого потрібна рандомізація?
3. Як визначається надійність коефіцієнтів регресії?
4. Як перевіряється адекватність математичної моделі?
5. Що таке крутий схід по поверхні відгуку?
6. Які методи сходження по поверхні відгуку ви знаєте і в чому вони полягають?
7. Як описується область оптимуму?
8. В чому полягає стратегія активного експериментування?
9. Як використовувати критерії Стьюдента, Фішера?
10. Навести приклади використання активного експерименту в електромашинобудуванні.

2.8 Перелік лабораторних робіт

1. Математичні моделі першого порядку багатофакторного експерименту.
2. Математичні моделі першого порядку з нелінійностями.

3. Математичні моделі на основі дробових планів.
4. Математичні моделі другого порядку.
5. Математичні моделі другого порядку на основі дробових планів.
6. Статистичні методи обробки даних.

3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ЩОДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Контрольне завдання виконується з метою закріплення теоретичних знань та практичних вмінь, одержаних в наслідок вивчення дисциплін. Контрольна робота містить теоретичне питання і рішення задач. Варіант завдання вибирається згідно заданого варіанта за табл. А.1(Додаток А). Контрольна робота оформлюється відповідно СТП – 1596 з наведеними даними студента: прізвище, група, шифр(номер залікової книжки).

Завданням контрольної роботи є побудова методами повного факторного експерименту неповної ступеневі математичної моделі.

Процес визначення моделі (ідентифікації) методом ПФЕ складається з:

- планування експерименту;
- проведення експерименту на об'єкті дослідження;
- перевірки однорідності дисперсій (взаємовідтворення);
- одержання математичної моделі з перевіркою значущості коефіцієнтів регресії;
- перевірки адекватності математичного описання.

3.1 Планування експерименту.

Матрицю планування експерименту готують згідно слідуєчих правил:

- кожна строчка матриці має набір координат x_{iD} , в якій проводиться Д-й дослід;
- вводиться фіктивна змінна $x_0 = +1$;
- план ПФЕ типу 2^4 будується на основі плану 2^3 , повторюючи його двічі при $X_4 = +1$ та при $X_4 = -1$;
- аналогічно будуються плани для скільки завгодно великого числа керуючих факторів.

Таблиця 3.1 - Матриця планування повного факторного експерименту від 2^2 до 2^4 .

	№ дослідю	X_1	X_2	X_3	X_4
	1	+	+	+	+
	2	—	+	+	+
	3	+	—	+	+
	4	—	—	+	+
	5	+	+	—	+
	6	—	+	—	+
	7	+	—	—	+
	8	—	—	—	+
	9	+	+	+	—
	10	—	+	+	—
	11	+	—	+	—
	12	—	—	+	—
	13	+	+	—	—
	14	—	+	—	—
	15	+	—	—	—
	16	—	—	—	—

Таблиця 3.2 - Розгорнута матриця ПФЕ 2^3 .

№ експерименту	Фіктивна змінна X_0	X_1	X_2	X_3	$X_1 \times X_2$	$X_2 \times X_3$	$X_1 \times X_3$
1	+1	+	+	+	+	+	+
2	+1	—	+	+	—	+	—
3	+1	+	—	+	—	—	—
4	+1	—	—	+	+	—	+
5	+1	+	+	—	+	—	—
6	+1	—	+	—	—	—	+
7	+1	+	—	—	—	+	+
8	+1	—	—	—	+	+	—

Для визначення коефіцієнтів моделі необхідно кожному стовпцю функції відгуку присвоїти знак відповідного фактору, скласти їх алгебраїчно і поділити на число дослідів:

$$b_i = \sum_{u=1}^N x_{iu} y / N,$$

де N - загальне число дослідів;

U - N спроби (дослідів);

i - N аргументу (факторів).

Для розрахунку коефіцієнтів b_0 вводимо в матрицю планування фіктивну змінну x_0 , яка у всіх дослідах має значення $+1$. Присвоюємо значенню u знак $+1$, складаємо значення u алгебраїчно і ділимо їх на кількість дослідів.

3.2 Перевірка взаємо відтворення дослідів.

Перевірка взаємо відтворення дослідів є перевіркою другої перед посліди регресійного аналізу про однорідність вибірових дисперсій S_{y_i} у всіх дослідах

$$S_{y_i}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1},$$

де, n - число повторень кожного дослідів;

i - номер повторення;

\underline{y}_i - значення y при i -повторенні дослідів;

\bar{y} - середнє значення y .

В статистиці всяка вибірова дисперсія пов'язана з числом ступеню волі f . Число f дорівнює різниці між числом різних дослідів n та числом констант, визначених за такими ж дослідами незалежно одна від одної ($f_y = n - 1$).

Для перевірки взаємо відтворення дослідів (перевірки однорідності дисперсій) слід скористуватись критерієм Кохрена, який являє со-

бою відношення максимальної дисперсії до суми всіх зрівнюємих оцінок дисперсій:

$$Y = \frac{\max \{S_{y_i}^2\}}{\sum_{i=1}^N S_{y_i\{Y\}}^2}$$

Якщо розраховане значення Y буде менше критичного значення $Y_{кр}$, знайденого по таблиці значень критерію Кохрена (Додаток Г), гіпотеза про однорідність дисперсій відповідає результатам спостережень. Необхідно підкреслити, що число ступенів волі для визначення $Y_{кр}$ визначається наступним чином: $f_1=n-1$, $f_2=N$. Так якщо число повторюємих дослідів складає 3, а число дослідів в матриці складає 8, то $f_1=2$, $f_2=8$.

При цьому всю групу вибірових дисперсій можна вважати оцінками $S_{\text{воч}\{Y\}}$ однієї генеральної дисперсії $\sigma^2\{Y\}$

$$S_{\text{воч}\{Y\}} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N S_{y_i\{Y\}}^2$$

з числом ступенів волі $f=N \cdot \{n-1\}$.

3.3. Перевірка значущості коефіцієнтів математичної моделі.

Перевірку значущості коефіцієнтів здійснюють по критерію Стьюдента, емпіричне значення якого складає:

$$t = \frac{|b|}{S_{\{b\}}};$$

$$S_{\{b\}}^2 = \frac{1}{N \cdot n} S_{y_i\{Y\}}^2,$$

де $S_{\{b\}}$ - дисперсія коефіцієнта b ;

N - число точок факторного простору (число дослідів);

n - число паралельних дослідів в цих точках.

Якщо знайдена величина t перевищує $t_{кр}$, для числа ступенів волі $f = N \cdot \{n - 1\}$ при $\alpha = 0,05\%$ (Додаток В), то оцінку коефіцієнту признають значущою. В іншому випадку коефіцієнти признають незначущими. Величина довірчого інтервалу Db для b визначається з співвідношення: $\Delta b = t \cdot S_{\{b\}}$.

3.4 Перевірка адекватності математичного описання.

Щоб перевірити гіпотезу про адекватність математичного описання достатньо оцінити відхилення перед умовленої по одержаному рівнянню регресії величини відгуку \hat{Y} від результатів спостережень y_i в одних і тих же точках факторного простору. Адекватність рівняння регресії оцінюється за допомогою дисперсії адекватності

$$S_{ад}^2 = \frac{n}{N-d} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2,$$

де d - число членів апроксимуючого поліному;

n - число дублюючих дослідів;

N - число дослідів в матриці планування;

\hat{y}_i - середнє значення функції відгуку по дублюючим дослідом;

\bar{y}_i - розраховане згідно рівняння регресії значення функції y .

Перевірка адекватності моделі здійснюється з числом ступенів волі

$$F_{ад} = N - d.$$

Перевірку гіпотези про адекватність здійснюють з використанням F - критерію Фішера

$$F = \frac{S_{ад2}}{S_{Вос\{Y\}}^2}.$$

Якщо розраховане по дослідам емпіричне значення F - критерію менш критичного значення $F_{кр}$, знайденого з таблиць для ступенів волі $f_1=N-d$, $f_2=N(n-1)$ (Додаток Б), то при заданому рівні значущості рівняння признається адекватним.

Рекомендована література

1. Адлер Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий [Текст] / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский - М.: "Наука", 1976,-279с.
2. Налимов В.В. Теория эксперимента. [Текст] / В.В. Налимов - М.: "Наука" 1971, 207с.
3. Грушко И. М. Основы научных исследований [Текст] / И. М. Грушко, В. М. Сиденко. Харьков: Вища школа, 1983.-224 с.
4. Бородюк В. П. Статистические методы в инженерных исследованиях [Текст] / В. П. Бородюк, А. П. Воцинин, А. З Иванов. и др. – М: Высш. школа, 1983,-216с.
5. Математическая теория планирования эксперимента [Текст] / Под ред. С. М. Ермакова. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. 392 с.
6. Дьяконов В. П. MATLAB 6/6. 1/6. 5 +Simulink 4/5 в математике и моделировании [Текст] / В. П. Дьяконов. - М.: СОЛОН-Пресс, 2003. 576 с.
7. ГОСТ 24026-80 «Исследовательские испытания. Планирование эксперимента. Термины и определения. М., 1980.

Додаток А

Таблиця А.1. - Вихідні дані до контрольної роботи (будування моделей методом ПФЕ)

№ завдань	Умовні значення функції у									
	у ₁	у ₂	у ₃	у ₄	у ₅	у ₆	у ₇	у ₈	Ду ₁	Ду ₂
1	60	58	62	59	61	60	57	63	+5	-2
2	59	60	58	61	62	60	59	61	+3	-4
3	90	91	89	88	89	90	92	93	+3	-3
4	600	580	620	590	610	600	570	620	+20	-10
5	40	41	39	42	38	40	39	42	+3	-1
6	35	36	34	33	37	36	35	33	+1	-3
7	20	21	22	19	18	20	21	18	+2	-1
8	25	26	27	23	24	25	27	23	+3	0
9	32	30	28	29	31	30	27	33	+4	-2
10	37	35	33	34	36	35	32	38	+2	-4
11	42	40	38	39	41	40	37	43	+3	-1
12	7	9	12	11	10	9	13	10	+2	-1
13	15	14	13	16	17	15	17	13	+3	-2
14	16	15	14	13	17	15	17	14	+4	0
15	17	16	15	14	18	16	18	15	+4	-2
16	150	155	145	158	160	152	148	150	+5	-10
17	250	230	235	245	248	251	238	242	+10	-15
18	180	190	185	192	187	179	191	188	+10	-15
19	165	170	162	178	160	168	175	171	+8	-6
20	225	230	231	221	220	228	229	224	+12	-8
21	805	790	785	810	802	788	798	808	+20	-40
22	770	750	760	765	755	758	772	762	+10	-30
23	50	45	48	49	55	46	52	53	+10	-5
24	38	42	45	35	37	48	39	44	+5	-3
25	130	140	135	137	133	139	142	138	+12	-7
26	500	480	490	510	530	520	540	550	+25	-12
27	670	650	660	665	655	658	672	662	+25	-30
28	280	290	285	292	287	279	291	288	+12	-20
29	300	280	285	295	298	301	288	292	+10	-15
30	115	120	112	128	110	118	125	121	+11	-20

Додаток Б

Таблиця Б.1. - Значення критерію Фішера для рівнів значущості $\alpha = 0,05 / \alpha = 0,01$

$f_1 \backslash f_2$	1	2	3	4	5	6	10	30	∞
1	161/ 4052	200/ 4999	216/ 5403	225/ 5625	230/ 5764	234/ 5859	242/ 6056	250/ 6258	254/ 6366
2	18,51/ 98,49	19,00/ 99,01	19,16/ 99,17	19,25/ 99,25	19,3/ 99,3	19,33/ 99,33	19,39/ 99,40	19,46/ 99,47	19,5/ 99,5
3	10,13/ 34,12	9,55/ 30,81	9,28/ 29,46	9,12/ 28,71	9,01/ 28,24	8,94/ 27,91	8,78/ 27,23	8,62/ 26,50	8,53/ 26,12
4	7,71/ 21,2	6,59/ 18,0	6,50/ 16,69	6,39/ 15,98	6,26/ 15,52	6,16/ 15,21	5,96/ 14,54	5,74/ 13,83	5,63/ 13,46
5	6,61/ 16,26	5,79/ 13,27	5,41/ 12,06	5,19/ 11,39	5,05/ 10,97	4,95/ 10,67	4,74/ 10,05	4,50/ 9,38	4,36/ 9,02
6	5,99/ 13,74	5,14/ 10,92	4,76/ 9,98	4,53/ 9,15	4,39/ 8,75	4,28/ 8,47	4,06/ 7,87	3,81/ 7,23	3,67/ 6,88
7	5,59/ 12,25	4,74/ 9,55	4,35/ 8,45	4,12/ 7,85	3,98/ 7,46	3,87/ 7,19	3,63/ 6,62	3,38/ 5,98	3,23/ 5,65
8	5,52/ 11,26	4,46/ 8,65	4,07/ 7,59	3,84/ 7,01	3,69/ 6,63	3,58/ 6,37	3,34/ 5,82	3,08/ 5,20	2,93/ 4,86
9	5,12/ 10,56	4,26/ 8,02	3,86/ 6,99	3,63/ 6,42	3,48/ 6,06	3,37/ 5,80	3,13/ 5,26	2,86/ 4,64	2,71/ 4,31
10	4,96/ 10,04	4,10/ 7,56	3,71/ 6,55	3,48/ 5,99	3,33/ 5,64	3,22/ 5,39	2,97/ 4,85	2,70/ 4,25	2,54/ 3,91
15	4,54/ 8,58	3,68/ 6,36	3,29/ 5,42	3,06/ 4,89	2,90/ 4,56	2,79/ 4,32	2,55/ 3,80	2,25/ 3,20	2,07/ 2,87
20	4,35/ 8,10	3,49/ 5,85	3,10/ 4,94	2,87/ 4,43	2,71/ 4,10	2,60/ 3,87	2,35/ 3,37	2,04/ 2,77	1,84/ 2,42
30	4,16/ 7,56	3,32/ 5,39	2,92/ 4,51	2,69/ 4,02	2,53/ 3,70	2,42/ 3,47	2,16/ 2,98	1,84/ 2,38	1,62/ 2,01
∞	3,84/ 6,64	2,99/ 4,60	2,60/ 3,78	2,37/ 3,32	2,21/ 3,02	2,09/ 2,80	1,83/ 2,32	1,46/ 1,79	1,00/ 1,00

Додаток В

Таблиця В.1. - Значення t- критерію Стьюдента для рівнів значущості $\alpha = 0,05 / \alpha = 0,01$

	0,1	0,05	0,01		0,1	0,05	0,01
1	6,313	12,706	63,656	11	1,796	2,201	3,105
2	2,920	4,302	9,924	12	7823	1788	0554
3	3534	3,182	5,840	13	7709	1604	0123
4	1318	2,776	4,604	14	7613	1448	2,976
5	0150	5706	0321	15	7530	1314	9467
6	1,943	2,446	3,707	16	1,746	2,119	2,920
7	8946	3646	4995	17	7396	1098	8982
8	8595	3060	3554	18	7341	1009	8784
9	8331	2622	2498	19	7291	0930	8609
10	8125	2281	1693	20	7247	0860	8453

Додаток Г

Таблиця Г.1 - Значення критерію розподілення Кохрена для рівнів значущості: $\alpha = 0,05 / \alpha = 0,01$

V1\V2	1	2	3	4	5
2	0,9985/ 0,9999	0,9750/ 0,9950	0,9392/ 0,9794	0,9057/ 0,9586	0,8584/ 0,9373
3	9669/ 9933	8709/ 9433	7977/ 8831	7457/ 8355	7071/ 7933
4	9065/ 9676	7679/ 8643	6841/ 7814	6287/ 7212	5895/ 6761
5	0,8412/ 0,9279	0,6838/ 0,7885	0,5981/ 0,0957	0,5440/ 0,6329	0,5063/ 0,5875
6	7808/ 8828	6161/ 7218	6321/ 6258	4803/ 5635	4447/ 5195
7	7271/ 8376	5612/ 6644	4800/ 5685	4307/ 5080	3907/ 4659
8	0,6798/ 0,7954	0,5157/ 0,6162	0,4377/ 0,5209	0,3910/ 0,4627	0,3595/ 0,4226
9	6385/ 7544	4775/ 5727	4027/ 4810	3584/ 4251	3286/ 3870
10	6020/ 7175	4450/ 5358	3733/ 4469	3311/ 3934	3029/ 3572

Таблиця Г.2 - Значення критерію розподілення Кохрена для рівнів значущості: $\alpha = 0,05 / \alpha = 0,01$

V1\V2	6	7	8	9	10
2	0,8534/ 0,9172	0,8332/ 0,8988	0,8159/ 0,8823	0,8010/ 0,8674	0,7880/ 0,8539
3	6771/ 7606	6530/ 7335	6333/ 7107	6167/ 6912	6025/ 6743
4	5598/ 6410	5365/ 6129	5175/ 6897	5017/ 6702	4884/ 5536
5	0,4783/ 0,5531	0,4564/ 0,5259	0,4387/ 0,5037	0,4241/ 0,4854	0,4118/ 0,4697
6	4148/ 4866	3980/ 4608	3817/ 4401	3642/ 2982	3568/ 4084
7	3726/ 4347	3555/ 4105	3384/ 3911	3254/ 3751	3154/ 3616
8	0,3362/ 0,3932	0,3185/ 0,3704	0,3043/ 0,3522	0,2926/ 0,3373	0,2829/ 0,3248
9	3067/ 3592	2901/ 3378	2768/ 3207	2659/ 3067	2568/ 2950
10	2823/ 3308	2666/ 3106	2541/ 2954	2439/ 2813	2353/ 2704