

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Тиховод С. М.

**МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ
ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ В
ТРАНСФОРМАТОРАХ НА ОСНОВІ
МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНИХ СХЕМ
ЗАМІЩЕННЯ**

Навчальний посібник

Електронне видання комбінованого
використовування на DVD-ROM

Запоріжжя
2017

УДК [621.3.011+621.3.013]

*Рекомендовано до видання Вченою радою
Запорізького національного технічного університету
(Протокол №2 від 10.10.2017 р.)*

Рецензенти:

В. Т. Діордієв – завідувач кафедри «Електроенергетика і автоматизація» Таврійського державного агротехнічного університету, доктор технічних наук, професор;

П. Д. Андрієнко – перший заступник голови правління, директор з наукової роботи ООО НДІ «Перетворювач», доктор технічних наук, професор;

В. І. Лазарєв – начальник відділу електромагнітних досліджень ПАТ «ВІТ», доктор технічних наук, професор, с. н. с.;

О. Г. Волкова – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри ТЗЕ ЗНТУ.

Тиховод С. М.

Т46 Моделювання перехідних електромагнітних процесів в трансформаторах на основі магнітоелектричних схем заміщення [Електронний ресурс]: навчальний посібник / С. М. Тиховод. – Електрон. дані. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2017. – 1 електрон. опт. диск (DVD-ROM); 12 см. – Назва з тит. екрана.
ISBN 978-617-529-174-0

Висвітлено основні поняття магнітоелектричних схем заміщення електромагнітних пристроїв в перехідних режимах. Значну увагу приділено складанню та розв'язку рівнянь стану, що складаються на основі магнітоелектричних схем заміщення за законами Кирхгофа. Висвітлено методи моделювання нелінійних кіл. Надані тексти комп'ютерних програм.

УДК [621.3.011+621.3.013]

ISBN 978-617-529-174-0

© Запорізький національний технічний
університет (ЗНТУ), 2017
© Тиховод С. М., 2017

ЗМІСТ	3
ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1. СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ РОЗРАХУНКУ ДИНАМІЧНИХ МАГНІТНИХ ПОЛІВ В ТРАНСФОРМАТОРАХ	7
1.1. Огляд математичних моделей числових розрахунків магнітних полів.....	9
1.2. Огляд розрахунків магнітних полів методами магнітних кіл.....	10
Висновки до розділу 1	18
РОЗДІЛ 2 МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНІ СХЕМИ ЗАМІЩЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРИСТРОЇВ ТА МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ	19
2.1. Магнітоелектрична схема заміщення нелінійної магнітної вітці, що описується двома змінними параметрами	19
2.1.1. Постановка завдання	19
2.1.2. Формалізація розрахунку перехідного процесу з використанням числового методу прогнозу і корекції	27
2.1.3. Алгоритм розрахунку	32
2.1.4. Програма розрахунку	34
2.1.5. Інструкція по користуванню програмою Tr_1_1	39
2.2. Формалізація розрахунку перехідного процесу з використанням неявного багатокрокового числового методу безпосередньо	41
2.2.1. Опис принципу	41
2.2.2. Алгоритм розрахунку	43
2.2.3. Текст програми Tr_1_2.m	46
2.2.4. Інструкція по користуванню програмою Tr_1_2	50
2.3. Магнітоелектрична схема заміщення, що використовує «магнітний струм» – похідну магнітного потоку	51
2.3.1. Опис принципу	51
2.3.2. Алгоритм	54
2.3.3. Текст програми	58
2.3.4. Інструкція по користуванню програмою Tr_1_3	62
2.4. Магнітоелектрична схема заміщення, що використовує магнітні струми і магнітні конденсатори	63

2.4.1. Опис принципу	63
2.4.2. Алгоритм і програма	66
2.5. Магнітоелектрична схема заміщення, що використовує магнітні струми і магнітні конденсатори з диференціальної ємністю.....	67
2.5.1. Опис принципу	67
2.5.2. Алгоритм програми Tr_1_4_2	71
2.5.3. Програма Tr_1_4_2	73
2.5.4. Інструкція по користуванню програмою програми Tr_1_4_2	78
2.5.5. Моделювання перехідного процесу при включенні трифазного п'ятистрижневого трансформатора	79
ВИСНОВКИ	86
СПИСОК ВИКОРИСТОВАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	88

ВСТУП

Перехідні електромагнітні процеси в електротехнічних системах, що призводять до кидків струму при комутаціях, становлять значну небезпеку для силових трансформаторів, а також впливають на надійність релейного захисту, тому дослідження цих процесів *актуально*. Останнім часом зростає науковий інтерес до комп'ютерних розрахунків перехідних електромагнітних процесів в складових частинах електротехнічних систем, що містять силові трансформатори, реактори. Застосування сучасного комп'ютерного дослідження електромагнітних процесів дозволяє суттєво скоротити фінансові витрати та час на дороге фізичне моделювання і вирішувати ті завдання, які, зважаючи на складність обладнання, недоступні при аналітичному дослідженні. При цьому представляється можливість дослідження електромагнітних процесів в окремих елементах магнітних і електричних частин об'єктів електротехнічної системи і взаємодії об'єктів у цій системі з урахуванням їх реальних конструктивних особливостей.

Розрахунок перехідних процесів електромагнітних полів у трансформаторах і реакторах можливо тільки в дуже дорогих програмних пакетах як ANSYS, COMSOL і їм подібних. Такі програмні пакети дозволяють виконувати розрахунок тривимірних магнітних полів в перехідних режимах при умові, що до електромагнітних пристроїв підключається електричне коло, що містить всього кілька елементів. Розрахунок динамічних електромагнітних полів в трансформаторах, включених у складні електротехнічні системи, взагалі не представляється можливим. Тому завдання розрахунку електромагнітних полів часто зводять до задачі розрахунку електромагнітних процесів у взаємозв'язаних електричних і магнітних колах. Розрахунок процесів в електричних і магнітних колах з зосередженими параметрами вимагає суттєво менших ресурсів комп'ютера, ніж розрахунок полів. Програмні пакети, що призначені для розрахунку кіл, в порівнянні з програмними пакетами для розрахунку полів мають істотно меншу складність і вартість, а

також значно скорочують час розрахунку. В даний час розрахунок перехідних процесів в електротехнічних системах, що містять електромагнітні пристрої, проводять методами теорії електричних і магнітних кіл, які взаємодіють між собою. Об'єднання магнітного та електричного кіл в одне, так зване магнітоелектричне коло, дозволяє виконувати одночасне дослідження електричних і магнітних процесів. Для автоматизації досліджень часто використовується ряд готових програмних комплексів, призначених для аналізу електричних процесів у електричних та електронних схемах. Математичні моделі, покладені в основу цих програмних комплексів, не повною мірою відповідають сучасним вимогам аналізу на основі магнітоелектричних схем заміщення (МЕСЗ). Характерною особливістю МЕСЗ є наявність численних керованих джерел напруги і струму, а також численних нелінійних магнітних елементів зі стрімкою зміною характеристики. Керовані джерела створюють так звані «алгебраїчні петлі», які призводять до того, що обчислювальний процес істотно затягується, або взагалі припиняється.

Ускладнення конструкцій трансформаторів та електричних схем, в які вони включаються, врахування нелінійності та зростаючі вимоги до точності розрахунків призвели до появи наукової задачі комп'ютерного аналізу перехідних електромагнітних процесів у трансформаторах на основі магнітоелектричних схем заміщення.

Розв'язування цієї задачі полягає в розвитку методів розрахунку електромагнітних процесів на основі нелінійних МЕСЗ. Для цього потрібно вдосконалення принципів формування МЕСЗ електромагнітних пристроїв, а також вдосконалення принципів застосування існуючих методів розрахунку диференціальних рівнянь, отриманих на основі законів Кирхгофа. Це дозволяє створити більш досконалі математичні моделі, які є базою для розробки нових універсальних спеціалізованих програмних комплексів комп'ютерного аналізу. Для цього необхідне глибоке розуміння принципів, на основі яких розробляються програмні комплекси комп'ютерного аналізу електромагнітних процесів.

Мета роботи. Виклад та аналіз сучасних методів комп'ютерного розрахунку електромагнітних процесів в електротехнічних системах, що містять трансформатори, на основі нелінійних магнітоелектричних схем заміщення. Виклад дається у формі, зрозумілою студентам третього курсу електротехнічних спеціальностей, а також аспірантам.

РОЗДІЛ 1

СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ РОЗРАХУНКУ ДИНАМІЧНИХ МАГНІТНИХ ПОЛІВ В ТРАНСФОРМАТОРАХ

Розрахунок електромагнітних процесів, в основному, виконується наступними методами: аналітичними, графічними (графоаналітичними), числовими.

Аналітичні методи дозволяють отримати точний розв'язок в аналітичній формі, що відповідає фізичним процесам, які описуються математичними виразами. Як правило, аналітичними методами вирішуються завдання, сформульовані за допомогою рівнянь Максвелла або їх спрощеного варіанту при заданих граничних та початкових умовах, а також за допомогою рівнянь, які складені за законами Кирхгофа. Головною перевагою аналітичних методів перед іншими є можливість отримати точний розв'язок в аналітичній формі, зручній для подальшого дослідження. Недоліком є те, що аналітичний розв'язок для полів можна одержати тільки для дуже простих конфігурацій досліджуваних тіл і простих часових залежностей, як правило, для лінійних середовищ. Практично значущі задачі для можливості отримання аналітичного розв'язку повинні передбачати досить великий набір припущень і ідеалізацій. Тому аналітичні методи застосовують тільки для досить простих завдань, для попередніх розрахунків, що дозволяють проводити якісний аналіз зміни основних величин і виявлення основних

тенденцій або для розрахунків, що дозволяють верифікувати інші методи.

Числові методи розрахунку стають все більш популярними останнім часом [1–17]. Це пов'язано з великим прогресом цифрової обчислювальної техніки, а також з розвитком математичної теорії числових методів, які використовуються при розрахунку полів і електричних процесів в колах. Числові методи розрахунку полів дозволяють врахувати тривимірну конфігурацію досліджуваних областей, а також нелінійні властивості матеріалів. При цьому можливе дослідження полів як в стаціонарних, так і перехідних режимах. Числові методи моделювання дозволяють швидко поставити і вирішувати досить складні практичні завдання, які неможливо вирішити з заданою точністю за допомогою інших методів. Одним з недоліків числових методів моделювання полів є необхідність застосування комп'ютера з великою оперативною пам'яттю і з великою швидкістю розрахунків, що раніше стримувало застосування цих методів. Іншим недоліком числових методів є те, що при зміні хоча б одного параметра моделі необхідно виконувати новий розрахунок. Однак широке застосування сучасних високошвидкісних і ресурсоемних комп'ютерів істотно знижує зазначені недоліки. Це призвело до того, що числові методи моделювання є в даний час самими економними і ефективними. Тому у даній роботі особлива увага приділена саме числовим методам розрахунку електромагнітних процесів.

Графічні методи відрізняє хороша наочність. Однак ці методи мають невисоку точність. Графічні методи поки що не піддаються автоматизації, яка необхідна при розрахунку складних кіл. Тому ці методи, як правило, застосовуються для ілюстрації аналітичних і числових методів. Графічні методи широко використовуються в курсі вивчення теоретичних основ електротехніки для кращого розуміння студентами принципів розрахунку іншими методами. Проте великий прогрес у розвитку комп'ютерної графіки може істотно підвищити роль графічних методів розрахунку.

1.1. Огляд математичних моделей числових розрахунків магнітних полів

Розрахунки полів різної природи, що придатні для практичного застосування, можливі тільки при використанні сучасних комерційних програмних комплексів. Такі комплекси розробляються фірмами-виробниками з урахуванням задоволення потреб дослідників, що працюють в різних областях науки і техніки. Нас цікавлять тільки методи дослідження електромагнітних полів, а також методи дослідження перехідних процесів в електричних колах, і пов'язаних з ними магнітних колах.

В умовах конкуренції між фірмами-розробниками створені математичні моделі, на основі яких виконані універсальні програмні комплекси для аналізу електромагнітних полів. Найбільш популярними є ANSYS/EMAG, COSMOS/M (модуль низькочастотного електромагнітного розрахунку ESTAR), COMSOL, FEMM, Femlab, Maxwell, ELCUT. Якщо найбільш «важкі» (і дорогі) комплекси, такі як ANSYS/EMAG, COMSOL дозволяють виконувати моделювання тривимірних полів, то більш прості (і менш дорогі) комплекси орієнтовані, в основному, на двовимірне моделювання. Двовимірне моделювання широко застосовується для моделювання полів протяжних об'єктів (кабелі, лінії електропередачі тощо). У багатьох випадках двовимірне моделювання розглядається як попередній етап перед тривимірним моделюванням.

В основу сучасних програмних комплексів, призначених для дослідження електромагнітних полів, покладені математичні моделі, які використовують найбільш популярні числові методи: метод кінцевих різностей, метод кінцевих елементів, метод граничних елементів, метод інтегральних рівнянь, а також комбіновані методи. Найбільш популярним в даний час є метод кінцевих елементів [18]. Останні модифікації зазначених програмних комплексів отримали додаткові можливості. Стало можливим проводити дослідження не тільки стаціонарних полів, але і полів, що змінюються в часі. До польової моделі, стало можливим підключати додаткову модель – електричне коло і

виконувати спільне моделювання електричних процесів в колі і електромагнітних процесів в області поля. Однак електричне коло, яке підключається, не може бути складним, що в даний час є перешкодою для дослідження в динаміці полів в електромагнітних пристроях, включених у складні нелінійні електричні кола. Тому привабливим є метод моделювання електричних і магнітних полів методами електричних і магнітних кіл, пов'язаних між собою.

1.2. Огляд розрахунків магнітних полів методами магнітних кіл

Слід особливо відзначити роботи, присвячені розрахунку магнітних полів, що змінюються в часі, методами магнітних кіл. Як показано у роботі [19] метод магнітних кіл безпосередньо впливає з методу сіток. Метод магнітних кіл зручний у тому випадку, якщо відомо, що в якійсь області магнітне поле за певними координатами змінюється слабо. Тоді розміри сітки можна збільшити у багато разів, що дає суттєву економію кількості розрахункових вузлів. Зазвичай так буває протягом однорідних ділянок магнітопроводів і ці ділянки можна з точністю, достатньою для практики, представляти магнітними вітками.

Моделі для дослідження електромагнітних перехідних процесів на основі теорії електричних і магнітних кіл застосовувалися ще в початку минулого століття [20]. У 90-х роках за кордоном дослідниками було запропоновано кілька моделей на основі теорії електричних і магнітних кіл [21–23]. Основна причина постійного вдосконалення моделей полягає в поліпшенні властивостей електротехнічних сталей, вимогою більшої деталізації моделей, збільшенням забруднення мереж електропостачання вищими гармоніками і необхідністю вирішувати цю проблему, а також з постійним розвитком комп'ютерної техніки.

Основна відмінність моделей між собою полягало в наступному [20]:

– різний спосіб розгляду потоків розсіяння збуджених обмоток;

– різний облік фазних потоків розсіяння (PLF), зчеплених тільки з обмотками однієї фази;

– крива намагнічування в різних моделях визначалася різними способами з урахуванням або без урахування петлі гістерезису. У роботі [24] стверджується, що гістерезисний цикл не робить істотного впливу на перехідні процеси, в яких енергія забезпечується безпосередньо джерелом живлення;

– визначення і облік втрат холостого ходу;

– облік таких виробничих параметрів як зазори, додаткові потоки розсіяння і додаткові втрати, що залежать як від конструкції, так і від технології виробництва.

У більшості моделей магнітне коло своїми вітками повторює конфігурацію магнітопроводу. В роботі [20] розглянуто схематично магнітопровід трифазного тристрижневого трансформатора, на кожному стержні якого розташована первинна (р) і вторинна (s) обмотки (див. рис. 1.1). До первинних обмоток підводиться напруга джерела, а до вторинних обмоток зазвичай підключається навантаження.

Магнітні потоки (див. рис. 1.1) можна розділити на категорії:

– магнітні потоки, які зв'язують різні фази і проходять по магнітопроводу ($\Phi_1 - \Phi_5$);

– фазні потоки розсіяння (PLF), які пов'язують всі обмотки однієї фази і частково проходять через повітря ($\Phi_{01}, \Phi_{02}, \Phi_{03}$);

– потоки саморозсіяння, які проходять крізь повітря і зчеплені тільки з однією первинною обмоткою ($\Phi_{\sigma p1}, \Phi_{\sigma p2}, \Phi_{\sigma p3}$) або тільки з однією вторинною обмоткою ($\Phi_{\sigma s1}, \Phi_{\sigma s2}, \Phi_{\sigma s3}$);

- взаємні потоки розсіяння, що зв'язують первинні і вторинні обмотки однієї фази поза сталевому сердечника ($\Phi_{\sigma ps1}, \Phi_{\sigma ps2}, \Phi_{\sigma ps3}$).

Якщо магнітопроводу поставити у відповідність магнітне коло, то кожен магнітний потік протікає по своїй вітці, яка має свій магнітний опір. Потоки $\Phi_1 - \Phi_5$ протікають по вітках, що мають нелінійні опори $R_{e1}, R_{e2}, R_{e3}, R_{y4}, R_{y5}$ (індекс «е» відповідає стержням, а індекс «у» – ярмам). Потоки $\Phi_{01}, \Phi_{02}, \Phi_{03}$ протікають по відповідним лінійним опорами R_{01}, R_{02}, R_{03} . Потокам $\Phi_{\sigma p1},$

$\Phi_{\sigma p2}, \Phi_{\sigma p3}$ ставляться у відповідність лінійні індуктивності $L_{\sigma p1}, L_{\sigma p2}, L_{\sigma p3}$, потокам $\Phi_{\sigma s1}, \Phi_{\sigma s2}, \Phi_{\sigma s3}$ відповідають $L_{\sigma s1}, L_{\sigma s2}, L_{\sigma s3}$, а потокам $\Phi_{\sigma ps1}, \Phi_{\sigma ps2}, \Phi_{\sigma ps3}$ відповідають лінійні взаємні індуктивності $M_{\sigma ps1}, M_{\sigma ps2}, M_{\sigma ps3}$. Виходячи з того, які із зазначених елементів використані в магнітній схемі заміщення магнітної системи, виходить відповідна модель.

На рис. 1.2 –1.4 показані найбільш поширені моделі магнітної системи тристрижневого трифазного трансформатора.

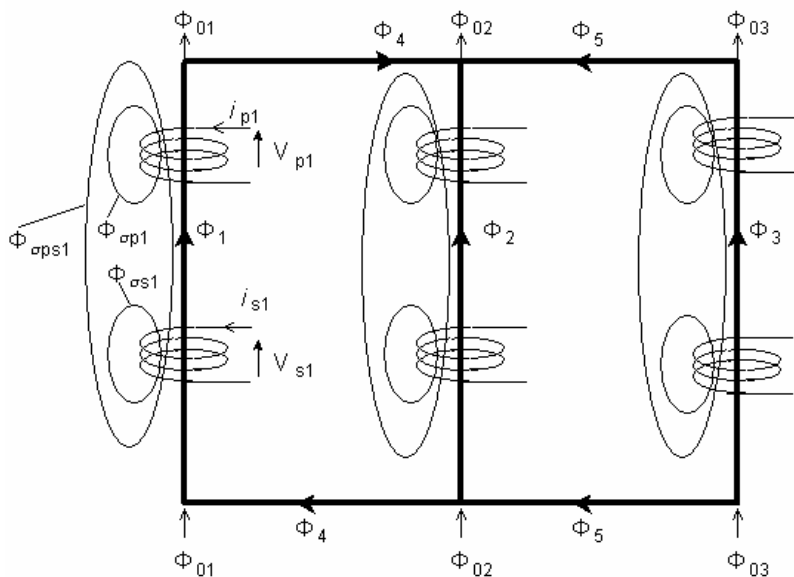


Рис. 1.1. Схема магнітопроводу трифазного тристрижневого трансформатора

На рис. 1.2 показана модель, де всі фазні потоки розсіяння (PLF) сконцентровані на центральному стрижні. У моделі, показаній на рис. 1.3, всі потоки PLF розподілені по центральному стрижні. У моделі, показаній на рис. 1.6, всі потоки PLF розподілені по стрижням.

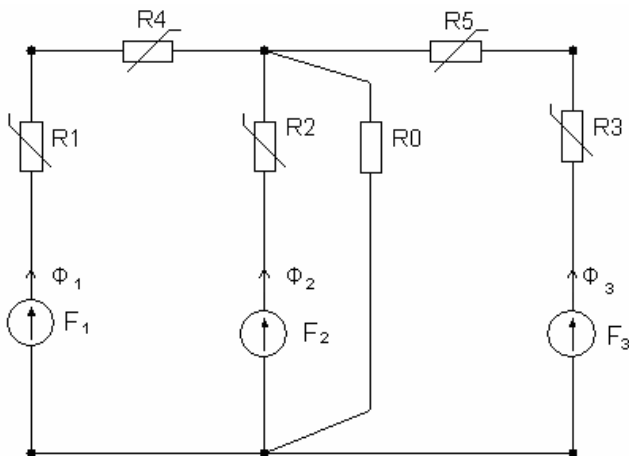


Рис. 1.2. Модель магнітного кола трансформатора, в якій всі фазні потоки розсіяння сконцентровані на центральному стрижні

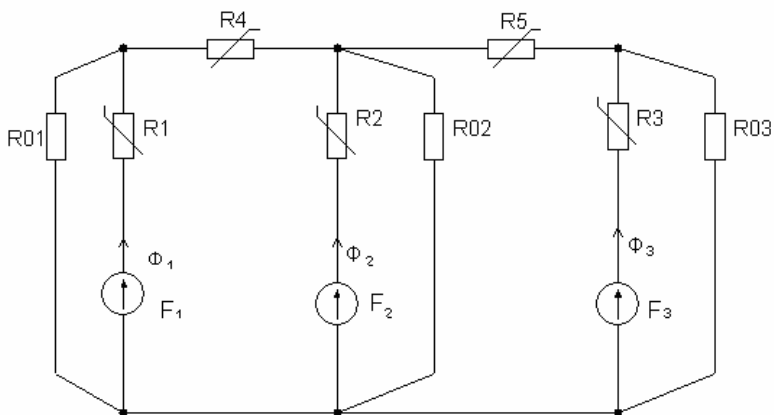


Рис. 1.3. Модель магнітного кола, в якому всі PLF розподілені по стрижням

Використовувалися також моделі, в яких потоки PLF взагалі не враховувалися (див. рис. 1.4).

Показано в [20], що для низького і помірного насичення стали потоки PLF можна взагалі не враховувати і застосовувати модель, показану на рис. 1.4.

Еквівалентні параметри електричної схеми заміщення трансформатора можуть бути визначені з дослідів холостого ходу і короткого замикання. Ці досліді можуть бути проведені на реальному об'єкті, а також можуть відтворюватися на математичних моделях.

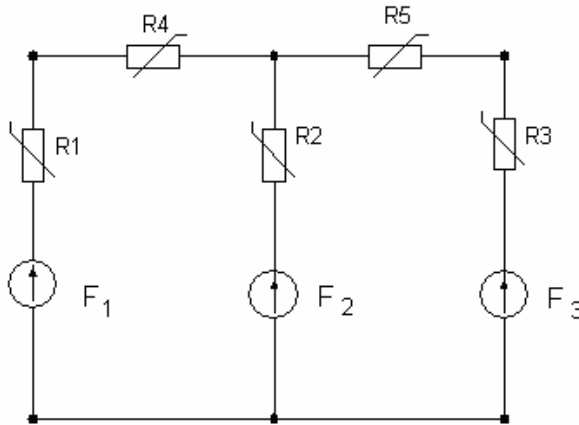


Рис. 1.4. Модель, в якій потоки PLF не враховуються

У роботі [25] автор запропонував опис електромагнітного кола повністю рівноправне по відношенню до електричних і магнітних змінних. Це дозволяє реалізувати в загальному вигляді перетворення кола або до його еквівалентної електричної схеми, або до магнітної. Показано, що перетворення схеми до магнітного кола більш просто і наочно. При розрахунку такий підхід дає істотну економію комп'ютерних ресурсів, що в той час було важливим. Крива намагнічування сталі береться як кусково-лінійна функція, а електромагнітний зв'язок між обмотками і магнітопроводами здійснюється з допомогою електромагнітного гіратора. Це дозволяє взагалі відмовитися від використання взаємних індуктивностей. Кусково-лінійна апроксимація кривої намагнічування є недоліком цієї моделі.

Подальший розвиток теорії комп'ютерного розрахунку перехідних процесів в трансформаторах зображено в роботах М.

А. Шакірова. В його роботах, мабуть, вперше об'єднані електричні та магнітні кола отримали назву – магнітоелектричні схеми заміщення (МЕСЗ). У роботі [26] зазначено, що традиційно використовуваний принцип аналогії між електричними і магнітними величинами протиприродний тим, що активні втрати виділяються в магнітному колі не на активному, а на реактивному магнітному опорі. У статті запропоновано нове поняття – магнітна ємність. В роботах [26–27] М. А. Шакировым запропоновано поняття магнітного струму зміщення $i^m = d\Phi/dt$ за аналогією з електричним струмом зміщення щільністю dD/dt . При цьому магнітному потоку відводиться роль магнітного заряду $q^m = \Phi$. Подібно до електричного струму зміщення, що протікає через ємнісний елемент, магнітний струм зміщення повинен протікати через магнітний ємнісний елемент C_m . Надалі магнітний струм зміщення будемо називати просто магнітним струмом. Поняття магнітного струму вперше введено ще Хевисайдом [27].

Магнітна ємність феромагнітного стрижня довжиною ℓ і площею поперечного перерізу S повинна визначатися з виразу:

$$C^m = \frac{\mu_a S}{\ell} \quad (1.17)$$

Застосуємо до первинної обмотки з числом витків W_1 закон Ома в комплексній формі і отримаємо:

$$\underline{Z}_{-\sigma l} \underline{I}_1 + j\omega W_1 \underline{\Phi}_0 = \underline{U}_1, \quad (1.18)$$

де $\underline{Z}_{\sigma l} = R_{\sigma l} + j X_{\sigma l}$ – опір втрат і розсіювання первинної обмотки; $\underline{\Phi}_0$ – комплексне значення магнітного потоку в сердечнику; $W_1 \underline{I}_1$ – МРС обмотки.

Застосуємо до замкнутого контуру магнітопроводу закон повного струму в комплексній формі і отримаємо:

$$W_1 \underline{I}_1 = \underline{H} \ell = \underline{\Phi}_0 \frac{\ell}{\mu_a S} = \underline{\Phi}_0 \underline{Z}_{-M} \quad (1.19)$$

Розв'язок (1.18) і (1.19) в матричній формі мають вигляд:

$$\left[\begin{array}{c|c} Z & j\omega W_1 \\ \hline -\frac{\sigma_1}{W_1} & Z \\ \hline -W_1 & -M \end{array} \right] \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{\Phi}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1.20)$$

Зробивши в (1.20) заміну змінної $\underline{\Phi}_0 = \underline{I} / j\omega$ отримаємо систему рівнянь з антисиметричної матрицею коефіцієнтів:

$$\left[\begin{array}{c|c} Z & W_1 \\ \hline -\frac{\sigma_1}{W_1} & Z^\mu \\ \hline -W_1 & - \end{array} \right] \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}^\mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.22)$$

де

$$\underline{Z}^\mu = \frac{Z_M}{j\omega} = \frac{U_M \Phi}{j\omega} = \frac{U_M}{I_\mu}. \quad (1.23)$$

Величина \underline{Z}^μ названа М. А. Шакировым магнітним струмоопором, а вираз, що впливає з (1.23)

$$\underline{U}_M = \underline{Z}^\mu I_\mu \quad (1.24)$$

названо новою формою закону Ома для синусоїдального режиму магнітного кола. З (1.23) слід:

$$\underline{Z}^\mu = \frac{R_M + jX_M}{j\omega} = \frac{X_M}{\omega} - j \frac{R_M}{\omega}, \quad (1.25)$$

а величина \underline{Z}^μ має ємнісний характер, і її слід представляти у вигляді:

$$\underline{Z}^\mu = R^\mu - jX^\mu = R^\mu - j \frac{1}{\omega C^\mu}, \quad (1.26)$$

де C^μ – магнітна ємність.

Із зіставлення дійсних частин (1.25) та (1.26) і аналізу втрат в магнітному стрижні зроблено висновок, що втрати в стрижні можна інтерпретувати як втрати в магнітному струмоопорі внаслідок вихрових струмів і гістерезису.

У роботі [26] запропоновано методи перетворення магнітоелектричного кола до еквівалентного електричного кола шляхом стандартних матричних процедур, що виключають блок магнітних змінних. Аналогічно можна перейти до еквівалентного магнітного кола шляхом стандартних матричних процедур, що виключають блок електричних змінних. Мета перетворень – отримання системи рівнянь меншої розмірності. Для отримання можливості аналітичних перетворень система меншої розмірності вельми бажана. Комплексний метод передбачає усталеність всіх коефіцієнтів, в тому числі і магнітної проникності сталі магнітопроводу. Однак миттєве значення магнітної проникності залежить від миттєвого значення напруженості магнітного поля, а також від струму. Тому розрахунок комплексним методом можливий тільки для режимів, у яких робоча точка знаходиться на лінійній ділянці кривої намагнічування. При перехідних процесах робоча точка може потрапляти і в область глибокого насичення. Розрахунок таких режимів можливий тільки числовими методами на комп'ютері. У той час (2003 рік) така економія комп'ютерних ресурсів вже не була такою актуальною. Дослідники виконували таку економію виходячи з недавнього минулого досвіду, коли комп'ютерна техніка СРСР була досить слабкою.

У роботі [26] зазначено, що з моменту опублікування Фортескью методу симетричних складових [28] не було інших методів розрахунку багатозначних несиметричних кіл, і метод застосування магнітоелектричних кіл склав альтернативу методам Фортескью.

Подальші роботи присвячені опрацюванню можливості використання готових програмних комплексів для моделювання електромагнітних процесів в нелінійних магнітоелектричних колах. Одним із сучасних комплексів, визнаних багатьма дослідниками, є система Matlab з додатком Simulink [29–30]. У систему Matlab входить Toolbox SimPowerSistem, призначений

для моделювання електричних кіл. За допомогою цього Toolbox електричне коло зображується безпосередньо на екрані та за допомогою спливаючих вікон задаються параметри всіх елементів. У SimPowerSystem є досить великий набір різних елементів, які можуть входити в коло. До складу елементів також входять джерела напруги, що керовані струмом, необхідні для зв'язку електричних і магнітних кіл. Джерел напруги, керованих похідної струму у складі елементів SimPowerSystem немає. Система Simulink виявилася вельми чутливою до наявності в колі так званих «алгебраїчних петель». Алгебраїчна петля виникає, якщо струм одного елемента (наприклад, котушки) управляє джерелом напруги, включеним в магнітну вітку, а її магнітний потік в свою чергу управляє джерелом напруги, включеним в вітку котушки. При виникненні алгебраїчної петлі видається попередження та обчислювальний процес, як правило, переривається. У магнітоелектричних колах наявність чисельних алгебраїчних петель є характерною властивістю.

Для усунення цієї перешкоди у роботі [31] запропоновано в «алгебраїчну петлю» вводити додатковий елемент затримки. Цим досягається розрив алгебраїчної петлі, і обчислювальний процес отримав можливість виконання. Однак у цій роботі не проведено дослідження про вплив елемента затримки на похибку розрахунку. У роботі відзначено також, що використання системи Simulink можливо для дослідження тільки досить простих магнітоелектричних кіл.

Тому розробка математичних моделей, які можуть бути реалізовані у вигляді програмного комплексу, позбавленого недоліків відомих універсальних комплексів, є актуальною задачею.

Висновки до розділу 1

1. В даний час розрахунок розподілу магнітних полів у перехідних режимах в електромагнітних пристроях, що включені в складне електричне коло, доцільно виконувати на основі використання магнітоелектричних схем заміщення. Немає необхідності МЕСЗ зводити до чисто електричних або магнітних кіл в цілях економії комп'ютерних ресурсів.

2. В даний час фірмами-розробниками створені універсальні програмні комплекси для аналізу електромагнітних процесів в

електричних колах. Однак існуючі програмні комплекси мають суттєві недоліки при використанні магнітоелектричних схем заміщення.

3. Магнітоелектричні схеми заміщення є підґрунтям для складання та подальшого розрахунку рівнянь стану. Подальший розвиток методів аналізу процесів повинно супроводжуватися глибоким вивченням принципів формування магнітоелектричних схем заміщення, принципів складання рівнянь стану та їх числового рішення.

РОЗДІЛ 2

МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНІ СХЕМИ ЗАМІЩЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРИСТРОЇВ ТА МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

2.1. Магнітоелектрична схема заміщення нелінійної магнітної вітці, що описується двома змінними параметрами

2.1.1. Постановка завдання

Розглянемо ділянку сталевого магнітопроводу, на якому розташована котушка, що містить N витків, по яких протікає струм $i(t)$ (рис. 2.1).

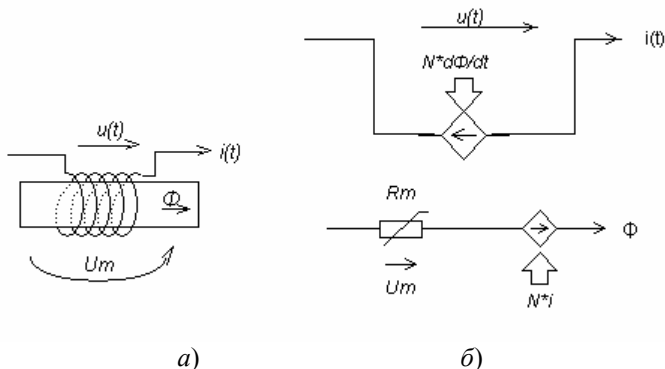


Рис. 2.1. Зображення котушки магнітоелектричної схемою заміщення: а) – магнітна вітка з котушкою; б) – магнітоелектрична схема заміщення

Струм $i(t)$, що протікає по котушці, створює згідно із законом повного струму Ампера в магнітній вітці магніторушійну силу (МРС), яка дорівнює $N i$. Магнітний потік Φ , що перетинає витки котушки, створює в котушці ЕРС індукції, яка дорівнює $N \cdot d\Phi/dt$ (спрямовану згідно з правилом буравчика проти напрямку струму). Таким чином, електричні і магнітні вітки пов'язані між собою, що можна врахувати введенням в схему заміщення керованих джерел напруги (рис. 2.1,б). Це дозволить формалізувати складання рівнянь стану.

Якщо магнітна вітка лінійна, то ділянка магнітопроводу має статичний магнітний опір

$$R_m = \frac{\ell}{S\mu_0\mu},$$

де ℓ – довжина магнітної вітці, S – площа поперечного перерізу магнітної вітці, μ_0 – магнітна постійна, μ – відносна магнітна проникність матеріалу магнітопроводу.

Якщо магнітна вітка нелінійна, то магнітний потік Φ залежить від магнітної напруги U_m , згідно кривої намагнічування сталі. По заданому початковому значенню магнітного потоку визначається значення магнітної індукції B . Потім по заданій кривій намагнічування сталі $H(B)$ визначається значення напруженості H магнітній вітці. Магнітний опір обчислюється за законом Ома:

$$R_m = \frac{U_m}{\Phi} = \frac{H\ell}{\Phi}. \quad (2.1)$$

Передбачається, що ця ділянка має бути однорідною, тобто на протязі ділянки повинна бути незмінною площа її поперечного перерізу S та не повинні змінюватися магнітні властивості матеріалу магнітопроводу. Такий спосіб розрахунку магнітного опору застосований в роботі [32].

Традиційно криві намагнічування електротехнічної сталі задавалися з допомогою апроксимуючих функцій. У роботі [33] наведено велику кількість різних функцій, з допомогою яких можна з різним ступенем точності апроксимувати криві намагнічування різних сталей. Однак вибір апроксимуючої

функції в ті роки (1948 р.) визначався, в основному, можливістю отримання рішення в аналітичній формі. В даний час до апроксимуючих функцій пред'являються інші вимоги, тому як рішення шукається не в аналітичній, а в числовій формі. Апроксимуюча функція в комп'ютерному розрахунку повинна з малою похибкою відтворювати криву намагнічування і бути гладкою, а також повинна допускати швидке визначення числовими методами значення функції та її похідної при будь-якому значенні аргументу. В роботах [34–35] запропоновано використовувати універсальні криві намагнічування електротехнічних сталей. Однак не всі електротехнічні сталі можуть бути коректно представлені універсальними кривими намагнічування. В даний час вимогами, що пред'являються до апроксимації кривих намагнічування електротехнічних сталей, найбільшою мірою задовольняють сплайн-функції [36–38]. У системі MATLAB [39], існує програмна підтримка сплайн-функцій. Практика використання сплайнів для апроксимації кривих намагнічування показує наступне. Достатньо задати два масиви значень магнітної індукції і напруженості магнітного поля. Там де крива змінюється значніше, опорні точки слід задавати гущі. Для гарячекатаних сталей з пологої кривої намагнічування апроксимація кривої намагнічування виконується завжди адекватно. При цьому достатньо задати 15–20 точок. Для холоднокатаних текстурованих сталей з крутої характеристикою намагнічування поблизу місць крутого перегину кривої спостерігаються значні відхилення апроксимації від істинної кривої навіть при густому завданні опорних точок. Це суттєво впливає на точність розрахунків і стійкість обчислювального процесу. Щоб уникнути такого небажаного явища автором даній роботи запропоновано виконувати попереднє логарифмування кривої намагнічування. Як показала практика, попереднє логарифмування кривої намагнічування зменшує швидкість зростання кривої і при апроксимації сплайнами такої кривої проблем не виникає.

Формула (2.1) дозволяє обчислювати магнітний опір в широкому діапазоні зміни напруженостей магнітного поля, але при $H = 0$ маємо невизначеність. Тому при $H = 0$ слід визначати

магнітний опір як відношення малих приростів магнітній напруги ΔU_m і магнітного потоку $\Delta \Phi$. При розрахунку перехідного процесу використання значення магнітного опору, обчисленого за формулою (2.1), означає, що на поточному $n+1$ кроці інтегрування використовується значення, що обчислені на попередньому кроці. При використанні зі стрімкою зміною кривій намагнічування, що є характерним для сучасних електротехнічних сталей, такий прийом може призвести до значної похибки розрахунку. Для адекватного визначення значення магнітного опору саме на $n+1$ -му поточному кроці інтегрування необхідно використовувати ітераційний процес. Цей процес полягає в тому, що з початкового значення магнітного опору R_m обчислюється значення магнітної напруги U_m , потім значення напруженості H . Далі по кривій намагнічування обчислюється магнітний потік Φ , потім нове значення R_m і так далі, поки два суміжних по ітераціях значення магнітного опору будуть відрізнятися на величину, меншу заданої похибки. Однак такий ітераційний процес збігається дуже повільно.

Для прискорення збіжності ітераційного процесу поступимо таким чином. В деякій робочій точці номер n ($\Phi_n, U_m n$) кривої намагнічування нелінійну залежність можна апроксимувати прямою лінією, дотичної до вебер-амперної характеристики (див. рис. 2.2). Отриману пряму уявімо як навантажувальну характеристику активного лінійного двополюсника, що має еквівалентний опір R_n і МРС E_n :

$$R_n = \left. \frac{dU_m}{d\Phi} \right|_{U_m = U_{mn}} ; E_n = U_{mn} - \Phi_n R_n \quad (2.2)$$

Отже, нелінійний магнітний опір R_m замінюється двома послідовно включеними елементами: джерелом напруги E_n і лінійним резистивним елементом R_n . В результаті виконаних перетворень схема заміщення магнітної вітці з розташованою на ній котушкою має вигляд, показаний на рис. 2.3.

Значення опору R_n і МРС E_n змінюються при зміні положення робочої точки відповідно до (2.2), що повинно бути враховано в розрахунках на кожному кроці інтегрування.

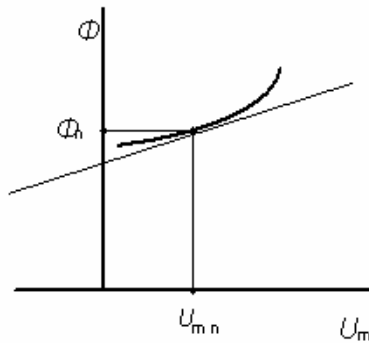


Рис. 2.2. Ділянка вебер-амперної характеристики нелінійної магнітної вітці

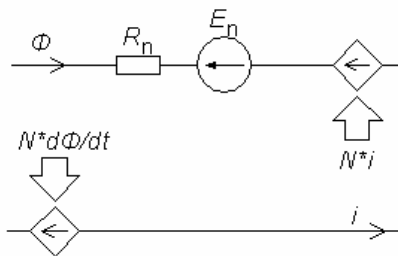


Рис. 2.3. Магнітоелектрична схема заміщення ділянки магнітопроводу з розташованою на ньому котушкою

Магнітні потоки, що протікають по повітря, враховуються включенням лінійних магнітних резистивних елементів в магнітне коло.

В якості простого прикладу розглянемо процес підключення однофазного трансформатора до джерела синусоїдальної напруги. Загальний вигляд конструкції двообмоткового трансформатора в розрізі представлений на рис. 2.4. На даному рисунку вказані магнітні потоки, що протікають в елементах магнітопроводу (Φ_3 , Φ_6) і в каналах розсіювання (Φ_4 , Φ_5). Значення магнітних опорів каналів розсіювання будемо вважати

відомими. Вони розраховуються за особливою методикою. У відповідності з описаними принципами складання магнітоелектричних схем заміщення котушок з феромагнітними сердечниками заступна схема однофазного трансформатора має вигляд, показаний на рис. 2.5. Зважаючи на симетрію на рис. 2.5 розглянута половина конструкції. Вітка 3 відповідає стрижню. У неї включено два джерела магнітної напруги, що керовані струмом обмотки 1 і струмом обмотки 2. Магнітна напруга вимірюється в Амперах, отже, коефіцієнти управління дорівнюють безрозмірних величин $N1$, $N2$ відповідно. Так як згідно рис. 2.1 в вітку кожної обмотки включається джерело напруги, що кероване похідної за часом магнітного потоку, в схему заміщення вводяться диференціювальні кола, що містять джерела напруги, керовані магнітними потоками (див. рис. 2.5, *з*).

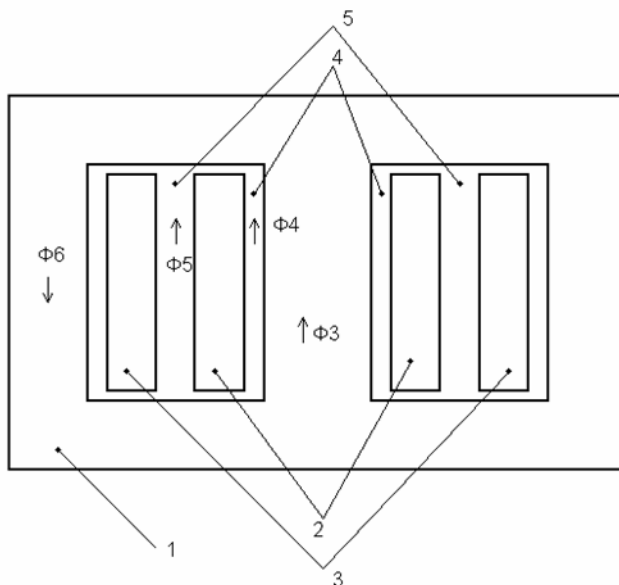


Рис. 2.4. Загальний вигляд конструкції однофазного трансформатора в розрізі: 1 – магнітопровід; 2 – вторинна обмотка, яка має $N2$ витків; 3 – первинна обмотка, яка має $N1$ витків; 4 – зазор між стрижнем і вторинною обмоткою; 5 – зазор між первинною обмоткою та вторинною обмоткою

В вітці 7 кероване джерело напруги керується сумою магнітних потоків Φ_3 і Φ_4 з коефіцієнтом управління $K_\Phi = 1 B/B_6$. В вітці 8 кероване джерело напруги керується сумою магнітних потоків Φ_3 , Φ_4 і Φ_5 з коефіцієнтом управління K_Φ . Кожне диференціувальне коло містить конденсатор ємністю $C = 1 \Phi$ і кероване магнітним потоком джерело напруги.

Напруга на кожному диференціувальному конденсаторі дорівнює відповідному магнітному потоку, помноженому на K_Φ . Отже, сила струму в кожному диференціувальному колі дорівнює похідної суми всіх керуючих магнітних потоків. Похідна за часом суми магнітних потоків Φ_3 , Φ_4 , Φ_5 управляє джерелом напруги, яки присутні в вітці першої обмотки з коефіцієнтом управління N_1 . Аналогічно похідна по часу суми магнітних потоків Φ_3 , Φ_4 управляє джерелом напруги, присутнім у вітці вторинної обмотки з коефіцієнтом управління N_2 .

В повітряному зазорі між стрижнем і внутрішньої вторинної обмоткою протікає магнітний потік Φ_4 . На цей магнітний потік впливають струми обмотки 1 і обмотки 2, що враховується включенням в цю вітку двох джерел напруги, керованих струмами обмотки 1 і обмотки 2. У проміжок між обмотками (канал розсіювання) також введено джерело напруги, що кероване струмом зовнішньої обмотки 1. У моделі в роботі [20] ці джерела не враховані, але вони можуть значно впливати на потоки розсіяння і немає причин ними нехтувати.

Таким чином, трансформатор або інший електромагнітний пристрій, включений в електричне коло, можна уявити єдиною схемою заміщення. У такій схемі заміщення є як вітці, по яких протікають електричні струми (електричні вітці), так і вітці, по яких протікають магнітні потоки (магнітні вітці). Основні магнітні потоки, що протікають через нелінійні магнітні опори, викликають падіння магнітних напруг, що дорівнюють добутку напруженості магнітного поля на довжину магнітної вітці.

Єдине коло зручне для формування єдиної системи рівнянь, що описують електричні і магнітні процеси і їх взаємний зв'язок. Тому немає підстав проводити додаткові перетворення, що призводять рівняння до чисто електричного або до чисто магнітного кола, як це робилося в роботі [25].

Оскільки електричні струми і магнітні потоки з точки зору математичної моделі, побудованої на теорії кіл, рівноцінні, то струми і магнітні потоки в подальшому будуть позначатися символом « i » (узагальнений струм) з індексом, що визначає номер вітки в схемі. Розрахунок перехідного процесу в заступній схемі, що представлена на рис. 2.5, виконується як в звичайному нелінійному електричному колі на основі законів Кирхгофа по відомим правилам виконання розрахунків перехідних процесів числовими методами.

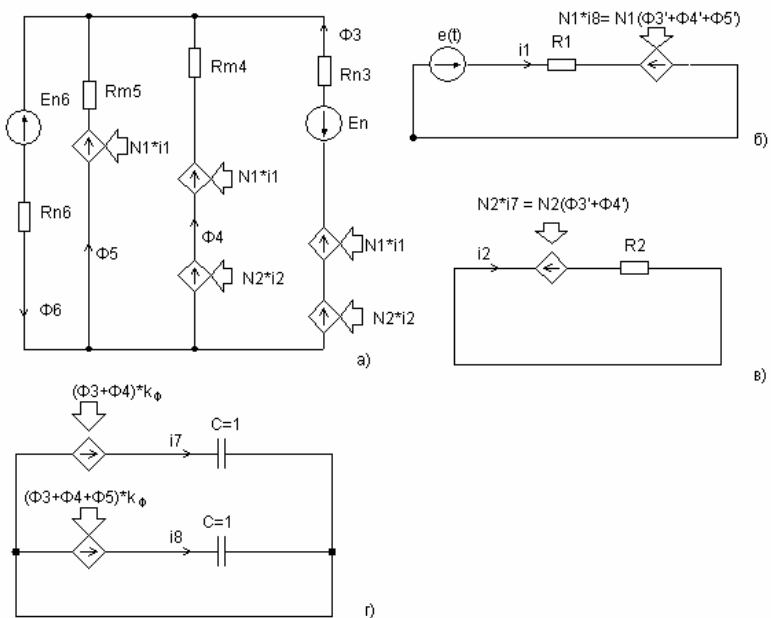


Рис. 2.5. Магнітоелектрична заступна схема однофазного трансформатора: а) магнітне коло; б) первинна обмотка, що підключена до джерела напруги; в) вторинна обмотка з навантаженням; г) диференціувальне коло

Виконаємо певну формалізацію методики цього розрахунку у відповідності з наведеним прикладом.

2.1.2. Формалізація розрахунку перехідного процесу з використанням числового методу прогнозу і корекції

Розрахунок проведемо виходячи з рівнянь, складених за законами Кирхгофа. Сформуємо систему рівнянь (2.3) за схемою рис. 2.5.

Рівняння за законом струмів Кирхгофа складаються для всіх вузлів без одного. Оскільки все коло складається з чотирьох незв'язаних підсхем, один з вузлів кожної підсхеми будемо вважати загальним. Це дозволить зв'язати підсхеми в єдине коло. Тоді за законом струмів Кирхгофа складемо одне рівняння. У системі (2.3) це рівняння з порядковим номером 10.

Оскільки об'єднане коло містить 7 незалежних контурів, то за законом напруг Кирхгофа складемо 7 рівнянь. У системі (2.3) це рівняння з порядковими номерами 3–9. Додатково складемо рівняння, що зв'язують струми і напруги конденсаторів. У системі (2.3) це рівняння номерів 1–2. Система рівнянь, складених за схемою рис. 2.5, має вигляд:

$$\left. \begin{aligned}
 C_7 \frac{du_{C7}}{dt} - i_7 &= 0; \\
 C_8 \frac{du_{C8}}{dt} - i_8 &= 0; \\
 R_1 i_1 + N_1 i_8 &= e(t); \\
 R_2 i_2 + N_2 i_7 &= 0; \\
 -R_{n6} \Phi_6 - R_{m5} \Phi_5 + N_1 i_1 &= E_{n6}; \\
 R_{m5} \Phi_5 - N_1 i_1 - R_{m4} \Phi_4 + N_1 i_1 + N_2 i_2 &= 0; \\
 -N_2 i_2 - N_1 i_1 + R_{m4} \Phi_4 - R_{n3} \Phi_3 + N_1 i_1 + N_2 i_2 &= E_{n3}; \\
 R i_7 + u_{C7} - K_\phi \cdot \Phi_3 - K_\phi \cdot \Phi_4 &= 0; \\
 R i_8 + u_{C8} - K_\phi \cdot \Phi_3 - K_\phi \cdot \Phi_4 - K_\phi \cdot \Phi_5 &= 0; \\
 \Phi_6 - \Phi_5 - \Phi_4 - \Phi_3 &= 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Змінними стану в системі рівнянь (2.3) є напруги на конденсаторах, тобто u_{C7} , u_{C8} . Позначимо вектор змінних стану розміру $s = 2$ як:

$$\mathbf{X}_S = [u_{c7} \quad u_{c8}]^T, \quad (2.4)$$

вектор похідних змінних стану (штрихом позначено диференціювання по часу):

$$\mathbf{X}'_S = \left[\frac{du_{c7}}{dt} \quad \frac{du_{c8}}{dt} \right]^T, \quad (2.5)$$

вектор залежних змінних розміру $z = 8$:

$$\mathbf{X}_Z = [i_1 \quad i_2 \quad \Phi_3 \quad \Phi_4 \quad \Phi_5 \quad \Phi_6 \quad i_7 \quad i_8]^T, \quad (2.6)$$

де верхній індекс «Т» означає транспонування.

Таким чином, вектор \mathbf{X}_{SZ} усіх змінних має вигляд:

$$\mathbf{X}_{SZ} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_S \\ \mathbf{X}_Z \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Тоді систему рівнянь (2.3) можна записати в матричній формі

$$\mathbf{A}\mathbf{X}'_S + \mathbf{B}\mathbf{X}_{SZ} = \mathbf{F}, \quad (2.8)$$

де матриці \mathbf{A} і \mathbf{B} складаються з двох підматриць:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_S \quad | \quad \mathbf{A}_Z], \quad (2.9)$$

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_S \quad | \quad \mathbf{B}_Z]. \quad (2.10)$$

Індекс «S» відноситься до підматриць коефіцієнтів перед похідними змінних стану (\mathbf{A}_S) або самим змінним стану (\mathbf{B}_S).

Індекс «Z» ставиться до інших залежних змінних.

З рівнянь (2.3) можна отримати матриці \mathbf{A}_S , \mathbf{B}_S , \mathbf{B}_Z : (2.11).

$$\mathbf{A}_S = \begin{bmatrix} C \\ C \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_S = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_Z = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -1 \\ R_1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & N_1 \\ \vdots & R_2 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & N_2 \\ N_1 & \vdots & \vdots & -R_{m5} & -R_{n6} & \vdots & \vdots \\ \vdots & N_2 & \vdots & -R_{m4} & R_{m5} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & -R_{n3} & R_{m4} & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & -K_\phi & -K_\phi & \vdots & \vdots & R \\ \vdots & \vdots & -K_\phi & -K_\phi & -K_\phi & \vdots & R \\ \vdots & \vdots & -1 & -1 & -1 & 1 & \vdots \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Всі коефіцієнти підматриці \mathbf{A}_Z дорівнюють нулю, тобто $\mathbf{A}_Z = 0$. Це справедливо в загальному випадку, так як в рівняннях Кирхгофа відмінні від нуля тільки коефіцієнти перед похідними змінних стану, а похідні інших змінних відсутні.

Вектор правих частин має вигляд:

$$\mathbf{F} = [0 \ 0 \ e(t) \ 0 \ E_{n6} \ 0 \ E_{n3} \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (2.12)$$

З урахуванням (2.9–2.10) рівняння (2.8) можна записати у вигляді:

$$[\mathbf{A}_S \mid \mathbf{A}_Z] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_S' \\ \mathbf{X}_Z' \end{bmatrix} + [\mathbf{B}_S \mid \mathbf{B}_Z] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_S \\ \mathbf{X}_Z \end{bmatrix} = \mathbf{F},$$

або

$$\mathbf{A}_S \mathbf{X}_S' + \mathbf{A}_Z \mathbf{X}_Z' + \mathbf{B}_S \mathbf{X}_S + \mathbf{B}_Z \mathbf{X}_Z = \mathbf{F}. \quad (2.13)$$

Використовуючи те, що завжди $\mathbf{A}_Z = 0$, можна зробити спрощення:

$$[\mathbf{A}_S \mid \mathbf{B}_Z] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_S' \\ \mathbf{X}_Z' \end{bmatrix} = \mathbf{F} - \mathbf{B}_S \mathbf{X}_S.$$

Звідси

$$\mathbf{X}_{dSZ} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_S' \\ \mathbf{X}_Z' \end{bmatrix} = [\mathbf{A}_S \mid \mathbf{B}_Z]^{-1} \cdot (\mathbf{F} - \mathbf{B}_S \mathbf{X}_S). \quad (2.14)$$

Рівняння (2.14) означає, що в будь-який момент часу значення всіх залежних змінних і похідних змінних стану можна обчислити, виходячи зі значень змінних стану. Тому числові методи інтегрування диференціальних рівнянь достатньо застосовувати тільки до змінних стану, а інші змінні можна обчислювати на кожному кроці інтегрування з допомогою співвідношення (2.14).

При розрахунку перехідних процесів задаються незалежні початкові умови для змінних стану:

$$\mathbf{X}_S \Big|_{t=0} = \mathbf{X}_{S(0)}. \quad (2.15)$$

Рівняння (2.14) дозволяє обчислити залежні початкові умови виходячи з незалежних початкових умов:

$$\mathbf{X}_{dSZ(0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{S(0)}' \\ \mathbf{X}_{Z(0)}' \end{bmatrix} = [\mathbf{A}_S \mid \mathbf{B}_Z]^{-1} \cdot (\mathbf{F} - \mathbf{B}_S \mathbf{X}_{S(0)}). \quad (2.16)$$

Щоб з допомогою рівняння (2.14) або (2.16) обчислити значення залежних змінних необхідно, щоб були визначені значення всіх елементів матриць \mathbf{A}_S , \mathbf{B}_S , \mathbf{B}_Z і вектори правих частин \mathbf{F} . Не всі значення елементів матриць постійні. В даному випадку значення R_{n3} , R_{n6} , E_{n3} , E_{n6} залежать від магнітних потоків, які протікають через ці елементи в даний момент часу. Для обчислення значень вказаних величин необхідно використовувати криву намагнічування сталі, з якої виконаний магнітопровід. Використовуємо один з найбільш зручних і точних способів апроксимації кривих, що задані значеннями в опорних точках, – спосіб апроксимації сплайнами [36–38]. Якщо

криву намагнічування задати за допомогою двох векторів **МВ**, **МН**, що визначають ряд значень в опорних точках магнітної індукції і напруженості магнітного поля, то з допомогою стандартної функції *csapi* [39] можна отримати так звану *p*-форму: $p = csapi(\mathbf{MB}, \mathbf{MN})$. *P* – форма – це структура, що зберігає всі коефіцієнти та іншу інформацію про сплайн-апроксимації. Використовуючи *p*-форму можна для будь-якого значення магнітної індукції *B*, що входить в інтервал, заданий опорними точками, обчислити значення напруженості магнітного поля *H*: $H = fnval(p, B)$. За допомогою стандартної функції *fnder*, використовують *p*-форму, що задає апроксимацію функції *H(B)*, можна отримати *p*-форму, яка задає апроксимацію похідної функції $dH/dB(B)$: $dp = fnder(p)$. Тепер для довільного значення *B* можна обчислити значення похідної: $dH/dB = fnval(dp, B)$. Використання сплайнів дозволяє проводити обчислення похідних швидше, ніж це робиться іншими числовими методами. Справа в тому, що вигляд похідної полінома відомий, і операція диференціювання функції зводиться до зміни коефіцієнтів відповідної *p*-форми.

Розрахунок перехідного процесу числовими методами здійснюється за стандартною схемою [1, 4]. Часовий інтервал, протягом якого проводяться дослідження, розбивається, як зазвичай, на N_h кроків інтегрування величиною *h*. Більшість числових методів інтегрування диференціальних рівнянь обчислює значення шуканої функції в момент часу $t_{k+1} = t_k + h$ за відомим значенням у момент $t = t_k$ і в ряді попередніх моментів часу. Багато існуючих методів числового інтегрування вимагають, щоб система диференціальних рівнянь була представлена в нормальній формі, тобто розв'язана щодо перших похідних шуканих функцій. Пропонований далі метод не вимагає цього, так як залежні змінні автоматично обчислюються за формулою (2.14) виходячи з відомих значень змінних стану.

Змінні стану в новий момент часу t_{k+1} обчислюються з допомогою відомих числових методів розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Найбільш стійкими і точними є неявні багатокрокові методи, що дозволяють обчислити нове значення шуканої функції, використовуючи кілька попередніх значень

Наукове електронне видання
комбінованого використання
Можна використовувати в локальному
та мережному режимах

ТИХОВОД Сергій Михайлович

**МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ
ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ В
ТРАНСФОРМАТОРАХ НА ОСНОВІ
МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНИХ СХЕМ
ЗАМІЩЕННЯ**

Навчальний посібник

Один електронний оптичний диск (DVD-ROM);
супровідна документація.
Тираж 100 прим. Зам. № 921.

Видавець і виготовлювач
Запорізький національний технічний університет
Україна, 69063, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 64
Тел.: (061) 769-82-96, 220-12-14

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2394 від 27.12.2005.