

УДК 621.316.3

## СИСТЕМАТИЧНА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ КЛАСИЧНИМ МЕТОДОМ

- БУТ Д.Р. аспірант кафедри електричних машин Національного університету "Запорізька політехніка", Запоріжжя, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-5918-0337>, e-mail: [but.danil@gmail.com](mailto:but.danil@gmail.com);
- КЛИМОВ О.Ф. аспірант кафедри електричних машин Національного університету "Запорізька політехніка", Запоріжжя, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-4126-7534>, e-mail: [afklymov@gmail.com](mailto:afklymov@gmail.com);
- ТИХОВОД С.М. д-р техн. наук, професор, професор кафедри електричних машин Національного університету "Запорізька політехніка", Запоріжжя, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0748-1735>, e-mail: [stikhovod@gmail.com](mailto:stikhovod@gmail.com);
- КОЗЛОВ В.В. канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електроприводу та автоматизації промислових установок Національного університету "Запорізька політехніка", Запоріжжя, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0048-2535>, e-mail: [vkozlov@zp.edu.ua](mailto:vkozlov@zp.edu.ua).

**Мета роботи.** Традиційно розрахунки перехідних процесів класичним методом виконувались тільки у лінійних електричних колах які, містять не більше двох реактивних елементів. Якщо кількість реактивних елементів становила три, то задача значно ускладнялася, а при більшій кількості задача взагалі не могла бути розв'язаною. Пропонується систематична методика розрахунку перехідного процесу класичним методом у лінійних електричних колах, що містять декілька реактивних елементів.

**Методи дослідження.** Методи інтегрування звичайних диференціальних рівнянь, матричні методи, комп'ютерне програмування, теорія електричних кіл.

**Отримані результати.** У роботі запропоновано систематичну методику розрахунку перехідного процесу класичним методом у лінійних електричних колах, що містять більше двох реактивних елементів. Це досягнуто тим, що усі змінні поділено на групи: похідні змінних стану, змінні стану та залежні змінні. Кожна група змінних складає окремий вектор. Матричними перетвореннями диференціально-алгебраїчні рівняння стану переведені у нормальну форму. Це дало можливість знайти корні диференціальних рівнянь. Матричними перетвореннями також знайдені постійні інтегрування.

**Наукова новизна.** У існуючих підручниках класичний метод розрахунку перехідних процесів у лінійних електричних колах обмежується розглядом кіл, що містять не більше двох незалежних реактивних елементів, тому що при більшій кількості реактивних елементів задача різко ускладнюється. У цій роботі знімається таке обмеження.

**Практична цінність.** Розроблено комп'ютерну програму розрахунку перехідного процесу в лінійному електричному колі, що містить три незалежні реактивні елементи. Програма може бути модифікована для моделювання складніших кіл з більшою кількістю реактивних елементів. Аналітичні методи розрахунку перехідних процесів можуть бути використані для оцінки похибки розрахунків наближеними методами, наприклад числовими методами. Аналітичні методи дозволяють отримати точне розв'язання в аналітичній формі, що описані математичними виразами. Отримані математичні вирази результатів розв'язку дозволяють краще проводити їхнє дослідження.

**Ключові слова:** перехідні процеси; класичний метод; лінійні електричні кола; диференціальні рівняння; реактивні елементи.

### I. ВСТУП

Різка зміна режиму роботи силового обладнання (наприклад, увімкнення його під номінальну напругу) призводить до перехідного процесу в електричній системі. Під час перехідного процесу стрибок струму може значно перевищити його номінальне значення.

Тому задача оцінки перехідного струму при різкій зміні режиму роботи силового обладнання є актуальним.

### II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах, переважно, виконується аналітичними

та числовими методами.

Числові методи розрахунку стають все більш популярними останнім часом. Для моделювання перехідних процесів в електричних колах в даний час використовується низка відомих комерційних програмних комплексів, таких як ЕМТР [1] - [3], Electronics Workbench [4], Simulink [5] - [6] та інші [7] - [8]. Це пов'язано з прогресом цифрової обчислювальної техніки та з розвитком числових методів, що використовуються під час розрахунку перехідних процесів у електричних колах. Числові методи розрахунку дозволяють врахувати складну конфігурацію досліджуваних кіл і навіть нелінійні властивості матеріалів. Числові методи моделювання дозволяють швидко поставити і розв'язати дуже складні задачі, що мають практичне значення. Одним з недоліків числових методів моделювання електричних кіл є необхідність застосування комп'ютера з великою оперативною пам'яттю та з великою швидкістю розрахунків, а час моделювання буває значним. Іншим недоліком числових методів є те, що при зміні хоча б одного параметра моделі необхідно виконувати новий розрахунок.

Аналітичні методи дозволяють отримати точне розв'язання в аналітичній формі, відповідне до фізичних умов, що описані математичними виразами. Як правило, аналітичними методами вирішуються задача, сформульовані за допомогою рівнянь, які складені за законами Кірхгофа. Головною перевагою аналітичних методів перед іншими є можливість одержати точний розв'язок в аналітичній формі, зручної для подальшого дослідження. Недоліком є те, що аналітичний розв'язок можна одержати тільки для досить простих лінійних електричних кіл і для деяких нелінійних електричних кіл. Тому аналітичні методи застосовують тільки для попередніх розрахунків або для розрахунків, що дозволяють тестувати інші методи.

Звичайно студентам викладають класичний метод розрахунків перехідних процесів у лінійних електричних колах [9] - [11]. При цьому обмежуються розглядом електричних кіл, що містять не більш двох незалежних реактивних елементів, тому що при більшій кількості реактивних елементів задача різко ускладнюється або взагалі не має аналітичного розв'язання.

При використанні будь якого методу аналізу перехідних процесів на першому етапі необхідно визначити незалежні початкові умови. Цей етап здебільше виконують з використанням методів розрахунку установлених режимів лінійних електричних кіл [11] - [14].

### III. МЕТА РОБОТИ

Традиційно розрахунки перехідних процесів класичним методом виконувались тільки у лінійних електричних колах які, містять не більше двох реактивних елементів. Якщо кількість реактивних елементів становила три, то задача значно ускладнялася, а при більшій кількості задача взагалі не могла бути розв'я-

заної. У даній роботі пропонується систематична методика розрахунку перехідного процесу класичним методом у лінійних електричних колах, що містять декілька (три та більше) реактивних елементів.

### IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГУ МАТЕРІАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАННИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Викладемо пропоновану методику на прикладі електричного кола (рис. 1), що містить три реактивні елементи.

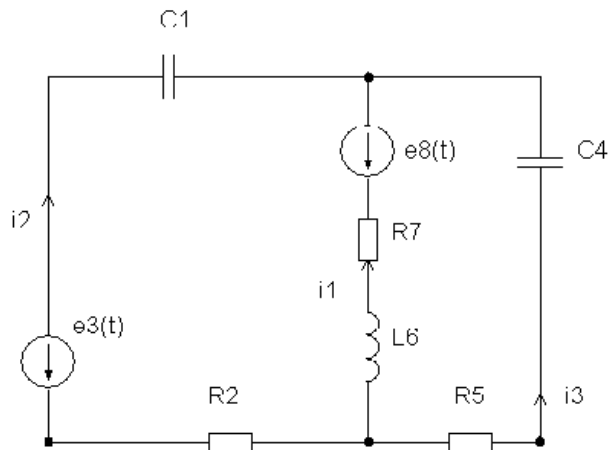


Рисунок 1. Модельне електричне коло

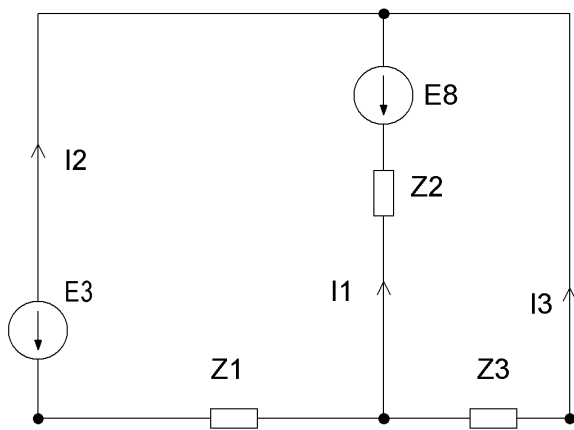
Вважаємо, що до моменту часу  $t = 0$  усі джерела ЕРС були відключені, а включаються вони при  $t = 0$ .

Складемо рівняння стану для миттєвих значень за законами Кірхгофа (1):

$$\begin{cases} L_6 \cdot i_1' + R_7 \cdot i_1 - R_2 \cdot i_2 - u_{C1} = e_3(t) - e_8(t) \\ C_1 \cdot u_{C1}' - i_2 = 0 \\ C_4 \cdot u_{C4}' - i_3 = 0 \\ -i_1 - i_2 + i_3 = 0 \\ u_{C4} - R_2 \cdot i_2 + R_5 \cdot i_3 - u_{C1} = e_3(t) \end{cases}, \quad (1)$$

де  $i_1, i_2, i_3$  - струми віток;  $u_{C1}, u_{C4}$  - напруги на затискачах конденсаторів;  $L_6$  - індуктивність котушки;  $R_2, R_5, R_7$  - опори резистивних елементів;  $e_3(t) = E_{3m} \cdot \sin(\omega t + \psi_3)$ ,  $e_8(t) = E_{8m} \cdot \sin(\omega t + \psi_8)$  - функції зміни в часі ЕРС джерел.

Розрахунок перехідного процесу класичним методом починається з розрахунків примушеного (усталеного) режиму електричного кола символічним методом. Для цього переходимо до схеми заміщення згідно зі схемою рис. 2



**Рисунок 2.** Модельне електричне коло в символічній формі

Складемо рівняння стану за законами Кірхгофа у символічній формі:

$$\begin{cases} \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 - \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 = \underline{E}_3 - \underline{E}_8 \\ \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 + \underline{Z}_3 \cdot \underline{I}_3 = -\underline{E}_3 \\ \underline{I}_3 - \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

де  $\underline{E}_3 = E_{m3} \cdot \exp(\psi_3 \cdot j)$ ;  $\underline{E}_8 = E_{m8} \cdot \exp(\psi_8 \cdot j)$  - ЕРС джерел напруги у символічній формі;  $\underline{Z}_1 = R_7 + j \cdot \omega \cdot L_6$ ;  $\underline{Z}_2 = R_2 - \frac{j}{\omega \cdot C_6}$ ;  $\underline{Z}_3 = R_5 - \frac{j}{\omega \cdot C_4}$  - повні опори віток у символічній формі.

У матричній формі система (2) має вигляд:

$$\mathbf{M}_c \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{F}, \quad (3)$$

де  $\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 & -\underline{Z}_2 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_2 & \underline{Z}_3 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  - квадратна матриця кое-

фіцієнтів при невідомих системи,  $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix}$  - матриця-

стовбець невідомих,  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \underline{E}_3 - \underline{E}_8 \\ -\underline{E}_3 \\ 0 \end{bmatrix}$  - матриця-

стовбець вільних членів рівняння.

Розв'язок системи матричним методом:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M}_c^{-1} \cdot \mathbf{F}.$$

Значення струму крізь індуктивний елемент та напруг на затискачах ємнісних елементів у символічному вигляді:

$$I_1 = Y_1;$$

$$U_{C1} = Y_2 \cdot (-j / (\omega \cdot C_1));$$

$$U_{C4} = Y_2 \cdot (-j / (\omega \cdot C_4)).$$

Значення миттєвих значень струму крізь індуктивний елемент та напруг на затискачах ємнісних елементів:

$$i_{1p} = \text{Im}\{I_1 \cdot \exp(j \cdot \omega \cdot t)\};$$

$$u_{C1p} = \text{Im}\{u_{C1} \cdot \exp(j \cdot \omega \cdot t)\};$$

$$u_{C4p} = \text{Im}\{u_{C4} \cdot \exp(j \cdot \omega \cdot t)\}.$$

Змінними стану кола є струм у котушці індуктивності  $i_1$ , напруги на конденсаторах  $u_{C1}$ ,  $u_{C4}$ .

Усі змінні розділимо на типи: похідні змінних стану (вектор  $X_{S'}$ ), змінні стану (вектор  $X_S$ ) і залежні змінні (вектор  $X_Z$ ). Введемо єдиний вектор усіх змінних (4):

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_{S'} \quad \mathbf{X}_S \quad \mathbf{X}_Z]^T. \quad (4)$$

Система рівнянь (1) у матричній формі має наступний вигляд:

$$\begin{cases} \mathbf{D}_d \cdot \mathbf{X}_{S'} + \mathbf{D}_S \cdot \mathbf{X}_S + \mathbf{D}_Z \cdot \mathbf{X}_Z = \mathbf{F}_d \\ \mathbf{A}_S \cdot \mathbf{X}_S + \mathbf{A}_Z \cdot \mathbf{X}_Z = \mathbf{F}_a \end{cases}, \quad (5)$$

де використані підвектори:  $X_{S'}$  - містить значення похідних змінних стану;  $X_S$  - містить значення змінних стану;  $X_Z$  - містить значення залежних змінних,  $\mathbf{D}_d$  - підматриця коефіцієнтів перед похідними змінних стану в диференціальних рівняннях;  $\mathbf{D}_S$  - підматриця коефіцієнтів перед змінними стану в диференціальних рівняннях;  $\mathbf{D}_Z$  - підматриця коефіцієнтів перед залежними змінними в диференціальних рівняннях;  $\mathbf{A}_S$  - підматриця коефіцієнтів перед змінними стану в алгебраїчних рівняннях;  $\mathbf{A}_Z$  - підматриця коефіцієнтів перед залежними змінними в алгебраїчних рівняннях.

Система рівнянь (5) у компактній матричній формі має вигляд:

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{F}, \quad (6)$$

де підматриці системи (6) мають наступний вигляд:

$$\mathbf{D}_d = \begin{bmatrix} L_6 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_S = \begin{bmatrix} R_7 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D}_Z = \begin{bmatrix} -R_2 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_S = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_Z = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -R_2 & R_5 \end{bmatrix}.$$

Матриця  $M$  системи (6) має вигляд:

$$M = \begin{bmatrix} D_d & D_S & D_Z \\ 0 & A_S & A_Z \\ 0 & E & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

де  $E$  - одинична матриця:  $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

Вектор-стовпець правих частин:

$$F = \begin{bmatrix} F_d \\ F_S \\ F_0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

де підматриці вектору-стовпця (8) мають вигляд:

$$F_d = \begin{bmatrix} e_3 - e_8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad F_S = \begin{bmatrix} 0 \\ e_3 \end{bmatrix}; \quad F_0 = \begin{bmatrix} i_{10} \\ u_{C10} \\ u_{C40} \end{bmatrix}.$$

Розглянемо систему рівнянь (6) для моменту часу  $t = 0$ :

$$\begin{bmatrix} D_d & D_S & D_Z \\ A_d & A_S & A_Z \\ 0 & E & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X'_S(t=0) \\ X_S(t=0) \\ X_Z(t=0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_d(t=0) \\ F_S(t=0) \\ F_0(t=0) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Розв'язок шукаємо з використанням матричного методу:

$$X_I = M^{-1} F. \quad (10)$$

У результаті розв'язку рівняння (10) одержимо початкові значення всіх змінних рівняння (4):

$$\frac{di_{10}}{dt} = X_I(1); \quad \frac{du_{C10}}{dt} = X_I(2); \quad \frac{du_{C40}}{dt} = X_I(3); \\ i_{10} = X_I(4); \quad u_{C10} = X_I(5).$$

Продиференціюємо рівняння (6):

$$M \cdot X' = F' \quad (11)$$

або

$$M \cdot \begin{bmatrix} X''_S \\ X'_S \\ X'_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F'_d \\ F'_S \\ F'_0 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

де  $F'_d = \begin{bmatrix} e'_3 - e'_8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ;  $F'_S = \begin{bmatrix} 0 \\ e'_3 \end{bmatrix}$ ;  $F'_0 = \begin{bmatrix} i'_{10} \\ u'_{C10} \\ u'_{C40} \end{bmatrix}$ .

Розглянемо систему рівняння (11) для моменту часу  $t = 0$  та розв'яжемо її скориставшись матричним методом:

$$X_2 = M^{-1} \cdot F'. \quad (13)$$

У результаті розв'язку рівняння (11) отримаємо початкові значення других похідних змінних стану:

$$\frac{d^2 i_{10}}{dt^2} = X_2(1); \quad \frac{d^2 u_{C10}}{dt^2} = X_2(2); \quad \frac{d^2 u_{C40}}{dt^2} = X_2(3).$$

Для обчислення коренів характеристичного рівняння праву частину рівнянь системи (5) замінюємо 0:

$$\begin{cases} D_d \cdot X'_S + D_S \cdot X_S + D_Z \cdot X_Z = 0 \\ A_S \cdot X_S + A_Z \cdot X_Z = 0 \end{cases}. \quad (14)$$

Система рівнянь (14) з нульовою правою частиною описує вільні складові. Виконаємо наступні перетворення. Із другого рівняння виразимо  $X_Z$ :

$$X_Z = -A_S^{-1} A_Z \cdot X_S. \quad (15)$$

і підставимо в перше рівняння. У результаті одержимо:

$$D_d \cdot X'_S + D_S \cdot X_S + D_Z \cdot (-A_S^{-1} \cdot A_Z \cdot X_S) = 0. \quad (16)$$

Звідси отримаємо:

$$X'_S = D^{-1}_d \cdot (D_Z \cdot A_S^{-1} \cdot A_S - D_S) \cdot X_S. \quad (17)$$

Це є матричне рівняння щодо змінних стану в нормальній формі. Отже, власні значення матриці

$$D^{-1}_d \cdot (D_Z \cdot A_S^{-1} \cdot A_S - D_S) \quad (18)$$

є коріннями характеристичного рівняння. Їхні значення можуть бути використані для обчислення вільних складових перехідного процесу. Для знаходження власних значень матриць у системах Matlab [5] і GNU Octave [15] є функція eig.

Власні значення позначимо  $p_1, p_2, p_3$ .

Загальний розв'язок має вигляд:

$$i_1(t) = A_1 \cdot \exp(p_1 t) + A_2 \cdot \exp(p_2 t) + A_3 \cdot \exp(p_3 t) + i_{1p}(t). \quad (19)$$

Скористаємося знайденими початковими умовами для знаходження постійних інтегрування. Для цього розглянемо наш загальний розв'язок для  $i_1$  (25) і двічі продиференціюємо його:

$$i'_1(t) = p_1 \cdot A_1 \cdot \exp(p_1 t) + p_2 \cdot A_2 \cdot \exp(p_2 t) + p_3 \cdot A_3 \cdot \exp(p_3 t) + i_{1p}'(t), \quad (20)$$

$$i''_1(t) = p_1^2 \cdot A_1 \cdot \exp(p_1 t) + p_2^2 \cdot A_2 \cdot \exp(p_2 t) + p_3^2 \cdot A_3 \cdot \exp(p_3 t) + i_{1p}''(t). \quad (21)$$

Покладемо в рівняннях (19-21)  $t = 0$  і одержимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 = i_l(0) - i_{lp}(0) \\ p_1 \cdot A_1 + p_2 \cdot A_2 + p_3 \cdot A_3 = i_l'(0) - i_{lp}'(0) \\ p_1^2 \cdot A_1 + p_2^2 \cdot A_2 + p_3^2 \cdot A_3 = i_l''(0) - i_{lp}''(0) \end{cases} \quad (22)$$

Запишемо систему рівнянь (22) у матричній формі:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ p_1 & p_2 & p_3 \\ p_1^2 & p_2^2 & p_3^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (i_l - i_{lp})(t=0) \\ (i_l - i_{lp})'(t=0) \\ (i_l - i_{lp})''(t=0) \end{bmatrix} \quad (23)$$

Розв'яжемо отриману систему рівнянь стосовно  $A_1, A_2, A_3$  і одержимо функцію розв'язку для струму (19).

Аналогічним чином можна отримати функції для напруг  $u_{C1}$  і  $u_{C4}$ .

Що стосується обчислення залежних змінних, то рівняння (15) показує, що всі залежні змінні можуть бути обчислені через змінні стани.

Згідно із запропонованою методикою розроблена комп'ютерна програма. Із програмою можна ознайомитися по посиланню [16].

На рис. 3-5 наведені результати розрахунків.

Перевірка виконувалась за законами Кірхгофа. На рис. 6 наведений графік зміни погрішності виконання першого закону Кірхгофа, тобто  $eps = i_1(t) + i_2(t) - i_3(t)$ . Перевірка показала, що погрішність не перевищує значення  $3 \cdot 10^{-14}$ , що свідчить про вірність розрахунків.

Виконані перевірки за другим законом Кірхгофа також свідчать про вірність розрахунків.

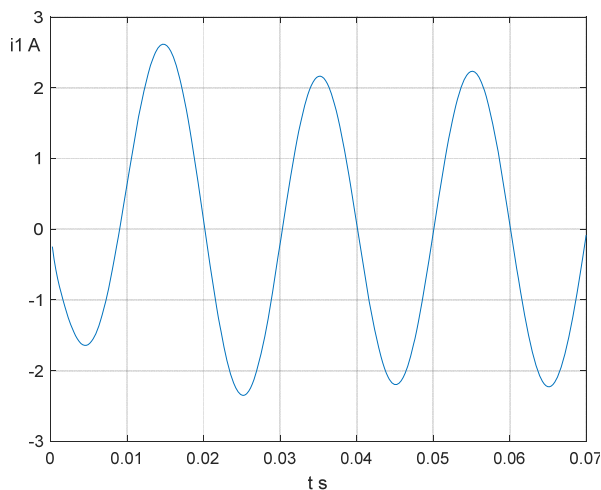


Рисунок 3. Залежність струму  $i_1$  від часу

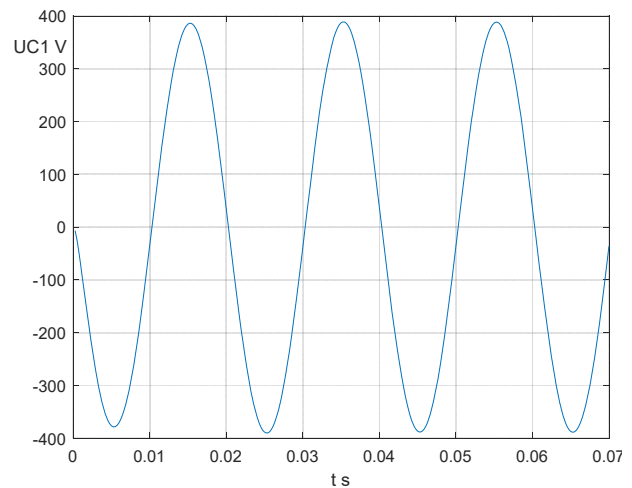


Рисунок 4. Залежність напруги  $u_{C1}$  від часу

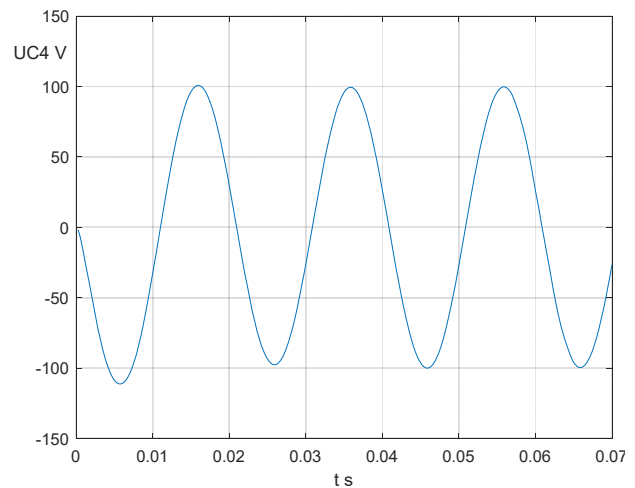


Рисунок 5. Залежність напруги  $u_{C4}$  від часу

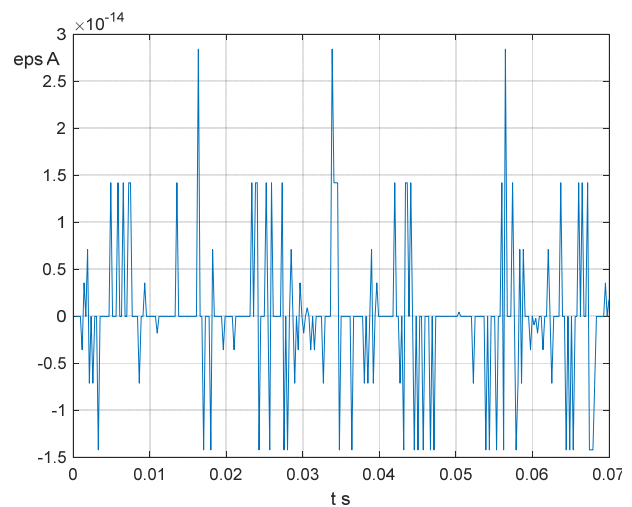


Рисунок 6. Графік зміни погрішності виконання першого закону Кірхгофа

## V. ВИСНОВКИ

1. Розроблена систематична методика розрахунків перехідних процесів у лінійних електричних колах класичним методом дозволяє виконувати розрахунки перехідних процесів у складних лінійних електричних колах, що значно прискорює моделювання в порівнянні з розрахунками чисельними методами.

2. Запропонована методика може бути використана й для розрахунків перехідних процесів в електричних колах, що містять ключові елементи. У цьому випадку після кожної комутації необхідний новий розрахунок класичним методом.

3. Запропонована методика може бути використана для студентів при вивченні курсу теоретичних основ електротехніки.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] 1. Eiichi, H., Tadashi K., Junichi, A., Hisatochi, I. (2016). Power System Transient Analysis: Theory and Practice using Simulation Programs (ATP-EMTP). ISBN: 9781118737491 |DOI: 10.1002/9781118737491.
- [2] 2. Electromagnetic Transient Program (EMTP) Application Guide // EPRI Report No: EL – 4650, Project 2149-1, Westinghouse Electric Corp., Pittsburgh, PA. - 1986.
- [3] EMTP Rule book and EMTP Theory book. Bonneville Power Administration, Branch of System Engineering. Portland, Oregon 97208-3621, United States of America. – [Електронний ресурс]. – [режим доступу]: ([www.emtp.org](http://www.emtp.org)).
- [4] Методичні вказівки до лабораторних робіт у віртуальній лабораторії з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки" для студентів спеціальностей: 141 всіх форм навчання. Частина 1. /Укл.: С.М. Тиховод, В.В. Козлов, О.В. Набокова. - Запоріжжя: НУЗП, 2021. - 46 с. <http://eir.zntu.edu.ua/handle/123456789/7988>.
- [5] The Matwork. Accelerating the pace of engineering and science. Support. <http://www.mathworks.com/support/>.
- [6] Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки" для студентів спеціальності 141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" всіх форм навчання з використанням програми "Electronics Workbench". Частина 2 / уклад. : С.М. Тиховод, В.В. Козлов, В.О. Волков, О.В. Набокова,
- І.О.Афанасьєва, Г.М. Романіченко, А.І. Кравець. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2021. – 62 с. <https://eir.zp.edu.ua/items/a963fac5-3829-4aa9-873e-e55721f2a417>.
- [7] Тиховод, С.М. Моделювання перехідних електромагнітних процесів у трансформаторах на основі магнітоелектричних схем заміщення: Підручник / С.М. Тиховод. - Запоріжжя: ЗНТУ, 2017. - 94 с. <http://eir.zntu.edu.ua/handle/123456789/2304>.
- [8] Сегеда, М.С. Математичне моделювання в електроенергетиці / М.С. Сегеда. - Львів: "Львівська політехніка", 2002. - 300 с.
- [9] Качан, Ю.Г. Лінійна електротехніка (теоретичні основи) [Текст]: навч. посібник для студ. електротехн. та електроенергет. спец. технол. вузів / Ю.Г. Качан. - ІСІО, Запорізька держ. інженерна академія. – Запоріжжя, 1995. - 211 с.
- [10] Перхач, В.С. Математичні задачі електроенергетики / В.С. Перхач; 3-є вид. перероб. і доп. - Львів: Вища школа, 1989. - 464 с.
- [11] Kundur, P. Power system stability and control / P. Kundur, N.J. Balu, M.G. Lauby, New York: McGraw-Hill, 1994. – 1176 p.
- [12] Nabokova, O.V. Theoretical electrical engineering [Текст]: навчальний посібник для електротехн. спец. ВНЗів / О.В. Nabokova. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2015. – 477 p.
- [13] Козлов, В. В. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл [Текст]: навчальний посібник / В.В. Козлов, О.В. Набокова. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2016. – 428 с.
- [14] Hayt, W.H. Engineering circuit analysis / W.H. Hayt, J.E. Kemmerly, S.M. Durbin., New York, McGraw-Hill, 2012, 854 p.
- [15] GNU Octave [Електронний ресурс]. – режим доступу: <http://www.gnu.org/software/octave/index.html>.
- [16] Програма для розрахунків перехідного процесу в модельній схемі. – [Електронний ресурс] . – режим доступу: [https://drive.google.com/file/d/1acibOQ\\_Q8kIN8cumDGgBHS8EschXMQ9S/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1acibOQ_Q8kIN8cumDGgBHS8EschXMQ9S/view?usp=sharing).

Надійшла (Received) 19.10.2025;

Прийнята (Accepted) 05.12.2025;

Опублікована (Published) 26.12.2025;

## SYSTEMATIC METHODOLOGY FOR CALCULATING TRANSIENT PROCESSES IN LINEAR ELECTRIC CIRCUITS BY THE CLASSICAL METHOD

BUT D.R.

postgraduate student of the department of Electrical Machines, National University “Zaporizhzhia Polytechnic», Zaporizhzhia, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009->

- 5918-0337, e-mail: [but.danil@gmail.com](mailto:but.danil@gmail.com);
- KLYMOV A.F. postgraduate student of the department of Electrical Machines, National University "Zaporizhzhia Polytechnic", Zaporizhzhia, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-4126-7534>, e-mail: [afklymov@gmail.com](mailto:afklymov@gmail.com);
- TIKHOVOD S.M. Sci.D., Professor, Professor of the Department of Electrical Machines, National University "Zaporizhzhia Polytechnic", Zaporizhzhia, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0748-1735>, e-mail: [stikhovod@gmail.com](mailto:stikhovod@gmail.com);
- KOZLOV V.V. Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of "Electric Drive and Automation of Industrial Plants", National University "Zaporizhzhia Polytechnic", Zaporizhzhia, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0048-2535>, e-mail: [vvkozlov@zp.edu.ua](mailto:vvkozlov@zp.edu.ua).

**Purpose.** Traditionally, transient calculations by classical method were performed only in linear electrical circuits containing no more than two reactive elements. If the number of reactive elements was three, the problem became significantly more complicated, and with a larger number, the problem could not be solved at all. A systematic methodology for calculating the transient process by the classical method in linear electrical circuits containing several reactive elements is proposed.

**Methodology.** Methods of integrating ordinary differential equations, matrix methods, computer programming, theory of electrical circuits.

**Findings.** The paper proposes a systematic method for calculating the transient process in linear electrical circuits containing more than two reactive elements using the classical method. This is achieved by dividing all variables into groups: derivatives of state variables, state variables, and dependent variables. Each group of variables constitutes a separate vector. By matrix transformations, The differential-algebraic equations of state are converted into normal form by matrix transformations. This made it possible to find the roots of differential equations. The constants of integration were also found by matrix transformations.

**Originality.** In existing textbooks, the classical method of calculating transients in linear electrical circuits is limited to considering circuits containing no more than two independent reactive elements, because with a larger number of reactive elements, the problem becomes dramatically more complicated. This work removes this limitation.

**Practical value.** A computer program has been developed to calculate the transient process in a linear electrical circuit containing three independent reactive elements. The program can be modified to simulate more complex circuits with more reactive elements. Analytical methods for calculating transients can be used to estimate the error of calculations using approximate methods, such as numerical methods. Analytical methods allow obtaining an exact solution in analytical form, which is described by mathematical expressions. The obtained mathematical expressions of the solution results allow better perform their research.

**Keywords:** transient processes; classical method; linear electrical circuits; differential equations; reactive elements.

## REFERENCES

- [1] Eiichi, H., Tadashi K., Junichi, A., Hisatochi, I. (2016). Power System Transient Analysis: Theory and Practice using Simulation Programs (ATP-EMTP). ISBN: 9781118737491 |DOI: 10.1002/9781118737491.
- [2] Electromagnetic Transient Program (EMTP) (1986) Application Guide // EPRI Report No: EL – 4650, Project 2149-1, Westinghouse Electric Corp., Pittsburgh, PA.
- [3] EMTP Rule book and EMTP Theory book. Bonneville Power Administration, Branch of System Engineering. Portland, Oregon 97208-3621, United States of America. – [Electronic resource]. – access mode: ([www.emtp.org](http://www.emtp.org)).
- [4] Methodical instructions for laboratory work in a virtual laboratory on the discipline "Theoretical Fundamentals of Electrical Engineering" for students of specialties: 141 all forms of learning. Part 1. /Comp.: S.M. Tikhovod, V.V. Kozlov, O.V. Nabokova. - Zaporizhzhya: NUZP, 2021. - 46 p. <http://eir.zntu.edu.ua/handle/123456789/7988>.
- [5] The Matwork. Accelerating the pace of engineering and science. Support. <http://www.mathworks.com/support/>.
- [6] Methodical reference for laboratory work in the discipline "Theoretical foundations of electrical engineering" for students majoring in 141 "Electrical power, electrical engineering and electromechanics" of all forms of education using the program "Electronics Workbench" Part 2/ Comp.: S.M. Tihovod, V.V. Kozlov, V.O Volkov, O.V. Nabokova, I.A. Afanasyeva, G.M.; Romanichenko, A.I. Kravez - Zaporizhzhya: NUZP, 2021. - 62 p.
- [7] Tikhovod, S.M. Modeling of transient electromagnetic processes in transformers based on magnetolectric equivalent circuits: Textbook / S.M. Tykhovod. - Zaporizhzhia: ZNTU, 2017. - 94 p. <http://eir.zntu.edu.ua/handle/123456789/2304>.

- [8] Szegeđa, M.S. Mathematical modeling in electric power engineering / M.S. Szegeđa. - Lviv: "Lviv Polytechnic", 2002. - 300 p.
- [9] Kachan, Yu.G. (1995). Linear electrical engineering (theoretical foundations) [Text]: textbook for students of electrical engineering and power engineering special specialties of technological universities / Yu.G. Kachan; ISIO, Zaporizhia state Engineering Academy. Zaporizhzhya, 211.
- [10] Perkhach, V.S. (1989). Mathematical problems of electric power engineering / V.S. Perkhach; 3rd edition revised and supplemented. Lviv: Higher School, 464 p.
- [11] Kundur, P. (1994). Power system stability and control / P. Kundur, N.J. Balu, M.G. Lauby, New York: McGraw-Hill, 1176.
- [12] Nabokova, O.V. Theoretical electrical engineering [Text]: a textbook for electrical engineering, specialties of higher educational institutions / O.V. Nabokova. – Zaporizhzhia: ZNTU, 2015. – 477 p.
- [13] Kozlov, V. V. (2016). Theoretical foundations of electrical engineering. Steady-state modes of linear electrical circuits [Text]: textbook / V. V. Kozlov, O. V. Nabokova, Zaporizhzhia: ZNTU, 42.
- [14] Hayt, W.H. (2012). Engineering circuit analysis / W.H. Hayt, J.E. Kemmerly, S.M. Durbin., New York, McGraw-Hill, , 854 p.
- [15] GNU Octave [Electronic resource]. – access mode: <http://www.gnu.org/software/octave/index.html>.
- [16] The program for calculating the transient process in a model scheme. – [Electronic resource]. – access mode: [https://drive.google.com/file/d/1acibOO\\_Q8kIN8cumDGgBHS8EschXMQ9S/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1acibOO_Q8kIN8cumDGgBHS8EschXMQ9S/view?usp=sharing).