

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт та самостійної роботи з дисципліни
«Комп'ютерні методи обробки даних»
для студентів спеціальностей
121 «Інженерія програмного забезпечення»
та 122 «Комп'ютерні науки»
всіх форм навчання

2023

Методичні вказівки до лабораторних робіт та самостійної роботи з дисципліни «Комп'ютерні методи обробки даних» для студентів спеціальностей 121 «Інженерія програмного забезпечення» та 122 «Комп'ютерні науки» всіх форм навчання/ В.І. Дубровін, Л.Ю. Дейнега, Ю.В. Тарасова. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2023. – 56 с.

Укладачі: Валерій Іванович Дубровін, к.т.н., професор,
Лариса Юріївна Дейнега, старший викладач,
Юлія Володимирівна Тарасова, к.т.н.

Рецензент: Тетяна Василівна Федорончак, к.т.н., доцент

Відповідальний за випуск: В.І. Дубровін

Затверджено на
засіданні кафедри ПЗ
Протокол № 12 від 09.06.23

Рекомендовано до видання
на засіданні НМК КНТ
Протокол №1 від 31.08.2023

ЗМІСТ

| | |
|--|----|
| ВСТУП..... | 6 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1 ОСНОВИ АНАЛІЗУ СИГНАЛІВ .. | 7 |
| Короткі теоретичні відомості | 7 |
| 1.1 Поняття сигналу. Класифікація сигналів | 7 |
| 1.2 Енергія на потужність сигналу | 8 |
| 1.3 Кореляційна функція..... | 8 |
| 1.4 Взаємно кореляційна функція | 9 |
| 1.5 Зв'язок між кореляційними функціями та спектрами сигналів .. | 10 |
| Завдання на лабораторну роботу..... | 12 |
| Зміст звіту: | 12 |
| Контрольні запитання..... | 12 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2_ФУР'Є-ПЕРЕТВОРЕННЯ СИГНАЛУ | 14 |
| Короткі теоретичні відомості | 14 |
| 2.1 Перетворення Фур'є..... | 14 |
| 2.2 Дискретне перетворення Фур'є | 15 |
| 2.3 Матриця ДПФ | 15 |
| 2.4 Швидке перетворення Фур'є | 16 |
| 2.5 Функції ДПФ у ППП Matlab..... | 16 |
| Завдання на лабораторну роботу..... | 17 |
| Зміст звіту | 18 |
| Контрольні запитання..... | 18 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3_СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ СИГНАЛУ | 19 |
| Короткі теоретичні відомості | 19 |
| 3.1 Спектр дискретного випадкового процесу..... | 19 |
| 3.2 Непараметричні методи | 20 |

| | |
|--|-----------|
| 3.3 Параметричні методи..... | 23 |
| Завдання на лабораторну роботу..... | 29 |
| Зміст звіту: | 29 |
| Контрольні запитання..... | 30 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4 ПРОГНОЗУВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ АР-МОДЕЛІ..... | 31 |
| Короткі теоретичні відомості..... | 31 |
| 4.1 Стаціонарні часові ряди та їх характеристики..... | 31 |
| 4.2 Авторегресійна модель..... | 31 |
| 4.3 Прогнозування за АР-моделлю..... | 33 |
| 4.4 Побудова АР-моделі в ППП MATLAB..... | 33 |
| Завдання на лабораторну роботу..... | 35 |
| Контрольні запитання..... | 36 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5 ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ ОДНОМІРНОГО СИГНАЛУ..... | 37 |
| Короткі теоретичні відомості..... | 37 |
| 5.1 Ідея вейвлет-перетворення..... | 37 |
| 5.2 Апроксимуюча та діталізуюча компоненти вейвлет-аналізу..... | 38 |
| 5.3 Неперервне вейвлет-перетворення..... | 39 |
| 5.4 Дискретне вейвлет-перетворення..... | 40 |
| 5.5 Вейвлет-перетворення в MATLAB..... | 40 |
| 5.6 Приклад вейвлет-обробки сигналу в Matlab..... | 43 |
| Завдання на лабораторну роботу..... | 44 |
| Зміст звіту: | 44 |
| Контрольні запитання..... | 45 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6 ДВОМІРНЕ ВЕЙВЛЕТ- ПЕРЕТВОРЕННЯ..... | 46 |
| Короткі теоретичні відомості..... | 46 |
| 6.1 Вейвлет-перетворення двомірних сигналів..... | 46 |

| | |
|--|----|
| 6.2 Способи представлення зображення | 47 |
| 6.3 Функції вводу-виводу зображення в MATLAB | 47 |
| 6.4 Основні функції двомірного вейвлет-перетворення | 48 |
| 6.5 Функції видалення (додавання) шуму зображення в MATLAB | 48 |
| 6.6 Сполучення (накладання) зображень у MATLAB | 49 |
| Завдання на лабораторну роботу..... | 50 |
| Зміст звіту | 50 |
| Контрольні запитання..... | 50 |
| ЛІТЕРАТУРА | 51 |
| Додаток А_Початкові дані для виконання лабораторних робіт | 55 |
| Додаток Б_Список вагових функцій (вікон) у Matlab | 56 |

ВСТУП

Метою курсу “Комп’ютерні методи обробки даних” є вивчення методів сучасної обробки даних – інтелектуального аналізу даних, аналітичного дослідження великих масивів інформації з метою виявлення нових раніше невідомих знань і закономірностей для прийняття рішень; вивчення методів, які використовуються в Data Mining (кореляційний аналіз, спектральний аналіз, перетворення Фур’є та вейвлет-аналіз); підготовка студентів до самостійної роботи з вирішення задач засобами Data Mining.

На основі вивчення дисципліни “Комп’ютерні методи обробки даних” студент повинен знати основні поняття, задачі інтелектуального аналізу даних, методи аналізу стаціонарних та нестаціонарних даних, методи побудови моделей стаціонарних та нестаціонарних даних, сучасні програмні засоби для проектування і розробки систем інтелектуального аналізу даних.

Звіт з лабораторної роботи повинен містити:

- тему;
- мету;
- текстовий та графічний матеріал;
- висновки.

Під час співбесіди при захисті лабораторної роботи студент повинний виявити знання по теоретичному матеріалу, про методи виконання кожного етапу роботи, по змісту основних розділів оформленого звіту з демонстрацією результатів на конкретних прикладах. Студент повинний вміти правильно аналізувати отримані результати. Для самоперевірки при підготовці до виконання і захисту роботи студент повинен відповісти на контрольні запитання, наведені наприкінці опису відповідної роботи.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1 ОСНОВИ АНАЛІЗУ СИГНАЛІВ

Мета роботи: отримати основні числові параметри сигналів. Провести кореляційний аналіз сигналу. Дослідити міру зв'язку двох сигналів. Навчитися застосовувати вивчені методи на практиці у середовищі MATLAB.

Використане програмне забезпечення: ППП MATLAB.

Короткі теоретичні відомості

1.1 Поняття сигналу. Класифікація сигналів

Сигнал – це залежність однієї величини від іншої (тобто з математичної точки зору сигнал являє собою функцію). Частіше за все розглядається залежність у часі ($s(t)$). Фізична природа сигналу може бути різною. Часто це напруження, рідкіше – струм, можливі інші фізичні величини.

Проведемо класифікацію сигналів.

В залежності від того чи відомий нам сигнал точно, розрізняють детермінований та випадковий сигнали. Детермінований сигнал повністю відомий – його значення в будь-який момент часу можна точно визначити. Випадковий сигнал в будь-який момент часу уявляє випадкову величину, яка приймає конкретні значення з якоюсь ймовірністю.

Наступний клас сигналів – сигнали з інтегрованим квадратом. Також їх називають сигналами з обмеженою енергією. Для цих сигналів виконується співвідношення:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt < \infty \quad (1.1)$$

Однією з ознакою сигналів є періодичність. Для періодичного сигналу з періодом T виконується співвідношення:

$$s(t + nT) = s(t) \text{ при будь-якому } t \quad (1.2),$$

де n – довільне ціле число;

T – період сигналу $s(t)$.

Величина, яка зворотна періоду називається частотою повторення сигналу: $f = 1/T$. Кругова частота визначається як $\omega = 2\pi f$ та вимірюється в радіанах в секунду.

Очевидно, що будь-який періодичний сигнал має безкінечну енергію.

Наступний клас сигналів – сигнали кінцевої тривалості. Такі сигнали відмінні від нуля тільки та окремому проміжку часу. Кажуть, що сигнал існує на кінцевому часовому інтервалі.

Очевидно, що сигнал кінцевої тривалості має кінцеву енергію – якщо тільки він не містить розривів другого роду (вихідні в нескінченність гілки функції).

1.2 Енергія на потужність сигналу

На практиці для аналізу сигналу часто використовуються такі параметри сигналу як енергія та потужність:

$$E = \int_0^T s^2(t) dt \quad (1.3)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt \quad (1.4)$$

1.3 Кореляційна функція

Кореляційна функція (КФ) детермінованого сигналу представляє інтеграл від добутку двох копій сигналу, зсунених відносно друг друга за час τ :

$$B_s(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t - \tau) dt \quad (1.5)$$

Кореляційна функція показує ступінь подібності між сигналом та його зсунутою копією – чим більше значення кореляційної функції, тим

ця подібність сильніше. Крім того, кореляційна функція має наступні властивості:

– значення КФ при $\tau = 0$ дорівнює енергії сигналу:

$$B_s(0) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t-0) dt = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = E$$

– КФ є парною функцією свого аргументу τ :

$$B_s(-\tau) = B_s(\tau).$$

– значення КФ при $\tau = 0$ є максимально можливим:

$$|B_s(\tau)| \leq B_s(0).$$

– з ростом абсолютного значення τ КФ сигналу з кінцевою енергією згасає:

$$\lim_{|\tau| \rightarrow \infty} B_s(\tau) = 0.$$

– якщо сигнал $s(t)$ не містить особливостей у вигляді дельта функцій, його КФ – неперервна функція.

– якщо сигнал – напруга, то розмірність КФ $\hat{A}^2 \cdot \tilde{n}$.

В Matlab КФ реалізована функцією `xcorr`:

$$[B, lags] = \text{xcorr}(s),$$

де B – значення КФ сигналу s ;

$lags$ – вектор часової затримки.

Побачити загальний вигляд КФ можна з `plot(lags, B)`.

1.4 Взаємно кореляційна функція

Взаємно кореляційна функція (ВКФ) показує ступінь схожості двох зсунутих копій різних сигналів:

$$B_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t)s_2(t-\tau) dt \quad (1.6)$$

Властивості ВКФ:

– значення ВКФ при $\tau = 0$ не виділяється; максимум може знаходитися в будь-якому місці на осі τ .

– $B_{12}(-\tau) = B_{21}(\tau)$, тобто заміна знаку τ рівнозначно взаємної перестановці сигналів.

$$-|B_{12}(\tau)| \leq \sqrt{E_1 E_2}.$$

– з ростом абсолютного значення τ ВКФ сигналу з кінцевою енергією згасає:

$$\lim_{|\tau| \rightarrow \infty} B_{12}(\tau) = 0.$$

– якщо сигнал – напруга, то розмірність ВКФ $\hat{A}^2 \cdot \tilde{n}$.

В Matlab ВКФ реалізована функцією `xcorr`:

$$[B, lags] = (s1, s2, 'coeff'),$$

де B – значення ВКФ сигналів $s1$ та $s2$;

$lags$ – вектор часової затримки.

Побачити загальний вигляд ВКФ можна з `plot(lags, B)`.

1.5 Зв'язок між кореляційними функціями та спектрами сигналів

Відомо, що **пряме перетворення Фур'є** сигналу $s(t)$ задається наступним чином:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.7)$$

де $S(\omega)$ – спектральна функція сигналу $s(t)$ або спектральна щільність.

Для виявлення зв'язку між ВКФ та спектрами сигналів, застосуємо перетворення Фур'є до ВКФ:

$$\int_{-\infty}^{\infty} B_{12}(\tau) e^{-j\omega t} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t - \tau) e^{-j\omega t} dt d\tau = \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) e^{-j\omega t} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s_2(t - \tau) e^{j\omega(t - \tau)} d(t - \tau) dt = \\
 &= S_1(\omega) S_2^*(\omega).
 \end{aligned}$$

Тобто ВКФ зв'язана з перетворенням Фурє взаємним спектром сигналів:

$$S_{12}(\omega) = S_1(\omega) S_2^*(\omega). \quad (1.9)$$

Звідси можна зробити висновок: для того щоб ВКФ дорівнювалася нулю при будь яких часових зсувах τ необхідно і достатньо щоб їх взаємний спектр дорівнювався нулю, тобто щоб спектри сигналів не перетиналися на частотній осі.

Для КФ отримаємо аналогічний результат, який показує що вона зв'язана перетворенням Фур'є з квадратом модуля спектральної функції, тобто енергетичним спектром сигналу:

$$\int_{-\infty}^{\infty} B_s(\tau) e^{-j\omega t} d\tau = S(\omega) S^*(\omega) = |S(\omega)|^2. \quad (1.10)$$

Звідси КФ сигналу не залежить від його фазового спектру. Наслідком цього є те, що сигнали з однаковими амплітудними спектрами та різними фазовими спектрами будуть мати однакову КФ. Ще одним наслідком є те, що за КФ неможна відтворити початковий сигнал (через втрату інформації про фазу).

1.6 Енергетичні розрахунки у спектральній області

Відомо, що зворотне *перетворення Фур'є (ЗПФ)* задається наступним чином:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (1.11)$$

Для ВКФ та взаємного спектру сигналу отримаємо наступне співвідношення, застосувавши ЗПФ (*теорема Релєя*):

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_1(t)s_2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\omega)S_2^*(\omega) d\omega. \quad (1.12)$$

Для КФ отримаємо співвідношення, яке дозволяє розрахувати енергію сигналу в часовій та частотній області (*рівність Парсеваля*):

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega. \quad (1.13)$$

Завдання на лабораторну роботу

Розробити програму, що визначає: математичне сподівання (mean), дисперсію (var), середнє квадратичне значення (std), максимум (max) та мінімум (min) сигналу; кореляційну функцію сигналу (xcorr); взаємно кореляційну функцію двох сигналів (xcorr).

Порівняти результати роботи для стаціонарних та нестаціонарних сигналів (додаток А).

Зміст звіту:

- титульний лист, тема і мета роботи;
- тексти розроблених програм;
- результати роботи розроблених програм;
- висновки;
- відповіді на контрольні запитання.

Контрольні запитання

1. Що таке сигнал?
2. Основні класи сигналів.
3. Які сигнали мають обмежену енергію?
4. Енергія та потужність сигналу.
5. Кореляційна функція сигналу.

6. Взаємно кореляційна функція сигналу.
7. Зв'язок енергії на кореляційної функції сигналу.
8. Де знаходить максимальне значення часової затримки τ на взаємно кореляційної функції сигналів?
9. Яке значення має ВКФ коли спектри сигналів не перетинаються на частотної осі?
10. Чи можна відтворити початковий сигнал за його КФ?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2 ФУР'Є-ПЕРЕТВОРЕННЯ СИГНАЛУ

Мета роботи: провести Фур'є-перетворення стаціонарних та нестаціонарних сигналів; виділити переваги та недоліки в обох випадках. Застосувати алгоритми прямого та зворотного швидкого перетворення Фур'є у середовищі MATLAB.

Використане програмне забезпечення: ППП MATLAB.

Короткі теоретичні відомості

2.1 Перетворення Фур'є

Перетворення Фур'є є інструментом спектрального аналізу сигналів. Пряме перетворення Фур'є сигналу $s(t)$ задається наступним чином:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.1)$$

де $S(\omega)$ – спектральна функція сигналу $s(t)$ або спектральна щільність.

Зворотне перетворення Фур'є задається як:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{j\omega t} d\omega. \quad (2.2)$$

Для застосування перетворення Фур'є сигнал повинен задовольняти умови Діріхле та бути інтегрованим.

Нагадаємо умови Діріхле:

– не повинно бути розривів другого роду (вихідні в нескінченність гілки функції);

– кількість розривів першого роду (стрибків) має бути кінцевим;

– кількість екстремумів має бути кінцевим.

–

2.2 Дискретне перетворення Фур'є

Для послідовності відликів $\{x(k)\}$ визначається пряме та зворотне ДПФ:

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \exp\left(-j \frac{2\pi nk}{N}\right),$$

$$x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) \exp\left(j \frac{2\pi nk}{N}\right).$$
(2.4)

Властивості ДПФ:

– лінійність: якщо послідовності $\{x(k)\}$ та $\{y(k)\}$ з однаковим періодом N відповідають гармоніки $\{X(n)\}$ та $\{Y(n)\}$, то послідовність $\{ax(k) + by(k)\}$ відповідає спектр $aX(n) + bY(n)$;

– затримка: якщо початкову послідовність затримати на один такт ($y(k) = x(k - 1)$), спектр треба помножити на $\exp\left(-j \frac{2\pi nk}{N}\right)$;

– симетрія: $X(N - n) = X(-n) = X(n)$.

2.3 Матриця ДПФ

ДПФ є лінійним перетворенням, яке трансформує вектор часових відликів у вектор спектральний відликів такої ж довжини. Це перетворення може бути реалізовано як добуток певної квадратної матриці на початкову послідовність: $\mathbf{y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{N}} & e^{-j\frac{4\pi}{N}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)} & e^{-j\frac{2\pi}{N}2(N-1)} \dots & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)^2} \end{bmatrix}.$$
(2.5)

Елемент матриці перетворення A розташований в n стовпці та m рядку задається:

$$A(m, n) = \exp\left(-j2\pi \frac{(m-1)(n-1)}{N}\right), 1 \leq m \leq N, 1 \leq n \leq N.$$

2.4 Швидке перетворення Фур'є

Для розрахунку одного коефіцієнту ДПФ за (2.3) необхідно N комплексних добутків та складань. Таким чином для ДПФ, яке містить N коефіцієнтів потребується N^2 операцій. Теж саме можна побачити з формули (2.5). Якщо N не є простим числом і може бути розкладено на множники, процес розрахунку можна прискорити, розділив набір відліків на частини та розраховували їх ДПФ. Такі способи називаються швидким перетворенням Фур'є (ШПФ – Fast Fourier Transform, FFT). Існує декілька варіантів реалізації ШПФ в залежності від способу ділення початкової послідовності відліків на частини (проріджування за часом або частотою) та від кількості фрагментів для розбиття послідовності на кожному кроці.

2.5 Функції ДПФ у ППП Matlab

Пряме та зворотне ДПФ вектора x реалізується за допомогою наступних функцій: $y = \mathbf{fft}(x)$ та $x = \mathbf{ifft}(y)$.

Приклад 1. Застосуємо ДПФ до сигналу, що представляє суму синусоїд з частотами 50 та 120 Гц відповідно на частоту дискретизації сигналу 1000 Гц.

```
f1=50, f2=120, fs=1000, N=2^10;
t=[1/fs:1/fs:N/fs];
x=sin(2*pi*f1*t)+sin(2*pi*f2*t)+0.6*rand(1,N);
y=fft(x);
freq=[1:1:N/2];
subplot(2,1,1); plot(x);
title('Вхідний сигнал');
subplot(2,1,2); plot(freq,abs(y(freq)));
title('ДПФ сигналу');
xlabel('Частота, Гц');
ylabel('|X(t)|');
```

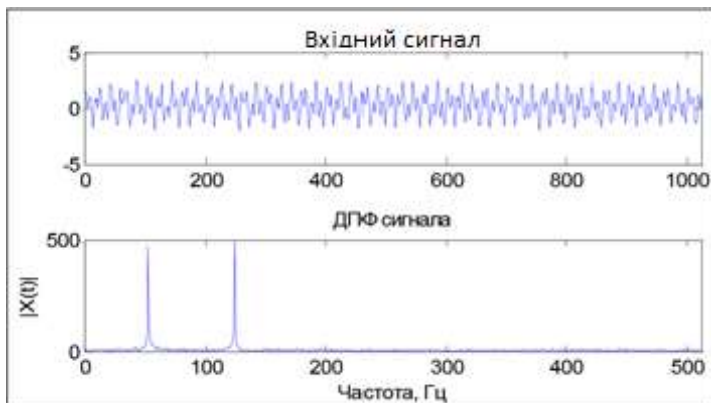



Рисунок 2.1 – Дискретне перетворення сигналу

Приклад 2. Відтворимо сигнал з попереднього прикладу.

```
x_rec=ifft(y);
subplot(2,1,1); plot(x);
title('Вхідний сигнал');
subplot(2,1,2); plot(x_rec);
title('Відновлений сигнал');
```

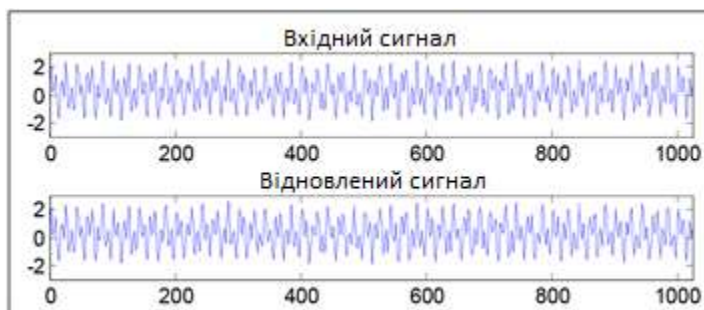


Рисунок 2.2 – Відновлення сигналу

Завдання на лабораторну роботу

Розробити програму, яка будує спектр стаціонарного сигналу.

Розробити програму, яка будує спектр нестаціонарного сигналу (додаток А).

Порівняти результати роботи в обох випадках.

Зміст звіту

- титульний лист, тема і мета роботи;
- тексти розроблених програм;
- результати роботи розроблених програм;
- висновки;
- відповіді на контрольні запитання.

Контрольні запитання

1. Пряме та зворотне перетворення Фур'є.
2. Умови перетворення Фур'є.
3. Пряме та зворотне ДПФ.
4. Властивості ДПФ.
5. Принцип ШПФ.
6. Функції ДПФ у ППП Matlab.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3 СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ СИГНАЛУ

Мета роботи: ознайомитися з параметричними та непараметричними методами розрахунку спектру сигналу та навчитися застосовувати їх на практиці у середовищі MATLAB.

Використане програмне забезпечення: ППП MATLAB.

Короткі теоретичні відомості

3.1 Спектр дискретного випадкового процесу

ДПФ є основою технологій спектрального аналізу (СА), як застосовується для дослідження випадкових процесів. Якщо сигнал уявляє випадковий процес, то звичайне його ДПФ не має сенсу, бо в результаті ми отримаємо тільки спектр єдиної реалізації процесу. Тому для СА випадкових сигналів потрібно використовувати усереднення спектру. Такі методи, в яких використовується тільки інформація про початковий сигнал називаються непараметричними. Інший клас методів припускає існування статистичної моделі випадкового сигналу. Процес СА в цьому випадку включає визначення параметрів моделі і тому ці методи називаються параметричними. В загальному випадку спектр дискретного випадкового процесу визначається наступним чином:

$$W(\omega) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+1} \left| \sum_{k=-n}^n x(k) e^{-j\omega kT} \right|^2, \quad (3.1)$$

де риска зверху – усереднення по ансамблю реалізацій.

На практиці використовують аналог теореми Вінера-Хінчина:

$$W(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} B_x(k) e^{-j\omega kT}. \quad (3.2)$$

Тобто спектр дискретного випадкового процесу є перетворенням Фур'є від його кореляційної функції.

В Matlab для миттєвого спектру реалізована функція:

```
[S, F, T, P] = spectrogram(x, w, noverlap, nfft, fs),
```

де x – початковий сигнал;

w – розмір фрагменту чи його вектор (додаток А);

$noverlap$ – величина перекриття сусідніх фрагментів;

$nfft$ – розмірність ДПФ;

fs – частота дискретизації сигналу в Гц;

S – матриця, що уявляє спектр сигналу;

F – частотна шкала спектрограми;

T – часова шкала спектрограми;

P – спектри потужності фрагментів сигналу.

Приклад. Побудуємо спектрограму сигналу, що представляє суму синусоїд.

```
f1=50, f2=120, fs=1000, N=2^10;
```

```
t=[1/fs:1/fs:N/fs];
```

```
x=sin(2*pi*f1*t)+sin(2*pi*f2*t)+0.6*rand(1,N);
```

```
spectrogram(x, 256, 128, 256, fs, 'yaxis');
```

3.2 Непараметричні методи

При використанні непараметричних методів розрахунку спектра випадкового процесу використовується тільки інформація, яка міститься у відліках сигналу, без будь-яких додаткових пропозицій. Ми коротко розглянемо періодограму та метод Уелча (Welch).

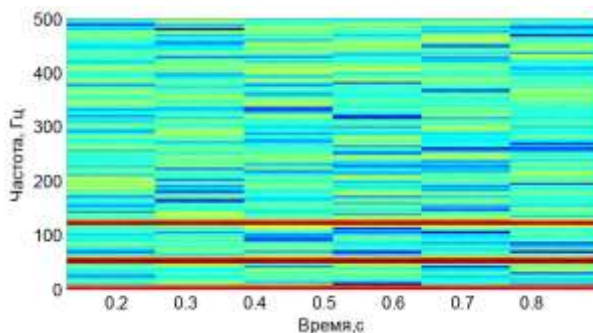


Рисунок 3.1 – Спектрограма сигналу

3.2.1 Періодограма

Періодограма – це оцінка спектральної щільності потужності, яка отримана з N відліків однієї реалізації випадкового процесу згідно (3.1):

$$W(\omega) = \frac{1}{Nf_{\Delta}} \left| \sum_{k=0}^{N-1} x(k)e^{-i\omega kT} \right|^2, \quad (3.3)$$

де f_{Δ} – частота дискретизації сигналу.

Якщо при розрахунку спектру використовується вагова функція (вікно) ми маємо модифіковану періодограму та формула (3.3) має наступний запис:

$$W(\omega) = \frac{1}{f_{\Delta}} \frac{|\sum_{k=0}^{N-1} x(k)w(k)e^{-i\omega kT}|^2}{\sum_{k=0}^{N-1} |w(k)|^2}, \quad (3.4)$$

де $w(k)$ – вагова функція (вікно).

Для розрахунку періодограми в Matlab реалізована функція:

`[Pxx, f]=periodogram(x, w, nfft, fs, 'range')`,

де 'range' – частотний діапазон вектору Pxx ('onesided' від 0 до fs/2, 'twosided' від 0 до fs);

Pxx – вектор значень спектральної щільності потужності;

f – вектор значень частот.

Приклад. Побудуємо періодограму сигналу, що представляє суму синусоїд.

`f1=50, f2=120, fs=1000, N=2^10;`

`t=[1/fs:1/fs:N/fs];`

`x = sin(2*pi*f1*t) + sin(2*pi*f2*t) + 0.6*rand(1,N);`

`periodogram(x, [], [], fs, 'onesided');`

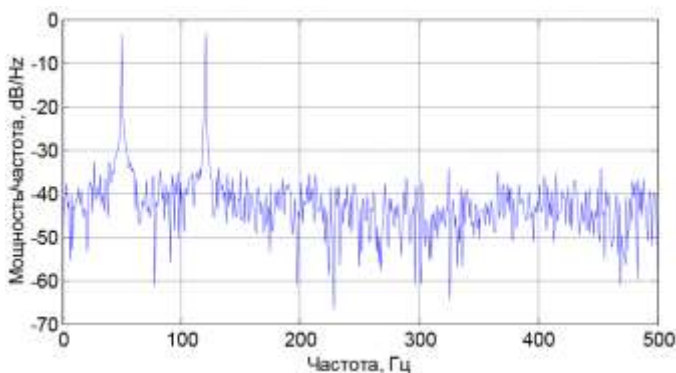


Рисунок 3.2 – Періодограма сигналу

3.2.2 Метод Уелча

При застосуванні періодограми тривалого сигналу вона є ізрізаною (зашумлена). Для зменшення ізрізаності необхідно застосувати усереднення. Метод Уелча (метод усереднення модифікованих періодограм) використовує наступні удосконалення для періодограми: вагову функцію (вікно) та розбиття сигналу на перехресувальні фрагменти. Застосування вікна дозволяє послабити розтікання спектру та зменшити зсув отриманої оцінки спектру щільності потужності за ціною незначної роздільної здатності. Перекриття фрагментів зменшує дисперсію оцінки.

Для розрахунку періодограми за методом Уелча в Matlab реалізована функція `pwelch`:

```
[Pxx, f]=pwelch(x, w, noverlap, nfft, fs, 'range').
```

Приклад. Побудуємо періодограму за методом Уелча для сигналу, що представляє суму синусоїд.

```
f1=50, f2=120, fs=1000, N=2^10;
t=[1/fs:1/fs:N/fs];
x = sin(2*pi*f1*t) + sin(2*pi*f2*t) +
0.6*rand(1,N);
pwelch(x, [], [], [], fs, 'onesided');
```

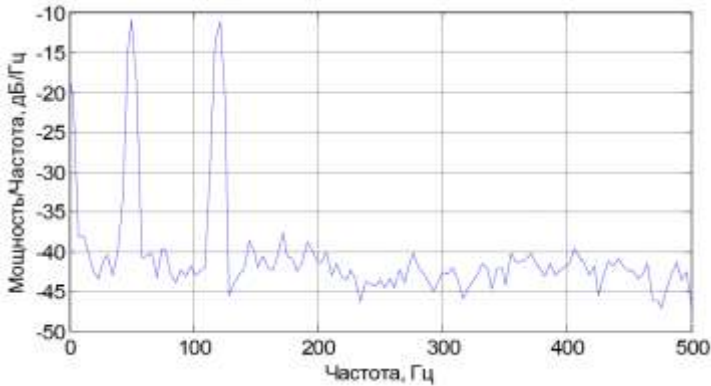


Рисунок 3.3 – Періодограма за методом Уелча

3.3 Параметричні методи

Використання параметричних методів припускає існування деякої статистичної моделі випадкового сигналу. СА зводиться до рішення оптимізаційної задачі, тобто пошуку параметрів моделі, при яких вона найбільш близька до реального сигналу. Ми розглянемо авторегресійний, MUSIC та EV методи.

3.3.1 Авторегресійний метод

Згідно з авторегресійною моделлю (АР), сигнал $\{x(k)\}$ можна сформувати пропусканням дискретного білого шуму $\{n(k)\}$ через рекурсивний фільтр N-го ступеня (рисунок 3.1).

Спектральна щільність потужності сигналу пропорційна квадрату модуля коефіцієнта функції передачі фільтра:

$$W(\omega) = \frac{\sigma_n^2}{f_{\ddot{A}}} \cdot \frac{1}{|1 - a_1 e^{-i\omega T} - \dots - a_N e^{-jN\omega T}|^2}, \quad (3.5)$$

де a_i – коефіцієнт моделі порядку N ;

σ_n^2 – оцінка потужності білого шуму.

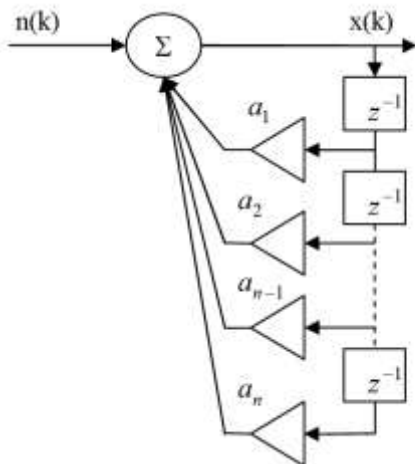


Рисунок 3.1 – Авторегресійна модель формування сигналу

Для визначення коефіцієнтів моделі виконується мінімізація похибки лінійного прогнозування сигналу: сигнал $\{x(k)\}$ пропускається через нерекурсивний фільтр з коефіцієнтам $\{1, -b_1, \dots, -b_N\}$ (рисунок 3.2). Зважена сума попередніх відліків початкового сигналу називається лінійним передбаченням наступного вхідного відлику, а вихідний сигнал фільтра (різниця між дійсним та передбаченим значенням) – помилка передбачення.

Для знаходження коефіцієнтів лінійного передбачення необхідно розв'язати систему лінійних порівнянь:

$$\sum_{m=1}^N b_m R_x(m-k) = R_x(k), k = 1, 2, \dots, N, \quad (3.6)$$

Цю систему можна переписати в матричному вигляді:

$$R_x b = p, \quad (3.7)$$

де R_x – кореляційна матриця сигналу $\{x(k)\}$;
 b – стовбець коефіцієнтів;
 p – стовбець значень кореляційної функції.

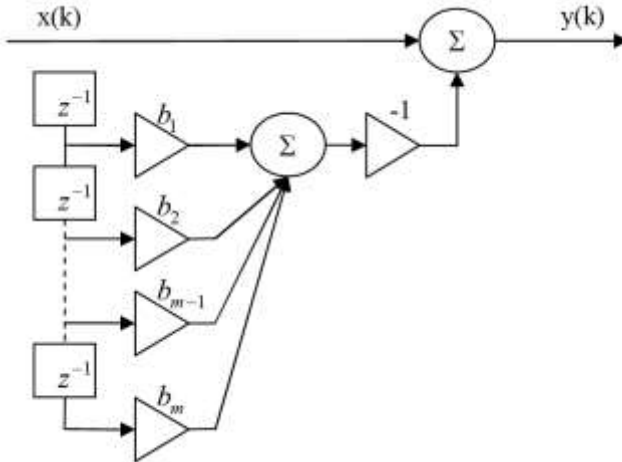


Рисунок 3.2 – Авторегресійна модель формування сигналу

Існує багато методів АР моделей, серед яких метод Берга, ковариційний метод, модифікований ковариційний метод, автокореляційний метод Юла-Уолкера. Перелічені методи відрізняються способом отримання оцінки автокореляційної матриці та дають практично однакові добрі результати при тривалих сигналах; їх недоліком є робота з короткими сигналами та сигналу суми синусоїд з шумом. В MATLAB реалізовані функції для розрахунку коефіцієнтів моделі та спектрального аналізу (таблиця 3.1).

Синтаксис функції для розрахунку коефіцієнтів АР-моделі:

$$[a, e, r] = \text{arxxx}(x, p),$$

де arxxx – ім'я функції (таблиця 3.1);

x – вектор відліків сигналу;

p – порядок АР-моделі;

a – вектор коефіцієнтів моделі;

e – оцінка дисперсії білого шуму;

r – вектор коефіцієнтів відображення.

Таблиця 3.1 – Функції авторегресійних моделей

| Назва методу | Функція розрахунку коефіцієнтів моделі | Функція спектрального аналізу |
|----------------------------------|--|-------------------------------|
| Ковариційний метод | argscov | pscov |
| Модифікований ковариційний метод | armscov | pmcov |
| Метод Берга | arburg | pburg |
| АР метод Юла-Уолкера | aryule | pyulear |

Синтаксис виклику функцій для розрахунку спектру потужності на основі АР-моделі:

$$[P_{xx}, f] = \text{prxxx}(x, p, nfft, fs, 'range'),$$

де prxxx – ім'я функції (таблиця 3.1);

$nfft$ – число відліків для розрахунку спектра;

fs – частота дискретизації сигналу;

'range' – частотний діапазон ('onesided', 'twosided');

P_{xx} – вектор спектральної щільності потужності;

f – вектор значень частот.

Приклад. Виконаємо спектральний АР-аналіз за методом Берга для сигналу суми синусоїд з 8 порядком АР-моделі.

```
f1=50, f2=120, fs=1000, N=2^10;
```

```
t=[1/fs:1/fs:N/fs];
```

```
x=sin(2*pi*f1*t)+sin(2*pi*f2*t)+0.6*rand(1,N);
```

```
figure; pburg(x, 8, 256, fs)
```

3.3.2 Метод MUSIC

Метод MUSIC застосовується для сигналів, що складаються з декількох синусоїд з білим шумом. Метою такого спектрального аналізу є не розрахунок спектру сигналу, а визначення частот і рівнів (амплітуд чи потужностей) гармонічних складових. В основі метода – аналіз власних чисел та власних векторів кореляційної матриці сигналу.

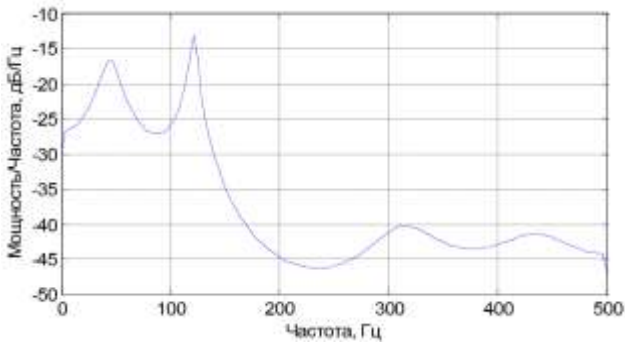


Рисунок 3.3 – Спектральний АР-аналіз (метод Берга)

Псевдоспектр сигналу визначається наступним чином:

$$W(\omega) = \frac{1}{\sum_{k=M+1}^N |\sum_{n=0}^{N-1} v_k(n) e^{-i\omega n T}|^2}, \quad (3.8)$$

де v_k – n -й елемент k -го вектору кореляційної матриці.

В MATLAB метод MUSIC реалізовано функцією:

`[s, f, v, e]=pmusic(x, p, nfft, fs, nwin, noverlap, 'range')`,

де `nwin` – розмір прямокутного вікна;

`range` – діапазон частот сигналу ('whole', 'half');

`s` – вектор значень псевдоспектру;

`v` – власні вектори кореляційної матриці;

`e` – власні числа кореляційної матриці.

Приклад. Виконаємо спектральний АР-аналіз за методом Берга для сигналу суми синусоїд з 8 порядком АР-моделі.

```
f1=50, f2=120, fs=1000, N=2^10;
```

```
t=[1/fs:1/fs:N/fs];
```

```
x=sin(2*pi*f1*t)+sin(2*pi*f2*t)+0.6*rand(1,N)
```

```
figure
```

```
pmusic(x, 4, 256, fs)
```

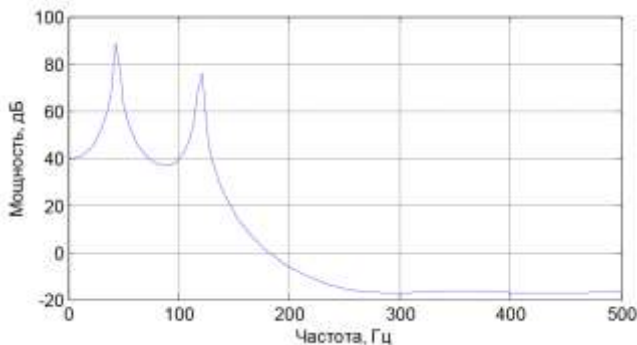


Рисунок 3.4 – Спектральний аналіз (метод MUSIC)

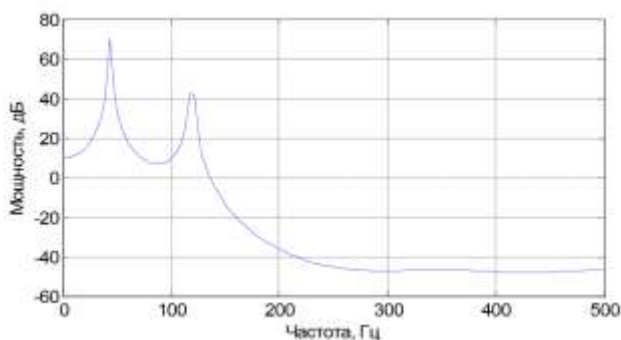


Рисунок 3.5 – Спектральний AP-аналіз (EV)

3.3.3 Метод EV

Метод EV відрізняється від MUSIC тим, що при підсумуванні по k використовуються вагові коефіцієнти, обернені відповідним власним числам:

$$W(\omega) = \frac{1}{\sum_{k=M+1}^N \frac{1}{\lambda_k} |\sum_{n=0}^{N-1} v_k(n) e^{-i\omega n T}|^2}, \quad (3.9)$$

де λ_k – число, яке відповідає k -му власному вектору v_k .

В MATLAB метод MUSIC реалізовано функцією:

`[s, f, v, e]=peig(x, p, nfft, fs, nwin, overlap, 'range')`,

Приклад. Виконаємо спектральний АР-аналіз за методом Берга для сигналу суми синусоїд з 8 порядком АР-моделі.

```
f1=50, f2=120, fs=1000, N=2^10;
t=[1/fs:1/fs:N/fs];
x=sin(2*pi*f1*t)+sin(2*pi*f2*t)+0.6*rand(1,N);
figure; peig(x,4,256,fs);
```

Завдання на лабораторну роботу

Розробити дві програми, які виконують спектральний аналіз за варіантом (таблиця 3.2).

Таблиця 3.2 – Індивідуальне завдання

| Варіант | Методи спектрального аналізу | |
|---------|---|---|
| | Непараметричні методи | Параметричні методи |
| 1 | Миттєвий спектр сигналу, Гаусово вікно | АР-аналіз за ковариційним методом |
| 2 | Періодограма, вікно Парзена | АР-аналіз за модифікованим ковариційним методом |
| 3 | Періодограма за методом Уелча, вікно Чебишева | АР-аналіз за методом Берга |
| 4 | Миттєвий спектр сигналу, вікно Тьюки | АР-аналіз за методом Юла-Уолкера |
| 5 | Періодограма, вікно Бартлетта-Ханна | Метод MUSIC |
| 6 | Періодограма за методом Уелча, вікно Кайзера | Метод EV |

Зміст звіту:

- титульний лист, тема і мета роботи;
- тексти та результати розроблених програм;

- висновки;
- відповіді на контрольні запитання.

Контрольні запитання

1. Спектр дискретного випадкового процесу.
2. Непараметричні методи. Періодограма.
3. Непараметричні методи. Метод Уелча.
4. Параметричні методи. Авторегресійна модель.
5. Параметричні методи. Метод MUSIC.
6. Параметричні методи. Метод EV.
7. Непараметричні методи спектрального аналізу в MATLAB.
8. Параметричні методи спектрального аналізу в MATLAB.
9. Реалізація функції побудови миттєвого спектру в MATLAB.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4 ПРОГНОЗУВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ AR-МОДЕЛІ

Мета роботи: опанувати на практиці побудову авторегресійної моделі для задачі прогнозу.

Використане програмне забезпечення: ППП MATLAB.

Короткі теоретичні відомості

4.1 Стаціонарні часові ряди та їх характеристики

Стаціонарний процес – це процес для якого середнє на дисперсія незалежно від розглянутого періоду часу незмінні, а автокореляція залежить тільки від довжини зсуву (лагу) між розглянутими змінними. Оцінка коефіцієнту автокореляції визначається наступним чином:

$$r(\tau) = \frac{\frac{1}{n-\tau} \sum_{t=1}^{n-\tau} (y_t - \bar{y})(y_{t+\tau} - \bar{y})}{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}, \quad (4.1)$$

де n – тривалість часового ряду;

τ – часовий зсув (лаг);

\bar{y} – середнє значення часового ряду.

Для стаціонарного часового ряду зі збільшенням зсуву АКФ повинна монотонно спадати, оскільки залежність між рівнями ряду з ростом зсуву зменшується.

Зв'язок між рівнями ряду визначається за допомогою часткової автокореляційної функції (ЧАКФ):

$$r_{ij.k} = \frac{r_{ij} - r_{ik}r_{jk}}{\sqrt{(1 - r_{ik}^2)(1 - r_{jk}^2)}}. \quad (4.2)$$

4.2 Авторегресійна модель

Авторегресійна модель (AR) є різновидом моделей стаціонарних часових рядів, серед яких також можна виділити моделі змінного

середнього (МА), змінного середнього в залишках (ARMA) та проінтегрованого змінного середнього (ARIMA).

В АР-моделі кожне значення знаходиться в лінійної залежності від попередніх значень. Якщо розглядаємо динамічний процес залежить від значень, які відстають на p часових лагів назад, то АР-процес порядку p , тобто $AP(p)$:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (4.3)$$

де ε_t – білий шум з нульовим математичним сподіванням;

α_0 – вільний член (частіше дорівнює нулю).

Використовуючи функцію оператора лагу, отримуємо:

$$(1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p) y_t = \hat{O}(\hat{A}) y_t = \varepsilon_t, \quad (4.4)$$

де B – оператор зсуву (один часовий такт);

$\Phi(B)$ – оператор авто регресії.

Для виконання умови стаціонарності всі корні $\Phi(B)$ повинні знаходитися за одиничним кругом, тобто $1 - \alpha_1 z - \dots - \alpha_p z^p = 0$, а $|z| > 1$.

4.2.1 АР(1) чи марковський процес

Модель цього процесу має наступний вигляд:

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (4.5)$$

де α – коефіцієнт, $|\alpha| < 1$.

Властивості марковського процесу:

$$- \mu t_t = 0;$$

$$- D(t_t) = \sigma_0^2 / (1 - \alpha^2);$$

$$- R(y_t, t_{t \pm k}) = \alpha^k;$$

4.2.2 АР(2) чи процеси Юла

Модель цього процесу має наступний вигляд:

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad (4.6)$$

$$\text{де } \alpha_1 = \frac{R(1)[1 - R(2)]}{1 - R^2(1)};$$

$$\alpha_2 = \frac{R(2) - R^2(1)}{1 - R^2(1)};$$

Умови стаціонарності процесу AP(2):

$$|\alpha_2| < 1; (\alpha_1 + \alpha_2) < 1; (\alpha_2 - \alpha_1) < 1.$$

4.3 Прогнозування за AP-моделлю

Головною метою обробки часових рядів є прогнозування за існуючими спостереженнями. Прогнозування виконується при умові, що йому попереджує вдале прийняте рішення. При пошуку вдалого прогнозованого рішення використовуються два різних підходи. Перший з них використовує адитивну структуру ряду, що дозволяє прогноз уявити як суму прогнозованих значень детермінованої та стохастичної складових ряду (Вінеровський підхід). Другий підхід використовує обидві складові ряду, що дозволяє додатково покращити початкової параметричної ідентифікації (Баєсовський підхід). Детально ці методи описані в [3, 4, 7].

Для прогнозування y_{n+k} моделі AP(1) використовується наступне співвідношення:

$$y_{n+k} = \alpha_1^k y_n. \quad (4.7)$$

Для прогнозування y_{n+k} моделі AP(2) використовується наступне співвідношення:

$$y_{n+k} = \alpha_2 y_{n+k-1} + \alpha_3 y_{n+k-2}. \quad (4.8)$$

4.4 Побудова AP-моделі в ППП MATLAB

В MATLAB реалізовані наступні функції для побудови AP-моделі: `arcov`, `armcov`, `arburg` та `aryule`.

Синтаксис виклику функцій для розрахунку коефіцієнтів АР-моделі:

$$[a, e, r] = \text{arxxx}(x, p),$$

де arxxx – ім'я функції;

x – вектор відліків сигналу;

p – порядок АР-моделі;

a – вектор коефіцієнтів моделі;

e – оцінка дисперсії білого шуму;

r – вектор коефіцієнтів відображення.

Приклад. Спрогнозуємо поведінку випадкового сигналу (формула (4.7)) з нормальним розподілом (математичне сподівання – 5, дисперсія – 2) на наступні 5 лагів, використовуючи АР(1).

```
N=50;
```

```
y = 5 + 2.*randn(N,1);
```

```
[a,e]=arcov(y,1);
```

```
T=y;
```

```
for i=2:N
```

```
    T(i)=T(i-1)*a(2)+y(i)*a(1);
```

```
End
```

```
%прогноз на 5 шагов вперед
```

```
for i=N+1:N+5
```

```
    T(i)=T(N)*(a(2)^(i-N));
```

```
end
```

```
plot(y,'-ob');
```

```
hold on;
```

```
plot(T,'--or');
```

```
xlabel('Время, с');
```

```
ylabel('Амплитуда, мм');
```

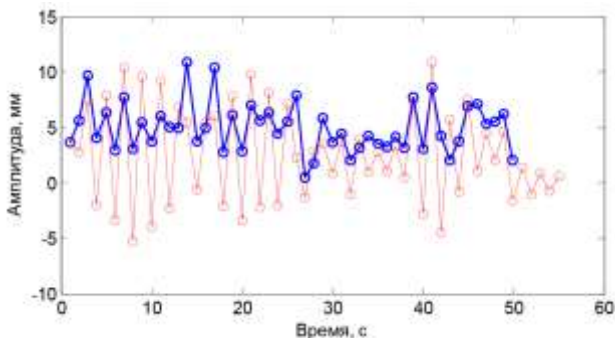


Рисунок 4.1 – Прогнозування процесу за допомогою AP(1)

В результаті роботи програми були знайдені наступні коефіцієнти: $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = -0.80$. Модель має вигляд $T_t = \alpha_2 T_{t-1} + \alpha_1 u_t$. На рисунку 4.1 товсто синьою лінією зображено дійсні спостереження, а червоною лінією показано побудова моделі AP(1) та прогноз на 5 лагів вперед.

Завдання на лабораторну роботу

Розробити програму, яка виконує задачу прогнозування на 3 одиниці часу вперед. Початкові дані приведені у додатку А.

Таблиця 4.1 – Індивідуальне завдання

| Варіант | AP-модель | Початкові дані |
|---------|-----------|----------------|
| 1 | AP(1) | курс долару |
| 2 | AP(2) | курс золота |
| 3 | AP(2) | курс долару |
| 4 | AP(1) | курс золота |

Зміст звіту:

- титульний лист, тема і мета роботи;
- тексти розроблених програм;
- результати роботи розроблених програм;
- висновки;
- відповіді на контрольні запитання.

Контрольні запитання

1. Що таке стаціонарний процес?
2. Коефіцієнт автокореляції.
3. Поводження АКФ зі зростом часового лагу.
4. Поняття часткової автокореляційної функції.
5. Загальний вигляд АР-моделі.
6. Умови стаціонарності АР-моделі.
7. Модель марківського процесу.
8. Умови стаціонарності марківського процесу.
9. Модель процесу Юла.
10. Умови стаціонарності процесу Юла.
11. Прогнозування за АР(1).
12. Прогнозування за АР(2).
13. Побудова АР-моделі в MATLAB.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ ОДНОМІРНОГО СИГНАЛУ

Мета роботи: опанувати на практиці вейвлет-методи SWT та DWT. Навчитися застосовувати методи видалення шумів та стиснення сигналу у середовищі MATLAB.

Використане програмне забезпечення: ППП MATLAB.

Короткі теоретичні відомості

5.1 Ідея вейвлет-перетворення

На основі поняття векторного простору загальним підходом до аналізу сигналу є представлення його у вигляді добутку двох функцій – базисних функцій $\psi_k(t)$ та коефіцієнтів C_k :

$$s(t) = \sum_k C_k \psi_k(t) \quad (5.1)$$

Оскільки базисні функції задані певного виду, то тільки коефіцієнти C_k містять інформацію про конкретний сигнал. Таким чином, можна говорити про можливість представлення сигналу на основі рядів з різними базисними функціями. Наприклад, ряд Фур'є в якості базисних функцій використовує синусоїди на косинусоїди, а коефіцієнти ряду Фур'є сигналу $s(t)$ знаходяться як:

$$C_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} s(t) \cdot (\cos(tk) + j \sin(tk)) dt \quad (5.2)$$

Недоліком цих базисних функцій є те, що вони не здатні адаптуватися до локальних особливостей сигналу. Цей недолік усувають вейвлети та вейвлет-перетворення сигналу.

Вейвлети (wavelet), за спрощеною схемою, – це деякі хвильові функції, які здатні виконати перетворення Фур'є не по всій часовій осі, а локально – на місці свого положення. Ці функції повинні переміщуватися по сигналу та масштабуватися (параметри зміщення та

масштабу). При цьому базисної функцією може бути будь-яка функція, що забезпечує різне представлення сигналу.

Вейвлети характеризуються своїми часовими та частотними образами. Часовий образ визначається $\psi(t)$ функцією, а частотний образ – її Фур'є-образом $\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-j\omega t} dt$.

Таким чином, за допомогою вейвлетів сигнал можна уявити як сукупність вейвлетов, створених на основі деякої початкової функції $\psi_0(t)$ (базисної функції). Ця сукупність, різна на різних частинах часового інтервалу визначення сигналу і коректуємо множниками, які мають вигляд складних часових функцій та представляють сигнал з певного ступеня деталізації. Такий підхід має назву *вейвлет-перетворення*. Число використаних при розкладанні сигналу вейвлетов задає рівень декомпозиції сигналу.

Пряме *вейвлет-перетворення* або *неперервне вейвлет перетворення* (Continuous Wavelet Transformation, CWT) – це розкладання сигналу по базису у вигляді вейвлетов, які мають чотири важливі властивості:

- мають вигляд коротких, локалізованих у часі чи просторі хвильових пакетів з нульовим значенням інтегралу;
- володіють можливістю зсуву в часі;
- здатні до масштабування (стиснення, розтягнення);
- мають обмежений частотний спектр.

Цей базис може бути ортогональним, що надає можливість реконструкції сигналів та дозволяє реалізувати алгоритми швидких вейвлет-перетворень. Інші вейвлети також корисні в якості рішення задач аналізу та ідентифікації локальних особливостей сигналу.

5.2 Апроксимуюча та діталізуюча компоненти вейвлет- аналізу

Однією з основних ідей вейвлет-перетворення є поступове багаторівневе розкладання сигналу на дві складові – апроксимуючу (грубу) та деталізуючу (уточнюючу). Це можливо як в часовій так і в частотній областях представлення сигналів вейвлетами.

В основі CWT – використання двох неперервних та інтергованих по осі часу функцій:

- вейвлет-функція $\psi(t)$, яка визначає особливості сигналу і спричиняє деталізуючі вейвлет-коефіцієнти;

– *масштабуюча* чи *скейлінг-функція* $\varphi(t)$, яка визначає апроксимацію (приближення) сигналу і спричиняє коефіцієнти апроксимації.

Скейлінг-функції мають лише ті вейвлети, які є ортогональними.

Вейвлет-функція $\psi(t)$ створюється на основі базисної функції $\psi_0(t)$, яка як і $\psi(t)$ визначає тип вейвлету. Базисна функція також називають *материнським вейвлетом*, бо вони породжують вейвлети певного виду. Базисна функція повинна відповідати всім вимогам для $\psi(t)$ та забезпечувати виконання двох основних операцій – зсув у часі та масштабування:

$$\psi(t) = \psi(a, b, t) = a^{-\frac{1}{2}}\psi_0\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (5.3)$$

де a – масштаб вейвлету;

b – зсув (положення) вейвлета;

Про вейвлети які чітко локалізовані у просторі (або в часі) кажуть, що вони мають компактний носій. В частотній області невеликі значення параметру a відповідають високим частотам, а великі – низьким частотам. Таким чином, операція визначення розміру вікна в перетворенні Фур’є заснована у базисній функції вейвлетів.

5.3 Неперервне вейвлет-перетворення

Пряме вейвлет-перетворення визначається інтегральним значенням скалярного добутку сигналу на вейвлет-функцію певного виду:

$$C(a, b) = \int_R s(t) a^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (5.4)$$

Зворотне вейвлет-перетворення виконується у вигляді:

$$s(t) = \frac{1}{C_\psi} \iint_R C(a, b) a^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{dadb}{a^2}, \quad (5.5)$$

$$\text{де } C_\psi = 2\pi \int_R \frac{|\hat{\psi}(\xi)|^2}{|\omega|^{-1}} d\omega$$

5.4 Дискретне вейвлет-перетворення

Дискретне вейвлет-перетворення (Discrete Wavelet Transformation, DWT) відрізняється від неперервного використанням масштабів кратних ступеню два. Це пояснюється тим, що неперервне вейвлет-перетворення потребує великих обчислювальних затрат для його застосування. Така дискретизація найбільш розповсюджена і також має назву діадне вейвлет-перетворення.

DWT має характерну ієрархічну структуру, яку можна представити у вигляді *дерева* (рисунок 5.1).

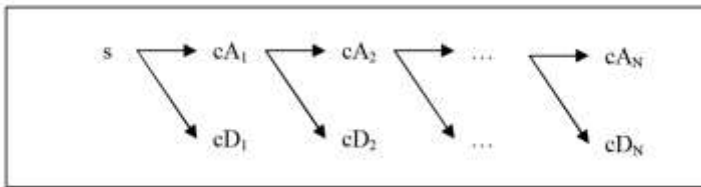


Рисунок 5.1 – Дерево розкладання

5.5 Вейвлет-перетворення в MATLAB

5.1.1 Вейвлет-базиси та їх властивості

Загальну інформацію про вейвлет `wname` можна отримати використав функцію `waveinfo('wname')`. Перелік родин вейвлетів представлено в таблиці 5.1. Для знаходження функцій $\varphi(t)$ та $\psi(t)$ використовується функція `[phi,psi,X]=wavefun('wname',K)`, де K – число ітерацій обчислення. Центральна частота вейвлету визначається: `freq=centfrq('wname')`. Похідна вейвлету можна знайти з `[intW,X]=intwave('wname')`.

Таблиця 5.1 – Вейвлет-родина в Matlab

| Коротке ім'я | Вейвлет-родина | Властивості | | | | | |
|--------------|-----------------------|------------------|----------------------|----------|------------------|------------------|---------------------------------|
| | | Компактний носій | Ортогональний аналіз | Симетрія | Застосування CWT | Застосування DWT | Використання швидких алгоритмів |
| Db | Добеші | + | + | - | + | + | + |
| Sym | Симлети | + | + | - | + | + | + |
| coif | Койфлети | + | + | + | + | + | + |
| bior | Біортогональні | + | - | + | + | + | + |
| Rbio | Дульні біортогональні | + | - | + | + | + | + |
| meyr | Мейєра | - | + | + | + | + | - |
| gaus | Гаусові | - | - | + | + | - | - |
| mexh | Мексиканський капелюх | - | - | + | + | - | - |
| morl | Морле | - | - | + | + | - | - |

5.2.2 Функції вейвлет-перетворення

Неперервне вейвлет-перетворення сигналу s виконується за допомогою функції:

```
coeffs = cwt(s, scales, 'wname', 'plot'),
```

де $scales$ – вектор масштабів ([1:32]; 5; [2 16:32 64]).

Одномірне пряме дискретне вейвлет-перетворення сигналу s виконується за допомогою функції:

```
[cA, cD] = dwt(s, 'wname'),
```

де cA , cD – коефіцієнти апроксимації та деталізації сигналу.

Зворотне одномірне вейвлет-перетворення:

```
s = idwt(cA, cD, 'wname').
```

Багатомірне вейвлет-перетворення виконується за допомогою наступних функцій:

$$[cA, cD] = \mathbf{wavedec}(s, N, 'wname')$$

$$s = \mathbf{waverec}(cA, cD, 'wname'),$$

де N – глибина (рівень) розкладання сигналу.

Для перерахунку параметру масштабу в частоту [Гц] використовується функція $freq = \mathbf{scal2frq}(N, 'wname', 1/Fs)$, де Fs – частота дискретизації сигналу.

5.3.3 Функції видалення шуму та стиснення

1. Визначення порогу для видалення шуму:

$$THR = \mathbf{thselect}(s, TPTR),$$

де $TPTR$ – правило визначення порогу ('rigrsure' – принцип Штейна, 'heursure' – евристичний принцип Штейна, 'sqtwolog', 'minimaxi').

2. Порогова обробка:

$$Y = \mathbf{wthresh}(s, SORH, THR),$$

де THR – порогове значення,

$SORH$ – вид порогової обробки ('s' – м'яка, 'h' – жорстка).

3. Автоматичне видалення шуму:

$$Y = \mathbf{wden}(s, TPTR, SORH, PS, N, 'wname')$$

$$Y = \mathbf{wden}(cA, cD, TPTR, SORH, PS, N, 'wname'),$$

де PS – визначення перемасштабування ('one' – без перемасштабування, 'sln' – перемасштабування з використанням оцінки шуму для першого рівня, 'mln' – перемасштабування з використанням оцінки шуму в залежності від рівня розкладання),

N – рівень розкладання (декомпозиції сигналу).

4. Видалення шуму та стиснення сигналу:

$$Y = \mathbf{wdencmp}('gbl', s, 'wname', N, THR, SORH)$$

$$Y = \mathbf{wdencmp}('gbl', cA, cD, 'wname', N, THR, SORH).$$

5. Оцінка шуму вейвлет-коефіцієнтів:

$$STDC = \mathbf{wnoisest}(cA, cD, s).$$

6. Визначення параметрів для видалення шуму чи стиснення сигналу:

$$[THR, SORH, KEEPAPP] = \mathbf{ddencmp}(IN1, IN2, s),$$

де $IN1$ – видалення шуму чи компресія сигналу ('den', 'cmp'),

$IN2$ – вейвлет чи вейвлет-пакет ('wv', 'wp'),

KEEPAPP – якщо 1, то коефіцієнти апроксимації не підлягають пороговій обробці.

5.6 Приклад вейвлет-обробки сигналу в Matlab

Проведемо вейвлет-декомпозицію нестационарного сигналу, побудуємо його спектр та видалимо шумову складову.

% загрузка тест. сигнала (доплерова кривая с шумом)

```
load ndoppr1;
s=ndoppr1;
%спектр сигнала
figure;
cwt(s,1:1024,'db12','plot');
%удаление шума
s_den=wden(s,'minimaxi','s','one',5,'db12');
%результаты фильтрации
figure;
plot(s,'g');
hold on;
plot(s_den,'r','LineWidth',2);
xlabel('Время, с');
ylabel('Амплитуда, мм');
```

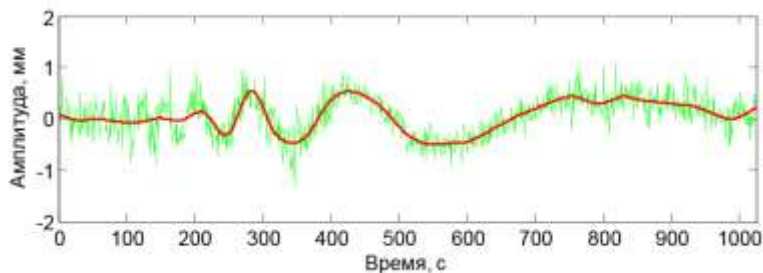


Рисунок 5.2 – Видалення шуму

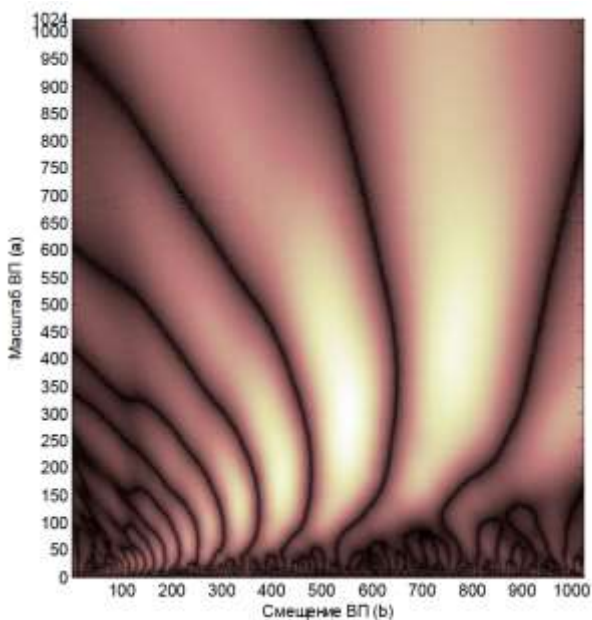


Рисунок 5.3 – Спектр сигналу

Завдання на лабораторну роботу

Розробити програму побудови спектру сигналу за допомогою неперервного вейвлет-перетворення.

Розробити програму фільтрації музичного файлу (для роботи з музичним файлом використати стандартні функції Matlab – *auread*, *auwrite*, *wavinfo*, *wavplay*, *wavrecord*, *wavwrite*).

Зміст звіту:

- титульний лист, тема і мета роботи;
- тексти розроблених програм;
- результати роботи розроблених програм;
- висновки;
- відповіді на контрольні запитання.

Контрольні запитання

1. Поняття вейвлету.
2. Часовий та частотний образ вейвлету.
3. Суть неперервного вейвлет-перетворення.
4. Визначення неперервного вейвлет-перетворення.
5. Властивості вейвлет-базису при неперервному вейвлет-перетворенні.
6. Що надає ортогональність вейвлету?
7. Суть дискретного вейвлет-перетворення.
8. Функції вейвлет-базисів та їх властивостей в MATLAB.
9. Неперервне вейвлет-перетворення в MATLAB.
10. Одномірне дискретне вейвлет-перетворення в MATLAB.
11. Багатомірне дискретне вейвлет-перетворення в MATLAB.
12. Функції видалення шуму, компресії в MATLAB.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6 ДВОМІРНЕ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

Мета роботи: ознайомитися з методами 2-D вейвлет-аналізу. Навчитися видаляти та додавати шуми до зображень, сполучати декілька зображень в одне у середовищі MATLAB.

Використане програмне забезпечення: ППП MATLAB.

Короткі теоретичні відомості

6.1 Вейвлет-перетворення двовірних сигналів

Двовірні сигнали $s(x,y)$ будемо називати зображеннями. Алгоритм розкладення зображенню аналогічне одномірному випадку. Нехай $\varphi(x)$ – масштабуюча вейвлет-функція та $\psi(x)$ – вейвлет.

При декомпозиції (розкладанні) двовірного сигналу отримаємо чотири типа вейвлет-коефіцієнтів (рисунок 6.1):

- апроксимуючі коефіцієнти cA_j можна отримати як коефіцієнти розкладання по вейвлет-базису $\varphi_{j,n}(x)\varphi_{j,m}(y)$;
- горизонтальні деталізуючі коефіцієнти cH_j можна отримати як коефіцієнти розкладання по вейвлет-базису $\varphi_{j,n}(x)\psi_{j,m}(y)$;

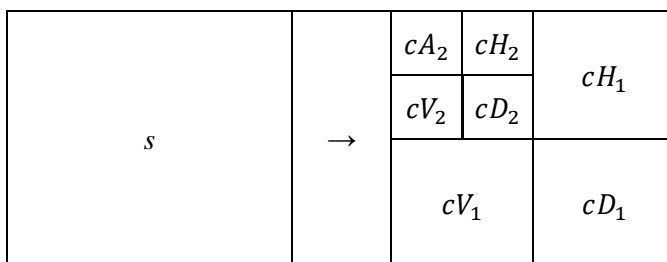


Рисунок 6.1 – Схема розкладання двовірного сигналу

- вертикальні деталізуючі коефіцієнти cV_j можна отримати як коефіцієнти розкладання по вейвлет-базису $\varphi_{j,n}(x)\psi_{j,m}(y)$;
- діагональні деталізуючі коефіцієнти cD_j можна отримати як коефіцієнти розкладання по вейвлет-базису $\psi_{j,n}(x)\psi_{j,m}(y)$.

6.2 Способи представлення зображення

Зображення в MATLAB може бути представлено наступним чином:

- бінарне (чорно-біле) задається матрицею, елементи якої приймають значення 0 чи 1;

- полутонове (grayscale) задається матрицею, елементи якої приймають дійсні значення від 0 до 1 та характеризують яскравість відповідного пікселю дисплею;

- палітрове зображення задається двома матрицями X та MAP . Кольорова карта MAP містить три стовпчики, які задають інтенсивність червоного (R), зеленого (G) та синього (B) кольорів. Значення елемента матриці X є номером строки у матриці MAP , в якій вказані інтенсивності кольорів пікселю, відповідного до елемента матриці X ;

- повнокольорове (RGB) зображення представляє тримірний масив розміру $n \times m \times 3$. Це три матриці $n \times m$, які містять інтенсивність R, G, B кольорів кожного пікселю.

Кольорова карта можна задати командою `colormap('map')`, де параметр 'map' приймає наступні значення: jet, HSV, Hot, Cool, Spring, Summer, Autumn, Winter, Gray, Bone, Copper, Pink, Lines.

6.3 Функції вводу-виводу зображення в MATLAB

Для виводу на екран зображення реалізована функція:

imshow fname чи **imshow**(IM),

де IM – параметр зображення (BW; X,MAP; RGB);

BW – параметр бінарного зображення;

X, MAP – параметри палітрового зображення;

RGB – параметр повнокольорового зображення.

Для візуалізації матриці та виводу на екран зображення:

image (IM) .

Для читання зображення з файлу використовується функція:

$A = \mathbf{imread}(fname.format)$ чи

$[X, MAP] = \mathbf{imread}(fname.format)$,

де $fname.format$ – графічний файл у форматі bmp, jpg, pch, tif, hdf, png, xwd;

A – матриця двомірна для полутонового зображення та тримірна для повнокольорового.

Для запису зображення в файл:

```
imwrite(A, fname.format) чи
imwrite(X, MAP, fname.format).
```

6.4 Основні функції двовірного вейвлет-перетворення

Двовірне дискретне вейвлет-перетворення виконується за наступними функціями:

```
[cA, cH, cV, cD]=dwt2(X, 'wname'),
X=idwt2(cA, cH, cV, cD, 'wname'),
[C, S]=wavedec2(X, N, 'wname'),
X=waverec2(C, S, 'wname'),
```

де C – набір коефіцієнтів ($[A(N), H(N), V(N), D(N), A(N-1), H(N-1), V(N-1), D(N-1), \dots, A(1), H(1), V(1), D(1)]$);

S – матриця порядку $((N+2)*2)$ та має наступну будову: перший рядок – це розмір матриці $p \times q$ апроксимуючих коефіцієнтів рівня N , наступні рядки – це розміри матриць деталізуючих коефіцієнтів рівнів $(N-i+2)$ для $i=2, \dots, N+1$, останній рядок – розмір $n \times m$ матриці початкового сигналу.

6.5 Функції видалення (додавання) шуму зображення в MATLAB

Для додавання шуму використовується функція

```
Y=imnoise(X, type, val),
```

де *type* – тип шуму ('gaussian', 'salt & pepper', 'speckle'),

val – щільність шуму (якщо це гаусов білий шум, то два параметри – математичне сподівання та відхилення).

Для видалення шуму використовують на ступні функції:

wthresh – порогова обробка, **wdencmp** – видалення шуму та стиснення сигналу, **ddencmp** – отримання параметрів для видалення шуму. Детальне описання функції було наведено в попередній лабораторній роботі (лаб. робота №5, розділ 5.5.3).

Приклад. Видалемо шум з палітрового зображення woman.

```
load woman;
X_den=wdencmp('gbl', X, 'db8', 5, 20, 'h', 1);
figure;
subplot(121), image(X),
colormap(map), axis off, axis image
```



```
subplot(122), image(X_den),
colormap(map), axis off, axis image
```



Рисунок 6.2 – Видалення шуму з зображення

6.6 Сполучення (накладання) зображень у MATLAB

Сполучення двох зображень можливе за допомогою функції
`XFUS=wfusimg(X1,X2,'wname',N,afusm,dfusm)`,
де $X1, X2$ – матриці зображень;

afusm, *dfusm* – метод сполучення для приближень та деталей відповідно: простий – 'max', 'min', 'mean', 'img1', 'img2', 'rand'; залежний від параметру – `struct('name', nameMETH, 'param', paramMATH)`, де `nameMETH` – 'linear', 'UD_fusion' – сполучення зверху вниз, 'DU_fusion' – сполучення знизу вгору, 'RL_fusion' – сполучення право на ліво, 'UserDEF'.

Сполучення двох матриць чи векторів реалізовано функцією:

```
C=wfusmat(X1,X2,method),
```

де `method` – див. *afusm*, *dfusm*.

Приклад. Виконаємо сполучення двох зображень в одне.

```
load mask; X1=X;
load bust; X2=X;
XFUS=wfusimg(X1,X2,'db2',5,'mean','mean');
colormap(map);
subplot(131), image(X1), axis off
subplot(132), image(X2), axis off
subplot(133), image(XFUS), axis off
```



Рисунок 6.3 – Сполучення зображень

Завдання на лабораторну роботу

Розробити програму очищення від шуму зображення за допомогою вейвлет-перетворення.

Розробити програму накладання зображень за допомогою вейвлет-перетворення.

Початкові дані взяти у викладача.

Зміст звіту

- титульний лист, тема і мета роботи;
- тексти розроблених програм;
- результати роботи розроблених програм;
- висновки;
- відповіді на контрольні запитання.

Контрольні запитання

1. Схема двомірного вейвлет-перетворення.
2. Типи вейвлет-коефіцієнтів при застосуванні вейвлет-перетворення.
3. Способи представлення зображення.
4. Функції вводу-виводу зображень у MATLAB.
5. Функції двомірного вейвлет-перетворення у MATLAB.
6. Функції видалення шумів з зображення у MATLAB.
7. Функції накладання зображень у MATLAB.

ЖИТЕПАТҮПА

1. Han J. Data Mining: Concepts and Techniques (Second Edition) / J. Han, M. Kamber-Morgan Kaufmann Publishers, 2006. – 800 p.
2. Shumin Zhou. Comparison between Non-stationary Signals Fast Fourier Transform. and Wavelet Analysis / Shumin Zhou, Bin Tang, Rui Chen // International Asia Symposium on Intelligent Interaction and Affective Computing, 8-9 Dec. 2009. – Wuhan, 2009. – P. 128-129.
3. Debnath Lokenath. Wavelet transforms and their applications / Lokenath Debnath. – Boston: Birkhäuser, 2002. – 565 p.
4. Addison Paul S. Illustrated wavelet transform handbook. Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance / Paul S. Addison. – Bristol: Institute of Physics Publishing, 2002. – 400 p.
5. Gade Svend. Non-stationary signal analysis using wavelet transform, short-time Fourier transform and Wigner-Ville distribution / Svend Gade, Klaus Gram-Hansen // Bruel and Kjaer Technical Review. – 1996. – №2. – 28 p.
6. Jaffard Stéphane. Wavelets: tools for science & technology / Stéphane Jaffard, Yves Meyer, Robert Dean Ryan. – Philadelphia: Society for Industrial Mathematics, 2001. – 256 p.
7. Jaber A., Bicker R. Real-Time Wavelet Analysis of a Vibration Signal Based on Arduino-UNO and LabVIEW/ A. Jaber, R. Bicker // International Journal of Materials Science and Engineering, 2015. – Vol. 3, No. 1. – P. 66-70.
8. Kishore Y., Sreenivasulu T. Signal Adaptive Orthogonal Wavelet Decomposition and Hampel filtering for Impulse De-noising of Speech // International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering, 2015. – Vol. 4. – P. 8368-8372.
9. Almurshedi A., Ismail A. K. Signal refinement: Principal component analysis and wavelet transform of visual evoked response / A. Almurshedi, A.K. Ismail // Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, 2015. – Vol. 9(2). – P. 106-112.
10. Selesnick I.W., Bayram I. Sparse signal estimation by maximally sparse convex optimization / I.W. Selesnick, I. Bayram // IEEE Trans. Signal Process, 2014. – Vol. 62(5). – P. 1078-1092.

11. Ding Y., Selesnick I. Artifact-free Wavelet Denoising: Non-convex Sparse Regularization, Convex Optimization / Y. Ding, I. Selesnick // IEEE Signal Processing Letters, 2015. – Vol. 22 (9). – P. 1364-1368.

12. Zhengyou H. Wavelet Analysis and Transient Signal Processing Applications for Power Systems / H. Zhengyou. – China: Wiley, 2016. – 250 p.

13. Pat. 6108609 USA, Int. Cl. G 06 K 9/36. Graphical system and method for designing a mother wavelet [Electronic resource] / S. Qian, Q. Yang (Austin, Texas); filed 30.07.1997; date of patent 22.08.2000. – Access mode: <https://www.google.com/patents/US6108609>.

14. Pat. 2516536 JP, Int. Cl. G 01 R 23/16. Method of displaying signal characteristics [Electronic resource] / T. Songu (JP); filed 11.09.1992; date of patent 30.04.1996. – Access mode: <http://www19.ipdl.inpit.go.jp/PA1/cgi-bin/PA1DETAIL>.

15. Ososkov, G. Gaussian Wavelet Features and their Applications for Analysis of Discretized Signals. / G. Ososkov, F. Shitov. — Computer Physics Communications, 2000. – Vol. 126. – P. 149-157.

16. Barclay, V.J. Application of Wavelet Transforms to Experimental Spectra: Smoothing, Denoising and Data Set Compression / V.J. Barclay, R.F. Bonner, I.P. Hamilton // Anal. Chem. 1997. – Vol. 69, No.1. – P. 78-90.

17. Pen W. Application of Wavelets to Filtering of Noisy Data. / W. Pen. In Wavelets: the Key to Intermittent Information? – Oxford University Press, 2000. – 255 p.

18. Picovici D., Mahdi A.E. and Murphy T. An Enhanced Single-Ended Method for Objective Speech Quality Assessment for Telephony Systems // SPECOM 2005. Proceedings 10th International Conference SPEECH and COMPUTER. – Patras, Greece, 2005 - P. 633-636.

19. Sakai M, Okuyama Y, Wei D. Separation of EEG and ECG components based on wavelet shrinkage and variable cosine window. // J Med Eng Technol, 2012. - № 36(2). – P. 35-43.

20. Mallat S. A wavelet tour of signal processing / S. Mallat. – USA: Academic Press, 1998 – 805 p.

21. Coifman R.R. Entropy-based algorithms for best basis selection / R.R. Coifman, Wickerhauser M.V. // IEEE Trans. on Inf. Theory. – 1992. – Vol. 38 (2). – P. 713-718.

22. Martinez J.P., Almeida R., Laguna P. A wavelet-based ECG delineator: evaluation on standard databases // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. – 2004. – Vol. 51. – P. 570-581.

23. Vitec M., Hrubes J., Kozumplik J. A wavelet-based ECG delineation in Multilead ECG signals: Evaluation on the CSE Database // IFMBE Proceedings. – 2009. – Vol.25. – P. 177-180.

24. Sahambi J.S., Tandon S.B. Using wavelet transform for ECG characterization // IEEE Engineering in Medicine and Biology. – 2000. – Vol. 9. – P. 1532-1546.

25. Chouhan V.S., Mehta S.S., Lingayat N.S. Delineation of QRS-complex, P and T-wave in 12-lead ECG // IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security. – 2008. – Vol.8. – P. 185-190.

26. ISO 4287-2002. Geometrical Product Specifications (GPS) – Surface texture: Profile method. Terms, definitions and surface texture parameters. – Instead ISO 4287-1997; interred 01.07.2004. – Switzerland: ISO Central Secretariat, 2004. – 20 p.

27. ISO/TS 16610-2006. Geometrical product specifications (GPS). Filtration. Linear profile filters Basic concepts. – Interred 31.12.2008. – Switzerland: ISO Central Secretariat, 2008. – 24 p.

28. Dubrovin V. I. R-peaks detection using wavelet technology / V. I. Dubrovin, J. V. Tverdohleb, V. V. Kharchenko // Радиоелектроника, информатика, управління. – 2013. – №2 (29). – С. 126–129.

29. Tverdohleb J. V. Processing of ECG signals based on wavelet transformation / J. V. Tverdohleb, V. I. Dubrovin // International journal of advanced science and technology. – 2011. – Vol. 30. – P. 73–81.

30. J. Tverdohleb Wavelet technology of signals decomposition / J. Tverdohleb, V. Dubrovin, M. Zakharova // VIII Міжнар. наук.-пр. конференція «Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій». – Запоріжжя: ЗНТУ, 2016. – С. 120–121.

31. J. Tverdohleb Wavelet technologies of non-stationary signals analysis / J. Tverdohleb, V. Dubrovin, M. Zakharova // 1-th IEEE International Conference on Data Stream Mining & Processing. – Ukraine, Lviv: LPNU, 2016. – P. 75–79.

32. J. Tverdohleb Non-pharmacological correction methods of central nervous system disturbances / V. Dubrovin, M. Zakharova, A. Rashavchenko, J. Tverdohleb // Proceedings of Information Technologies In Innovation On Business Conference. – Kharkiv: KhNURE, 2015. – С. 43–46.

33. Дубровін В. І. Огляд методів вейвлет-перетворення для аналізу фоно-та електрокардіограм / Дубровін В. І., Твердохліб Ю. В., Рашавченко А. В. // Бионика интеллекта. – 2013. – №2(81). – С. 87–92.

34. Пат. 90102 Україна, МПК6 G01R 23/16. Спосіб визначення оптимального вейвлету для аналізу сигналів на основі дослідження його амплітудно-частотної характеристики [Текст] / В. І. Дубровін, Ю. В. Твердохліб; заявник и патентовласник: Запорізький національний технічний університет. - заявл. 20.12.13; опубл. 12.05.14, Бюл. №9.,3с.

35. Комп'ютерна програма «Аналіз частотних складових вейвлет-базису»: Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 60630 / Ю. В. Твердохліб, В. І. Дубровін. – державна служба інтелектуальної власності України. – Дата реєстрації: 14.07.2015.

36. Комп'ютерна програма «Аналіз та інтерпретація електрокардіо-графічного сигналу»: Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 56325 / Ю. В. Твердохліб, В. І. Дубровін. – державна служба інтелектуальної власності України. – Дата реєстрації: 05.09.2014.

Додаток А
Початкові дані для виконання лабораторних робіт

Таблиця А.1 – Середній місячний курс долару за 2012 рік (грн.)

| Місяць | Купівля | Продаж |
|----------|---------|--------|
| Січень | 8.02 | 8.07 |
| Лютий | 8.00 | 8.03 |
| Березень | 8.01 | 8.04 |
| Квітень | 8.00 | 8.04 |
| Травень | 8.03 | 8.07 |
| Червень | 8.06 | 8.10 |
| Липень | 8.07 | 8.11 |
| Серпень | 8.09 | 8.13 |
| Вересень | 8.11 | 8.15 |
| Жовтень | 8.14 | 8.16 |
| Листопад | 8.18 | 8.23 |
| Грудень | 8.07 | 8.12 |

Таблиця А.2 – Середній місячний курс золота за 2012 рік (грн.)

| Місяць | Купівля | Продаж |
|----------|---------|--------|
| Січень | 422 | 453 |
| Лютий | 446 | 477 |
| Березень | 418 | 447 |
| Квітень | 415 | 443 |
| Травень | 397 | 425 |
| Червень | 410 | 430 |
| Липень | 415 | 435 |
| Серпень | 422 | 452 |
| Вересень | 454 | 483 |
| Жовтень | 452 | 480 |
| Листопад | 442 | 474 |
| Грудень | 425 | 450 |

Додаток Б
Список вагових функцій (вікон) у Matlab

Таблиця Б.1 – Вагові функції

| Назва | Синтаксис |
|-----------------|--|
| Бартлета | bartlett(n) |
| Бартлета-Ханна | barthannwin(n) |
| Блекмена | blackman(n) |
| Блекмена-Харіса | blackmanharris(n) |
| Бомена | bohmanwin(n) |
| Чебишева | chebwin(n,r) <i>r</i> – різниця рівнів головного пелюстка і бокових пелюстків, дБ |
| Гаусово | gausswin(n,alpha) збільшення <i>alpha</i> зменшує вікно |
| Хеммінга | hamming(n) |
| Ханна | hann(n) |
| Кайзера | kaiser(n,beta) <i>beta</i> впливає на рівень бокових лепестків |
| Наттолла | nuttallwin(n) |
| Прямокутне | rectwin(n) |
| Трикутне | triang(n) |
| Тьюки | tukeywin(n,r) <i>r</i> – коефіцієнт згладження (від 0 до 1) |

* *n* – розмір вікна.