

УДК 517.9

Онуфрієнко В.М.

д-р фіз.-мат. наук, проф. НУ «Запорізька політехніка»

ДИФЕРЕНТЕГРАЛЬНА МОДЕЛЬ ГІСТЕРЕЗИСНИХ (У ПРОСТОРІ) ТА ЕРЕДИТАРНИХ (У ЧАСІ) ПРОЦЕСІВ МЕХАНІКИ Й ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ

Застосування поняття фрактала в математичному моделюванні динамічних систем наділяє їх властивостями, властивими складним нелінійним системам, наприклад, ефектами просторового гістерезису та часової ередитарності, в яких враховується не тільки теперішній стан системи або найближчий попередній стан (тобто початкові значення параметрів стану системи, деякі похідні за часом та просторовими координатами), але також і всі попередні стани, в яких перебувала дана система.

Гістерезис явища, процесу є емпірично-теоретичною концепцією, що приймається і набуває розвитку у природничих (а останнім часом і в історичних, соціокультурних) науках, застосовується для опису нелінійних механізмів розглядуваних процесів з гіпотетично можливими різноманітними траєкторіями розвитку системи та просторовими положеннями рівноваги, насиченості тощо. Динамічну систему можна вважати гістерезисною, коли просторово-часові траєкторії деяких або всіх змінних виявляють зв'язок у залежності від швидкості перебігу явища з можливими передбаченнями наявності неергодичності.

С. Вестерлунд [1] надав опис експериментів з електролітичними конденсаторами, що були заряджені різними способами до однакової напруги. Вимірювання продемонстрували помітні відмінності кривих розрядки конденсаторів, що можна інтерпретувати наявністю пам'яті в складній діелектричній структурі. Класичним прикладом прояву пам'яті фізичного середовища може вважатись магнітний гістерезис. Прикладом феноменологічного підходу до проблеми переносу є також дифузійна модель, для якої рівняння дифузії складено з двох рівнянь (рівняння неперервності та закону Фіка). Для одновимірного процесу, що описує функцію двох змінних у просторі і часі,

рівняння має вид
$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},$$
 розв'язок якого інтерпретується в

задачах електродинаміки й механіки: рух електронів і дірок у напівпровідниках, світла в атмосфера планет, нейтронів в ядерних реакторах, заводського диму в атмосфері, квіткового пилку у повітрі, крапель чорнила у воді, поширення тепла у газах, рідинах і твердих тілах [2] тощо. При цьому, концепція

фрактальності процесів накопичення заряду у просторі і часі демонструє немінучі зміни більшості результатів, отриманих до цього часу звичайними методами. Але з моделі випливають декілька ефектів, які неможливо пояснити цими методами. Найважливішими з них є ефекти гістерезису і пам'яті, що наводить на висновок про те, що, наприклад, від'ємні ємнісні (індуктивні) компакти мають пам'ять, керувати якою можна за допомогою часово-частотної та просторової фракталізації. Зокрема, для виявлення ефектів просторового α – гістерезису та часової β – ередитарності фрактального компакту за схемою побудови рівнянь з розривами зарядів(струмів) $Q(\alpha, \beta, x, t)$ у часі виду $\delta^{(\beta)}(t - t_m)$ пропонуємо моделювати заряд метаматеріального середовища з ємністю C і потенціалом U як $Q(\alpha, \beta, x, t) = C_1^{(1+\alpha)}(x)U(t) + C_{er}D_t^{1+\beta}U(t)$. Диференці-альні рівняння дробових порядків, що виникають у таких моделях [3], знаходять своє самостійне застосування в багатьох областях фізико-математичної й технічної науки (задача про таухроноу, про визначення потенціалу по залежності періоду коливаний від енергії, обернена задача теорії розсіювання, руху тіла у в'язкому середовищі тощо) називаються, за термінологією В. Вольєрра, ередитарними [4] і можуть виникати самі по собі у процесі або у результаті розв'язування.

Визначено перспективи подальшого застосування розробленої математичної концепції для аналізу й синтезу штучних метаматеріальних фрактальних елементів [5] з необхідними механічними й електродинамічними характеристиками.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Westerlund S. Dead matter has memory! / S. Westerlund // *Physica Scripta*. – Vol. 43, 2. –1991. – P. 174–179.
2. Учайкин В. В. Метод дробных производных / В. В. Учайкин. – Ульяновск : Артишок, 2009. – 512 с.
3. Onufrienko V. M. Modeling characteristics of field-effect fractal nanotransistor / V. M. Onufrienko, T. I. Slyusarova, L. M. Onufriyenko // 15th Intern. Conf. on advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering, 25-29 February 2020. – Lviv-Slavske, 2020. – № 170.
4. Вольєрра В. Теория функционалов, интегральных и интегродифференциальных уравнений / В. Вольєрра. – М. : Наука, 1982. – 304 с.
5. Onufrienko V. M. Planar fractally-shaped Terahertz waveguide: on the Goos-Hanchen effect / V. M. Onufrienko, T. I. Slyusarova, L. M. Onufriyenko // 14th International conference on advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering, April 2018. – Lviv, 2018. – P. 1237–1240.